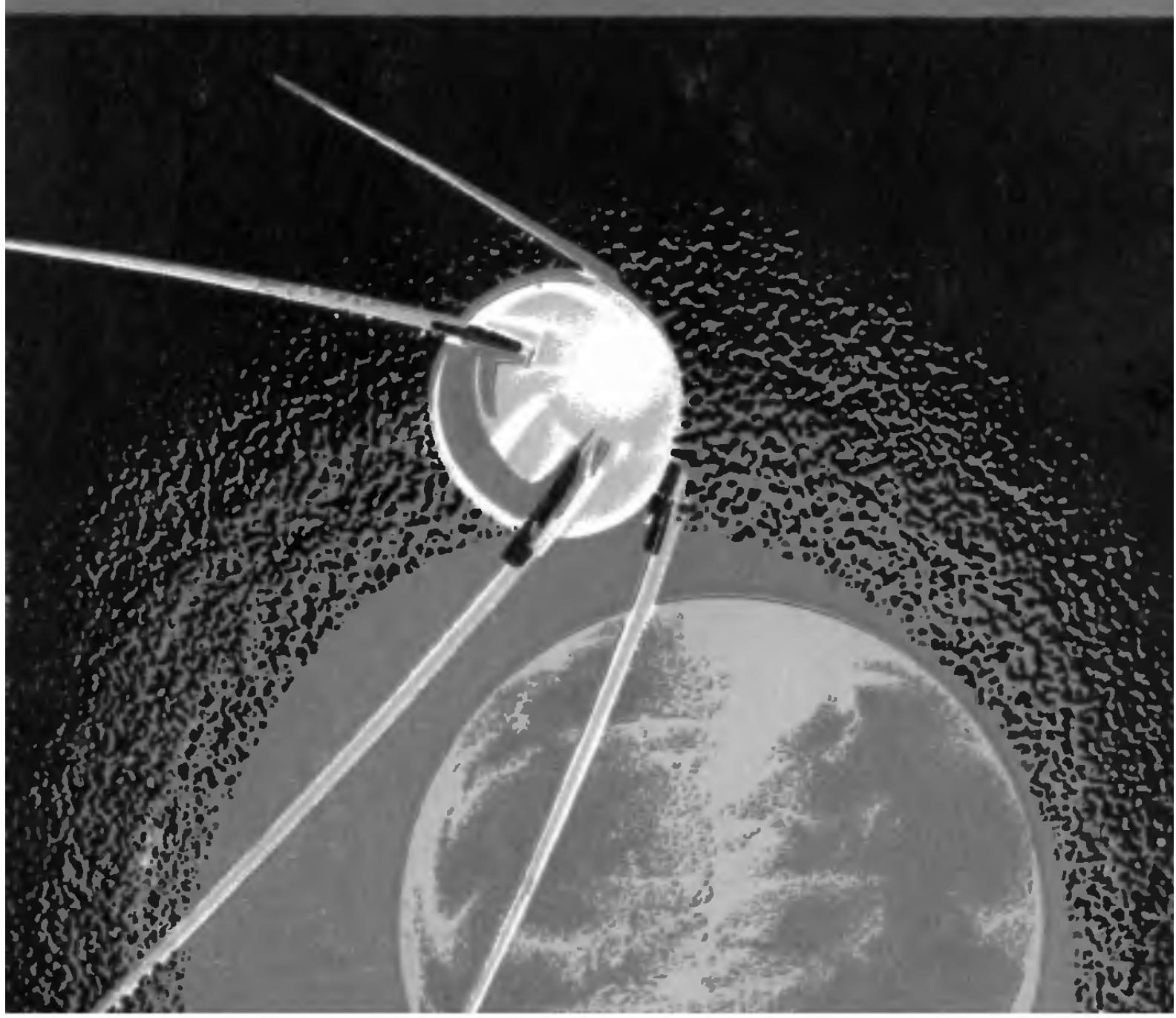
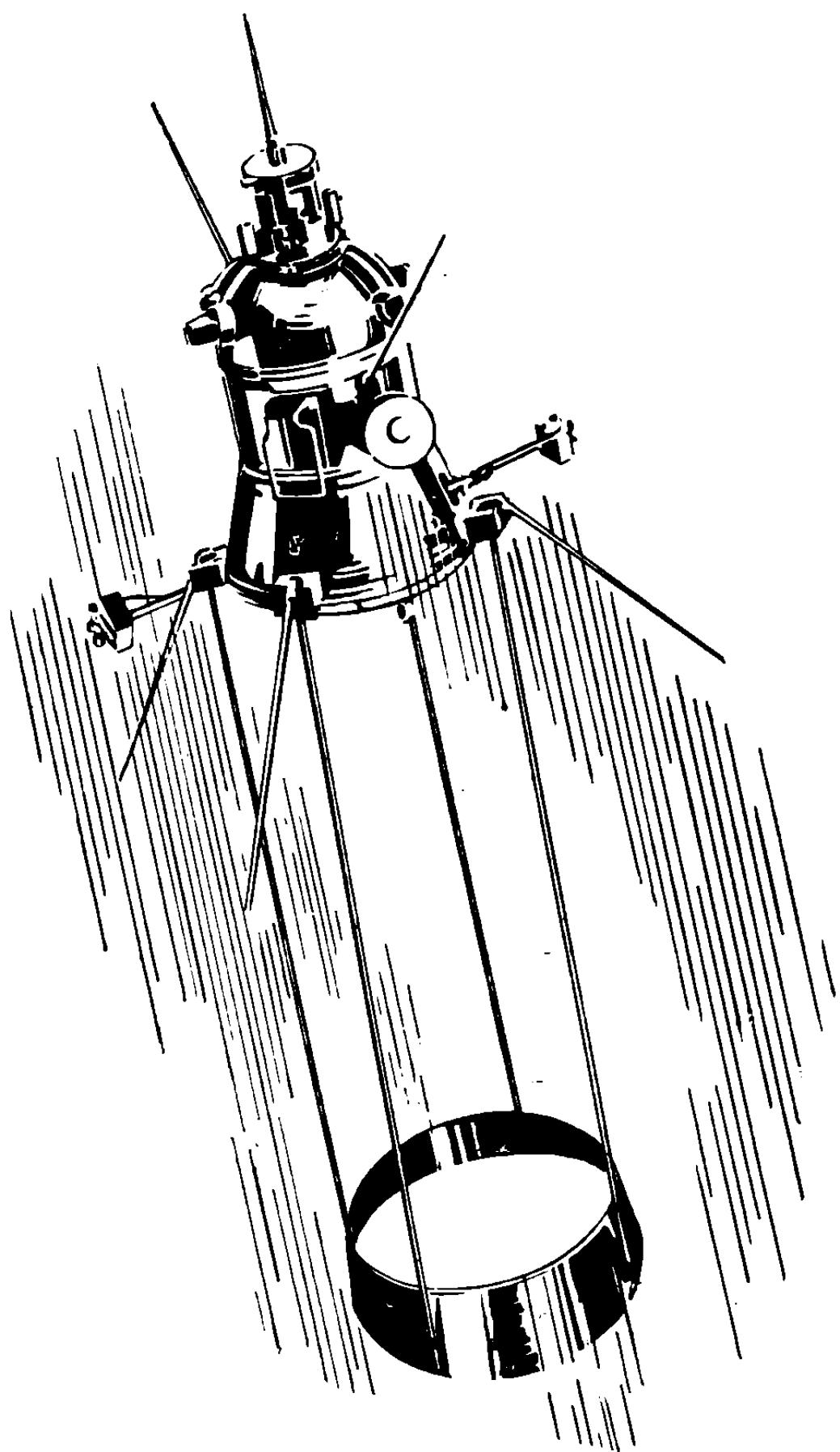


K 56

В. А. КОЛУНЕНКО,  
В. Ф. КАМЕКО,  
Э. П. ЯСКЕВИЧ

# Аэродинамика орбитальных космических аппаратов





629,78

К 56

В. М. КОВТУНЕНКО,  
В. Ф. КАМЕКО,  
Э. П. ЯСКЕВИЧ

# Аэродинамика орбитальных космических аппаратов

Научно-технический  
библиотека ЦНБМ  
шифр № 78339

КИЕВ  
«НАУКОВА ДУМКА»  
1977

6Т6  
К56

УДК 533.601.3

В монографии изложены методы решения аэродинамических задач, возникающих при создании орбитальных космических аппаратов. Описана верхняя атмосфера Земли как среда, в которой происходит движение летательного аппарата, при этом особое внимание уделено вариациям ее структурных параметров. Рассмотрены взаимодействие потока разреженного газа с поверхностью при спутниковых скоростях, физико-химическая структура и шероховатость материалов наружной поверхности космических аппаратов и методы определения их аэродинамических характеристик.

Рассчитана на научных работников и инженеров, занимающихся аэродинамикой летательных аппаратов. Может быть полезной аспирантам и студентам университетов, физико-технических и авиационных институтов.

#### Р е ц е н з е н т ы

А. А. ДОРОДНИЦЫН, В. С. БУДНИК

Редакция физико-математической литературы

ВЯЧЕСЛАВ МИХАЙЛОВИЧ КОВТУНЕНКО, ВАДИМ ФЕДОРОВИЧ КАМЕКО, ЭДУАРД ПЕТРОВИЧ ЯСКЕВИЧ

## Аэродинамика орбитальных космических аппаратов

*Печатается по постановлению учченого совета Днепропетровского отделения Института механики АН УССР*

Редактор Е. Л. Орлик. Оформление художника М. И. Усова. Художественный редактор И. П. Антонюк. Технический редактор Г. М. Терезюк. Корректор Т. Я. Губарь.

Информ. бланк № 142

БФ 00199. Сдано в набор 21/IX 1976 г. Подписано в печать 17/II 1977 г.  
Формат 60×84 $\frac{1}{16}$ . Бумага типогр. № 1. Усл. печ. л. 9,75. Учетно-изд. л. 9,08.  
Тираж 1450. Изд. № 526. Зак. № 7-116. Цена 1 р. 54 коп.

Издательство «Наукова думка», 252601, Киев-601, ГСП, ул. Репина 3.

Харьковская книжная фабрика «Коммунист» РПО «Полиграфкнига»  
Госкомиздата УССР, Харьков, ул. Энгельса, 11.

К  $\frac{20303 - 130}{M 221 (04) - 77} 206-77$



Издательство «Наукова думка», 1977

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	7
Введение . . . . .	9
<b>Глава 1. Верхняя атмосфера Земли</b>	
Вертикальная структура . . . . .	20
Основные закономерности изменения параметров . . . . .	23
Модели . . . . .	31
Влияние ветра . . . . .	38
Прогноз плотности . . . . .	41
<b>Глава 2. Взаимодействие потока разреженного газа верхней атмосферы с поверхностью ОКА</b>	
Основные физико-химические свойства и характеристики частиц разреженного газа и материалов поверхности ОКА . . . . .	49
Свойства и характеристики частиц разреженного газа . . . . .	51
Свойства материалов . . . . .	56
Алюминиевые и магниевые сплавы . . . . .	56
Стали . . . . .	58
Неметаллические материалы . . . . .	58
Характеристики материалов . . . . .	59
Температура . . . . .	59
Шероховатость . . . . .	59
Теоретические и экспериментальные исследования взаимодействия газа с поверхностью при спутниковых скоростях . . . . .	76
Аэродинамические эксперименты с использованием данных о движении ИСЗ . . . . .	81
<b>Глава 3. Определение аэродинамических характеристик ОКА</b>	
Общие выражения аэродинамических характеристик тел, движущихся в свободномолекулярном потоке . . . . .	89
Аэродинамические характеристики тел вращения выпуклой формы . . . . .	101
Коэффициенты аэродинамических сил и моментов тел простой формы . . . . .	108
Аэродинамические характеристики тел сложной формы с учетом затенения, многократных соударений отраженных частиц газа с поверхностью, положения и ориентации на орбите . . . . .	115
Воздействие солнечной радиации, заряженных и возбужденных частиц верхней атмосферы на поверхность ОКА . .	127

**Глава 4. Искусственные спутники Земли «Космическая стрела»**

Проблемы аэродинамической ориентации в верхней атмосфере . . . . .	131
Определение аэродинамических характеристик . . . . .	132
Вычисление моментов, возникающих при воздействии солнечной радиации . . . . .	141
Прогноз плотности верхней атмосферы на период запуска и полета спутника «Космос-320» . . . . .	146
Литература . . . . .	149

## **ПРЕДИСЛОВИЕ**

В последние годы в связи с быстрым развитием космической техники и прогрессом в области изучения околоземного и межпланетного пространства особую актуальность приобрели исследования по аэродинамике космических летательных аппаратов. Аэродинамика орбитальных космических аппаратов базируется на достижениях динамики разреженного газа, физики верхней атмосферы и динамики плазмы. Общие и специальные вопросы динамики разреженных газов подробно рассмотрены в книгах [12, 35, 40, 43, 49, 73, 90, 94, 95, 97, 101, 114, 117], сборниках «Аэродинамика разреженных газов» (Изд-во Ленингр. ун-та) и «Численные методы в динамике разреженных газов» («Наука»), трудах всесоюзных и международных конференций по динамике разреженных газов.

В настоящей монографии изложены прикладные методы определения аэродинамических возмущающих сил и моментов, действующих на летательный аппарат при движении его по орбите искусственного спутника Земли. Содержание и порядок изложения материала книги определялись необходимостью освещения целого комплекса проблем, возникающих при определении силового воздействия космической среды на движущийся в ней летательный аппарат. Так, во введении дана классификация орбитальных космических аппаратов, рассмотрены особенности их обтекания разреженным газом верхней атмосферы. Первая глава посвящена верхней атмосфере Земли, вторая — проблеме определения параметров взаимодействия набегающего потока разреженного газа верхней атмосферы с поверхностью аппарата, в третьей главе изложены методы расчета аэродинамических характеристик орбитальных космических аппаратов и в четвертой — приведены примеры применения этих методов.

Несомненно, что все опубликованные ко времени написания книги работы, посвященные данному вопросу, учесть не удалось. Однако исследования, результаты которых широко используются на практике, по мнению авторов, отражены достаточно полно.

Авторы признательны акад. А. А. Дородничу и акад. АН УССР В. С. Буднику за полезные советы. Искреннюю благодарность выражают авторы Р. Г. Баранцеву, В. Г. Фарифонову, А. А. Пярнлуу, Л. Л. Зворыкину, принимавшим участие в обсуждении содержания будущей книги, а также В. П. Бассу, В. Н. Чепурному, Е. В. Алексеевой, В. В. Груднистому, В. А. Ковалевой за замечания, высказанные при подготовке рукописи к изданию.

Монография является по существу первой попыткой изложения такого комплекса вопросов аэродинамики орбитальных космических аппаратов, и авторы будут благодарны специалистам, интересующимся данной проблемой, за отзывы об изложенном материале, замечания и предложения.

*Авторы*

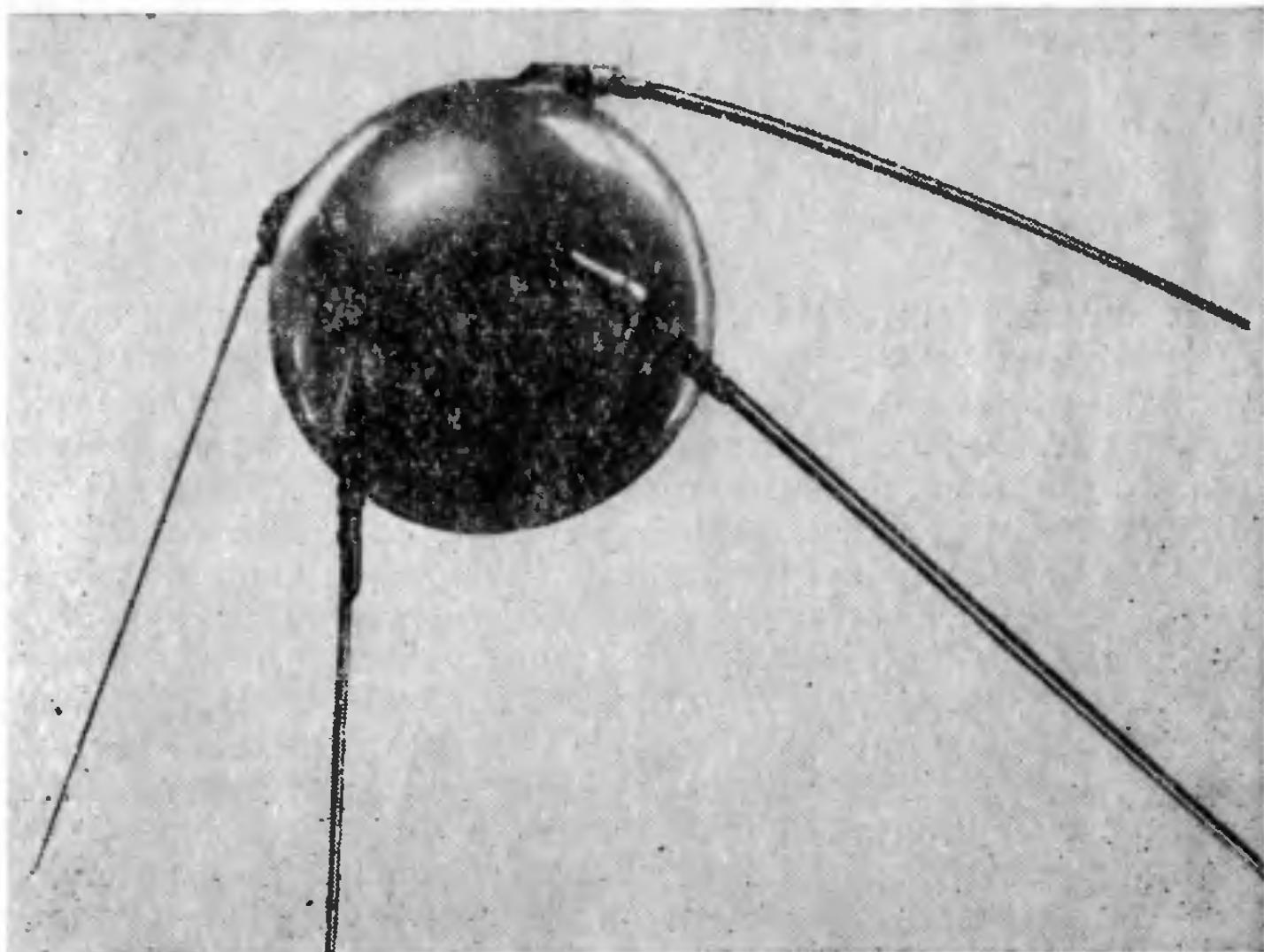
## **ВВЕДЕНИЕ**

Полет орбитальных космических аппаратов (ОКА) происходит в разреженных слоях верхней атмосферы Земли, где аэродинамические силы и моменты, хотя и имеют сравнительно малые значения, являются одним из основных факторов, определяющих параметры углового движения, эволюцию орбиты и время существования ОКА. Поэтому главная задача аэродинамики ОКА состоит в определении сил и моментов, действующих в полете на аппарат или его отдельные части. В общей постановке основные задачи аэродинамики ОКА существенно не отличаются от задач силового взаимодействия с атмосферой других типов летательных аппаратов, таких, как самолеты или ракеты. Отличия становятся заметными при более детальном рассмотрении особенностей движения ОКА, их геометрической формы, систем координат, применяемых в расчетах по динамике движения, режимов обтекания и законов взаимодействия набегающего потока разреженного газа с поверхностью, свойств верхней атмосферы. Кроме того, к аэродинамическим характеристикам относятся параметры силового взаимодействия с поверхностью ОКА не только нейтральных частиц газа верхней атмосферы, но и заряженных частиц, солнечной радиации.

В основу аэродинамических расчетов ОКА положены современные научные достижения в общей постановке задачи обтекания тел потоками сильно разреженного газа и плазмы, в определении аэrodинамических характеристик тел сложной формы в свободномолекулярном потоке газа, исследовании процессов обмена импульсом и энергией при взаимодействии потока сильно разреженного газа с твердой поверхностью и изучении структурных параметров верхней атмосферы Земли и их вариаций.

В задачах аэродинамики ОКА целесообразно выделить некоторые вопросы, от решения которых в основном зависит точность аэродинамических характеристик. Это определение 1) функций локального взаимодействия свободномолекулярного атмосферного потока с ОКА при учете физико-химических свойств газа и материалов поверхностей; 2) интегральных аэродинамических сил и моментов, действующих на ОКА, с учетом невыпуклости поверх-

Рис. 1. Первый искусственный спутник Земли.



кости и нестационарности параметров, характеризующих взаимодействие атмосферы с поверхностью; 3) состава, концентрации и температуры нейтральных, заряженных и возбужденных частиц верхней атмосферы на период полета ОКА.

Орбитальные космические аппараты различаются по назначению и устройству. Общим признаком их является движение по орбитам вокруг Земли. По характеру движения и, следовательно, по требуемому составу аэродинамических характеристик ОКА могут быть разделены на неориентированные в пространстве, ориентированные, маневрирующие и системы аппаратов.

*Неориентированные ОКА* совершают неуправляемое движение по орбите относительно центра масс. Для предсказания времени их существования обычно необходимо определить коэффициент аэrodинамического сопротивления и плотность верхней атмосферы Земли. Примерами неориентированных ОКА могут служить первый искусственный спутник Земли (рис. 1), магнитометрический спутник «Космос-26» и спутник с молекулярным генератором на борту

Рис. 2. «Космос-26» (вверху) и «Космос-97».

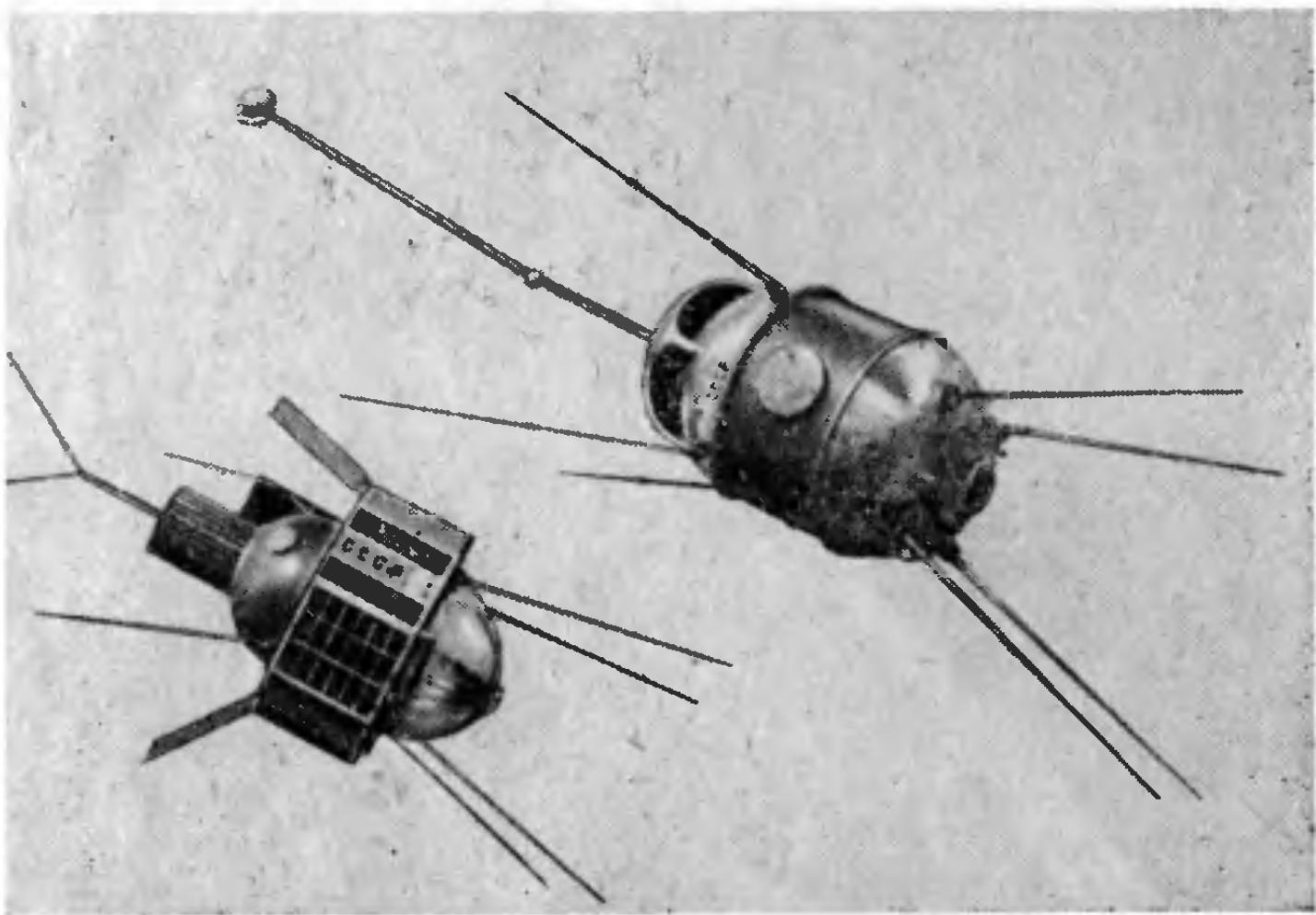


Рис. 3. «Космос-196».

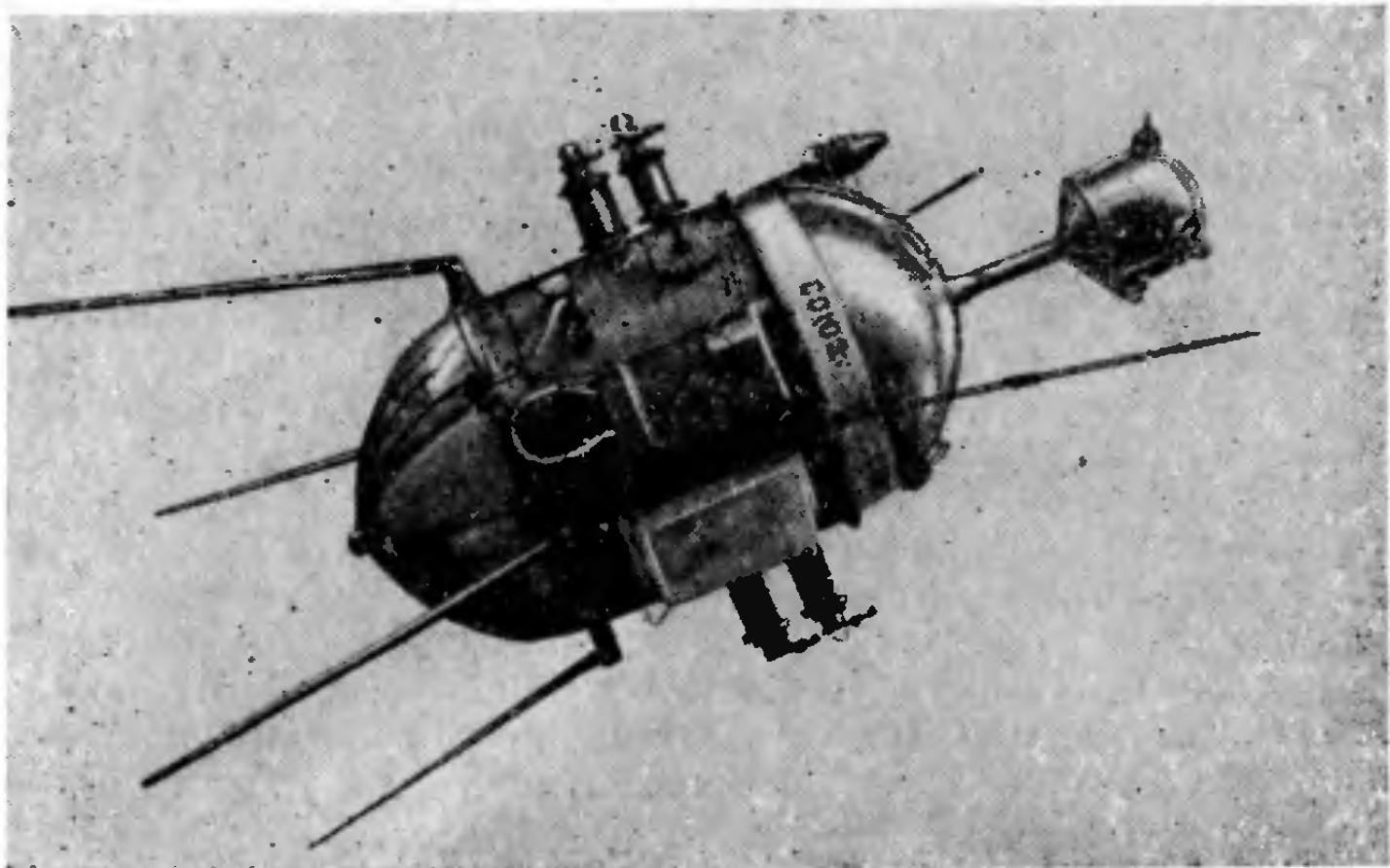
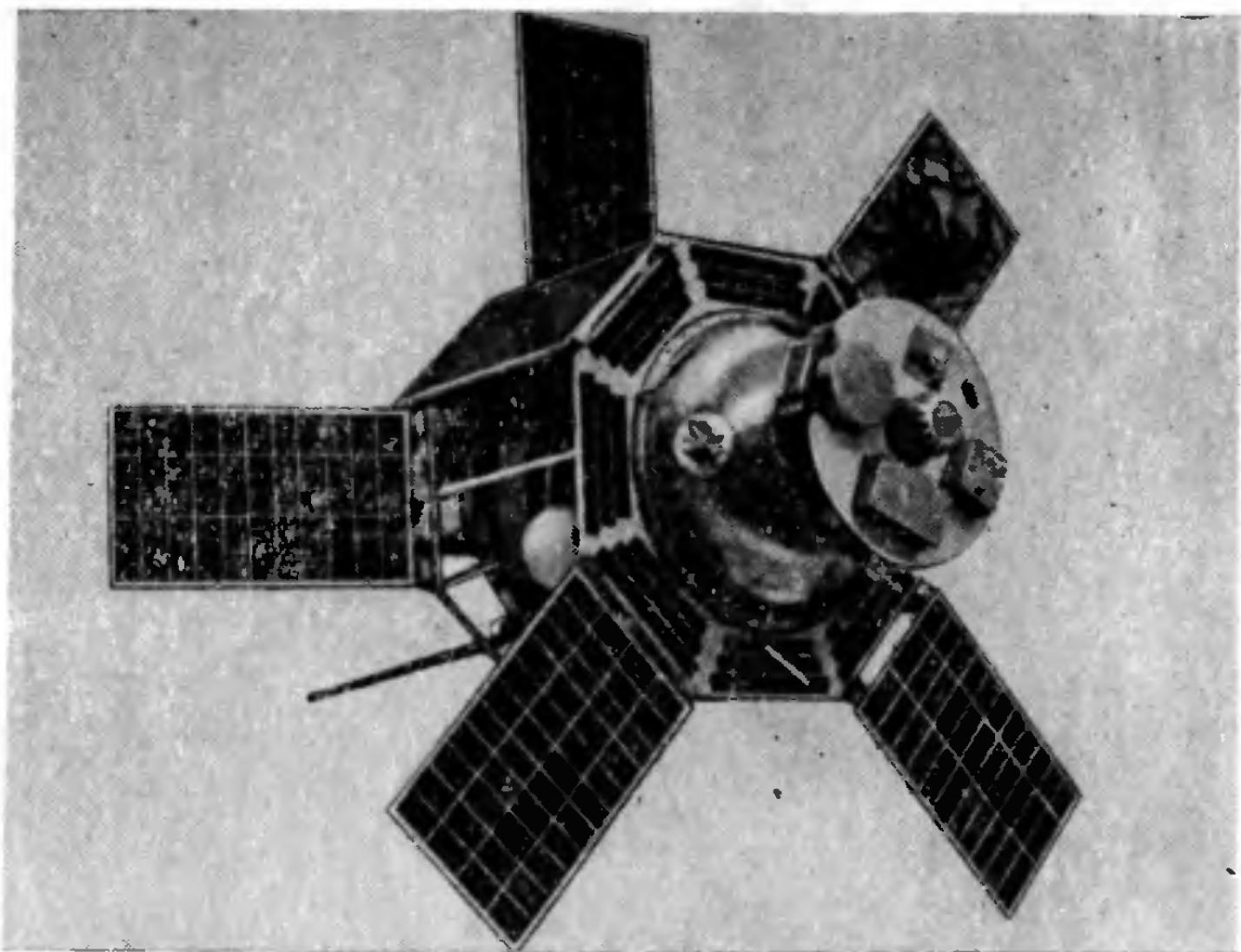


Рис. 4. «Интеркосмос-1».

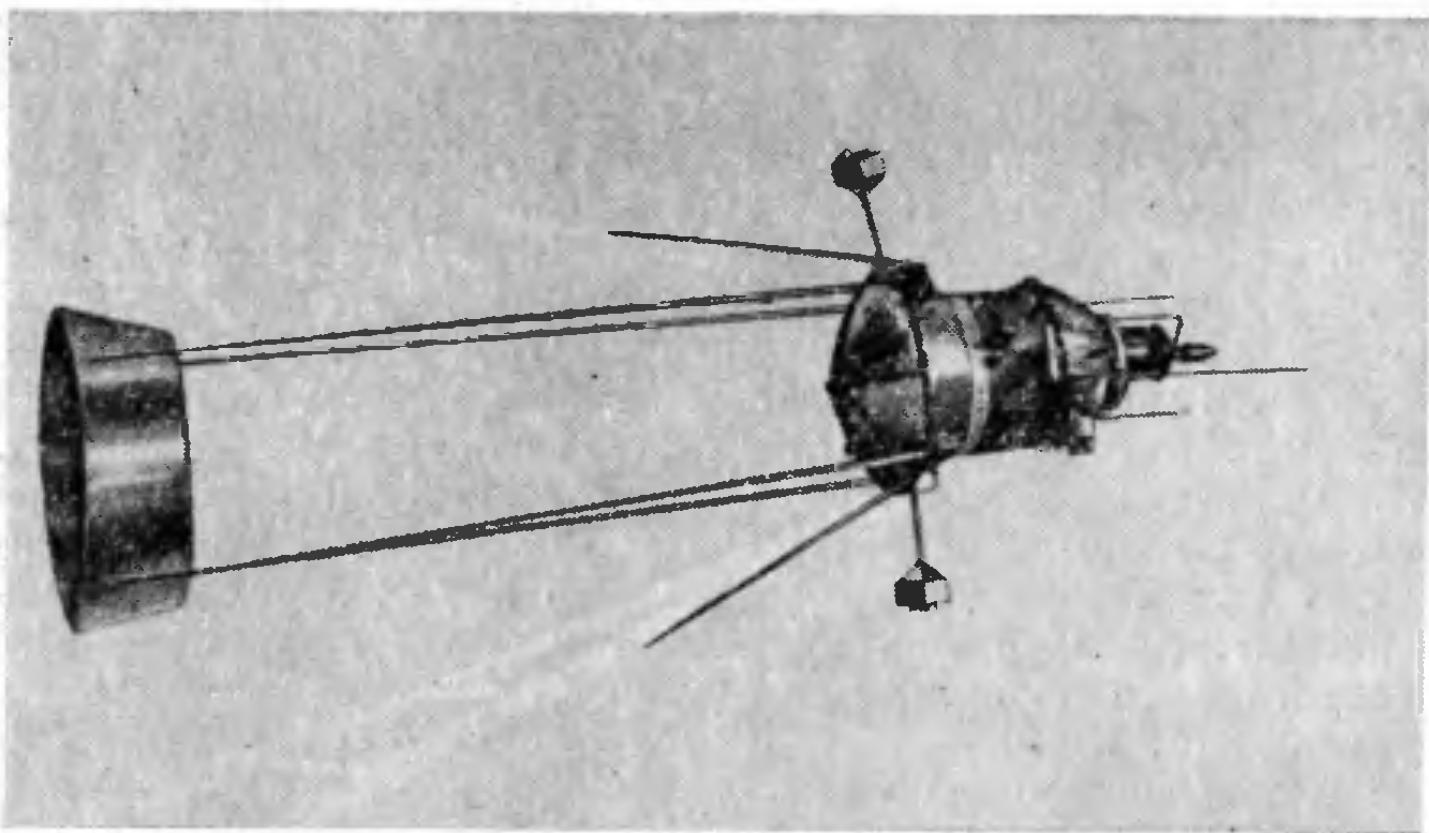


«Космос-97» (рис. 2), спутник для исследований верхней атмосферы «Космос-196» (рис. 3).

*Ориентированные ОКА* совершают управляемое угловое движение по орбите. Существуют активные и пассивные системы ориентации. Наиболее распространенной активной системой ориентации является электромаховичная с последующей газореактивной разгрузкой. Такую систему ориентации, например, имеет спутник, ориентированный на Солнце, «Интеркосмос-1» (рис. 4). При аэrodинамических расчетах ориентированных ОКА кроме коэффициента аэродинамического сопротивления и плотности верхней атмосферы необходимо определять аэродинамические моменты для выбора оптимальных параметров системы ориентации и запасов сжатого газа в баллонах газореактивной системы.

К активным относятся системы стабилизации вращением ОКА относительно оси симметрии для поддержания определенной одноосной ориентации в пространстве в течение всего времени существования. Для расчетов ОКА с такими системами требуется опреде-

Рис. 5. «Космос-149».



ление также демпфирующего аэродинамического момента, возникающего при взаимодействии поверхности быстро вращающегося аппарата с газом верхней атмосферы.

Пассивные системы могут быть гравитационными, аэродинамическими и магнитными. На спутнике «Космос-149» (рис. 5), например, установлена аэродинамическая система ориентации. При расчетах аэродинамических моментов ОКА такого типа предъявляются повышенные требования к точности.

*Маневрирующие ОКА* разделяются на автоматические и пилотируемые. Кроме определения аэродинамических сил и моментов, а также параметров верхней атмосферы при расчетах ОКА такого типа важное значение приобретают вопросы взаимодействия струй реактивных двигателей с поверхностью аппарата и частично ионизированным разреженным газом верхней атмосферы.

*Системы ОКА* обычно применяются для проведения комплексных исследований космического пространства или Земли. Основное требование при расчетах — удержание аппаратов, одновременно движущихся по одной или нескольким орбитам, в определенном положении по отношению друг к другу. Повышенные требования предъявляются к точности не только определения аэродинамических характеристик, но и прогноза параметров верхней атмосферы на период существования систем ОКА. Типичным примером систем ОКА

являются спутники «Электрон-1 и -2», одновременно проводившие научные исследования на различных орbitах по одной программе.

По типу геометрической формы различают простые и сложные ОКА. Простые ОКА — первый ИСЗ (см. рис. 1) или спутники-баллоны — имеют выпуклую геометрическую форму, поэтому для определения их аэродинамических характеристик применяются методы, учитывающие только однократные соударения частиц газа с поверхностью. Для расчета ОКА невыпуклой геометрической формы — сложных ОКА (см. рис. 2—5) — применяются методы, позволяющие учитывать экранирование одних элементов конструкции другими и многократные соударения отраженных частиц газа с поверхностью.

Основной характеристикой ОКА является сила аэrodинамического сопротивления  $X = C_x A \rho v^2 / 2$  ( $C_x$  — соответственно коэффициент аэrodинамического сопротивления и характерная площадь аппарата;  $\rho$  — плотность атмосферы;  $v$  — скорость набегающего потока газа), которая создается различными источниками внешних возмущений, приводящих к торможению ОКА на орбите. Это не только силовое взаимодействие поверхности с нейтральными частицами верхней атмосферы, но и воздействие, например, заряженных частиц, солнечной радиации. Вклад этих источников внешних возмущений зависит от высоты полета. Как видно из графика (рис. 6), основным источником аэrodинамического воздействия на тела, движущиеся на высотах меньше 800 км, являются нейтральные частицы верхней атмосферы, на высотах больше 800 км — солнечное давление. Начиная с высот порядка 2000 км и выше, где большинство частиц верхней атмосферы ионизированы, внешние возмущения от набегающего потока газа создаются заряженными частицами.

На практике при расчетах удобнее пользоваться не величиной силы аэrodинамического сопротивления  $X$ , а его безразмерным коэффициентом  $C_x$ , являющимся функцией многих параметров ОКА и окружающей среды: геометрической формы, ориентации, свойств

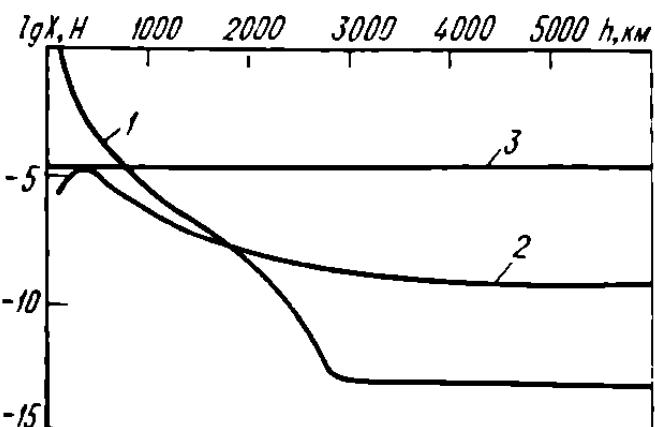


Рис. 6. Зависимость силы, создаваемой потоками нейтральных (1) и заряженных (2) частиц верхней атмосферы и солнечной радиации (3) при взаимодействии с алюминиевой поверхностью сферы радиуса 1 м, от высоты полета ОКА.

материала поверхности, высоты полета аппарата, состава верхней атмосферы и др.

При определении коэффициента  $C_x$  неориентированного ОКА учитывается изменение углового положения аппарата в зависимости от времени. Если период собственного вращения аппарата  $T_\omega$  намного меньше периода орбитального движения  $T_0$ , возможно осреднение  $C_x$  по углам атаки  $\alpha$ , при этом учитывается ориентация плоскости собственного вращения относительно плоскости орбиты. Если  $T_\omega$  сравнимо с  $T_0$ , то  $C_x$  осредняется по  $\alpha$  с некоторым вероятностным распределением, задаваемым в каждом конкретном случае. При движении по вытянутой эллиптической орбите торможение ОКА происходит на сравнительно небольшом участке в области перигея, поэтому  $C_x$  следует осреднять только в этой области.

Значения коэффициентов  $C_x$  ориентированных ОКА обычно не осредняются, потому что при известном угловом положении аппарата в пространстве для каждого момента времени текущие значения  $C_x$  известны, а их осреднение приводит к дополнительным погрешностям. Кроме коэффициентов  $C_x$  определяются коэффициенты аэродинамических моментов ориентированных ОКА. Тип системы и точность ориентации зависят от величины возмущающих моментов, поэтому значения и точность расчетных аэродинамических характеристик существенно влияют на параметры системы ориентации. Погрешности расчетных коэффициентов аэродинамических сил и моментов ОКА (25—40%) в некоторых случаях уже не могут удовлетворять запросам практики (например, при создании низколетящих ОКА с пассивными системами ориентации, построении низколетящих систем ОКА). Для повышения их точности необходимы дополнительные исследования, в том числе и специальные натурные эксперименты. При создании высокоточных систем ориентации ОКА следует также учитывать скорость ветра в верхней атмосфере.

Проектные параметры систем ориентации выбираются на основании результатов решения уравнений движения аппарата относительно центра масс в связанной с телом системе координат. Это требует представления аэродинамических характеристик в проекциях на оси связанной системы координат, а также в функциях элементов орбиты и других параметров, изменяющихся во время полета.

Одним из наиболее важных параметров в динамике разреженного газа является средняя длина свободного пробега частицы  $\bar{l}$  — статистическая средняя величина расстояния, проходимого частицами среды между последовательными столкновениями. Пример изменения  $\bar{l}$  согласно данным модели атмосферы CIRA-1965 с учетом 11-летних и суточных вариаций приведен на рис. 7.

В соответствии с данными кинетической теории газов коэффициент вязкости  $\mu$  равен примерно  $0,499 \rho v_{cp} \bar{l}$  ( $v_{cp}$  — средняя скорость молекул, связанная со скоростью звука  $a$  соотношением  $a = v_{cp} \sqrt{\pi k / 8}$ ,  $k$  — показатель степени в уравнении изэнтропы). Следовательно,  $\bar{l} \approx 1,255 \sqrt{k} \mu / \rho a$ .

Сравнение величин длины свободного пробега  $\bar{l}$  и характерного размера обтекаемого тела  $L$  позволяет судить о влиянии степени разреженности газа на характер взаимодействия и определить условные границы режимов обтекания. Если  $\bar{l} \ll L$ , то реализуется континуальное обтекание и при определении аэродинамических характеристик тела разреженность газа можно не учитывать. Если  $\bar{l} \gg L$ , то реализуется свободномолекулярное обтекание, для определения которого неприменимы методы аэrodинамики сплошных сред.

Безразмерное отношение  $\bar{l}/L$  называется числом Кнудсена (Кп). Оно связано с другими числами подобия (Маха —  $M$  и Рейнольдса —  $Re$ ) соотношением  $Kp \approx 1,255 \sqrt{k} M / Re$  (в выражения Кп и  $Re$  входит один и тот же характерный линейный размер тела). Число Кп характеризует степень разреженности среды, в которой происходит движение тела. В предельных случаях,  $Kp \rightarrow 0$ , происходит континуальное обтекание, а при  $Kp \rightarrow \infty$  — свободномолекулярное. При более строгом подходе к определению границ режимов об-

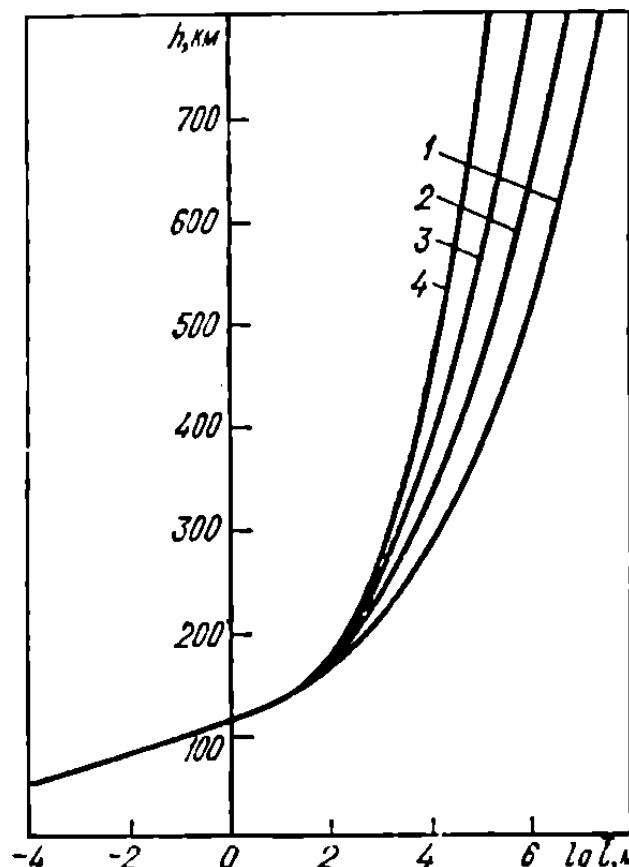


Рис. 7. Длина свободного пробега молекул атмосферы при разных уровнях солнечной активности ( $\bar{F}_{10,7}, 10^{22} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{Гц})$ ) и значениях местного времени ( $t_M$ , ч):  
 1 —  $\bar{F}_{10,7} = 65$ ,  $t_M = 4$ ; 2 —  $\bar{F}_{10,7} = 65$ ,  $t_M = 14$ ; 3 —  $\bar{F}_{10,7} = 250$ ,  $t_M = 4$ ; 4 —  $\bar{F}_{10,7} = 250$ ,  $t_M = 14$ .

текания необходимо рассматривать и другие критерии, учитывающие, например, форму тела, состав газа, законы взаимодействия молекул [73]. Однако на практике для подавляющего большинства орбит космических аппаратов такое разделение режимов обтекания вполне допустимо и уже при  $K_p \gg 1$  можно считать, что обтекание ОКА свободномолекулярное.

Главная особенность режима свободномолекулярного обтекания заключается в том, что отраженные от поверхности выпуклого тела частицы газа не искажают набегающий на тело поток, т. е. влиянием соударений отраженных и набегающих частиц в аэродинамических расчетах можно пренебречь. Аэродинамические характеристики определяются интегрированием по обтекаемой потоком газа поверхности тела сил  $P_i$ , действующих на элементарные площадки  $dA$ . Чаще всего при интегрировании используют коэффициенты нормальной  $P_n$  и касательной  $P_t$  составляющих аэродинамической силы.

Величина  $P_i$  является сложной функцией, зависящей от многих параметров. Она определяется исходя из кинетической теории газов. При этом газ считается дискретным потоком частиц (молекул или атомов), которые в совокупности характеризуются статистическими величинами: наиболее вероятной скоростью, средней скоростью и др.

Основным уравнением кинетической теории газов является интегро-дифференциальное уравнение Больцмана [114, 73]. С помощью этого уравнения находятся так называемые функции переноса (числа молекул, импульса, энергии) или функции распределения. Для определения свободномолекулярных течений используется частное решение уравнения Больцмана, которое приводит к известной функции распределения скоростей Максвелла  $f = (3/2\pi C_{cp}^2)^{1/2} \times \times e^{-C^2/2C_{cp}^2}$  ( $C$  и  $C_{cp}$  — текущая и средняя скорости теплового движения молекул). При наиболее вероятной скорости беспорядочного (теплового) движения молекул  $v_t = \sqrt{2C_{cp}^2/3} = \sqrt{2RT_\infty}$  ( $R$  — газовая постоянная;  $T_\infty$  — температура газа)  $f = e^{-C^2/2RT_\infty}/(2\pi RT_\infty)^{1/2}$ . Используя функцию распределения  $f$ , можно вычислить аэродинамические силы, действующие на элементарную площадку  $dA$  в свободномолекулярном потоке. При решении этой задачи отдельно рассматривается воздействие набегающих и отраженных от  $dA$  молекул. Для описания процесса взаимодействия молекул с поверхностью тела вводятся некоторые средние параметры, так называемые коэффициенты аккомодации [94] нормального импульса

$$\sigma_n = \frac{P_\infty - P_r}{P_\infty + P_w}, \quad (1)$$

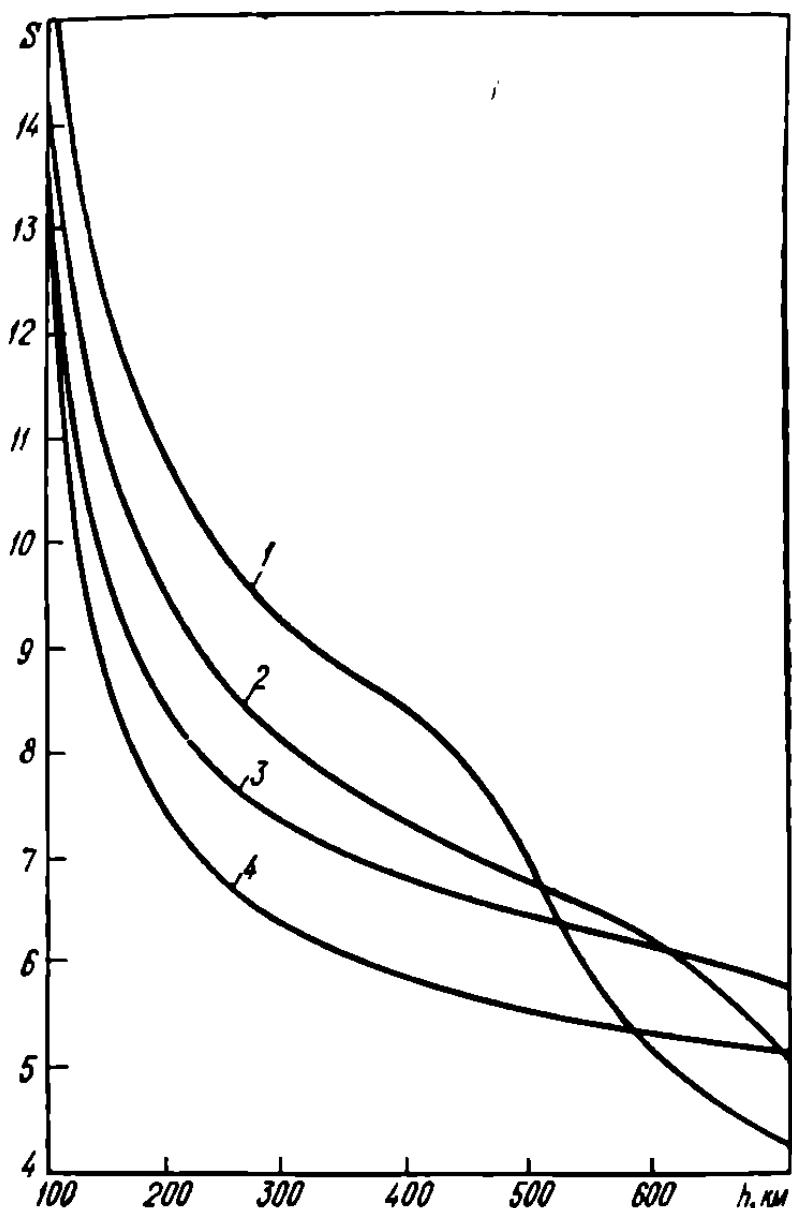


Рис. 8. Зависимость скоростного отношения  $S$  от высоты полета ОКА при разных уровнях солнечной активности ( $\bar{F}_{10,7}$ ,  $10^{22}$  Вт/(м $^2$  · Гц)) и значениях местного времени ( $t_m$ , ч):  
1—4 — значения те же, что и на рис. 7.

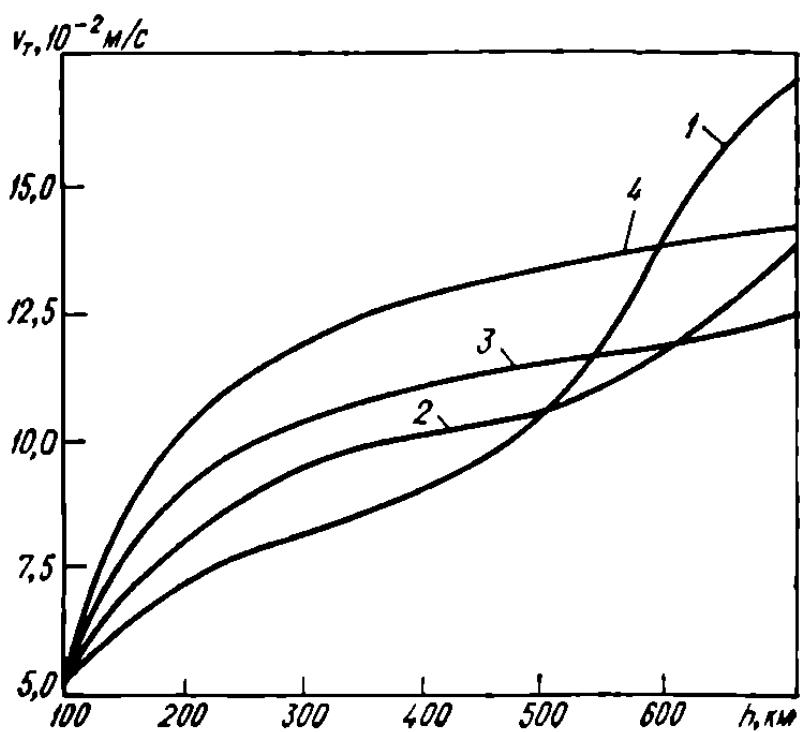


Рис. 9. Наиболее вероятная тепловая скорость молекул верхней атмосферы при разных уровнях солнечной активности ( $\bar{F}_{10,7}$ ,  $10^{22}$  Вт/(м $^2$  · Гц)) и значениях местного времени ( $t_m$ , ч):  
1—4 — значения те же, что и на рис. 7.

касательного импульса

$$\sigma_t = \frac{\tau_\infty - \tau_r}{\tau_\infty - \tau_w} \quad (2)$$

и энергии

$$\alpha_{ak} = \frac{E_\infty - E_r}{E_\infty - E_w} \quad (3)$$

( $E$  — энергия;  $P$ ,  $\tau$  — нормальный и касательный импульсы; индексы  $\infty$ ,  $r$  и  $w$  соответствуют термодинамически равновесным условиям при температуре набегающего и отраженного потоков и температуре поверхности). В результате выражения для коэффициентов нормальной  $P_n$  и касательной  $P_t$  составляющих силы, действующей на единичную площадку в свободномолекулярном потоке, принимают вид

$$\begin{aligned} P_n = & (2 - \sigma_n) \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\pi S}} e^{-S^2 \sin^2 \alpha} + (2 - \sigma_n) \left( \sin^2 \alpha + \frac{1}{2S^2} \right) \times \\ & \times [1 + \operatorname{erf}(S \sin \alpha)] + \frac{\sigma_n}{2S^2} \sqrt{\frac{T_w}{T_\infty}} e^{-S^2 \sin^2 \alpha} + \\ & + \sigma_n \frac{\sqrt{\pi} \sin \alpha}{2S} \sqrt{\frac{T_w}{T_\infty}} [1 + \operatorname{erf}(S \sin \alpha)]; \end{aligned} \quad (4)$$

$$P_t = \sigma_t \frac{\cos \alpha}{\sqrt{\pi S}} e^{-S^2 \sin^2 \alpha} + \sigma_t \sin \alpha \cos \alpha [1 + \operatorname{erf}(S \sin \alpha)], \quad (5)$$

где  $\alpha$  — угол атаки  $dA$ ;  $S = V/v_t$  — отношение скорости  $dA$  к наиболее вероятной скорости теплового движения;  $\operatorname{erf}(\delta) = 2/\sqrt{\pi} \times$

$\times \int_0^\delta e^{-z^2} dz$  — интеграл вероятности. Об изменении параметров  $S$  и  $v_t$

в условиях орбитального движения космических аппаратов можно судить по рис. 8, 9 (использованы данные модели CIRA-1965;  $V$  — скорость движения космического аппарата на круговой орбите).

Таким образом, при определении аэродинамических характеристик ОКА наиболее важное значение имеют учет состава и динамики верхней атмосферы, процесса взаимодействия поверхности ОКА с атмосферным газом, а также разработка методов расчета аэродинамических характеристик тел сложной геометрической формы.

## ВЕРХНЯЯ АТМОСФЕРА ЗЕМЛИ

Плотность атмосферы оказывает прямое влияние на величину аэродинамических сил и моментов ОКА и, следовательно, на эволюцию их орбит, время баллистического существования и ориентацию на орбите. Для исследования механизма передачи импульса и энергии поверхности космического аппарата набегающим потоком газа требуется знание ряда характеристик атмосферы: состава, концентрации отдельных нейтральных газовых компонентов, температуры, концентрации заряженных и возбужденных частиц и др.

В настоящей главе приведены основные сведения о вертикальной структуре атмосферы Земли, и в частности ее верхних слоев (чтобы выделить специфические особенности верхней атмосферы как среды, в которой происходит движение ОКА), закономерностях изменения физических параметров верхней атмосферы, атмосферных вариациях и их прогнозе. Описаны наиболее известные модели верхней атмосферы, а также приведены формулы для практической оценки ее плотности по данным о торможении ИСЗ.

### ВЕРТИКАЛЬНАЯ СТРУКТУРА

Рассмотрим кратко вертикальное деление атмосферы, рекомендованное МСГГ, с некоторыми уточнениями [44, 92].

В зависимости от изменения молекулярной массы (состава) атмосфера делится на два слоя.

**Гомосфера.** Высота границ слоя над уровнем моря 0—90 км. Молекулярный вес воздуха равен 28,966 и практически не зависит от высоты, так как относительная концентрация основных газов (азота, кислорода, аргона) постоянна. В гомопаузе (переходный слой к гетеросфере), на высотах 90—100 км, начинается изменение молекулярного веса вследствие диссоциации кислорода ( $O_2 \rightarrow 2O$ ).

**Гетеросфера.** Высота границ слоя 90—1000 км. Это область сильного изменения молекулярного веса воздуха — от 28,966 на высоте 90 км до 8 на высоте 1000 км. Начинается диссоциация азота ( $N_2 \rightarrow 2N$ ) и диффузационное распределение газов (с увеличением высоты повышается относительная концентрация легких газов).

В зависимости от изменения температуры атмосферу можно разделить на четыре слоя.

1. *Тропосфера*. Высота границ слоя 0—11 км (по МСГГ 0—9 км). Температура с увеличением высоты в среднем понижается. Переходная область к вышележащему слою — тропопауза.

2. *Стратосфера*. Высота границ слоя 11—50 км (9—25 км). Основная особенность — постоянство или повышение температуры с увеличением высоты. Переходная область (45—55 км) — стратопауза.

3. *Мезосфера*. Высота границ слоя 50—90 км (25—75 км). Температура понижается с увеличением высоты. Переходная область (85—90 км) — мезопауза.

4. *Термосфера*. Высота слоя 90 — (400—1000) км (больше 80 км). Температура систематически повышается с увеличением высоты и зависит от времени суток.

На высотах 350—800 км расположена область диссипации атмосферы, т. е. область, в которой молекулы вследствие теплового движения могут выходить из-под влияния земного притяжения и уходить в межпланетное пространство — экзосфера. Диссипации атмосферы способствуют высокая температура газов на этих высотах и большая длина свободного пробега частиц. Экзосфера — это область перехода от околосолнечного газа (плазмы) к межпланетному. Внешняя граница области находится на расстоянии 20 000—40 000 км и зависит от взаимного расположения Земли и Солнца.

На высотах более 60 км (80—400 км) коротковолновое солнечное излучение вызывает фотоионизацию атмосферы, вследствие чего создается область относительно высокой концентрации ионизированных частиц — ионосфера. Границы слоев ионосферы  $D$ ,  $E$ ,  $F_1$  и  $F_2$  находятся соответственно в пределах 60—110, 110—140, 140—220, 220—400 км. В слое  $D$  ионизирована одна из примерно  $10^{11}$  молекул, а в слое  $F_2$  — одна из приблизительно  $10^3$  молекул. Процесс рекомбинации ионов и электронов в ионосфере протекает весьма медленно, и в ночное время сохраняется довольно высокая концентрация заряженных частиц. На рис. 10 [92] приведены типичные для дневного и ночного времени распределения концентрации электронов  $n_e$  в зависимости от высоты. Данные относятся к геомагнитной широте 30—40°. Выше максимума слоя  $F_2$  вплоть до высоты, равной нескольким земным радиусам, где геомагнитное поле и протоионосфера (самая верхняя часть ионосферы) ограничены солнечным ветром, т. е. межпланетной плазмой, концентрация электронов монотонно убывает. В целом концентрация электронов и ионов одинакова, потому что они возникают и исчезают парами. Электрические силы

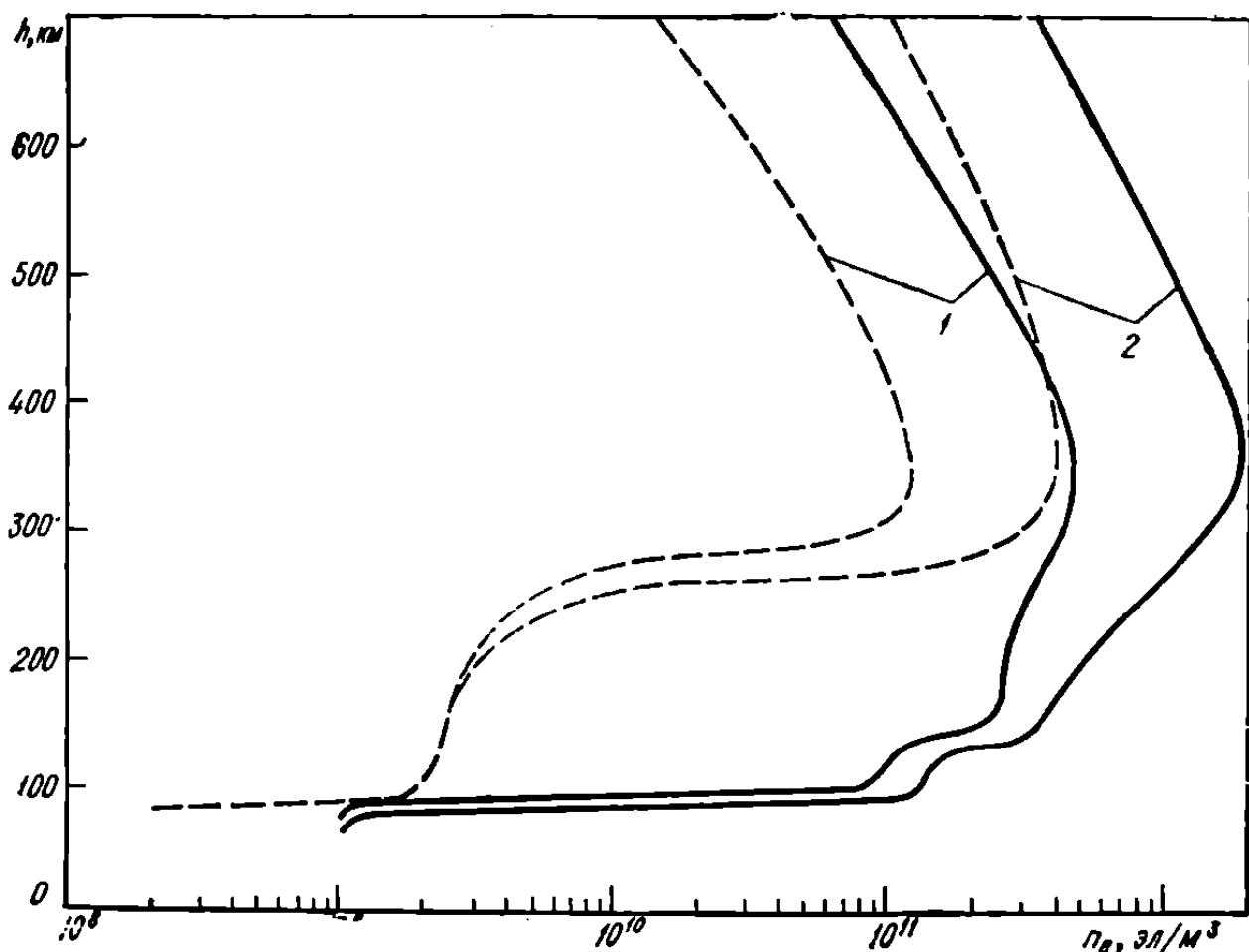
препятствуют возникновению сколько-нибудь значительного различия в концентрации положительных и отрицательных частиц. Однако электроны и ионы имеют разные дрейфовые скорости, чем и обуславливается появление ионосферных токов.

При полете в ионосфере космический аппарат подвергается влиянию дополнительных сил и моментов вследствие взаимодействия ионов с электрически заряженной поверхностью. В обычных условиях эти добавки малы, но в периоды солнечных и геомагнитных возмущений, когда в ионосфере резко возрастает концентрация заряженных частиц, они могут достигать 20—30%.

Рассмотрим подробнее слои ионосферы  $F_1$  и  $F_2$ , в которых происходит полет ИСЗ.

Слой  $F_1$  — это часть нижней ионосферы в диапазоне высот 140—220 км. Фотоионизация в нем обусловлена в основном излучением при  $\lambda = 200 \div 900 \text{ \AA}$ . В нижней части слоя преобладают ионы  $\text{NO}^+$  и  $\text{O}_2^+$ , в верхней — ионы  $\text{O}^+$ . В ночное время слой  $F_1$  выражен нечетко.

Рис. 10. Осредненные за год дневные (—) и ночные (— — —) значения концентрации электронов  $n_e$  в ионосфере при минимальной (1) и максимальной (2) солнечной активности.



Слой  $F_2$  — верхняя часть ионосферы — характеризуется абсолютным максимумом концентрации электронов. Высота максимума изменяется в широких пределах в зависимости как от уровня солнечной активности, так и от времени суток, а также от широты. В ионном составе преобладают ионы  $O^+$ ; следующие по распространенности — ионы  $N^+$ . Большинство одноатомных ионов не рекомбинирует непосредственно с электронами. Вступая в реакции, они образуют молекулярные ионы  $O_2^+$  и  $N_2^+$ , которые рекомбинируют затем сравнительно быстро.

Основной особенностью структуры верхней ионосферы является плавный, более медленный, чем в нижней, спад концентрации электронов. Она формируется главным образом магнитным полем Земли. Температура ионов отличается от температуры нейтральной среды незначительно, а электронов — может быть выше. В частности, в работе [92] отмечается, что температура электронов примерно в два раза выше температуры окружающей среды.

На высотах 20—110 км расположена область, в которой существенную роль играют химические преобразования (главным образом, фотохимические) — хемосфера.

Обширную область верхней атмосферы занимает эксайтосфера, в которой значительная доля частиц находится в возбужденных состояниях [37]. Одна из особенностей возбужденных частиц состоит в том, что атомы и молекулы имеют избыточное количество внутренней энергии. Ориентировочные границы расположения эксайтосферы 40—300 км.

## ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ

Одним из основных уравнений, используемых для определения параметров атмосферы, является уравнение гидростатического равновесия. В условиях гидростатического равновесия сумма сил, приложенных к элементарному объему газа, должна быть равна нулю. Рассмотрим элементарный объем единичного сечения высотой  $dh$ . Подъемная сила, обусловленная разностью давления верхней и нижней границ элемента  $dp$ , должна уравновешивать направленную вниз силу, обусловленную весом газа в этом объеме, т. е.

$$dp = -\rho g dh, \quad (1.1)$$

где  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность атмосферы;  $g$  — ускорение силы тяжести на высоте  $h$ . Предполагая, что воздух является идеальным газом, уравнение состояния записываем в виде

$$p = nkT, \quad (1.2)$$

где  $n$  — концентрация;  $k$  — постоянная Больцмана,  $k = 1,38 \times 10^{-16}$  эрг/К;  $T$  — температура. Для газовых компонентов справедливо равенство

$$\rho_i = n_i m_i, \quad (1.3)$$

где  $m_i$  — масса  $i$ -го газового компонента. Суммарная концентрация газа определяется как сумма всех компонентов,  $n = \sum_i n_i$ . Средний молекулярный вес  $M$  равен  $\sum_i n_i M_i / \sum_i n_i$ . Комбинируя уравнения (1.1) — (1.3), находим зависимость

$$\frac{dp}{p} = -\frac{mg}{kT} dh = -\frac{dh}{H}, \quad (1.4)$$

где  $m$  — средняя масса частиц;  $\frac{mg}{RT} = H$  — высота однородной атмосферы. Если  $m$ ,  $g$  и  $T$  постоянны, то  $H$  — высота, на которой давление изменяется на число  $e$  (основание натурального логарифма) по отношению к начальному уровню. Интегрируя уравнение (1.4), получаем

$$p_h = p_0 \exp \left( - \int_{h_0}^h \frac{mg}{kT} dh \right), \quad (1.5)$$

где  $p_0$  — давление на произвольно выбранном уровне  $h_0$ . В моделях верхней атмосферы обычно  $h_0$  — высота, на которой начинается диффузионное распределение газов. Аналогично, учитывая (1.2), получаем уравнения для определения концентрации и плотности:

$$n_h = n_0 \frac{T_0}{T} \exp \left( - \int_{h_0}^h \frac{mg}{kT} dh \right); \quad (1.6)$$

$$\rho_h = \rho_0 \frac{m T_0}{m_0 T} \exp \left( - \int_{h_0}^h \frac{mg}{kT} dh \right). \quad (1.7)$$

В уравнениях (1.5) — (1.7)  $T$  и  $m$  должны быть заданы как функции высоты. Зависимость  $g$  от  $h$  описывается формулой  $g_h = g_0 [(R + h_0)/(R + h)]^2$ , где  $g_0$  — ускорение силы тяжести на высоте  $h_0$ ;  $R$  — средний радиус Земли,  $R = 6371$  км.

Распределение параметров верхней атмосферы по высоте, характер и величины их основных вариаций установлены достаточно точно. Все они так или иначе связаны с изменением интенсивности солнечной энергии, поглощаемой атмосферой. О вариациях параметров атмосферы можно судить по данным табл. 1, в которой приведены ориентировочные относительные изменения плотности в основных вариациях верхней атмосферы на высотах 200, 500 и 800 км.

Вариации, связанные с солнечной активностью, можно разделить на вековые, соответствующие солнечным циклам (примерно 11- и 22-летние), месячные, обусловленные периодом обращения Солнца вокруг оси (примерно 27-дневные), и нерегулярные. Долго- и короткопериодические вариации в целом удовлетворительно коррелируют с индексами солнечной активности. Наиболее распрост-

ТАБЛИЦА 1

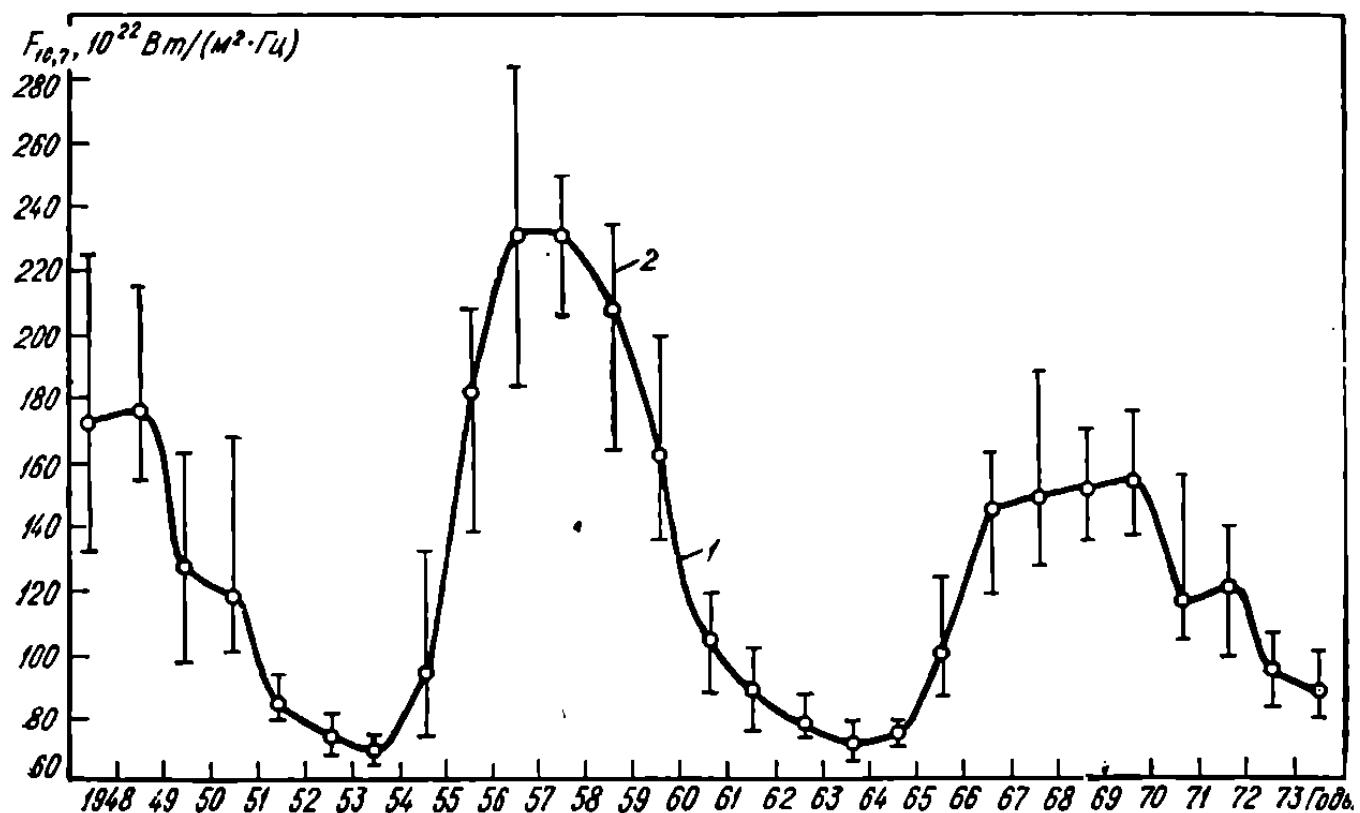
Вариации плотности верхней атмосферы	Среднее значение отношения максимальной плотности к минимальной на разных высотах (км)			Характерный период	
	200	500	800		
Связанные с солнечной активностью	вековые	дневные	1,7	13	16
		ночные	2,2	26	46
		месячные	1,2	2	2
Вызванные геомагнитной активностью				11 лет	
			1,5	3	3
Суточные	максимум солнечной активности		1,3	3,5	5,6
	минимум солнечной активности		1,7	6,8	1,6
					24 ч
Полугодовые		1,5	2,5	2	6 мес

раненные индексы солнечной активности — относительные числа солнечных пятен или числа Вольфа — определяются по формуле  $w = k(10g + f)$ , где  $k$  — коэффициент, зависящий от условий видимости Солнца, используемых инструментов и методов наблюдений;  $g$  — число групп пятен на видимом диске Солнца;  $f$  — число пятен во всех группах. По наблюдениям солнечных пятен устанавливается такой индекс, как суммарная максимальная площадь групп пятен [36]. В качестве индексов радиоизлучения Солнца используют плотность потока на разных длинах радиоволн, от метров до миллиметров, выраженную в единицах  $10^{-22}$  Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$ ).

Вариации верхней атмосферы удовлетворительно коррелируют с изменениями значений индекса  $F_{10,7}$  (плотность потока на длине волны 10,7 см), поэтому он наиболее часто используется для привязки параметров атмосферы к уровню солнечной активности. Связь между радиоизлучением и плотностью атмосферы обусловлена тем, что ультрафиолетовое и рентгеновское излучения, ответственные за разогрев атмосферы, генерируются в тех же областях Солнца, что и излучение в сантиметровом и дециметровом диапазонах, — в верхней хромосфере.

Солнечная активность изменяется по циклам. Наиболее устойчивый цикл определяется законом Швабе — Вольфа: относитель-

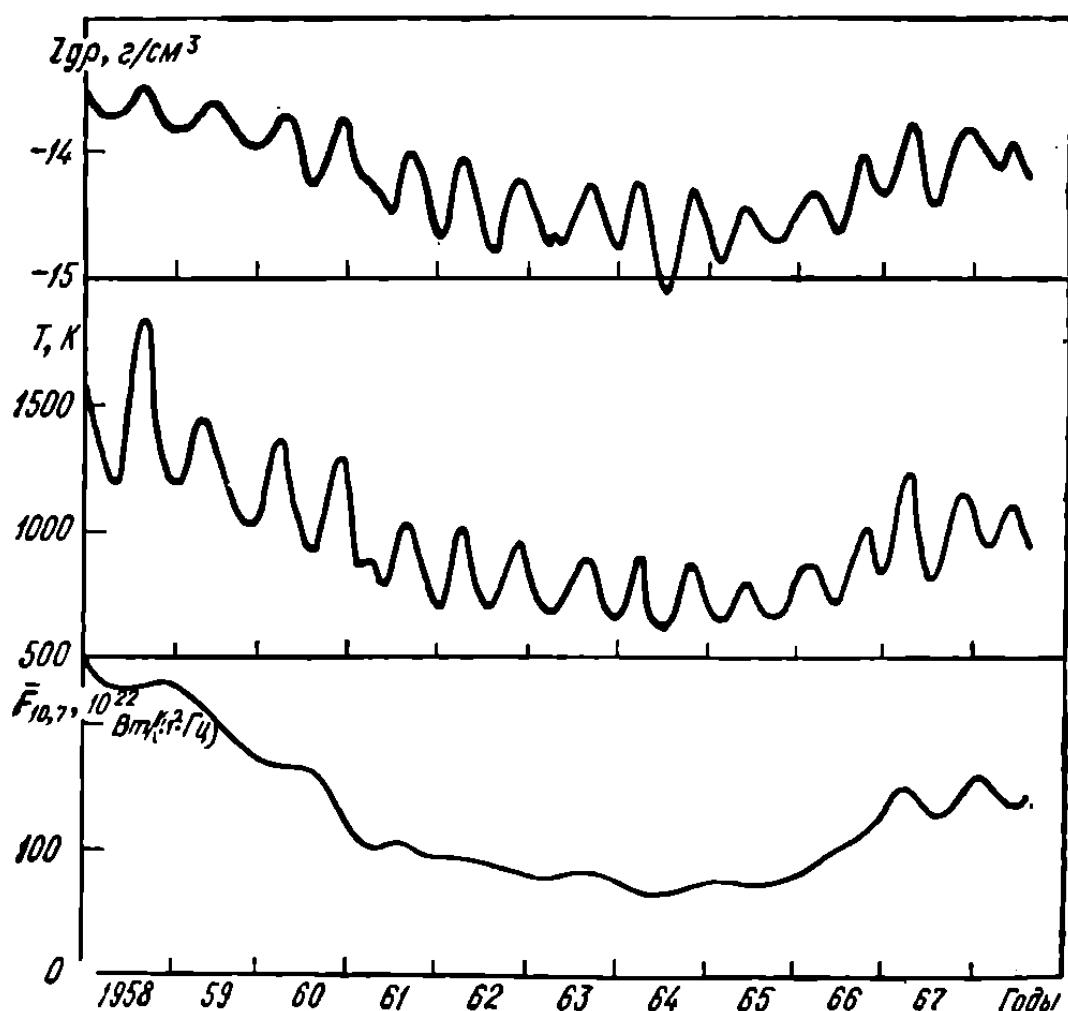
Рис. 11. Среднегодовые (1) и предельные среднемесячные (2) значения плотности потока радиоизлучения Солнца на длине волны 10,7 см.



ные числа солнечных пятен изменяются по циклам со средним периодом порядка 11,1 год. Согласно Цюрихской нумерации 11-летних циклов солнечных пятен начало 1-го цикла относится к 1755 г. Данные о цикличности солнечной активности с 1948 по 1974 г. приведены на рис. 11.

В первые 22-летние циклы солнечной активности были выявлены К. И. Хэйлом [130, 36], открывшим закон изменения полярности магнитного поля солнечных пятен при переходе от одного 11-летнего цикла к другому. 22-летний цикл обычно начинается четным 11-летним циклом. Начиная с десятого цикла наблюдается устойчивое чередование высот циклов по правилу: четный — низкий, нечетный — высокий. Среднее отношение высот нечетных циклов к четным за этот период составило величину  $1,42^{+0,21}_{-0,17}$  [36]. Месячные циклы солнечной активности объясняются вращением Солнца и пятнообразованием на его поверхности. Период этих колебаний равен примерно 27—30 сут (в зависимости от гелиоцентрической широты солнечных пятен).

Рис. 12. Осредненные за 10 сут значения плотности и температуры атмосферы на высотах порядка 350 км, полученные по данным о торможении спутника «Эксплорер-1».



Существует несколько теорий солнечной активности. Условно их можно разделить на две группы. Одна из них основана на предположении, что солнечная активность обусловлена внешним воздействием со стороны планет, вследствие которого происходят планетные приливы на Солнце или изменения положения центра Солнца относительно центра масс солнечной системы. Исходя из теории другой группы, причину солнечной активности следует искать в самом Солнце, так как внешние воздействия не имеют существенного значения.

На рис. 12 и 13 приведены данные о реакции атмосферы соответственно на вековые [132] и месячные [65] вариации солнечной активности. Видно, что на месячные вариации накладываются колебания, вызванные изменениями геомагнитной активности. Установлено, что временное отставание месячных вариаций от среднесуточных значений  $F_{10,7}$  составляет  $1,0 \pm 0,12$  дня, что может быть объяснено тепловой инерцией атмосферы [146].

Рассмотрим вариации, вызванные геомагнитной активностью. Короткопериодические флуктуации плотности и температуры продолжительностью от одного до нескольких дней в зависимости от сильных и слабых геомагнитных возмущений прослежены на основе анализа данных о торможении многих спутников в области высот 125—1000 км. Оказалось, что в начале магнитной бури резко повышаются температура и плотность в зоне полярных сияний и атмосферные возмущения доходят до области экватора в значительно ослабленном виде примерно через 7 ч [132]. Механизм влияния магнитных возмущений на верхнюю атмосферу пока не ясен, хотя большинство исследователей склоняется к мнению, что он связан с усилением корпускулярных потоков.

Для характеристики уровня геомагнитной активности обычно используют индексы  $K_p$ ,  $a_p$  и  $A_p$ . Планетарный трехчасовой индекс  $K_p$  — это осредненное значение измерений магнитной активности (индекса  $K$ ), проведенных в 12 обсерваториях, которые расположены в диапазоне  $47,7$ — $62,5^\circ$  геомагнитной широты. Измерения индекса  $K$ , изменяющегося в квазилогарифмическом масштабе от нуля до 9 ед. ведутся в каждой обсерватории для каждого из восьми трехчасовых интервалов в 1 сут. Если необходим линейный масштаб, используется индекс  $a_p$ , измеряемый в диапазоне от нуля до 400 ед., равных 2 гаммам. Индекс  $K_p$  переводится в  $a_p$  по специальным таблицам и соотношениям [75]. Индекс  $A_p$  является средним значением индекса  $a_p$  для суток.

Средняя величина запаздывания атмосферных колебаний после геомагнитных возмущений на географических широтах  $25$ — $65^\circ$

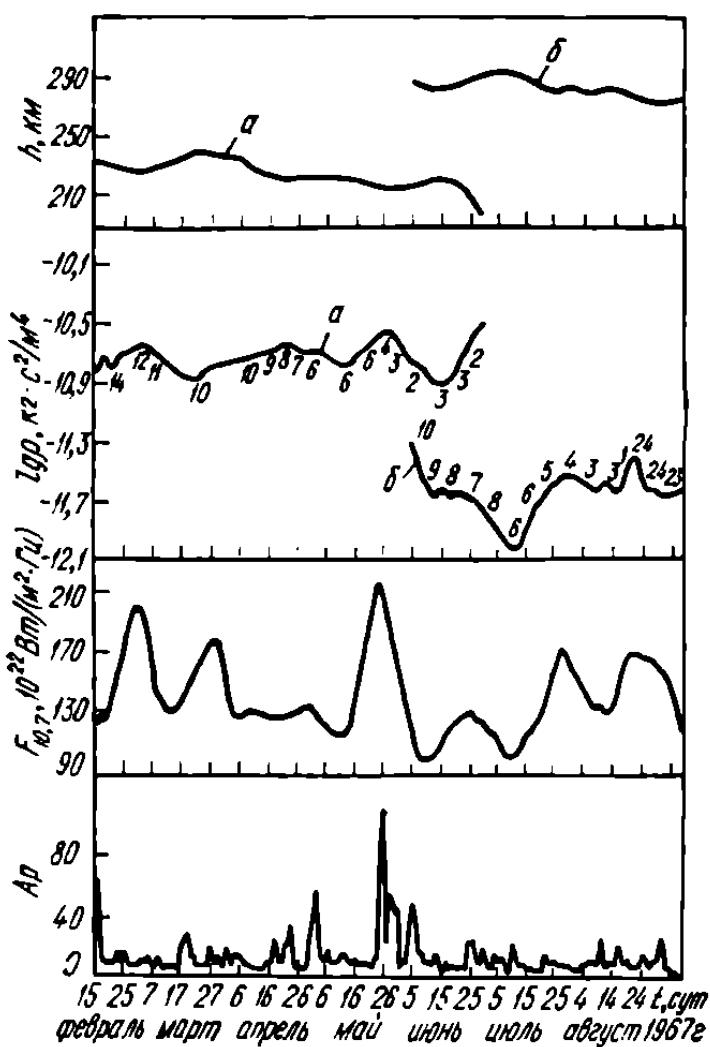


Рис. 13. Значения плотности атмосферы, полученные по данным о торможении ИСЗ «Космос-142» (а) и «Космос-163» (б) при  $h = 210 \div 290$  км,  $F_{10,7} = 210 \cdot 10^{-22}$  Вт/(м<sup>2</sup> · Гц),  $A_p = 0 \div 100$  (цифрами обозначено  $t_m$ , ч).

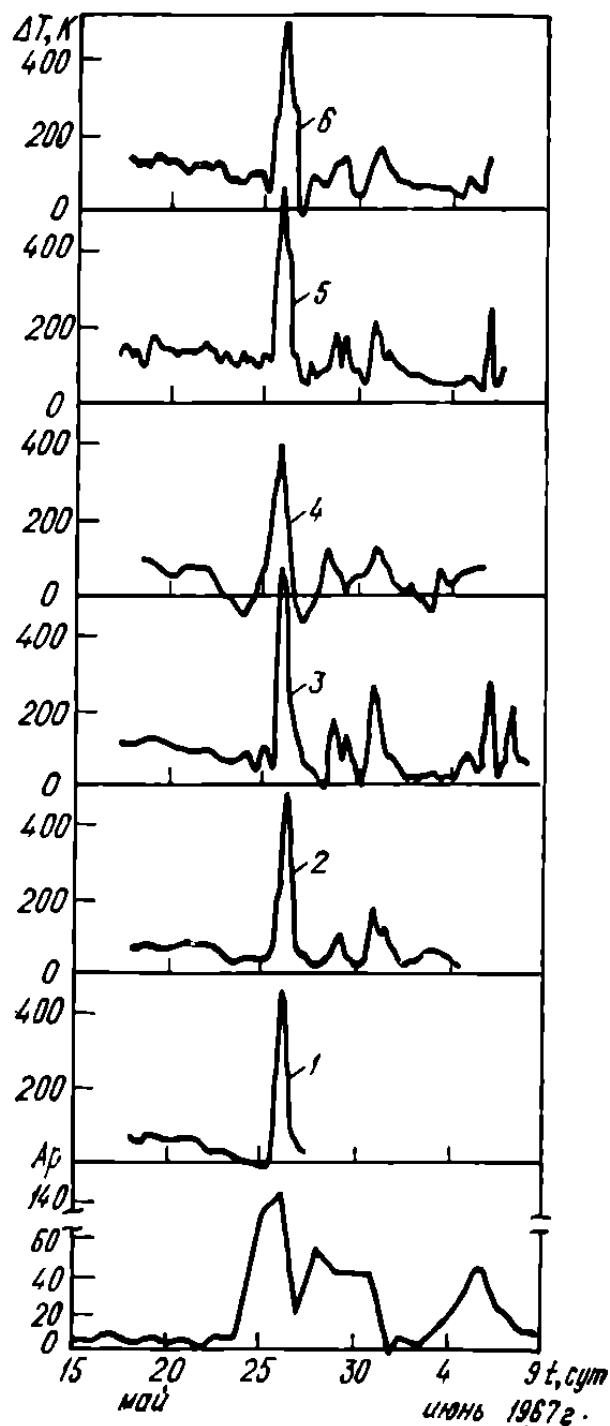


Рис. 14. Изменение температуры атмосферы в период геомагнитных колебаний (май — июнь 1967 г.) по данным о торможении шести ИСЗ:

1 — «Эксплорер-1»,  $h = 338$  км; 2 — «Эксплорер-8»,  $h = 427$  км; 3 — «Эксплорер-24»,  $h = 553$  км; 4 — «Авангард-2»,  $h = 567$  км; 5 — «Эксплорер-19»,  $h = 709$  км; 6 — «ЭхоЖ-2»,  $h = 1001$  км.

составляет  $6,7 \pm 0,3$  ч [132]. О влиянии геомагнитных колебаний на верхнюю атмосферу можно судить по данным, приведенным на рис. 14 [132].

Суточные и сезонно-широтные вариации объясняются различной степенью разогрева областей термосферы коротковолновой солнечной радиацией в дневное и ночное время. Вследствие тепловой инерции атмосферы максимум суточного изменения плотности  $\rho_{\max}$  и температуры  $T_{\max}$  отстает от подсолнечной точки примерно на 40—50° и приходится на 14—15 ч местного времени, минимальные плотность  $\rho_{\min}$  и температура  $T_{\min}$  атмосферы приходятся на 4—5 ч местного времени. В работах [82, 83, 61] получены данные, из которых следует, что  $\rho_{\max}$  и  $T_{\max}$  приходятся на 15—17 ч, а  $\rho_{\min}$ ,  $T_{\min}$  — на 2—3 и 6—8 ч местного времени. Примеры суточных колебаний плотности приведены на рис. 15 [83] и в работе [65].

Рис. 15. Значения плотности атмосферы, полученные по данным о торможении спутников «Космос-101» (●), «Космос-106» (○) и «Космос-116» (●). Кривые вычислены по данным модели CIRA-1965 и соответствуют значениям параметра  $\rho H^{1/2}$  при  $\bar{F}_{10,7} = 100 \cdot 10^{-22}$  Вт/(м<sup>2</sup> · Гц),  $h = 280$  (1), 300 (2) км.

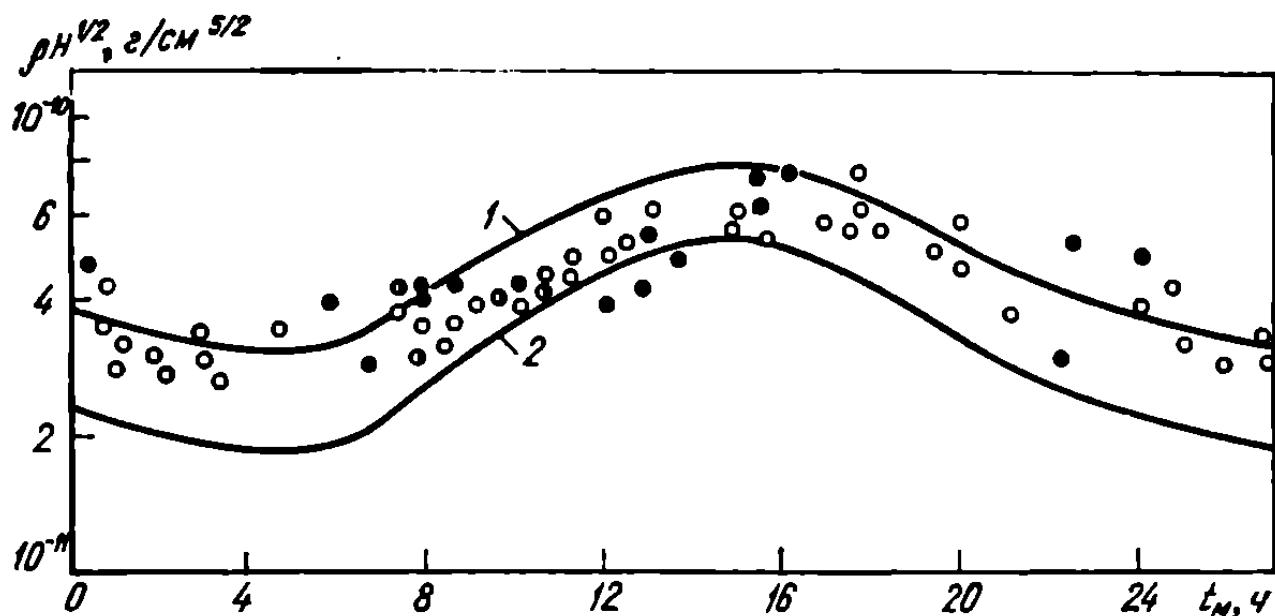
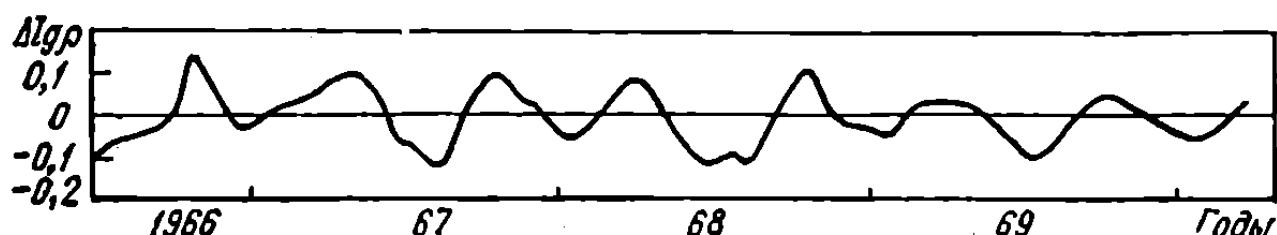


Рис. 16. Полугодовые колебания плотности атмосферы, вычисленные по данным о торможении спутника «Эксплорер-32».



Одним из наименее понятных явлений в динамике верхней атмосферы являются полугодовые вариации. Впервые отмеченные Х. К. Пейцольдом и Х. Шёрнером [144] в 1960 г. по данным о торможении третьего советского спутника, в дальнейшем они были много-кратно подтверждены в широком диапазоне высот, от 90 до 1500 км. Показано, что плотность достигает устойчивых максимумов в начале апреля и конце октября и минимумов — в январе и июле. Октябрьский максимум в большинстве случаев незначительно превышает апрельский, а июльский минимум всегда намного глубже-январского. Полугодовые вариации атмосферы довольно значительны по величине. Так, на высоте 350 км колебания температуры составляют примерно  $\pm 100$  К, а плотности —  $\pm 20\%$ . На рис. 16 [132] приведен пример полугодовых колебаний плотности атмосферы.

## МОДЕЛИ

Рассмотрим кратко модели верхней атмосферы Земли, широко используемые в аэродинамике космических аппаратов (подробно они описаны в справочнике [44] и работах [132, 38]).

Стандартная модель атмосферы СССР 1964 г. (СМА СССР-64) [107] используется для вычисления значений основных термодинамических параметров и других характеристик атмосферы (температуры  $T_h$ , давления  $p_h$ , плотности  $\rho_h$ , скорости звука  $a$ , вязкости  $\mu$ ,  $v$ , длины свободного пробега молекул  $\bar{l}$ , молекулярной массы  $M$ ) для высот 0—200 км и некоторых параметров ( $T_h$ ,  $p_h$ ,  $\rho_h$ ,  $M$ ) для высот 200—300 км. При построении этой модели за исходные параметры были приняты значения температуры и молекулярного веса воздуха, полученные экспериментально с помощью радиозондов, метеорологических и геофизических ракет в северном полушарии. Остальные параметры рассчитаны по формулам, полученным из уравнений гидростатического равновесия и состояния идеального газа. На высотах более 100 км параметры атмосферы могут изменяться в основном в зависимости от уровня солнечной активности. Приведенные в таблицах данные соответствуют среднему уровню солнечной активности.

Международная стандартная модель CIRA-1965 [126] разработана четвертой группой совместно с другими научными коллектиками Комитета по исследованию космического пространства (COSPAR). В ней обобщены сведения о газовой оболочке Земли на высотах более 30 км. В первой части приведены таблицы средних значений характеристик атмосферы на высотах 30—300 км. Вторая часть состоит из таблиц и графиков зависимости ветра, темпера-

туры, давления и плотности от географической широты и сезона на высотах 30—80 км. Значения температуры и давления сопоставлены со значениями зонального ветра.

Наибольший интерес с точки зрения аэродинамики ОКА представляет третья часть модели: результаты исследований атмосферы

на высотах 120—800 км, полученные в основном по данным о торможении ИСЗ. В таблицах приведены значения температуры, плотности, давления, высоты однородной атмосферы, среднего молекулярного веса и концентрации газовых компонентов  $N_2$ ,  $O_2$ ,

$O$ ,  $He$  и  $H$  при разных уровнях солнечной активности. Отдельные вариации атмосферных параметров рекомендуется определять по эмпирическим формулам. Месячные колебания экзосферной температуры  $T$  и плотности  $\rho$  вычисляются по формулам

$$\Delta T = 1,9 (F_{10,7} - \bar{F}_{10,7}), \text{ К}; \quad \Delta \lg \rho = m(h, t_m) (\lg F_{10,7} - \lg \bar{F}_{10,7})$$

(значения коэффициента  $m(h, t_m)$  для разных высот  $h$  и местного времени  $t_m$  приведены в табл. 2); зависимость температуры экзосферы от уровня геомагнитной активности, характеризуемого трехчасовым планетарным индексом  $a_p$ ,

$$\Delta T = 1,0^\circ a_p + 125^\circ [1 - \exp(-0,08a_p)];$$

изменение экзосферной температуры в полугодовых колебаниях —

$$\Delta T = \left\{ \left[ 0,39 + 0,15 \sin \left( 2\pi \frac{d - 172}{265} \right) \right] \sin \left( 4\pi \frac{d - 80}{365} \right) - 0,30 \right\} \bar{F}_{10,7}$$

( $d$  — порядковый номер дня года начиная с 1 января).

Модель CIRA-1965 применяется для определения параметров структуры атмосферы на широтах ниже  $40^\circ$ . Оценки точности модельных значений плотности верхней атмосферы, полученные на основании данных о торможении спутников серии «Космос» [29], показали, что влияние таких факторов, как высота, уровень солнечной и геомагнитной активности, суточный и полугодовой эффекты, учитывается в модели достаточно полно. В целом модельные значения плотности на высотах 180—300 км при  $F_{10,7} = (65 \div 180) \times 10^{-22} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{Гц})$  завышены примерно на 8%. Расхождение экспериментальных и модельных значений плотности достигает 60%.

ТАБЛИЦА 2

$t_m$ , ч	$h$ , км				
	200	300	400	500	600
0—8	0,3	1,0	1,7	2,2	2,7
8—12	0,3	0,85	1,4	1,7	2,0
12—20	0,3	0,7	1,1	1,2	1,3
20—24	0,3	0,85	1,7	1,7	2,0

Модель Л. Д. Яккия 1971 г. [132] является дальнейшим совершенствованием моделей 1965 и 1970 гг. [133, 131]. Считается, что верхняя атмосфера состоит из азота ( $N_2$ ), кислорода ( $O_2$ ,  $O$ ), аргона ( $Ar$ ), гелия ( $He$ ) и, начиная с высоты 500 км, водорода ( $H$ ). На высотах более 100 км предполагается диффузионное распределение компонентов атмосферы. Уравнение, описывающее поведение каждого  $i$ -го компонента, имеет вид

$$\frac{dn_i}{n_i} = - \frac{M_i g}{kT} dh - \frac{dT}{T} (1 + \alpha_i), \quad (1.8)$$

а его решение [50] —

$$n_i = n_{i(h_0)} \left\{ \left[ \frac{T(h_0)}{T} \right]^{1+\alpha_i} \exp \left( - \int_{h_0}^h \frac{M_i g}{kT} dh \right) \right\},$$

где  $\alpha_i$  — термический диффузионный коэффициент ( $\alpha = -0,38$  для гелия,  $\alpha = 0$  для других компонентов атмосферы);  $h$  — высота над поверхностью Земли;  $M_i$  — молекулярный вес  $i$ -го газового компонента;  $g$  — гравитационное ускорение ( $g = 980,665 \left(1 + \frac{h}{R_l}\right)$ , см/с<sup>2</sup>,  $R_l = 6356,766$  км).

Для определения плотности водорода при  $h > 500$  км рекомендуется формула

$$\lg n = 73,13 - 39,40 \lg T_{500} + 5,5 (\lg T_{500})^2,$$

где  $T_{500}$  — температура экзосферы на высоте 500 км. Определение параметров атмосферы сводится к нахождению значений экзосферной температуры  $T_\infty$  при помощи рекомендемых эмпирических зависимостей и решению дифференциального уравнения (1.8).

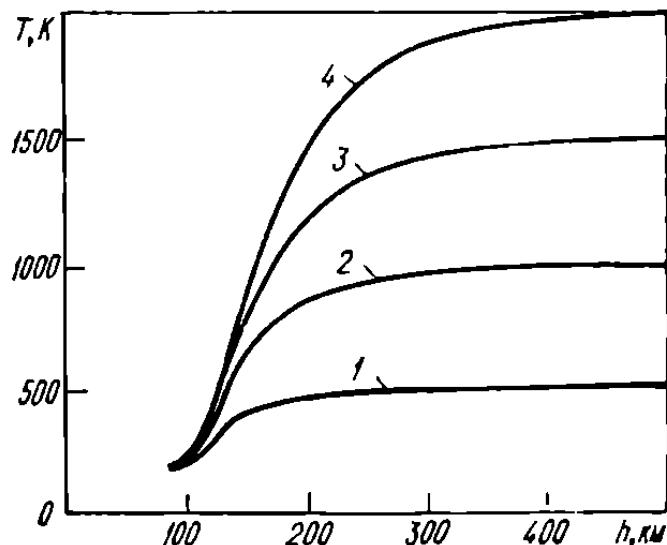


Рис. 17. Изменение температуры верхней атмосферы при  $T_\infty = 500$  (1), 1000 (2), 1500 (3), 2000 (4) К.

В таблицах приведены данные о плотности, среднем молекулярном весе, высоте однородной атмосферы и концентрации газовых компонентов  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $O$ ,  $He$ ,  $H$ .

Изменение основных параметров верхней атмосферы согласно модели Л. Д. Яккия 1971 г. показано на рис. 17—19.

Изменение температуры экзосферы в зависимости от уровня солнечной активности  $F_{10,7}$  определяется с помощью уравнения

$$T_\infty = 379^\circ + 3,24^\circ \bar{F}_{10,7} + 1,3^\circ (F_{10,7} - \bar{F}_{10,7}), \quad (1.9)$$

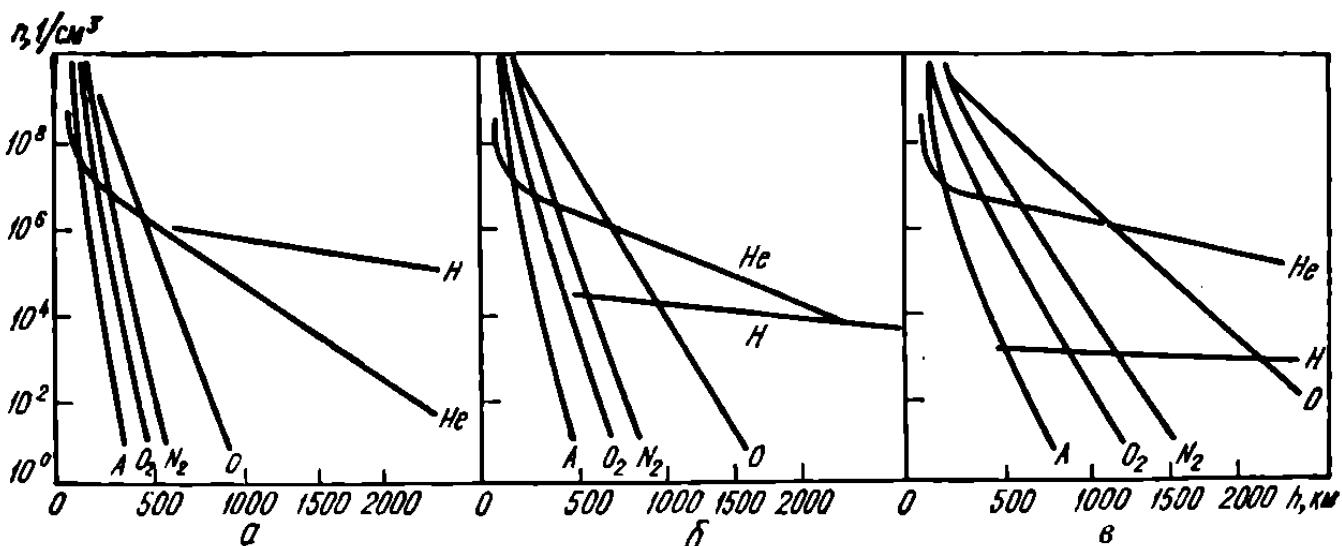
где  $\bar{F}_{10,7}$  — осредненный за период трех оборотов Солнца вокруг своей оси индекс  $F_{10,7}$ . Это уравнение применимо при  $K_p = 0$ . Изменение температуры атмосферы в зависимости от времени суток (при  $K_p = 0$ ) описывается уравнением

$$T_t = T_\infty (1 + R \sin^m \theta) \left( 1 + R \frac{\cos^m \eta - \sin^m \theta}{1 + R \sin^m \theta} \cos^n \frac{\tau}{2} \right),$$

где  $\theta = \frac{1}{2} |\Phi + \delta_0|$ ;  $\Phi$  — географическая широта;  $\delta_0$  — склонение Солнца;  $\eta = \frac{1}{2} |\Phi + \delta_0|$ ;  $\tau = H + \beta + P \sin(H + \gamma)$ ,  $-\pi < \tau < \pi$ ;  $H$  — часовой угол Солнца (местное солнечное время, определяемое по верхней кульминации);  $R = 0,3$ ;  $m = 2,2$ ;  $n = 3,0$ ;  $\beta$ ,  $P$ ,  $\gamma$  равны соответственно  $-37^\circ$ ;  $+6^\circ$ ;  $+43^\circ$ . Поправки на температуру и плотность при учете вариаций, вызванных геомагнитной активностью, рекомендуется вычислять по формулам

$$\Delta \lg \rho = 0,012K_p + 1,2 \cdot 10^{-5} \exp K_p; \quad \Delta T_\infty = 14^\circ K_p + 0,02^\circ \exp K_p;$$

Рис. 18. Зависимость концентрации основных газовых компонентов верхней атмосферы от высоты при  $T_\infty = 600$  (а), 1000 (б), 1800 (в) К ( $A$  — остальные газовые компоненты).



полугодовые колебания плотности —

$$\Delta \lg \rho = f(h) g(t),$$

где  $f(h) = (5,876 \cdot 10^{-7} h^{2,331} + 0,06328) \exp(-2,868 \cdot 10^{-3} h)$ ;  $g(t) = 0,02835 + 0,3817 [1 + 0,4671 \sin(2\pi t + 4,137)] \sin(4\pi t + 4,259)$ ,  $t$  — время, выраженное в модифицированных юлианских днях;  $\tau = \Phi + 0,09544 \{[0,5 + 0,5 \sin(2\pi \Phi + 6,035)]^{1,650} - 0,5\}$ ;  $\Phi = (t - 36204) \cdot 365,2422^{-1}$  (см. таблицы для функций  $f(h)$  и  $g(t)$ ).

Сезонно-широтные колебания плотности наиболее существенны на высотах 105—120 км и практически исчезают после 160 км, растворяясь в суточных вариациях. В модели приведены формулы для их определения. Увеличение концентрации гелия в районе полюса удовлетворительно описывается формулой

$$\Delta \lg n = 0,65 \left| \frac{\delta_0}{e} \right| \left[ \sin^3 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\Phi \delta_0}{2|\delta_0|} \right) - \sin^3 \frac{\pi}{4} \right],$$

где  $e$  — наклон к плоскости эклиптики, равный  $23,44^\circ$ .

В основу модели положены значения плотности, полученные по данным о торможении ИСЗ. При определении плотности использовались значения коэффициента аэродинамического сопротивления  $C_x$  спутников, вычисленные исходя из теории, изложенной в работе [127]. В частности, на высотах 200—400 км значение  $C_x$  принималось равным 2,2.

Модель плотности верхней атмосферы И. И. Волкова, Б. В. Ку-гаенко, П. Е. Эльясберга [38] построена на основании данных о торможении ИСЗ серии «Космос» и рассчитана для высот 160—600 км.

Рис. 19. Плотность верхней атмосферы при  $T_\infty = 500$  (1), 600 (2), 800 (3), 1000 (4), 1300 (5), 1600 (6), 1900 (7) К.

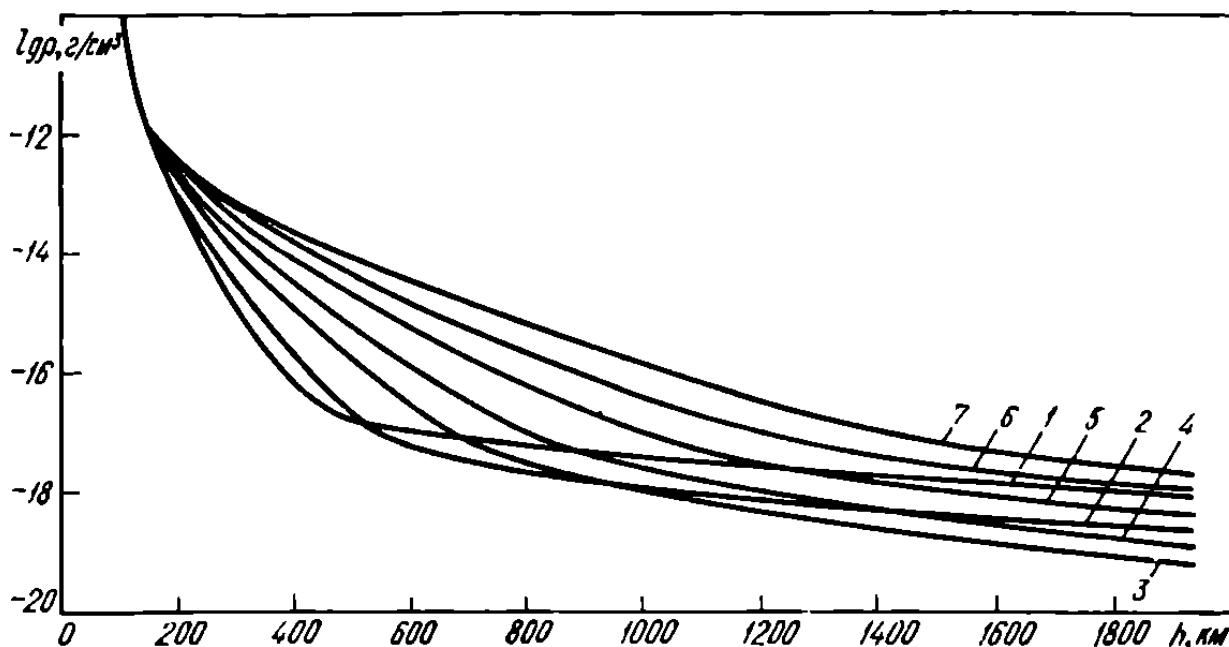


ТАБЛИЦА 3

Коэффициент	$\bar{F}_{10,7} \cdot 10^{22} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{Гц})$			
	75	100	125	150
$a_1$	-14,030	-15,095	-17,028	-16,072
$a_2$	0,9108	0,8299	0,7198	0,7155
$a_3$	59,77	68,92	93,36	70,33
$b_1$	-0,630	-0,75	-0,710	-0,765
$b_2$	0,00506	0,00560	0,00562	0,00571
$C_1$	0,130	-0,172	-0,274	-0,247
$C_2$	0,00014	0,00217	0,00257	0,00199
$C_3$	3,733	3,784	4,048	4,698
$C_4$	-507,95	-566,11	-632,63	-707,58
$C_5$	189,85	200,97	230,76	278,35
$C_6$	-0,041	-0,047	-0,038	-0,012
$m_1$	4,2	4,1	4,4	5,2
$m_2$	6,0	6,0	5,9	5,9
$\Psi_1$	37°,4	34°,2	34°,5	33°,8
$\Psi_2$	325°,9	318°,0	308°,0	322°,2
$A_1$	-0,602	-0,526	-0,513	-0,607
$A_2$	0,00669	0,00636	0,00631	0,00670
$e_1$	-0,132	-0,130	-0,128	-0,115
$e_2$	0,00108	0,00104	0,00095	0,00089
$\bar{a}_p$	2	2	3	4

ТАБЛИЦА 4

$d$	$A_d$	$d$	$A_d$	$d$	$A_d$
0	-0,067	120	0,059	250	-0,085
10	-0,088	130	0,017	260	-0,018
20	-0,094	140	-0,027	270	0,059
30	-0,088	150	-0,065	280	0,123
40	-0,053	160	-0,103	290	0,161
50	-0,005	170	-0,136	300	0,170
60	0,039	180	-0,156	310	0,156
70	0,090	190	-0,172	320	0,119
80	0,123	200	-0,180	330	0,073
90	0,133	210	-0,183	340	0,027
100	0,126	220	-0,179	350	-0,023
110	0,099	230	-0,163	360	-0,055
		240	-0,133	370	-0,078

Плотность верхней атмосферы определяется по формуле

$$\rho = \rho_n k_1 k_2 k_3 k_4,$$

где  $\rho_n$  — ночной вертикальный профиль плотности атмосферы,  $\rho_n = \exp [a_1 - a_2 (h - a_3)^{0.5}]$ ;  $k_1$  — переменность плотности в зависимости от интенсивности солнечного радиоизлучения  $F_{10.7}$  относительно некоторого среднего уровня радиоизлучения  $\bar{F}_{10.7}$ ,

$$k_1 = 1 + (b_1 + b_2 h) (F_{10.7} - \bar{F}_{10.7}) \bar{F}_{10.7}^{-1};$$

$k_2$  — суточный эффект в распределении плотности,

$$k_2 = 1 + \{C_1 + C_2 h + C_3 \exp [-(h + C_4)^2 C_5^{-2}]\} \left( \cos^{m_1} \frac{\psi_1}{2} + \right. \\ \left. + C_6 \cos^{m_2} \frac{\psi_2}{2} \right);$$

$k_3$  — поправка на полугодовой эффект,

$$k_3 = 1 + (A_1 + A_2 h) A_d;$$

ТАБЛИЦА 5

$h$ , км	$\bar{F}_{10.7} \cdot 10^{22}$ Вт/(м <sup>2</sup> · Гц)			
	75	100	125	150
140	$0,231 \cdot 10^{-9}$	$0,254 \cdot 10^{-9}$	$0,295 \cdot 10^{-9}$	$0,267 \cdot 10^{-9}$
160	$0,883 \cdot 10^{-10}$	0,101	0,113	0,120
180	0,370	$0,441 \cdot 10^{-10}$	$0,494 \cdot 10^{-10}$	$0,583 \cdot 10^{-10}$
200	0,167	0,207	0,237	0,303
220	$0,792 \cdot 10^{-11}$	0,103	0,121	0,165
240	0,393	$0,534 \cdot 10^{-11}$	$0,655 \cdot 10^{-11}$	$0,938 \cdot 10^{-11}$
260	0,203	0,288	0,368	0,550
280	0,108	0,160	0,214	0,331
300	$0,593 \cdot 10^{-12}$	$0,915 \cdot 10^{-12}$	0,128	0,204
320	0,333	0,535	$0,780 \cdot 10^{-12}$	0,128
340	0,191	0,319	0,487	$0,824 \cdot 10^{-12}$
360	0,112	0,194	0,310	0,537
380	$0,664 \cdot 10^{-13}$	0,120	0,200	0,355
400	0,402	$0,753 \cdot 10^{-13}$	0,132	0,238
420	0,246	0,479	$0,874 \cdot 10^{-13}$	0,161
440	0,153	0,308	0,589	0,110
460	$0,964 \cdot 10^{-14}$	0,201	0,400	$0,765 \cdot 10^{-13}$
480	0,614	0,132	0,275	0,535
500	0,396	$0,881 \cdot 10^{-14}$	0,191	0,377

$k_4$  — корреляция изменений плотности атмосферы и геомагнитных возмущений  $a_p$ ,

$$k_4 = 1 + (e_1 + e_2 h) \ln (a_p \bar{a}_p^{-1}),$$

$$\cos \psi_1 = r^{-1} [z \sin \delta_0 + \cos \delta_0 (x \cos v_1 + y \sin v_1)];$$

$$\cos \psi_2 = r^{-1} [-z \sin \delta_0 + \cos \delta_0 (x \cos v_2 + y \sin v_2)];$$

$$v_1 = \lambda_0 + \Phi_1 - S^* - \omega_3 (t - 3^h);$$

$$v_2 = \lambda_0 + \Phi_2 - S^* - \omega_3 (t - 3^h)$$

( $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{0.5}$ ;  $z, x, y$  — гринвичские координаты точки пространства;  $\delta_0, \lambda_0$  — прямое склонение и восхождение Солнца;  $S^*$  — звездное время в гринвичскую полночь;  $\omega_3$  — угловая скорость вращения Земли;  $t$  — московское декретное время). Численные значения коэффициентов  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, m_1, m_2, \Phi_1, \Phi_2, A_1, A_2, e_1, e_2, \bar{a}_p$  приведены в табл. 3, численные поправки на полугодовой эффект  $A_d$  — в табл. 4 ( $d$  — порядковый номер дня в году), минимальные значения плотности атмосферы  $\rho_n$  ( $\text{кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4$ ) — в табл. 5.

Модель представлена в виде простых аналитических зависимостей и небольшого количества табличных данных. Это позволяет широко применять ее при решении задач аэродинамики, динамики и баллистики космических аппаратов. Недостаток ее в том, что она применима для расчетов только при низком и среднем уровнях солнечной активности.

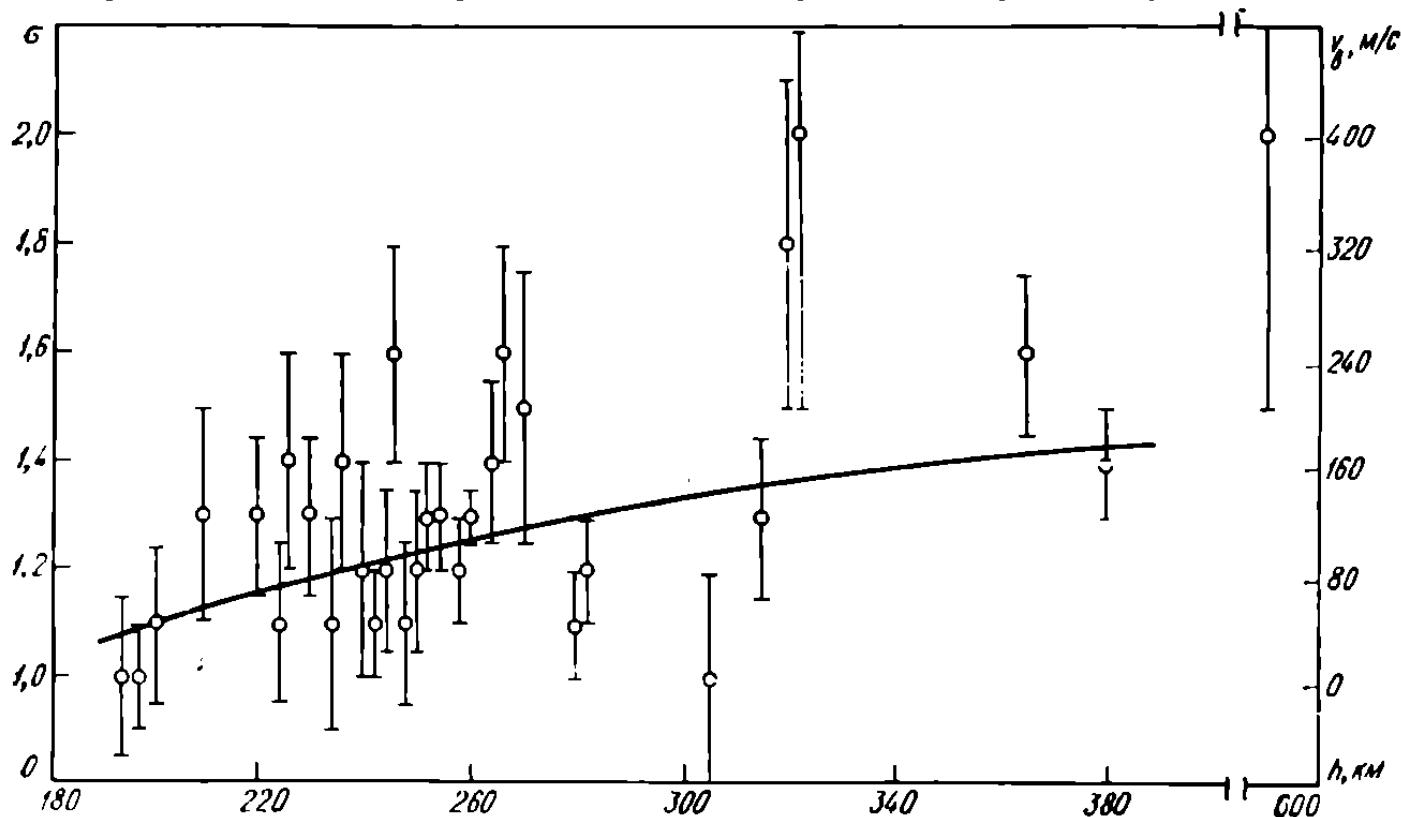
## ВЛИЯНИЕ ВЕТРА

В большинстве случаев ветер в верхней атмосфере не оказывает существенного влияния на динамику движения ОКА (неориентированных спутников или спутников с точностью ориентации более  $10^\circ$ ). Однако иногда это влияние значительно, в частности на динамику движения ИСЗ вытянутой геометрической формы, имеющих высокоточную ориентацию относительно вектора скорости в пределах  $1-2^\circ$ . Ветер атмосферы, направленный перпендикулярно плоскости орбиты со скоростью 400—500 м/с, может создавать дополнительный угол атаки спутника порядка  $3-3.5^\circ$  и тем самым увеличивать аэродинамическое сопротивление и аэродинамические моменты примерно на 30—50%.

Ветер в верхней атмосфере был обнаружен при запуске первых ИСЗ. В 1958 г. Р. Х. Мерсон и Д. Д. Кинг-Хили [140] отметили

убывание наклонения плоскости орбиты первого советского спутника и предположили, что причиной этого является вращение атмосферы. У. Э. Вайлдхэк [150], изучая влияние компоненты силы атмосферного сопротивления, перпендикулярной плоскости орбиты, на наклонение, показал, что под действием вращения атмосферы оно может изменяться. Т. Э. Стерн [149] на основании анализа данных о наклонении второго советского спутника предположил возможность наличия атмосферного ветра в направлении с запада на восток со скоростью порядка 210 м/с на высотах 150—250 км. Позднее Д. Д. Кинг-Хили и Д. У. Скотт [134, 135] подтвердили преобладание западных ветров в верхней атмосфере (эффект суперротации). Ими проведены оценки скорости вращения атмосферы на высотах 200—300 км по изменению наклонения орбит 13 ИСЗ за 1962—1966 гг., т. е. в период низкой солнечной активности [134]. Оказалось, что отношение  $\sigma$  угловой скорости вращения атмосферы к угловой скорости вращения Земли изменяется в пределах 1,0—1,6. Если не учитывать двух результатов, относящихся к высоте 300 км, и один аномальный результат, то средняя величина относительной скорости  $\sigma$  для десяти ИСЗ составляет 1,27. В средних широтах это соответствует западному ветру со средней скоростью около 100 м/с. В работе [135] определены значения  $\sigma$  по изменению наклонения орбит девяти спутников за период 1962—1967 гг. Ока-

Рис. 20. Средняя относительная скорость вращения верхней атмосферы и соответствующие значения скорости западного ветра  $v_w$  на широтах порядка  $30^\circ$  [136].



залось, что величина  $\sigma$  растет с увеличением высоты. Так, на высоте 210 км  $\sigma = 1,1$  (что соответствует западному ветру со скоростью 30 м/с), а на высоте 260 км  $\sigma = 1,4$  (скорость ветра 130 м/с). В работе [136] вычислены значения  $\sigma$  по изменению наклонения орбит 32 ИСЗ (рис. 20). Скорость ветра в верхней атмосфере на высотах 230—250 км для средних широт порядка  $25^\circ$  определена в работе [137]. Полученные данные свидетельствуют о направлении ночных ветров с запада на восток со скоростью  $140 \pm 50$  м/с, дневных — с востока на запад со скоростью  $110 \pm 50$  м/с. Эти результаты качественно согласуются с данными измерения скорости уноса следов в атмосфере [122, 138].

На основании накопленных экспериментальных данных созданы первые теоретические модели ветра в верхней атмосфере [124, 61]. Двумерная модель ветра в экваториальной плоскости для условий равноденствия на высотах 150—320 км [61] построена с помощью численного решения системы гидродинамических уравнений и уравнений, учитывающих движение ионов в термосфере. Оказалось, что одной из основных причин суперротации является влияние суточных вариаций концентрации ионов (посредством ионного торможения) на движение нейтральных частиц. На рис. 21 приведены значения скорости ветра согласно двумерной модели [61]. Как видно, восточные ветры со скоростями 30—150 м/с, преобладающие утром и днем, сменяются западными со скоростями до 300—350 м/с, поэтому средняя за сутки скорость направлена с запада на восток.

Весьма сложные вариации параметров верхней атмосферы, особенно в периоды геомагнитных возмущений, наблюдаются в полярных зонах, где локальные значения скорости горизонтального ветра в произвольном направлении могут достигать 500 м/с [123].

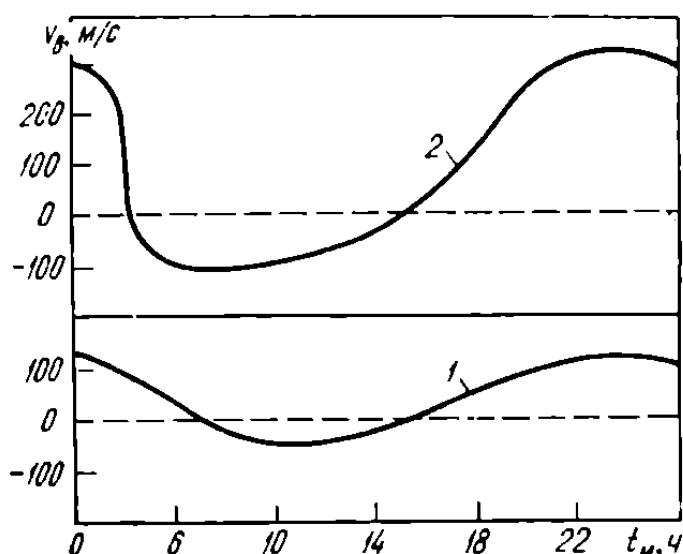


Рис. 21. Значения горизонтальной составляющей скорости ветра в экваториальной плоскости на высотах 150 (1) и 320 (2) км; положительные значения скорости соответствуют западным ветрам.

## ПРОГНОЗ ПЛОТНОСТИ

Прогноз плотности верхней атмосферы заключается в предсказании ее колебаний во время вариаций. Решение такой задачи необходимо при выборе начальных параметров орбиты спутника, определении периода его баллистического существования, выборе параметров систем ориентации и стабилизации. Прогнозирование полугодовых колебаний плотности — несложная задача, так как они не зависят от солнечной и геомагнитной активности (такие устойчивые связи, по крайней мере в настоящее время, не обнаружены). Почти во всех остальных вариациях атмосферы предсказание колебаний плотности затруднено зависимостью их от уровня солнечной активности. Таким образом, прогнозирование плотности верхней атмосферы (за исключением полугодовых вариаций и вариаций, вызванных геомагнитной активностью) при установленных количественных соотношениях величин плотности и уровня солнечной активности сводится к прогнозированию уровня солнечной активности.

Для прогноза индексов солнечной активности, связанных с характеристиками солнечных пятен, существует достаточно большое количество методов [36, 102]. Методов прогноза индексов  $F_{10,7}$ , используемых в моделях верхней атмосферы, разработано мало. Для решения прикладных задач требуется долгосрочное и оперативное прогнозирование среднегодовых, среднемесячных и ежедневных значений индекса  $F_{10,7}$ . Среднегодовые значения прогнозируются на основании средних значений  $F_{10,7}$  для каждого года 11 предшествующих лет путем экстраполирования с учетом характера изменения индекса  $F_{10,7}$  в 11- и 22-летних циклах солнечной активности. Долгосрочное прогнозирование среднемесячных и особенно ежедневных индексов — задача более сложная, так как изменение ежедневных значений в зависимости от времени является сложным колебательным процессом (основные периоды колебаний равны примерно 1 мес, 11 и 22 год).

Среднемесячные и ежедневные значения индекса  $F_{10,7}$  [67] прогнозируются методами гармонического анализа и математического фильтра ежедневных значений на интервале, равном примерно 1 год, за период предшествующих 11 лет. Месячные изменения  $F_{10,7}$  представляются в виде двух первых членов ряда Фурье, которые затем экстраполируются с учетом характера изменения  $F_{10,7}$  в 11- и 22-летних циклах солнечной активности. Применение метода Фурье в данном случае вполне обосновано, поскольку кривая изменения ежедневных значений  $F_{10,7}$  является функцией ограниченной вариации, т. е. удовлетворяет условиям Дирихле.

Всякий полигармонический процесс, как следствие независимого действия источников возмущений и ошибок измерений, можно представить в виде

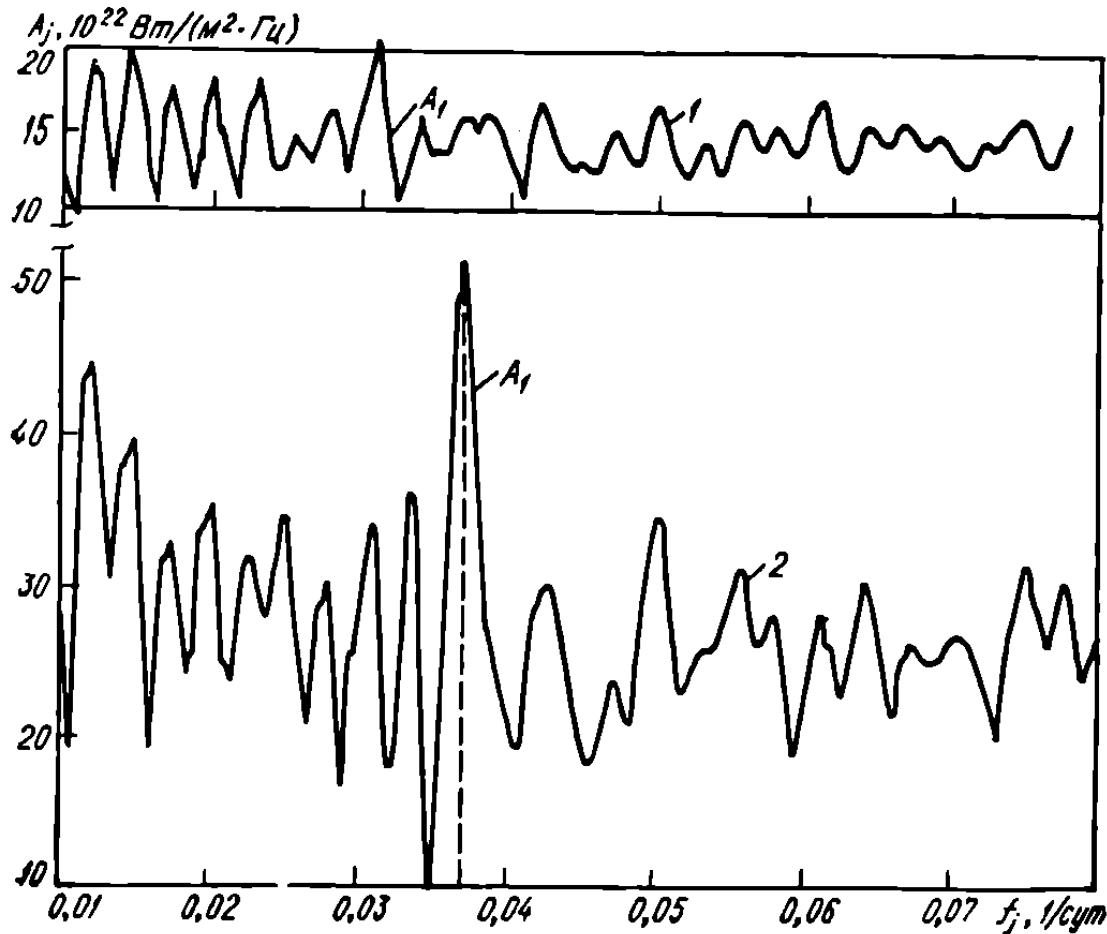
$$F_{10.7}(t) = \Sigma S(t) + n(t),$$

где  $S(t)$  — функции с несоизмеримыми в общем случае периодами  $T$ ;  $n(t)$  — непериодические функции, соответствующие случайным возмущениям солнечной активности и ошибкам измерений. Чтобы определить характеристики месячных колебаний  $F_{10.7}$ , из исходного процесса  $F_{10.7}(t)$  необходимо исключить составляющую  $n(t)$  и выделить амплитуду колебаний  $S(t)$  с периодом, равным примерно 1 мес. Исходная кривая колебаний  $F_{10.7}$  представляется в виде ряда

$$F_{10.7}(t) \approx A_{\text{ср}} + \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_i t + \Phi_i),$$

где  $A_{\text{ср}}$  — среднегодовые значения индекса  $F_{10.7}$ ;  $A_i$  — амплитуда

Рис. 22. Амплитудно-частотные характеристики  $A_j(f_j)$  колебаний индекса  $F_{10.7}$  при 1 — минимальной (1963 г.) и 2 — максимальной (1969 г.) солнечной активности.



колебаний с  $j$ -м периодом  $T_j$ ;  $\omega_j = 2\pi f_j = \frac{2\pi}{T_j}$  — частота колебаний;  $\Phi_j$  — фазовый угол. Амплитудно-частотные характеристики  $A_1 (f_1)$  искомых месячных колебаний выделяются с помощью итерационного метода и сканирования по диапазону возможных частот [105]. На рис. 22, 23 приведены результаты статистической обработки ежедневных значений  $F_{10,7}$ . Параметры  $A_{cp}$ ,  $A_{cp} + A_1$  экстраполируются вперед, и по этим данным прогнозируется месячный цикл колебаний  $F_{10,7}$ . Так, прогнозировавшийся на 1970 г. средний месячный цикл описывается формулой

$$F_{10,7} = [143 + 43 \sin(0,072\pi t + 1,5\pi)] 10^{-22}, \quad (1.10)$$

где  $t$  — порядковый номер суток в месяце. На рис. 24 приведены прогнозируемые согласно формуле (1.10) и фактические значения индекса  $F_{10,7}$  в 1970 г. По данным рис. 24 можно оценить точность описанного метода долгосрочного прогноза среднегодовых, среднемесячных и ежедневных значений индекса  $F_{10,7}$  на 1 год: для прогнозируемых среднегодовых значений  $\delta (A_{cp}) = 10,5\%$ ; для амплитуды среднемесячных колебаний  $\delta (A_{cp} + A_1) = 6,5\%$ ,  $\delta (A_{cp} - A_1) = 18\%$ ; для максимальных и минимальных ежедневных значений в месячном цикле  $\delta (F_{10,7}^{\max}) = +28\% \div -33\%$ ,  $\delta (F_{10,7}^{\min}) = +80\% \div 0\%$ .

Применение метода оперативного прогноза плотности верхней атмосферы показано на примере подготовки к запуску спутника «Космос-320» в гл. 4.

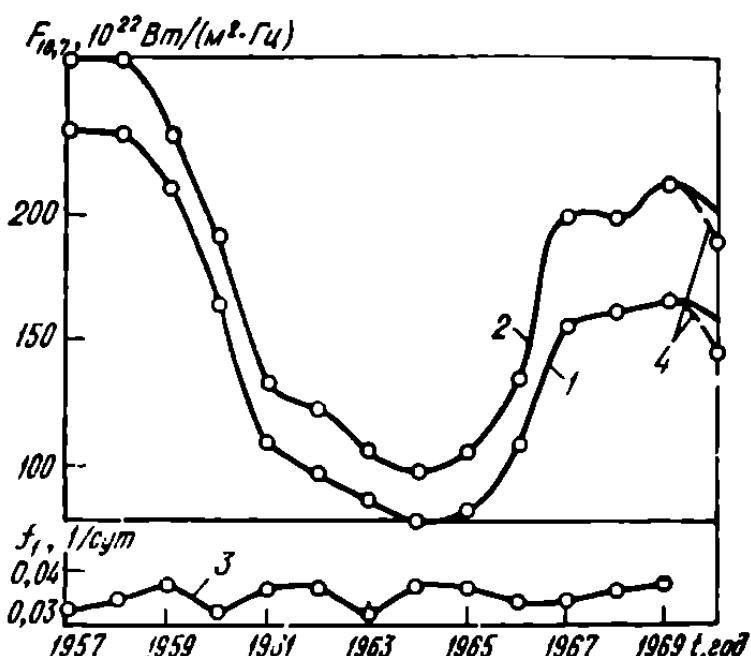


Рис. 23. Среднегодовые амплитудно-частотные характеристики колебаний индекса  $F_{10,7}$  за 1957—1969 гг.:

1 —  $A_{cp}$ , 2 —  $A_{cp} + A_1$  — среднегодовые значения амплитуд месячных колебаний  $F_{10,7}$ , 3 — среднегодовая частота месячных колебаний  $F_{10,7}$ , 4 — прогноз.

С помощью метода Мэйо [139], предназначенного для прогноза слаженных среднемесячных чисел Вольфа, получены [36] уравнения для прогноза среднеквартальных и среднемесячных значений индекса  $F_{10,7}$ :

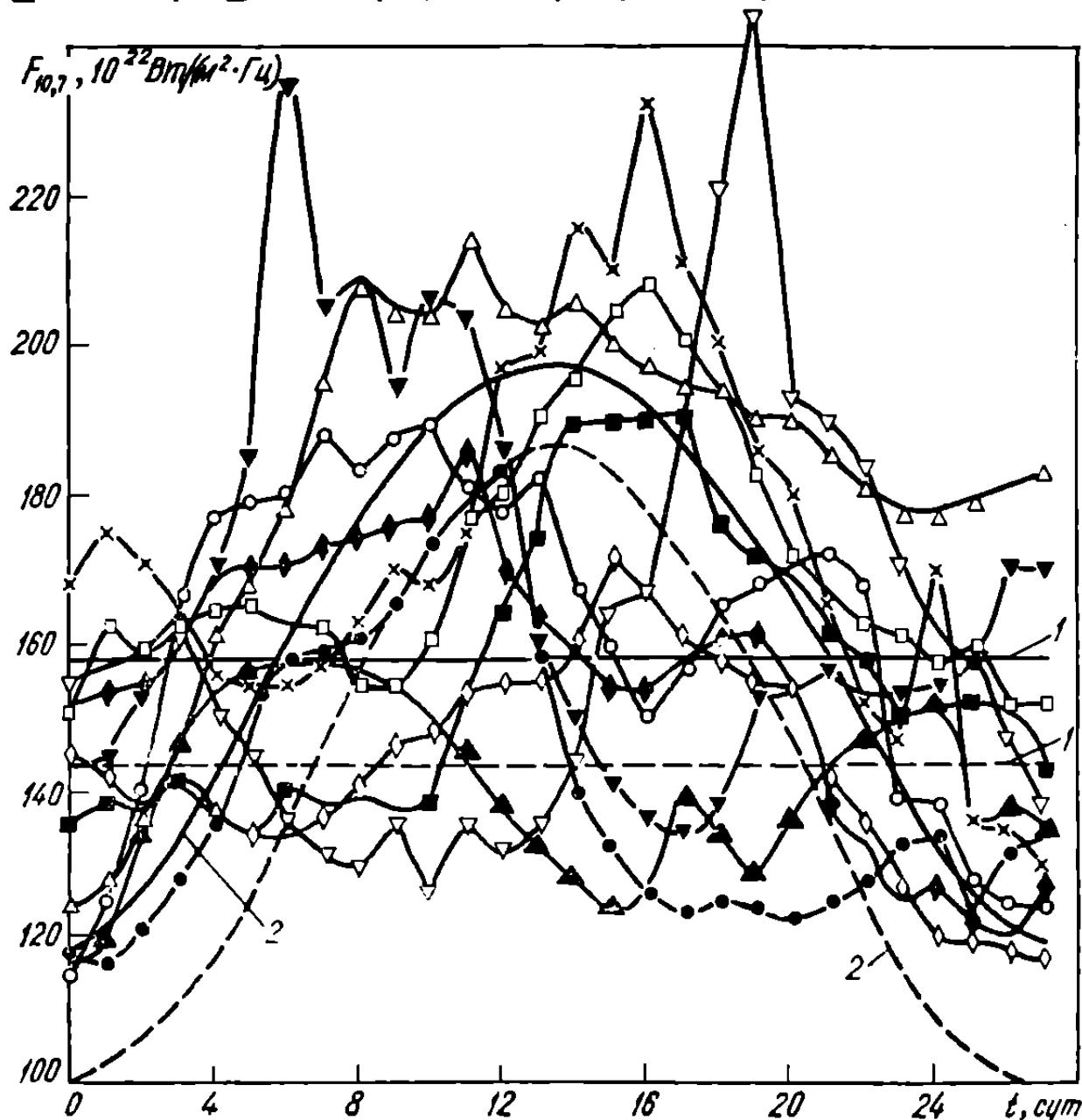
$$\bar{F}_{10,7K_t} = 0,89\bar{F}_{10,7K_{t-1}} + 0,50\bar{F}_{10,7K_{t-2}} - 0,23\bar{F}_{10,7K_{t-3}} - 0,17\bar{F}_{10,7K_{t-4}};$$

$$\bar{F}_{10,7M_t} = 0,74\bar{F}_{10,7M_{t-1}} + 0,66\bar{F}_{10,7M_{t-2}} - 0,66\bar{F}_{10,7M_{t-3}} + 0,26\bar{F}_{10,7M_{t-4}}.$$

Средняя относительная ошибка прогноза индексов  $\bar{F}_{10,7K}$  и  $\bar{F}_{10,7M}$  составляет  $\pm 13\%$ .

Рис. 24. Прогнозируемые (—) и фактические (— — —) значения осредненного месячного колебательного процесса  $F_{10,7}(t)$ :

1 —  $A_{ср}$ , 2 —  $A_1$ ; фактические ежедневные значения  $F_{10,7}$ : ○ — январь, Δ — февраль, × — март — апрель, □ — май, ▽ — июнь, ● — июль, ◇ — август, ▲ — сентябрь, ■ — октябрь, ▼ — ноябрь, ♦ — декабрь.



Колебания плотности, вызванные изменением геомагнитной активности, могут продолжаться в течение нескольких часов и суток и существенного влияния на решение, например, задач определения периода баллистического существования спутника или запасов рабочего топлива систем ориентации и стабилизации не оказывают.

В прикладных задачах аэродинамики космических аппаратов для выяснения общего состояния верхней атмосферы при составлении оперативных прогнозов плотности перед запусками ИСЗ целесообразно использовать данные о торможении ИСЗ, находящихся на орбите [67]. Формулы для определения плотности  $\rho$  на высоте  $h_p + \lambda H^*$  ( $h_p$  — высота перигея орбиты), полученные Д. Д. Кинг-Хили для орбит с разными эксцентриситетами  $e$  без учета влияния нецентральности гравитационного поля Земли [71], имеют следующий вид ( $\text{кг} \cdot \text{с}^2/\text{км}^4$ ): при  $e > 0,2$

$$\rho = \frac{0,157\dot{T}}{\delta} \left( \frac{e}{aH^*} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{1-e}{1+e} \right)^{\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{H^*(8e - 3e^2 - 1)}{8ae(1-e^2)} \right) + \right. \\ \left. + \frac{e}{e} \sin^2 i \cos 2\omega \right]; \quad (1.11)$$

при  $0,02 < e < 0,2$

$$\rho = \frac{0,157\dot{T}}{\delta} \left( \frac{e}{aH^*} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ 1 - 2e + \frac{5e^2}{2} - 3e^3 - \frac{H^*}{8ae} \left( 1 - 10e + \frac{7H^*}{16ae} \right) + \right. \\ \left. + \frac{e}{e} \sin^2 i \cos 2\omega \right]; \quad (1.12)$$

при  $e < 0,2$

$$\rho = \frac{\dot{T}}{2\pi a\delta} \left[ (1 + 0,5\mu_a \lambda^2) \exp(-\lambda) \frac{\exp z}{I_0(z)} \right] \times \\ \times \left[ \frac{\exp(C \cos 2\omega)}{1 + 2e \frac{I_1(z^*)}{I_0(z^*)} + C \frac{I_2(z^*)}{I_0(z^*)} \cos 2\omega} \right], \quad (1.13)$$

где  $T$  — период обращения спутника, мин;  $T = \frac{3}{2} \frac{\Delta a}{\Delta N a}$ ;  $\Delta a$  — изменение большой полуоси орбиты за мерный интервал, км;  $N$  — номер витка;  $\Delta N$  — приращение между мерными витками;  $a$  — большая полуось орбиты, км;  $\delta = \frac{C_x A g S}{P}$  — баллистический коэффициент;  $C_x$  — коэффициент аэродинамического сопротивления спутника;  $A$  — характерная площадь спутника,  $\text{км}^2$ ;  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\text{км}/\text{с}^2$ ;  $P$  — вес спутника, кг;  $S$  — вращение атмосферы,

$S = [1 - \{|a(1-e)\Omega_3 + v_b| \cos^2 i / [\mu(1+e)/a(1-e)]^{0.5}\}]^2$ ;  $\Omega_3$  — угловая скорость вращения Земли,  $\Omega_3 = 0,725 \cdot 10^{-4}$  1/с;  $v_b$  — скорость ветра в направлении с запада на восток, км/с;  $\mu = 398602$  — гравитационная постоянная,  $\text{км}^3/\text{с}^2$ ;  $H^*$  — наилучшая оценка высоты однородной атмосферы  $H$ , км;  $\varepsilon$  — коэффициент сжатия Земли,  $\varepsilon = 0,00335$ ;  $i$  — наклонение плоскости орбиты к экватору, град;  $\omega$  — широта перигея орбиты, град;  $\mu_a \approx 0,1$ ;  $\lambda = z^* - 0,5z^*$ ,  $0 \leq z^* \leq 1$ ;  $\lambda = 0,5$ ,  $z^* > 1$ ;  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  — функции Бесселя;  $z^* = \frac{ae}{H^*}$ ;  $z = \frac{1}{1 + \mu_a \xi}$ ;  $\xi = \frac{(0,88 + z^*)^2}{0,88} \left[ \frac{z^*}{4} e^{-z^*} \right] [3I_0(z^*) - 4I_1(z^*) - I_2(z^*)]$ ;  $C = \frac{1}{2H} \varepsilon a(1-e) \sin^2 i$ . Для привязки плотности к местному времени  $t_m$  используется формула

$$t_m = \Omega + \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \omega \cos i) - \alpha_0 + 12 \text{ ч},$$

где  $\Omega$  — долгота восходящего узла, град;  $\alpha_0$  — восхождение Солнца, ч.

По мнению Д. Д. Кинг-Хили, ошибки вычислений по формулам (1.11) — (1.13) составляют 1,5—2%. Однако в эти проценты не входят ошибки за счет предположений, принятых при выводе формул. Одним из основных источников дополнительных ошибок является допущение о кеплеровском характере движения ИСЗ, т. е. пренебрежение нецентральностью поля земного притяжения. Эффект нецентральности поля и несферичности Земли проявляется, в частности, в значительных короткопериодических колебаниях высоты полета с амплитудой около 20 км. Пренебрежение этими колебани-

ТАБЛИЦА 6

$a$ , км	$e$	ш. град	$z$	$i \approx 50^\circ$		$i \approx 80^\circ$	
				[71]	[30]	[71]	[30]
6600	0,001	0	0,15	14,5	0,6	16,9	1,6
		45	0,15	4,1	0,5	6,9	1,5
		90	0,15	30,0	1,2	20,0	1,6
		135	0,15	25,9	1,8	30,9	2,1
		180	0,15	16,4	2,0	2,2	2,3
6600	0,005	90	1	8,3	2,2	3,5	2,9
		180	1	5,8	1,7	7,9	2,9
6700	0,018	0	3	8,4	4,5	4,5	2,5
		90	3	5,1	5,3	10,5	3,8
		180	3	5,4	4,3	1,6	3,2

ями вносит методическую ошибку при определении плотности до 35% для околокруговых орбит.

Аналитические формулы для определения плотности атмосферы с учетом указанного эффекта предложены [30] Е. И. Бушуевым и А. А. Красовским. На высоте  $\lambda H^*$  над перигеем

$$\rho_\lambda = - \frac{\Delta a}{2\pi a^2 \delta} \frac{\exp(z^*)}{I_0(z^*)} Q \Psi, \quad (1.14)$$

где

$$Q = \left( 1 + \frac{1}{2} \mu_a \lambda^2 \xi^2 \right) \exp(-\lambda S) \frac{\exp(z^* \Delta_s)}{1 + \frac{I_1(z^*)}{I_0(z^*)} z^* \Delta_s};$$

$$\Psi^{-1} = 1 + \frac{2e I_1(z^*)}{I_0(z^*)} - \frac{\varphi^* \exp(z^*)}{2I_0(z^*) (1 + \mu_a \xi)^{\frac{1}{2}}};$$

$$\begin{aligned} \varphi^* = & \frac{1+e}{H^* \exp(v)} \left\{ [I_0(v)(B-2C) + 2CI_1(v) \cos \omega - BI_2(v) \cos 2\omega] - \right. \\ & - \frac{1}{2H^*} \left[ \frac{I_0(v)}{2} (B-2C)^2 + \frac{I_0(v)}{4} (B^2 + 4C^2) + \right. \\ & + B^2 \left( \frac{I_4(v)}{4} \cos 4\omega - I_2(v) \cos 2\omega \right) + 4C^2 \left( \frac{I_2(v)}{4} \cos 2\omega - I_1(v) \cos \omega \right) - \\ & \left. \left. - 4BC \left( \frac{I_1(v) + I_3(v)}{4} \cos \omega \cos 2\omega - \frac{I_2(v)}{2} \cos 2\omega - \frac{I_1(v)}{2} \cos \omega \right) \right] \right\}; \end{aligned}$$

$\varphi^*$  — значение, соответствующее задаваемому  $H^*$ ;  $\mu_a$  — скорость возрастания  $H$  с увеличением высоты;  $\xi = \frac{(0,88+v)^2}{0,88} \left[ \frac{v}{4} \exp(-v) \right] \times$   
 $\times [3I_0(v) - 4I_1(v) + I_2(v)]$ ;  $v = -\frac{ae}{H^*} \frac{1-e}{1+e}$ ;  $\zeta$  — коэффициент ошибки;  $B = \left( R_s \alpha - \frac{\epsilon}{3\rho\mu} \right) \sin^2 i$ ;  $R_s$  — экваториальный радиус Земли;  $\alpha$  — полярное сжатие;  $\epsilon$  — постоянная поля притяжения Земли,

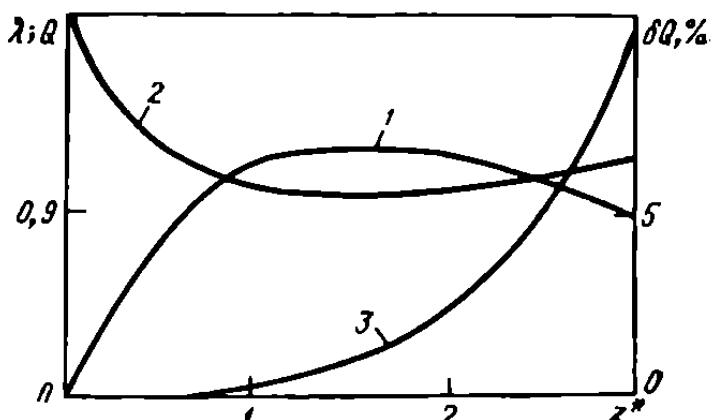


Рис. 25. Значения  $\lambda$  (1),  $Q$  (2),  $\delta Q$  (3) при ошибках задания  $H$  с точностью до  $\pm 20\%$

$\epsilon = 2,634 \cdot 10^{10}$ , км<sup>5</sup>/с<sup>2</sup>;  $p$  — фокальный параметр орбиты;  $C = \frac{\epsilon}{p\mu} \left(1 - \frac{2}{3} \sin^2 i\right)$ . Параметр  $\lambda$  в формуле (1.14) подбирается так, чтобы ошибки за счет погрешности задания  $\zeta$  были минимальными. Другими словами, при варьировании коэффициента ошибки в некотором определенном диапазоне для выбираемого значения  $\lambda$  должно быть минимальным изменение величины  $Q$ . На рис. 25 приведены рекомендуемые значения  $\lambda$ ,  $Q$ ,  $\delta Q$ , в табл. 6 — относительные ошибки определения плотности с помощью методов, предложенных в работах [71, 30]. Как видно из таблицы, при  $e = 0,001 \div 0,005$  (околокруговые орбиты) точность формул, полученных в работе [30], существенно выше точности формул (1.11) — (1.13). Для случая эллиптических орбит точность формул (1.11) — (1.13) удовлетворительна.

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКА РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЫ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ОКА

Знание реальных условий, в которых происходит взаимодействие потока разреженного газа с поверхностью ОКА, имеет важное значение при определении локальных коэффициентов обмена импульсом и энергией на границе газ — поверхность.

В последующих главах книги для определения суммарных аэrodинамических характеристик тел используется описание параметров взаимодействия с помощью коэффициентов аккомодации. В данной главе приведены основные физико-химические свойства частиц набегающего потока разреженного газа и поверхности, влияющие на параметры взаимодействия разреженного газа верхней атмосферы с поверхностью ОКА. Эти данные можно использовать для более точного определения теоретических и экспериментальных значений коэффициентов обмена импульсом и энергией. В дальнейшем можно будет легко перейти к значениям коэффициентов аккомодации и использовать методические разработки, приведенные в гл. 3, 4.

### ОСНОВНЫЕ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧАСТИЦ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА И МАТЕРИАЛОВ ПОВЕРХНОСТИ ОКА

Столкновение частиц газа верхней атмосферы с поверхностью ОКА приводит к их рассеянию или захвату. Возможно также распыление частиц поверхности.

Основные характеристики газовых частиц: химическая структура (состав и расположение атомов), энергетическое состояние (вращательное, колебательное, электронное), вектор скорости направленного движения; поверхности: химический состав материала, кристаллическая структура, адсорбционный слой, шероховатость, температура, заряд.

Результат взаимодействия газа с поверхностью посредством обмена частицами выражается с помощью функций  $V_i^r(u_1, u)$  (плотность распределения рассеянных частиц),  $W_i^r(u_1, u)$  (плотность распределения распыленных частиц),  $S_i(u_1)$  (вероятность захвата

частицы при скорости падения  $u_1$ ), где  $u_1$  и  $i$ ,  $u$  и  $j$  — соответственно скорость и внутреннее состояние падающей на поверхность и отраженной частиц [18, 13, 15]. При одновременном рассмотрении рассеяния и распыления используется функция взаимодействия

$$T_i^j(u_1, u) = V_i^j(u_1, u) + W_i^j(u_1, u).$$

Явление взаимодействия можно рассматривать на разных уровнях описания. Например, возможна следующая классификация уровней описания, на которых удается постановка задачи в замкнутом виде [18]:

молекулярный — уравнения Ньютона для траекторий  $\mathbf{r}_n(t)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , большого ( $N > 10^{20}$ ) числа частиц; Больцмановский — кинематические уравнения для функций распределения  $f_i(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$ ; газодинамический — уравнения переноса для плотности  $\rho_i$ , скорости  $\mathbf{V}_i$ , температуры  $T_i$  и других макропараметров, зависящих от  $\mathbf{r}$  и  $t$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $m$  — число компонентов газа,  $\mathbf{r}$  — координаты частиц,  $t$  — время).

Для аэродинамических расчетов ОКА используется газодинамический уровень описания, при этом особенно важное значение имеют коэффициенты обмена импульсом  $p$  ( $u_1$ ) и энергией  $q$  ( $u_1$ ) на поверхности обтекаемого тела:

$$p(u_1) = \cos \theta_1 \left( \frac{u_1}{u_1} - \int_{u_n > 0} T(u_1, u) \frac{u}{u_1} du \right); \quad (2.1)$$

$$q(u_1) = \cos \theta_1 \left( 1 - \int_{u_n > 0} T(u_1, u) \frac{u^2}{u_1^2} du \right), \quad (2.2)$$

где  $\theta_1$  — угол между внешней нормалью  $\mathbf{n}$  к поверхности и направлением навстречу падающей частицы ( $-u_1$ ). На изотропной поверхности  $p = -\rho \mathbf{n} - \tau \mathbf{t}$  (орт касательной  $\mathbf{t}$  расположен в плоскости  $(\mathbf{n}, \mathbf{u}_1)$  так, что  $(\mathbf{t}, -\mathbf{u}_1) = \frac{\pi}{2} - \theta_1$ ). Коэффициенты обмена  $\tau$ ,  $\rho$ ,  $q$  связаны с коэффициентами аккомодации  $\sigma_t$ ,  $\sigma_n$ ,  $\alpha_{ak}$  (1) — (3) соотношениями

$$\tau = \sigma_t \sin \theta_1 \cos \theta_1;$$

$$\rho = (2 - \sigma_n) \cos^2 \theta_1 + \frac{\sigma_n}{2} \sqrt{\frac{\pi}{h_s}} \cos \theta_1;$$

$$q = \alpha_{ak} \cos \theta_1 \left( 1 - \frac{2}{h_s} \right),$$

где  $h_s^{-\frac{1}{2}}$  — относенная к  $u_1$  наивероятнейшая скорость частиц, вылетающих в состоянии термического равновесия с поверхностью.

## Свойства и характеристики частиц разреженного газа

Рассмотрим химический состав, энергетическое состояние и возможные скорости падения частиц на поверхность ОКА.

В табл. 7, 8 приведены значения концентрации  $n$  (1/см<sup>3</sup>) и относительного содержания (%) газовых компонентов на высотах 200—800 км при максимуме ( $\bar{F}_{10.7} = 275,10^{22}$  Вт/(м<sup>2</sup> · Гц)) и минимуме ( $\bar{F}_{10.7} = 65,10^{22}$  Вт/(м<sup>2</sup> · Гц)) солнечной активности и  $t_m = 4; 14$  ч (модель CIRA-1965), в табл. 9 — атомные веса и диаметры основных газовых компонентов верхней атмосферы [74]. (Изменение температуры и состава атмосферы на высотах 90—2500 км см. на рис. 17, 18.)

Верхняя атмосфера представляет собой весьма сложную композицию из нейтральных атомов и молекул, ионов, электронов и возбужденных частиц, между которыми происходят физико-химические реакции, изменяющие их энергетическое состояние. О наличии в верхней атмосфере Земли возбужденных частиц свидетельствует свечение атмосферы, которое может быть обусловлено накоплением потенциальной энергии, в частности в процессе фотохимических реакций; рекомбинацией атомов и молекул, диссоциированных и ионизированных в дневное время; возбуждением атмосферного газа вследствие соударений с частицами, прилетающими извне.

Из многочисленных наблюдаемых эмиссий особого внимания заслуживают эмиссии  $\lambda = 6300,23; 6363,88$  и  $5577,35$  Å, соответствующие «запрещенным» атомарным линиям, так как они могут быть индикатором как циркуляции верхней атмосферы, так и воздействия на нее солнечной радиации и геомагнитных возмущений [85]. В табл. 10 приведены потенциалы возбуждения и время жизни типичных возбужденных состояний основных атмосферных газовых компонентов [93], на рис. 26 — результаты оценок концентрации  $n$  возбужденных атомов O (<sup>1</sup>D), образующихся вследствие фотодиссоциации молекулярного кислорода солнечным ультрафиолетовым излучением ( $\lambda = 1300 \div 1750$  Å). Как видно, концентрация атомов O (<sup>1</sup>D) сильно зависит от температуры атмосферы  $T_\infty$ , обусловливающей распределение исходных (O<sub>2</sub>) и гасящих (N<sub>2</sub>) компонентов. Но так как температура верхней атмосферы изменяется в зависимости от времени суток, солнечной активности, геомагнитной активности и других факторов, то аналогичные вариации должны проявляться и в концентрациях O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, O (<sup>1</sup>D) и других компонентов. Кроме того, солнечное ультрафиолетовое излучение также

ТАБЛИЦА 7

<i>h</i> , км	N <sub>2</sub>	<i>t<sub>M</sub></i> = 4 ч		<i>t<sub>M</sub></i> = 14 ч	
		O <sub>2</sub>	O	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>
200	5,171 · 10 <sup>8</sup> (53,7)	6,191 · 10 <sup>8</sup> (6,4)	3,809 · 10 <sup>8</sup> (36,6)	—	5,653 · 10 <sup>8</sup> (56,5)
300	4,128 · 10 <sup>8</sup> (29,7)	3,529 · 10 <sup>7</sup> (2,5)	8,406 · 10 <sup>8</sup> (60,2)	—	7,520 · 10 <sup>8</sup> (40,5)
400	4,742 · 10 <sup>7</sup> (16)	2,992 · 10 <sup>8</sup> (1)	2,416 · 10 <sup>7</sup> (81,0)	3,521 · 10 <sup>8</sup> (1,9)	1,572 · 10 <sup>8</sup> (27)
600	8,335 · 10 <sup>6</sup> (3,1)	—	2,397 · 10 <sup>7</sup> (89,4)	1,971 · 10 <sup>8</sup> (7,3)	9,616 · 10 <sup>6</sup> (10,2)
800	1,876 · 10 <sup>4</sup> (0,5)	—	2,737 · 10 <sup>6</sup> (70)	1,145 · 10 <sup>8</sup> (29,4)	7,259 · 10 <sup>6</sup> (3,2)

ТАБЛИЦА 8

<i>h</i> , км	N <sub>2</sub>	<i>t<sub>M</sub></i> = 4 ч		<i>t<sub>M</sub></i> = 14 ч	
		O <sub>2</sub>	O	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>
200	1,857 · 10 <sup>8</sup> (38,5)	1,760 · 10 <sup>8</sup> (3,7)	2,768 · 10 <sup>8</sup> —	—	2,688 · 10 <sup>8</sup> (45)
300	1,703 · 10 <sup>7</sup> (8,3)	—	1,828 · 10 <sup>8</sup> (89,2)	4,213 · 10 <sup>8</sup> (2)	8,858 · 10 <sup>7</sup> (17,7)
400	2,342 · 10 <sup>6</sup> (1,2)	—	1,568 · 10 <sup>7</sup> (86,2)	2,265 · 10 <sup>6</sup> (11,9)	4,512 · 10 <sup>6</sup> (5,6)
600	6,859 · 10 <sup>4</sup> (7,2)	—	1,554 · 10 <sup>6</sup> (16,7)	7,124 · 10 <sup>6</sup> (76)	6,754 · 10 <sup>4</sup> (1,5)
800	5,224 · 10 <sup>4</sup> (17,8)	—	2,016 · 10 <sup>3</sup> (0,6)	2,401 · 10 <sup>6</sup> (81,6)	5,597 · 10 <sup>4</sup> (6,8)

подвержено большим сезонным, 27-дневным, ежедневным изменениям и возмущениям в период сильных магнитных бурь [128, 142], что также приводит к вариациям концентраций О ( $^1D$ ) и других возбужденных частиц, которые могут переносить к поверхности космического аппарата больший, по сравнению с частицами в основных состояниях, импульс, изменяя общепринятые значения аэродинамических коэффициентов [115].

Одним из основных параметров взаимодействия разреженного газа с поверхностью космического аппарата является величина скорости и направление падения частицы на поверхность. Результирующий вектор скорости частиц набегающего потока разреженного газа верхней атмосферы  $v_a$  относительно единичной площадки наружной поверхности космического аппарата записывается в виде

$$v_a = v_b + v_t - V - [\omega g], \quad (2.3)$$

где  $v_b$  — вектор скорости направленного движения атмосферы от-

ТАБЛИЦА 9

Компонент	Атомный вес	Диаметр, Å
N <sub>2</sub>	28	3,22
O <sub>2</sub>	32	3,02
O	16	1,32
He	4	1,82
H	1	0,62

ТАБЛИЦА 10

Компонент	Потенциал возбуждения, эв	Время жизни возбужденного состояния, с	Система полос или длина волны, Å
N <sub>2</sub>	6,2	—	Вегарда — Каплана
	7,4		Первая положительная
O <sub>2</sub>	1,6	—	Атмосферная
	1,0		Инфракрасная атмосферная
O	1,96	110	6300,23
	4,17		6363,88
He	20,9	0,74	5577,35
	23,1		10 830
H	12,0	—	5876
	12,7		6563
	13,0		4861
			4340

носительно поверхности Земли;  $v_t$  — вектор скорости теплового движения частицы в атмосфере;  $V$  — вектор орбитальной скорости аппарата;  $\omega$  — вектор угловой скорости движения аппарата;  $r$  — радиус-вектор единичной площадки наружной поверхности аппарата из центра масс. Определяющей величиной в выражении (2.3) является орбитальная скорость  $V$ . Характерные скорости орбитального движения аппарата для эллиптической орбиты, соответствующей ньютоновскому гравитационному полю в пустоте, выражаются следующими формулами: скорость в любой точке орбиты —

$$V = \left[ \frac{k(2a - r)}{ar} \right]^{1/2}, \text{ или } V = \left[ \frac{k}{p} (1 + e + 2e \cos v) \right]^{1/2},$$

где  $k$  — гравитационная постоянная Земли,  $k = 398\,620 \text{ км}^3/\text{с}^2$ ;  $a$  — большая полуось орбиты;  $r$  — модуль радиуса-вектора центра масс аппарата;  $p = a(1 - e)^2$  — фокальный параметр;  $e$  — эксцентриситет орбиты;  $v$  — истинная аномалия;

скорость в перигее орбиты —

$$V_p = \left( \frac{kr_{ap}}{ar_p} \right)^{1/2},$$

где  $r_{ap}$ ,  $r_p$  — радиус соответственно апогея и перигея орбиты;

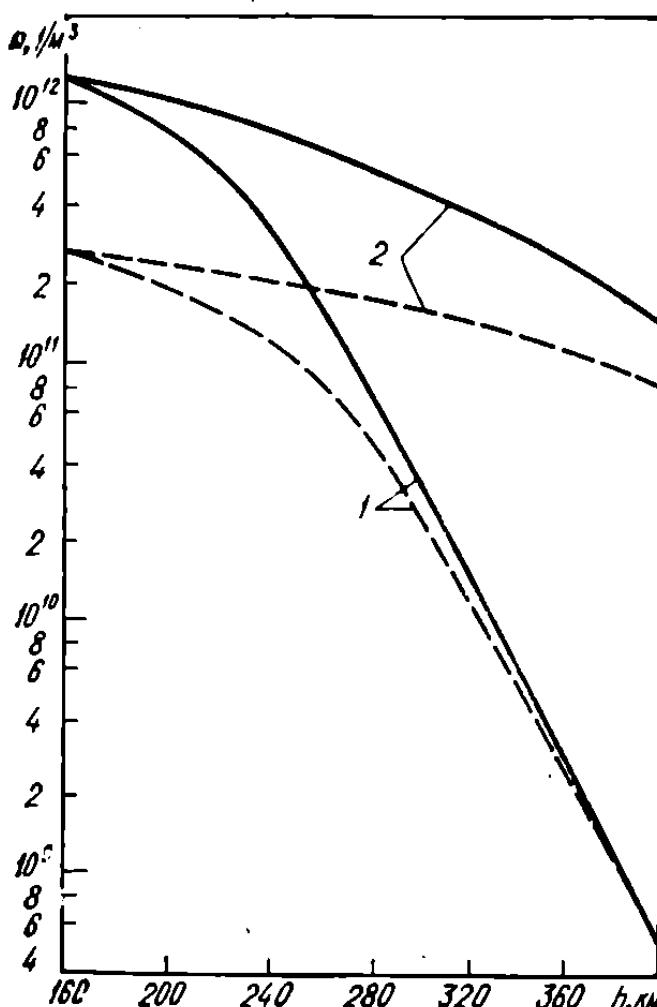


Рис. 26. Зависимость концентрации  $n$  метастабильных атомов  $O ({}^1D)$  от высоты экзосферной температуры  $T_\infty$  и коэффициентов «гашения»  $d_{N_2} = 1 \cdot 10^{-17}$  (—) и  $d_{N_2} = 5 \cdot 10^{-17}$  (---);  
 $1 - T_\infty = 733, 2 - T_\infty = 2131 \text{ К.}$

скорость в апогее орбиты —

$$V_{\text{ап}} = \left( \frac{kr_{\pi}}{ar_{\text{ап}}} \right)^{1/2};$$

скорость аппарата при движении по круговой орбите —

$$V_{\text{кр}} = \left( \frac{k}{r} \right)^{1/2} = \left( \frac{k}{R+h} \right)^{1/2},$$

где  $R$  — радиус земной сферы,  $R = 6371$  км;  $h$  — высота орбиты.

В табл. 11 приведены значения  $V_{\text{кр}}$  на высотах 200—800 км, наиболее вероятные величины  $v_t$  молекул газа на этих высотах

ТАБЛИЦА II

$h$ , км	$V_{\text{кр}}$ , м/с	$v_t$ , м/с				$\sum v_{\text{min}}$ , м/с	$\sum v_{\text{max}}$ , м/с		
		$\bar{F}_{10,7} =$ $= 65,10^{22}$ Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$ )		$\bar{F}_{10,7} =$ $= 250,10^{22}$ Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$ )					
		$t_M = 4$ ч	$t_M = 14$ ч	$t_M = 4$ ч	$t_M = 14$ ч				
200	7800	700	790	880	1000	6800	8800		
300	7720	830	950	1040	1190	6530	8910		
400	7700	900	1020	1110	1290	6410	8990		
600	7580	1400	1180	1200	1400	6180	8980		
800	7460	1800	1690	1390	1470	5660	9260		

в зависимости от уровня солнечной активности и значений  $t_m$ , рассчитанные в соответствии с моделью CIRA-1965 [126], а также вычисленный по этим данным диапазон изменения скорости падения частицы газа на поверхность космического аппарата (без учета скорости ветра в атмосфере и вращения аппарата)  $\Sigma v_{\text{min}}$  и  $\Sigma v_{\text{max}}$ . На рис. 27 показана зависимость энергии взаимодействия  $E = MV^2/2$  ( $M$  — средний молекулярный вес) от высоты. Сведения о направленном движении верхней атмосферы относительно поверхности Земли

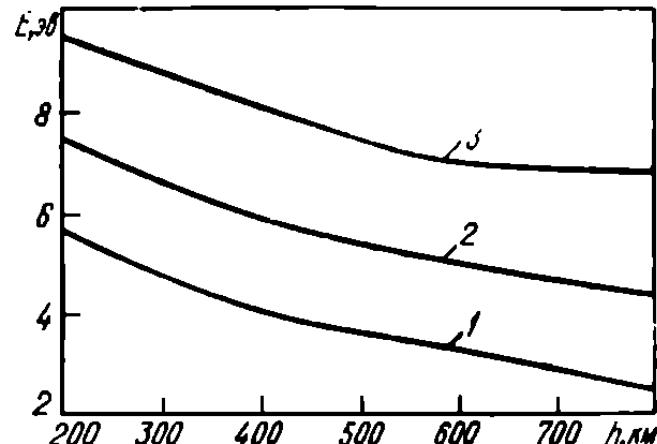


Рис. 27. Зависимость энергии взаимодействия  $E$  частиц верхней атмосферы с поверхностью космического аппарата, движущегося по круговым орбитам, от высоты:

1 —  $E_{\text{min}}$ ; 2 —  $E_{\text{ср}}$  (т. е. без учета энергии теплового движения газа); 3 —  $E_{\text{max}}$ .

приведены в гл. 1. Влияние вращения ОКА на вектор скорости  $v_a$  необходимо оценивать в каждом конкретном случае. В частности, в случае одноосно стабилизированных с помощью вращения спутников оно может быть существенным.

## Свойства материалов

Рассмотрим основные физико-химические свойства наиболее распространенных материалов, из которых изготавляется наружная поверхность ОКА [64].

### Алюминиевые и магниевые сплавы

Алюминиевые сплавы типа АМг и Д16 применяются для изготовления корпусов, кронштейнов, коробчатых конструкций, антенн и рам. Основным компонентом этих сплавов является алюминий — примерно 92 вес. %. Средний атомный вес химических элементов сплавов АМг  $\mu$  равен 27,2, Д16 — 29,0. Кристаллическая решетка алюминия — гранецентрированная кубическая, период  $a$  равен 4,0494 Å, атомный радиус — 1,43 Å, плотность — 2,6989, температура плавления — 660° С.

Наружный слой материалов из алюминиевых сплавов представляет собой оксидную пленку  $Al_2O_3$ , которая образуется на поверхности алюминия в атмосфере кислорода или сухого воздуха при обычной температуре и за несколько минут достигает толщины порядка 10 Å [118]. Оксидная пленка препятствует дальнейшему окислению алюминия. Максимальная толщина ее достигается весьма быстро — за несколько часов, она увеличивается с повышением температуры и практически не зависит от парциального давления кислорода. При  $T < 450^\circ C$  структура пленки аморфная, при  $T > 550^\circ C$  — переходит в кристаллическую форму  $\gamma\text{-}Al_2O_3$ , при нагревании до  $T = 1200^\circ C$   $\gamma\text{-}Al_2O_3$  переходит в форму  $\alpha\text{-}Al_2O_3$  — белые кристаллы с ромбоэдрической решеткой, периодом 5,13 Å, плотностью 3,96, температурой плавления 2050° С. Средний атомный вес оксидной пленки равен 20,4. В работах [76, 111] приведены другие оценки толщины оксидных пленок. В обычном воздухе из-за влажности уже за несколько минут толщина оксидной пленки достигает 50, за неделю — 100, за год — 1000 Å [76]. В сухом воздухе и при комнатной температуре толщина пленки составляет 20—100 Å [111].

Поверхность деталей, выполненных из алюминиевых сплавов, обрабатывается разными способами, в зависимости от их назначения.

1. Механическая обработка обычно производится точением (шпангоуты), фрезерованием или шлифованием (кронштейны и фланцы). Структура наружных слоев поверхности деталей, обработанных механическим способом, одинакова. По геометрической форме — шероховатости — они отличаются.

2. Химическое полирование применяется для обработки поверхности экранов системы терморегулирования с целью придания им определенных оптических свойств. Механизм полирования состоит в удалении химическим путем микронеровностей поверхности. Структура поверхностных слоев деталей также одинакова, отличие — в характеристиках шероховатости.

3. Анодирование применяется для искусственного утолщения оксидных пленок на поверхности в целях защиты от коррозии. Химический состав этих пленок  $\text{Al}_2\text{O}_3 + n\text{H}_2\text{O}$  [42]. В непосредственно примыкающем к сплаву слое  $n = 1$ , в наружных слоях  $n = 2; 3$ . Обычно толщина оксидной пленки составляет 5—15 мк, в отдельных случаях она может быть доведена до 100 мк. Кристаллическое строение пленки аналогично строению обычной оксидной пленки,  $\mu = 12,5$ .

4. Покрытие эмалью типа ЭП применяется в целях защиты элементов конструкции от коррозии. Основным компонентом эмали является эпоксидная смола (примерно 90 вес. %). Толщина покрытия 0,1—0,2 мм, структура — аморфная (формируется полимерными молекулами),  $\mu \approx 8,1$ .

5. Покрытие эмалью типа АК белого и черного цвета применяется для придания определенных оптических коэффициентов поверхности экранов системы терморегулирования. Основные компоненты эмали — акриловые и меламино-формальдегидные смолы (порядка 40 вес. %). Толщина покрытия 0,1—0,2 мм, структура аморфная (формируется полимерными молекулами), средний атомный вес белой эмали равен 18,2, черной — 10,1.

Магниевые сплавы типа МА применяются для изготовления легких каркасов, панелей и оболочек. Как правило, они покрываются эмалью типа ЭП. Основным компонентом этих сплавов является магний (примерно 94 вес. %). Кристаллическая решетка магния — гексагональная плотноупакованная,  $a = 3,2028 \text{ \AA}$ ,  $c = 5,1998 \text{ \AA}$ , атомный радиус 1,60  $\text{\AA}$ , плотность 1,739, температура плавления 651° С,  $\mu = 25,0$ .

## Стали

Обычные стали (типа сталь 25) применяются для изготовления деталей и панелей, стали типа ЭИ — для изготовления антенн. Основной компонент сталей — железо: у стали 25 — примерно 98 вес.%, у стали типа ЭИ — примерно 50% (никель — порядка 36%). Средний атомный вес химических элементов сталей равен примерно 55,7. При  $T < 910^\circ\text{C}$  устойчиво  $\alpha$ -железо, решетка — объемноцентрированная кубическая,  $a = 2,86645 \text{ \AA}$ , плотность 7,874, атомный радиус 1,26 Å. Поскольку никель составляет также большую часть сплава типа ЭИ, возможно формирование отдельных участков кристаллической решетки сплава по типу  $\beta$ -никель (обычная форма листового никеля), решетка — гранецентрированная кубическая,  $a = 3,5236 \text{ \AA}$ , плотность 8,9, атомный радиус 1,24 Å, температура плавления  $1453^\circ\text{C}$ .

Наружный слой сталей — окисная пленка, образующаяся на поверхности металла, сложной структуры [109]: внутренний слой, прилегающий к металлу, —  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ , затем  $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ . Суммарная толщина пленки 10—30 Å. Толщина мономолекулярного слоя  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  составляет 9, слоя  $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$  — 160—180 Å [108]. Кристаллическая решетка  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  — кубическая,  $a = 3,380 \text{ \AA}$ , плотность 5,2, температура плавления  $1538^\circ\text{C}$ ,  $\mu = 33,1$ . Известны три модификации окиси железа  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ : парамагнитная  $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$  и ферромагнитные  $\gamma$ - и  $\delta\text{-Fe}_2\text{O}_3$ . Кристаллическая решетка  $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$  — кубическая,  $a = 8,339 \text{ \AA}$ , плотность 4,69,  $\mu = 31,9$ .

## Неметаллические материалы

Широко применяются для изготовления наружных поверхностей ОКА неметаллические материалы. Основные из них — стеклоткань и кварцевое стекло.

Стеклоткань используют для наружного слоя чехлов экранно-вакуумной изоляции системы терморегулирования. Поверхность стеклоткани состоит из плотноупакованных цилиндрических стеклонитей диаметра порядка 10 мк. Основной химический элемент стеклонитей —  $\text{SiO}_2$  (примерно 55 вес.%). Кристаллическая структура аморфная,  $\mu = 21,0$ .

Пластины кварцевого стекла толщиной 1 мм приклеиваются к наружной стороне кремниевых элементов солнечных батарей и служат для защиты от космической и солнечной радиации. Основной химический элемент кварцевого стекла —  $\text{SiO}_2$  (примерно 97 вес.%). Кристаллическая структура аморфная,  $\mu = 20,8$ .

Существует несколько гипотез о строении стекла. Согласно кристаллической гипотезе, например, в неупорядоченном кремнеземном каркасе стекла образуются области, в которых на небольших участках (15–25 Å) упорядоченность приближается к кристаллической структуре. По гипотезе непрерывной беспорядочной сетки структура стекла имеет вид бесконечной вполне однородной сетки из тетраэдров  $\text{SiO}_4$ , связанных между собой только посредством кислорода, участки высокой упорядоченности отрицаются.

## Характеристики материалов

### Температура

Как отмечалось, температура поверхности является важным параметром, характеризующим состояние ее атомов и молекул и влияющим на процессы взаимодействия с разреженным газом.

Температурный режим поверхности ОКА в основном определяется внутренним температурным режимом. Выдерживаемый диапазон температур газа-наполнителя внутри корпуса (во избежание больших деформаций и потери герметичности) 0 — 40° С [57]. На практике диапазон температур поверхности герметичных отсеков уже. Так, при полете ИСЗ «Космос-149» и «Космос-320» температура корпуса спутников изменялась в диапазоне 12—30° С [57]. Температура выносных элементов конструкции аппарата (антенн, панелей, каркасов) сильно зависит от освещенности их Солнцем [80]. Колебания температуры поверхности длительно освещенных или затененных элементов конструкции могут достигать порядка  $\pm 100^{\circ}$  С.

### Шероховатость

Полет ОКА происходит в условиях свободномолекулярного потока сильно разреженного газа верхней атмосферы, и обтекание одного участка выпуклой поверхности не зависит от обтекания другого (соседнего) участка. Поэтому расчет аэродинамических характеристик сводится к интегрированию по поверхности значений импульса и энергии падающих и отраженных молекул, действующих на элементарную площадку  $dA$ . Обычно поверхность считается гладкой, а характер отражения описывается условно принимаемыми математическими законами. На практике поверхность материалов ОКА шероховатая, т. е. падающие молекулы сталкиваются с участками поверхности, имеющими разные наклоны. Кроме того, при сильной

шероховатости возможны многократные столкновения отраженных молекул с поверхностью. Влияние шероховатости на обмен энергией и импульсом между потоком сильно разреженного газа и твердым телом изучалось во многих работах. В работе [14] исследовалось влияние статистической шероховатости на законы отражения атомов от поверхности, в частности дана общая постановка задачи и найдено ее решение для изотропной дифференцируемой случайной поверхности. В аналитическом виде решена задача для слабошероховатой поверхности. Решение задачи для произвольной степени шероховатости связано со значительными математическими трудностями. Приближенные представления оператора шероховатости при сильных и слабых корреляционных связях приведены в работе [21], численные расчеты с использованием корреляционных функций — в работах [5, 7].

Шероховатость поверхности реальных материалов представляет собой микронеровности различного масштаба [69]. В работе [89] решена задача об отражении атома газа от шероховатой поверхности, образованной неровностями двух типов, резко отличающимися по размерам. Отмечено, что шероховатость на молекулярном уровне (порядка  $10^{-7}$  см), которую трудно измерить из-за недостаточной разрешающей способности обычных приборов, может существенно сказываться на аэродинамических характеристиках тела. Виды шероховатости и влияние ее на взаимодействие потока газа с поверхностью твердого тела рассмотрены в работах [56, 55]. Предложен [6] метод прямого моделирования отражения атомов газа от шероховатой поверхности. Расчеты вероятностей многократных соударений с шероховатой поверхностью при значениях параметра шероховатости  $\sigma_1$ , равных 0,5 и 1,0, в предположении зеркального и диффуз-

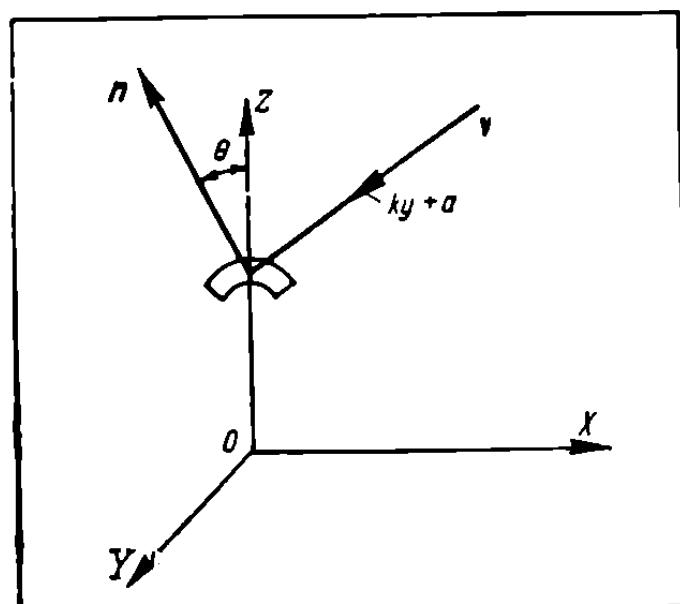


Рис. 28. Схема столкновения частицы газа с элементом шероховатой поверхности.

ного отражения «в малом» качественно согласуются с результатами исследований [56, 55, 148].

Если поверхность слабошероховатая, то практически не наблюдается повторных соударений падающих молекул с микронеровностями и поверхность может быть заменена площадками со случайным наклоном (по нормальному закону распределения), т. е. плотность вероятности наклона нормали  $n$  площади под углом  $\theta$  к оси  $OZ$  (рис. 28) можно записать в виде  $f(\theta) = e^{-\frac{\operatorname{tg}^2 \theta}{2\sigma_1^2}} / 2\pi\sigma_1^2$ , где  $\sigma_1^2 = M(z^2) - [M(z)]^2$ ,  $M$  — математическое ожидание величины  $z^2$  [14].

Параметр шероховатости определяется как  $\alpha = \sigma_1/k$  [88]. Коэффициент  $k$  находится из уравнения траектории молекулы до встречи с поверхностью. Например, если траектория падающей молекулы (см. рис. 28) проходит в плоскости  $YOZ$ , а средний уровень поверхности  $M(z) = 0$  совпадает с плоскостью  $XOY$ , то уравнение траектории имеет вид  $z = ky + a$ , где  $k = \operatorname{tg} \left[ \frac{\pi}{2} - (\vec{v}, \vec{OZ}) \right]$ . По данным работы [88], при слабой шероховатости  $\alpha \ll 1$ , при сильной —  $\alpha \gg 1$ .

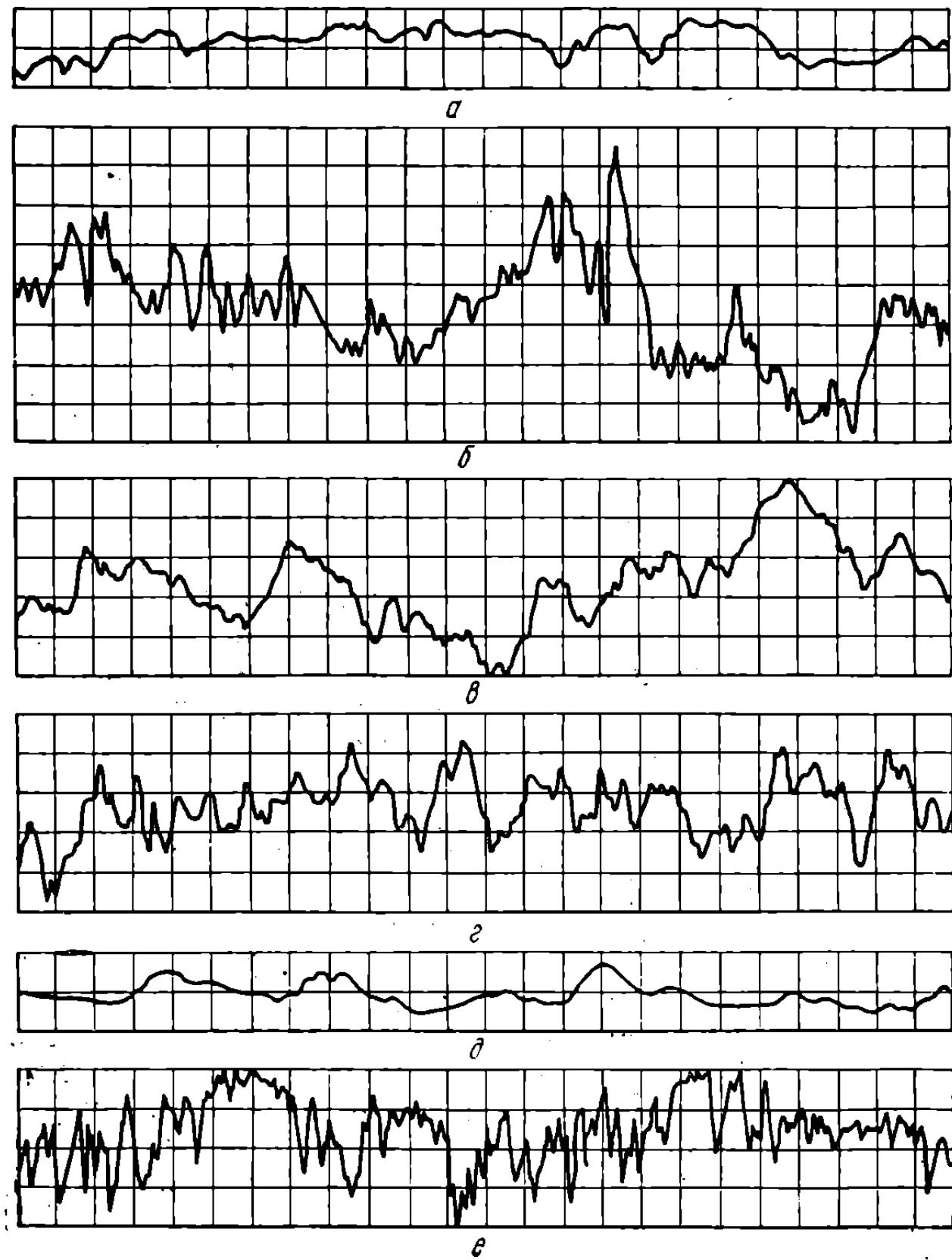
В работе [69] шероховатость поверхности материалов исследована профилограмметрическими и стереофотограмметрическими методами, при этом использовались профилограф-профилометр модели 201 завода «Калибр», электронный микроскоп УЭМБ-100 и прецизионный стереометр СМ-3. Для проверки результатов, а также для получения дополнительных сведений о структуре неровностей поверхности применялись электронно-микроскопический метод косого оттенения, электронно-микроскопический метод получения профиля поверхности по излому образца, метод получения плановых снимков поверхности при различной степени увеличения с помощью оптического микроскопа МИМ-8 и электронного микроскопа УЭМБ-100, а также интерференционный метод (микроинтерферометр Линника МИИ-4).

На рис. 29 в качестве примера приведены профилограммы поверхности шести исследованных материалов. Достаточная длина трассы измерения профиля поверхности листа  $l_\Sigma$  определялась из условия  $l_\Sigma \geq l_k$  ( $l_k$  — длина участка измерения, начиная с которой параметр  $R_a$  — среднее значение расстояний от точек измеренного профиля до его средней линии — постоянен). Это условие позволяет рассматривать с некоторым приближением профиль реальной поверхности как стационарную случайную функцию [52] и в дальнейшем применить гармонический анализ. Направление трассы движения ощупывающей иглы при исследовании листа АМг6 выби-

Рис. 29. Профилограммы поверхности листовых материалов:

*а* — анодированный АМг6, *б* — МА2, *в* — МА2, покрытый эмалью ЭП, *г* — анодированный Д16, *д* — АМг6, полированный химическим способом, *е* — АМг6.

Горизонтальное увеличение 200, вертикальное — 10 000 $\times$ , длина стороны квадратной ячейки координатной сетки равна 10 мм.



ралось перпендикулярно линиям прокатки, у остальных материалов параметры шероховатости практически не зависели от места съема профиля на поверхности образца и от ориентации образца по отношению к трассе движения ощупывающей иглы.

Профиль исследуемой поверхности на длине участка записывался в виде ряда Фурье

$$Z(x) = A_0 + \sum_{i=1}^n R_i \sin(\omega_i x + \varphi_i),$$

где  $A_0$  — постоянный член, средняя линия профиля;  $R_i$  — амплитуда  $i$ -й гармоники;  $\omega_i = 2\pi f_i = 2\pi/T_i$  — частота ( $T_i$  — период);  $\varphi_i$  — фазовый угол. Параметры  $R_i$ ,  $\omega_i$ ,  $\varphi_i$  определялись методом выявления скрытых периодичностей [79], позволяющим выявлять и «усиливать» роль несущих гармонических компонент измеряемого процесса. Профили поверхности аппроксимировались не менее чем четырьмя-пятью членами ряда Фурье, характеристики которых приведены в табл. 12. На основании рекомендаций для полированной поверхности [52] характеристики доминирующих гармоник считались надежно определенными, если

$$l_\Sigma \geq (6 \div 7) T_i.$$

Для количественного определения полноты представления рассматриваемого профиля его гармоническими составляющими, полученными при анализе, использовалось соотношение [52]

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i^2}{2H_{\text{ср.к}}} 100\%,$$

где  $H_{\text{ср.к}}$  — среднее квадратическое отклонение точек профиля от его средней линии. Параметр  $\sigma_1$  определялся по формуле  $\sigma_1^2 = M \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} \simeq \frac{R_i \omega_i}{2}$ . Значения  $\bar{R}$  и  $\sigma_1$  каждого материала приведены в табл. 12.

Профилограмметрический метод удобен для определения геометрии профиля поверхности, однако разрешающая способность его из-за сравнительно большого радиуса скругления конца ощупывающей иглы ( $r = 2^{+2}$  мк) невысока. Поэтому для получения геометрических характеристик более мелких неровностей был применен стереофотограмметрический метод, позволивший измерить высоты микронеровностей поверхности с точностью до 0,012 мк.

ТАБЛИЦА 12

Материал	$t_{\Sigma}$ , мм	$R_a$ , мк	$t$	$f_t$ , мк	$R_i$ , мк	$\Phi_i$ , ради	$\omega_i$ , ради/мк	$T_i$ , мк	$\bar{R}_i$ , %	$\sigma_1$
AMг6, полирован- ный химическим способом	3,9	0,45	1	0,0050	0,452	0,6987	0,0314	200,0	69	0,0179
			2	0,0090	0,446	-0,3187	0,0565	111,0		
			3	0,0110	0,460	-0,6499	0,0690	91,0		
			4	0,0245	0,430	-1,4877	0,1540	41,0		
D16 анодирован- ный	3,0	0,65	1	0,0060	0,416	0,4716	0,2800	22,5	86	0,0220
			2	0,0140	0,534	1,2036	0,0377	167,0		
			3	0,0190	0,568	1,4600	0,0880	71,5		
			4	0,0255	0,318	-1,5700	0,1190	52,6		
			5	0,0305	0,478	-1,5600	0,1600	44,5		
			6	0,0385	0,544	-1,4500	0,1920	33,0		
			7	0,0440	0,514	-1,1442	0,2410	26,0		
			8	0,0055	0,600	-0,4716	0,0346	182,0	97	0,0232
AMг6 анодирован- ный	4,6	0,46	1	0,0085	0,602	-1,5526	0,0534	117,0		
			2	0,0210	0,520	-1,1017	0,1320	48,0		
			3	0,0450	0,492	1,2278	0,2820	22,3		
			4	0,0030	0,530	-1,5519	0,0180	333,0	16	0,0073
МА2	4,2	0,65	1	0,0055	0,284	-0,7520	0,0345	182,0		
			2	0,0205	0,104	-0,1903	0,1290	49,0		
			3	0,0335	0,071	-0,7455	0,2100	30,0		
			4	0,0485	0,100	-1,2036	0,3040	20,6		
МА2, покрытый эмалью ЭП	4,0	2,00	1	0,0045	2,520	0,2355	0,0280	222,0	79	0,0680
			2	0,0100	2,000	0,8000	0,0628	100,0		
			3	0,0120	1,930	-0,9261	0,0755	83,4		
			4	0,0235	1,470	1,4100	0,1480	42,5		
			5	0,0395	1,500	0,0300	0,2480	25,3		
AMг6	3,0	1,50	1	0,0250	1,840	-0,4951	0,0157	400,0	83	0,0475
			2	0,0750	1,380	-1,5536	0,0470	133,0		
			3	0,0130	1,375	-1,3808	0,0820	77,0		
			4	0,0325	1,365	0,7702	0,2040	30,8		
			5	0,0490	1,000	0,7854	0,3080	20,4		

Получено по пять стереоснимков произвольно выбранных участков поверхности исследуемых образцов каждого материала. Углы отклонения образцов от горизонтального положения составляли  $\pm 8^\circ$ . Значения высоты  $h$  и основания неровностей  $a$  для каждого материала осреднялись по методике, изложенной в работе [87]. Результаты определения  $h$ ,  $a$ ,  $\sigma_1$  приведены в табл. 13. На рис. 30—36 в качестве примера приведены снимки участков поверхности исследованных материалов.

Профилограмметрическим методом получены следующие геометрические характеристики неровностей:  $h = 0,1 \div 5$  мк,  $a = 20 \div 400$  мк,  $\sigma_1 = 0,007 \div 0,07$ , стереофотограмметрическим методом — типовые неровности  $h = 0,018 \div 0,038$  мк,  $a = 1,8 \div 3,8$  мк,  $\sigma_1 = 0,003 \div 0,01$ . Как видим, стереофотограмметрическим методом характеристики неровностей определены с большей разрешающей способностью. Значения  $h$  и  $a$ , полученные этим методом, в аналитическом представлении профиля вносят дополнительный член, характеризующий микронеровности. При этом следует предположить, что  $R_t = \frac{1}{2} h$ ,  $\omega_t = \frac{2\pi}{a}$  и  $\Phi_t = 0$ , поскольку значения  $a$ , полученные первым методом, намного больше.

Так как  $\sigma_1 < 0,1$ , то поверхность материалов следует отнести к разряду слaboшероховатых и при решении задач взаимодействия их с разреженным газом рассматривать только однократные столкновения.

На рис. 37 приведены фотографии участков поверхности материалов АМг6 и Д16, полученные методом косого оттенения. На исследуемые участки под углом  $60^\circ$  к поверхности образца напылялся тонкий слой хрома, в результате чего возле неровностей поверхности образовались тени. Зная масштаб увеличения фотоснимка поверхности, длину тени  $d$  и угол напыления  $\varphi$ , легко определить высоту неровностей:  $h = d \operatorname{tg} \varphi$ .

ТАБЛИЦА 13

Материал	$h$ , мк	$a$ , мк	$\sigma_1$
АМг6, полированный химическим способом	0,021	2,7	0,0143
АМг6 анодированный	0,018	3,4	0,0032
Д16 анодированный	0,029	2,7	0,0195
МА2	0,038	3,8	0,0160
АМг6	0,023	1,8	0,0148

Рис. 30. Поверхность прокатанного листа АМг6 при увеличении  $a = 100$ ,  $b = 500$ ,  $c, d = 7550\times$ .

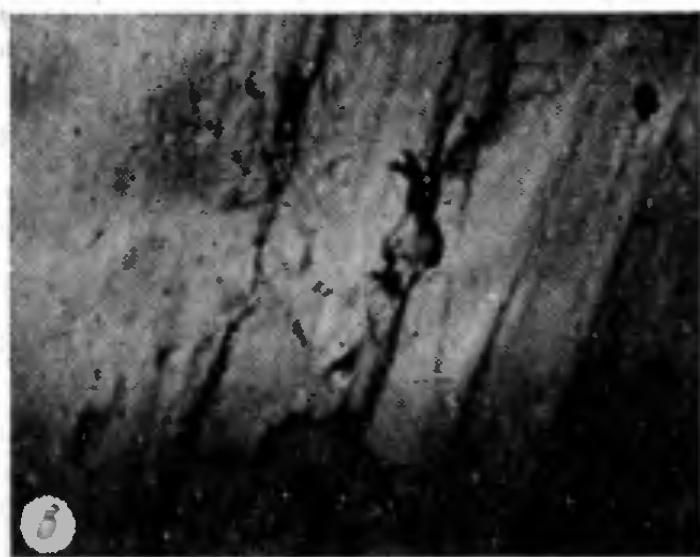
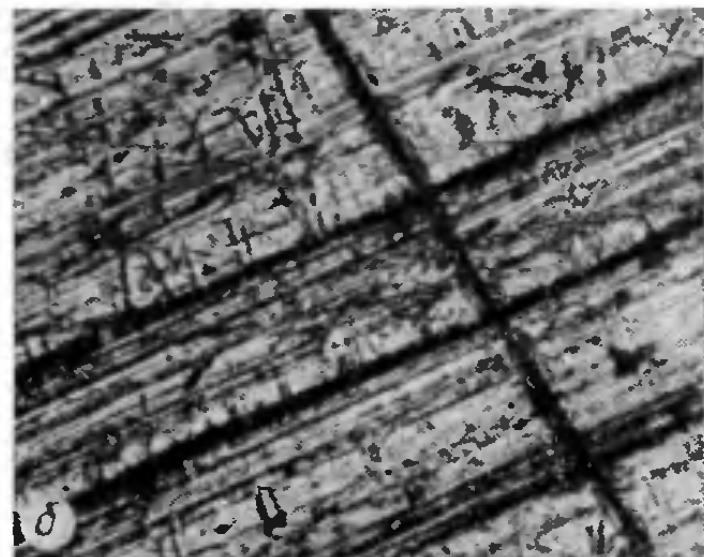
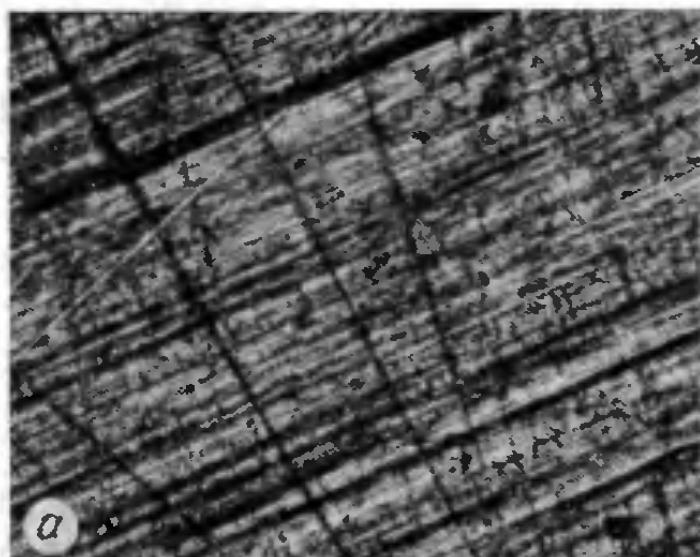


Рис. 31. Поверхность листа АМгб, полированного химическим способом, при увеличении  $a = 100$ ,  $b = 500$ ,  $c, d, e = 7550^{\times}$ .

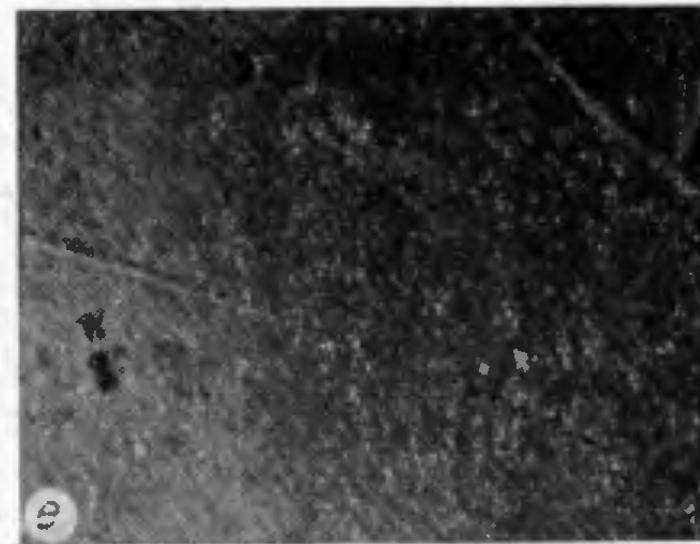
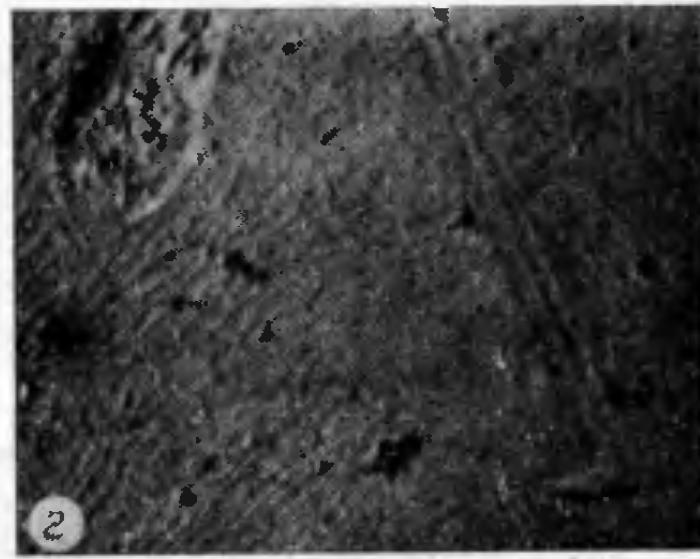
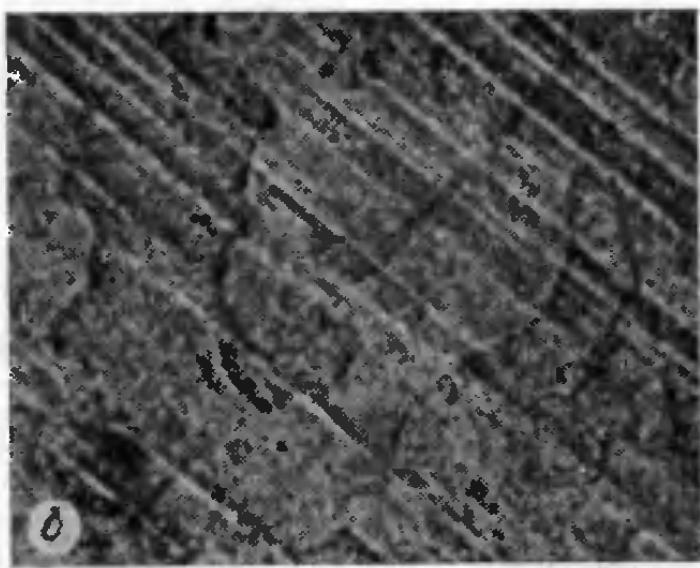
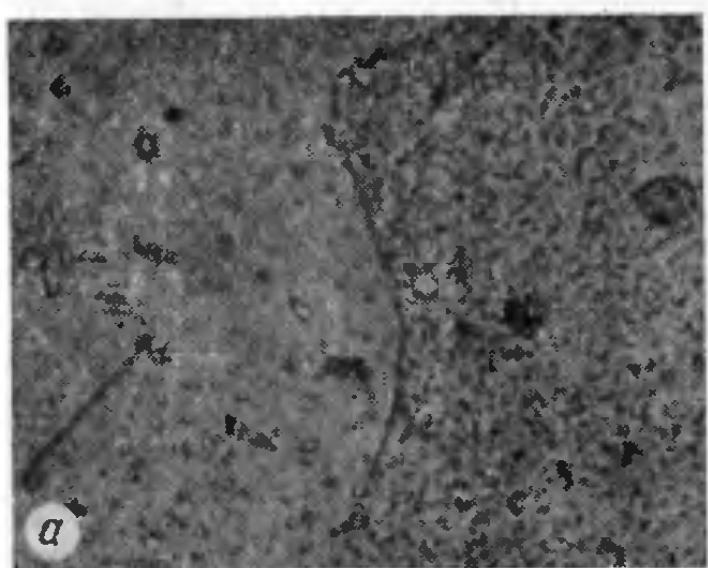


Рис. 32. Поверхность анодированного листа АМг6 при увеличении  $a = 500$ ,  $b, c, d = 7550^{\times}$ .

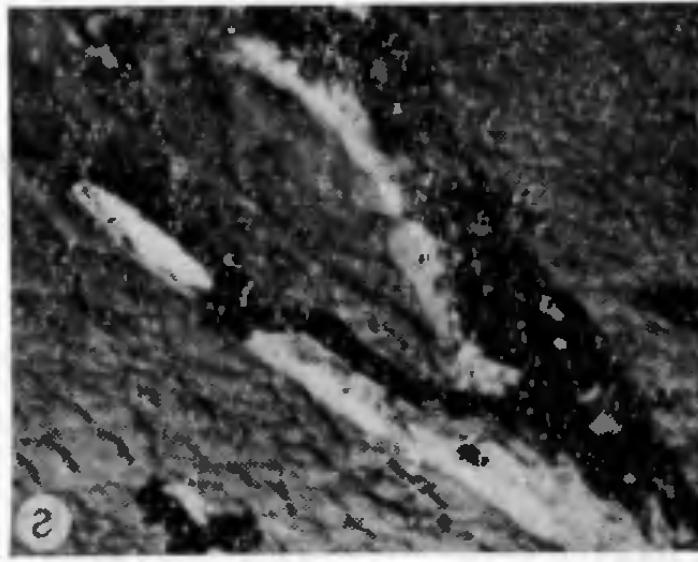
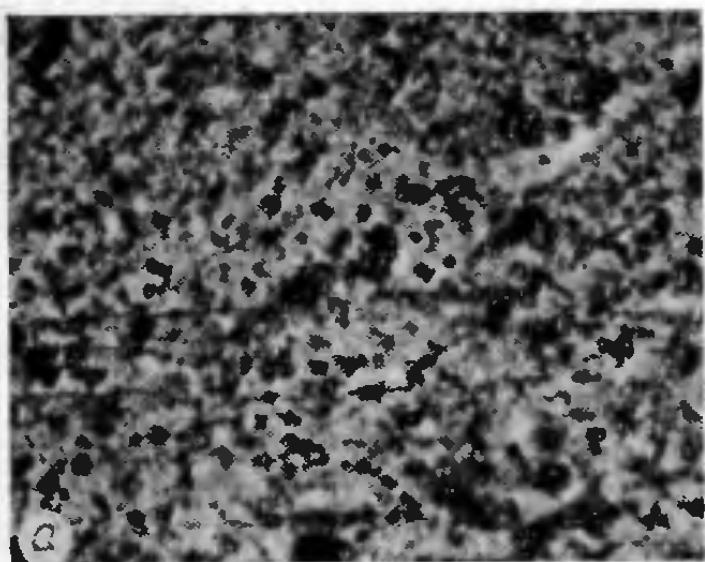


Рис. 33. Поверхность анодированного листа Д16 при увеличении  $a = 100$ ,  $b = 500$ ,  $c, d, e = 7550^{\times}$ .

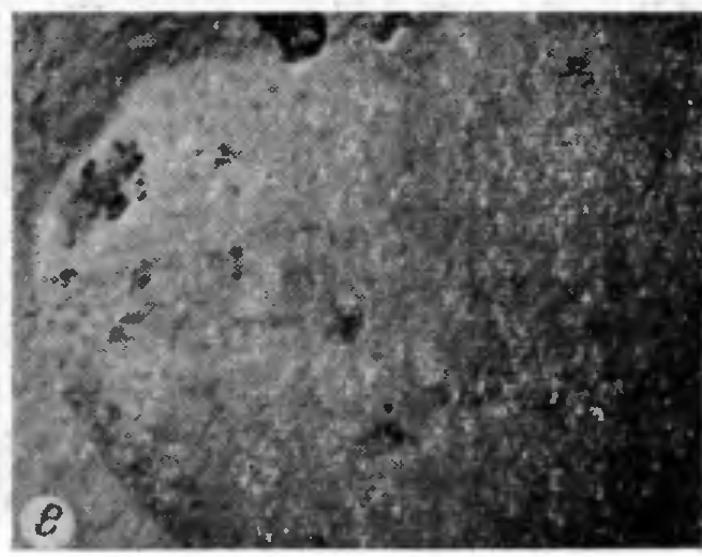
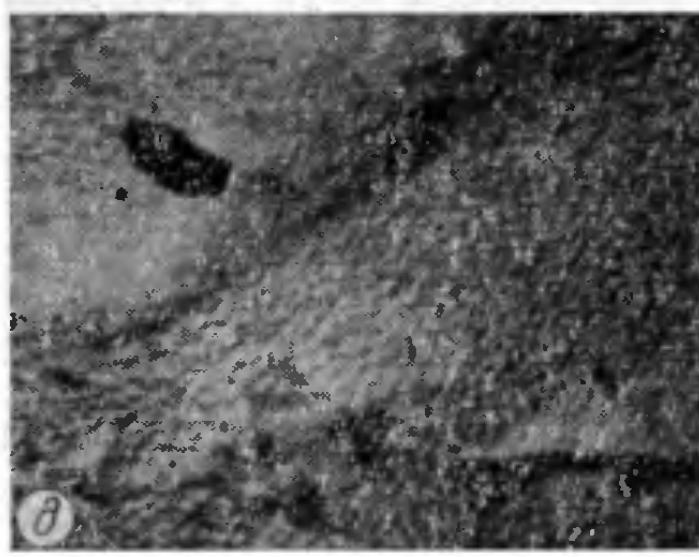
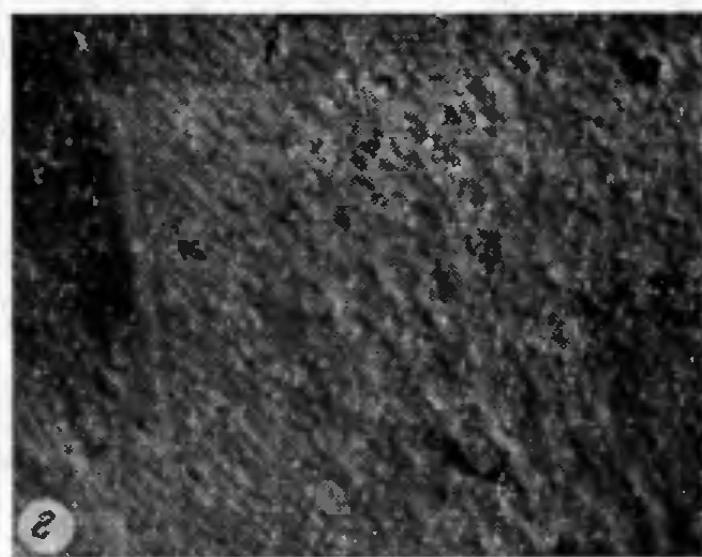
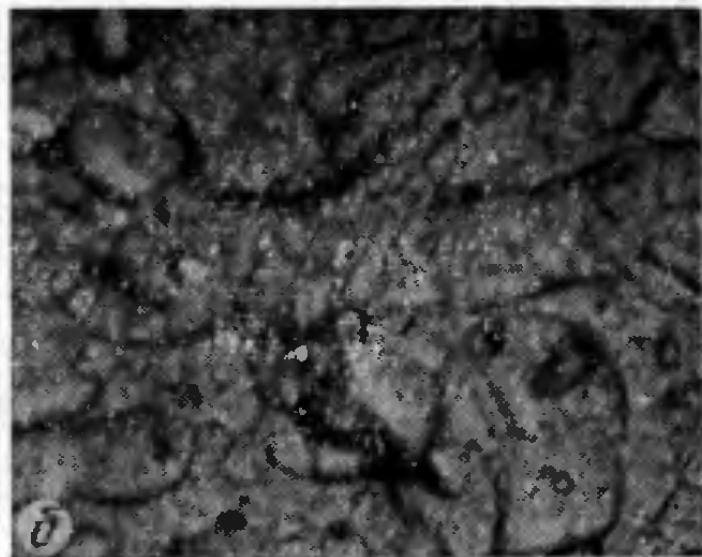
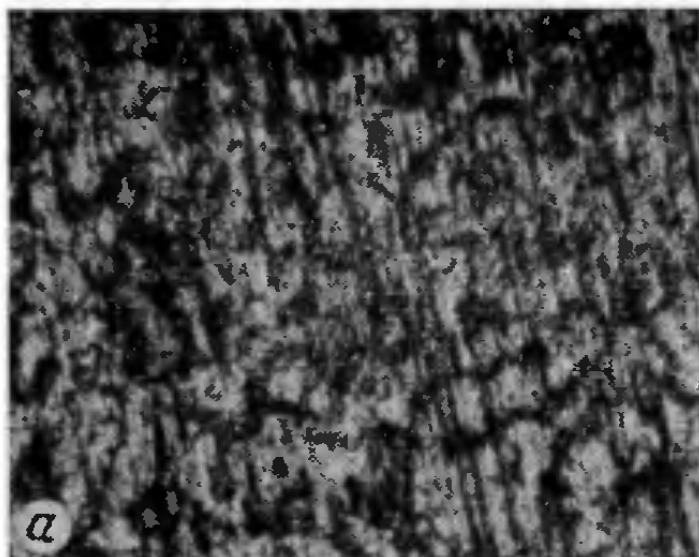


Рис. 34. Поверхность листа МА2 при увеличении *a* — 100, *b* — 500, *c*, *d*, *e* — 7550 $\times$ .

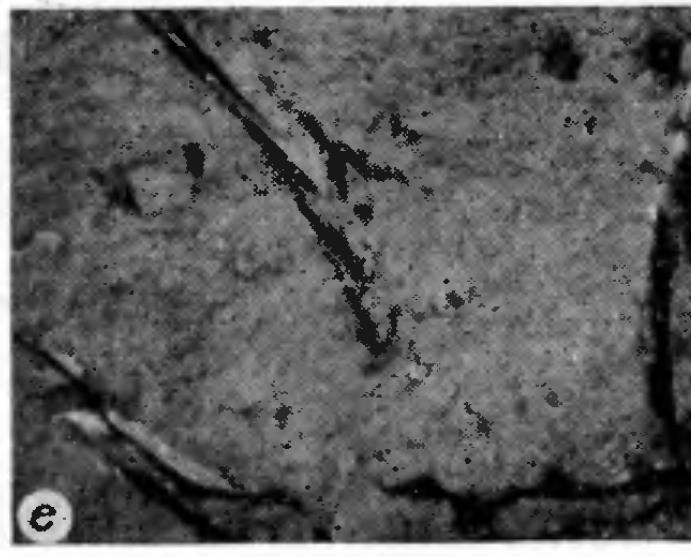
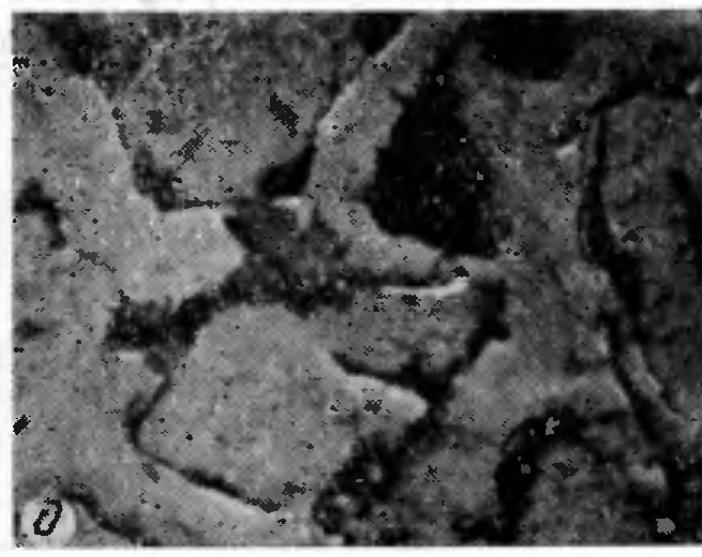
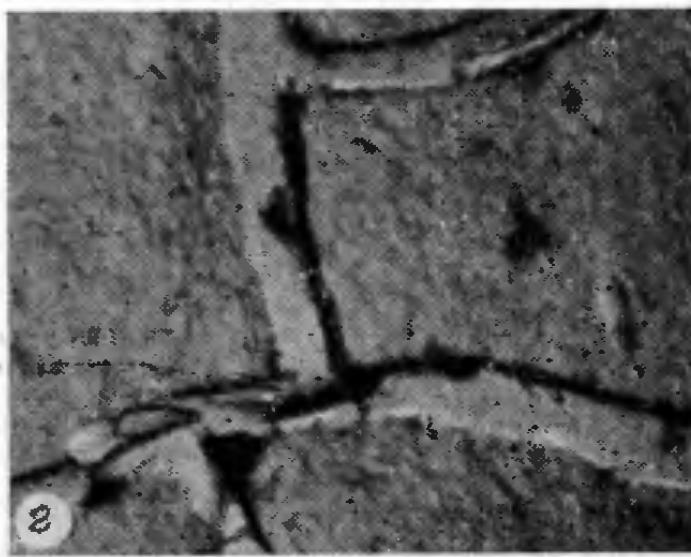
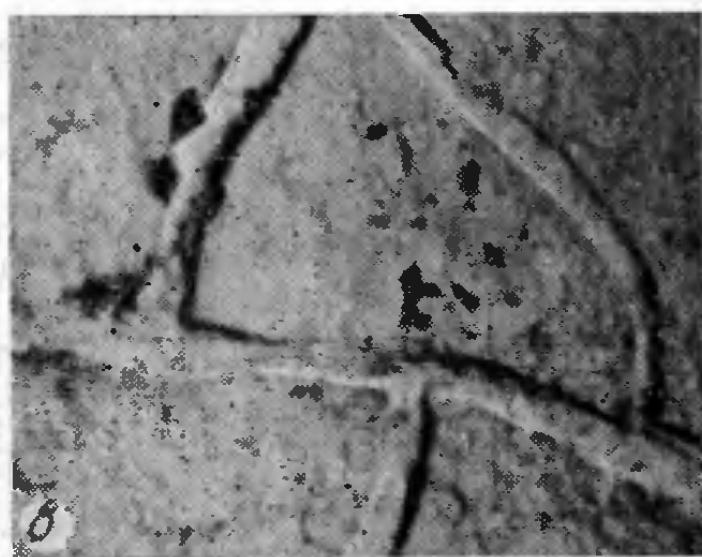
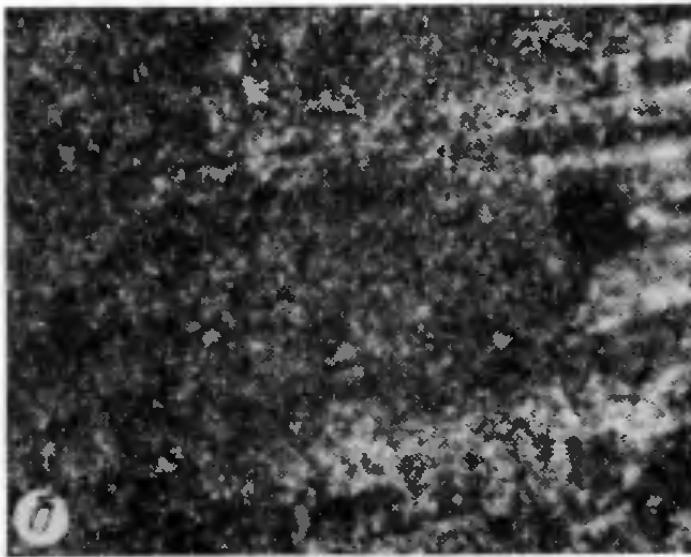
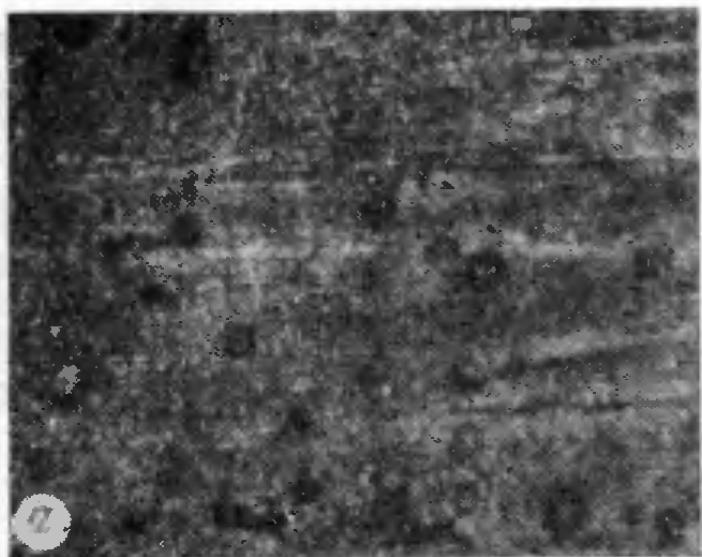


Рис. 35. Поверхность листа МА2, покрытого эмалью ЭП, при увеличении *a* — 100, *b* — 500, *c, d, e* — 7550 $\times$ .

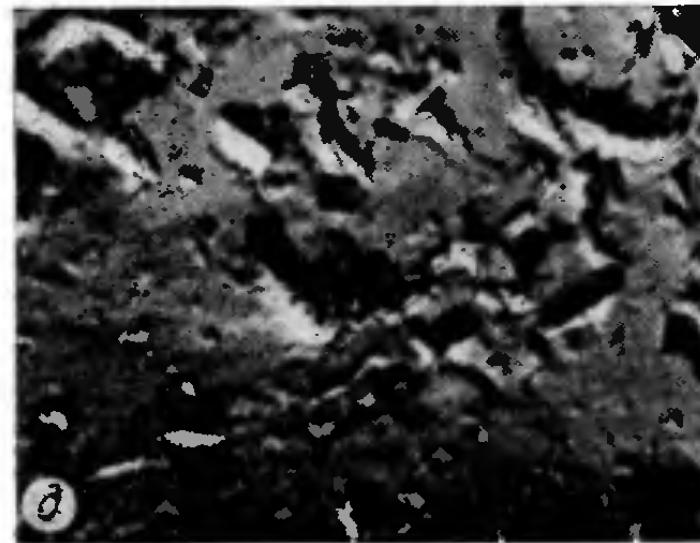
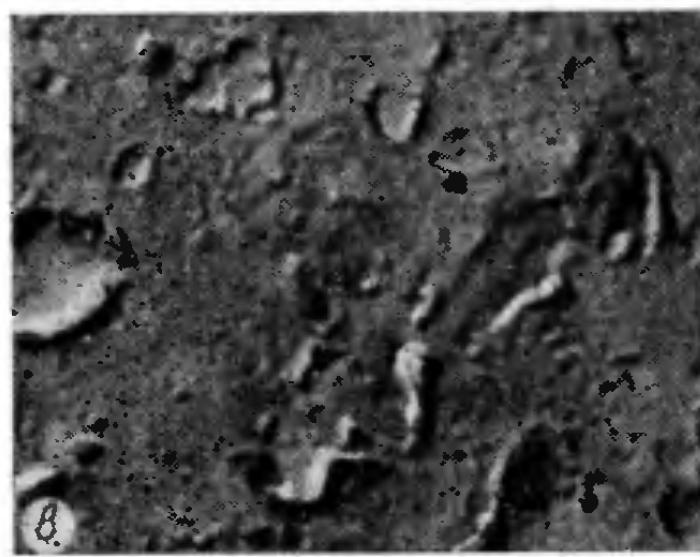
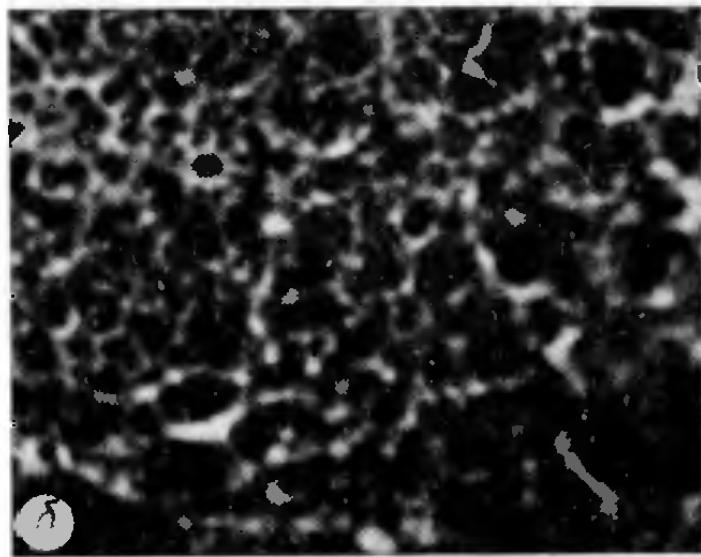
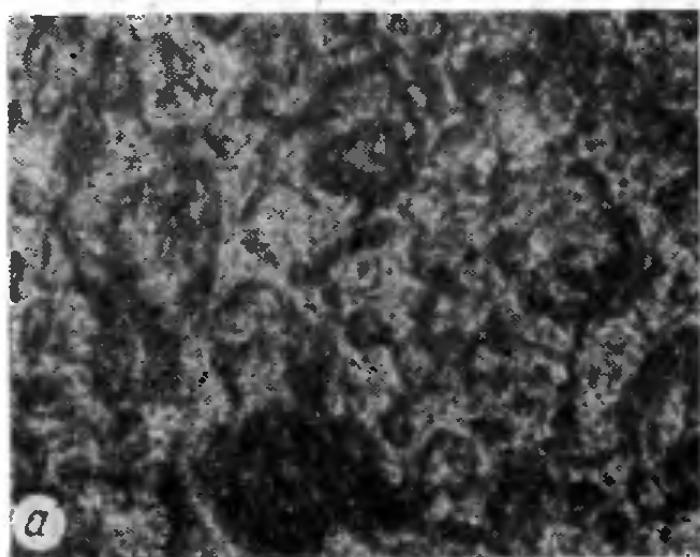


Рис. 36. Поверхность прокатанного листа стали ЭИ при увеличении  $a = 100$ ,  $b = 500$ ,  $c, d, e = 7550^{\times}$ .

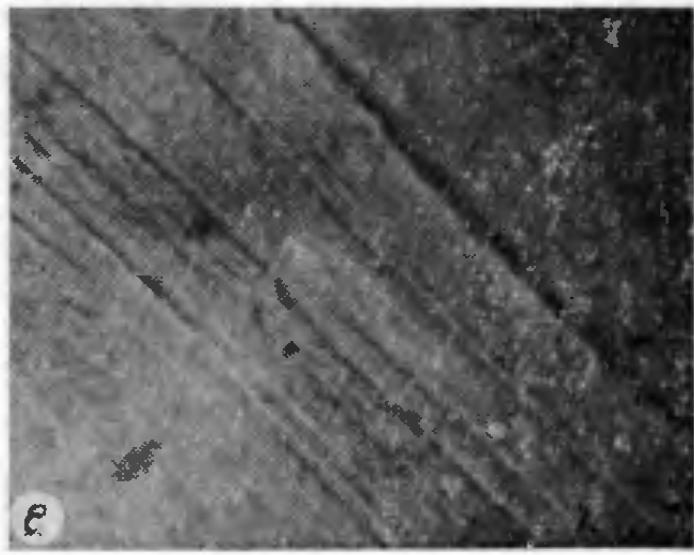
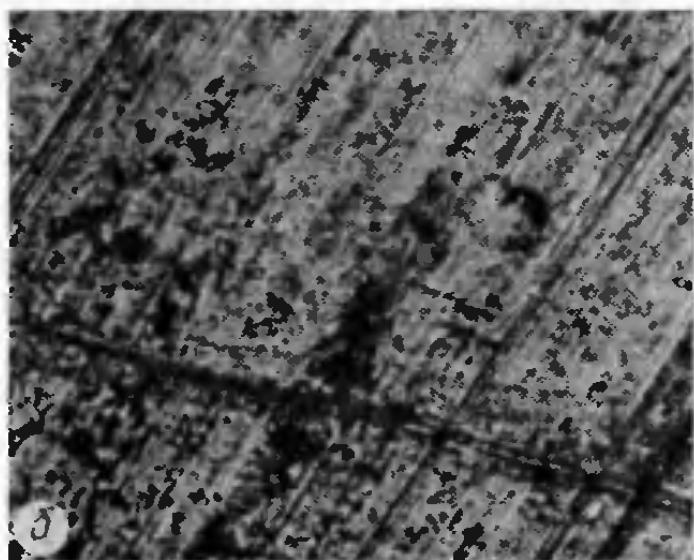
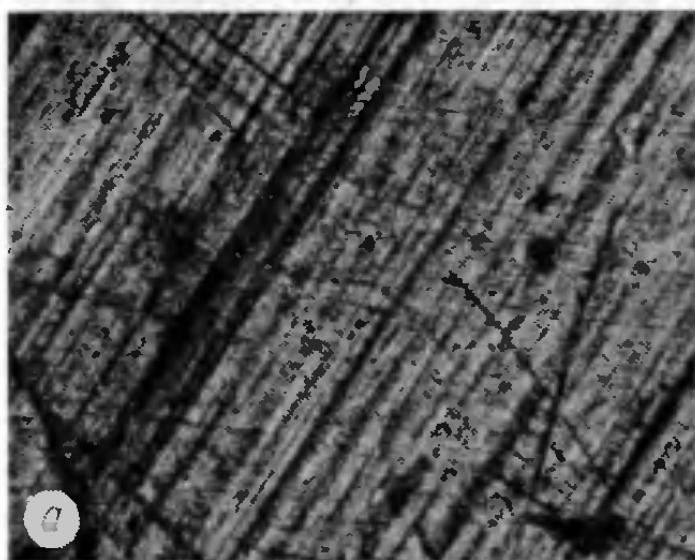


Рис. 37. Поверхность листовых материалов при увеличении  $10\,000\times$ : а, б, в, г, д — АМгб, е, ж, з — Д16.

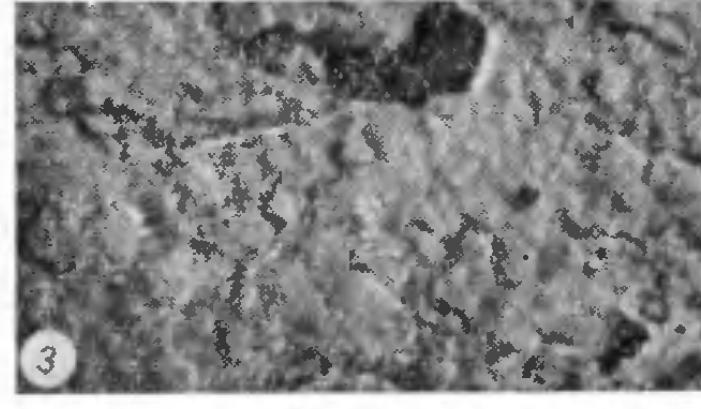
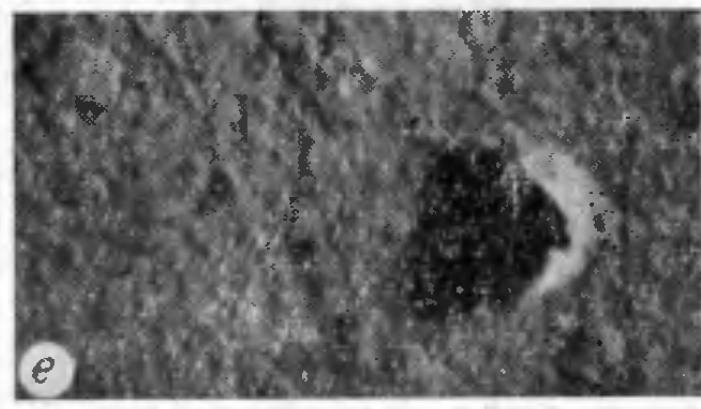
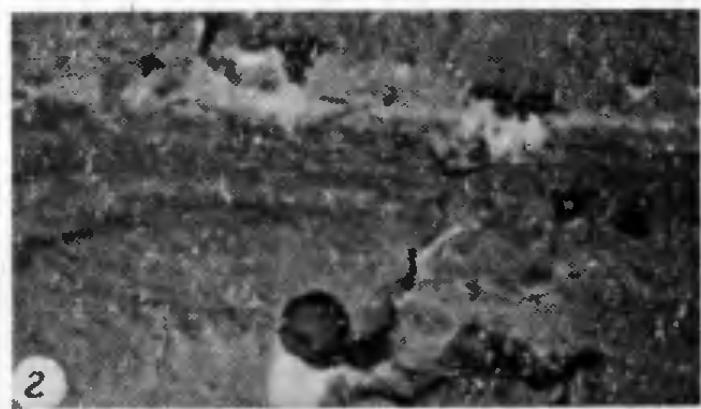
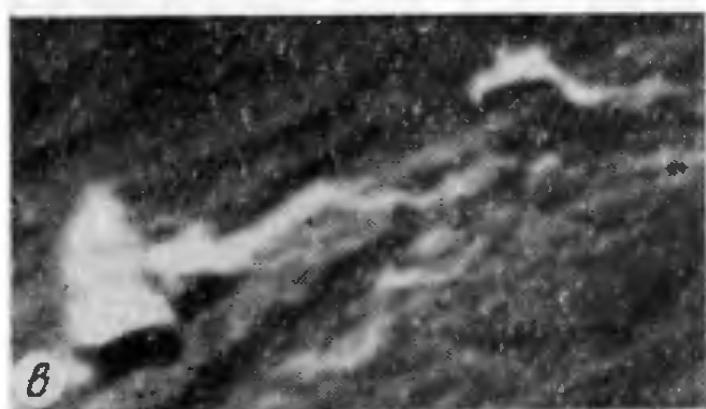
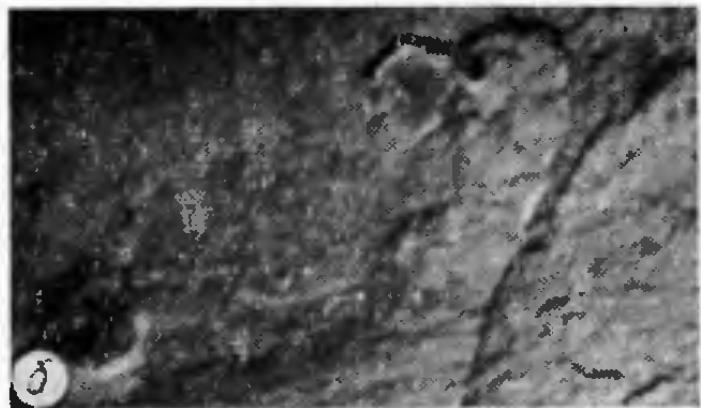


Рис. 38. Профиль излома кварцевого стекла при увеличении  $a = 100$ ,  $b = 500$ ,  $c, d = 10\,000 \times$ .

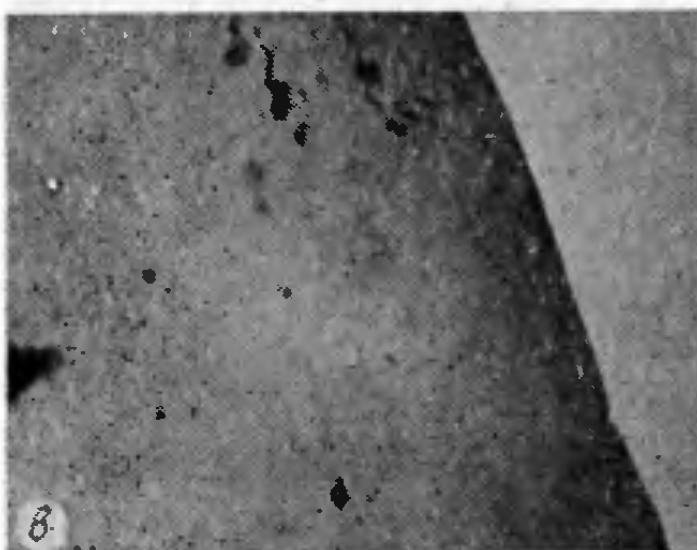


Рис. 39. Поверхность стеклоткани при увеличении  $a = 100$ ,  $\delta, \epsilon, \vartheta = 4500$ ,  $\sigma = 10\ 000^{\times}$ .

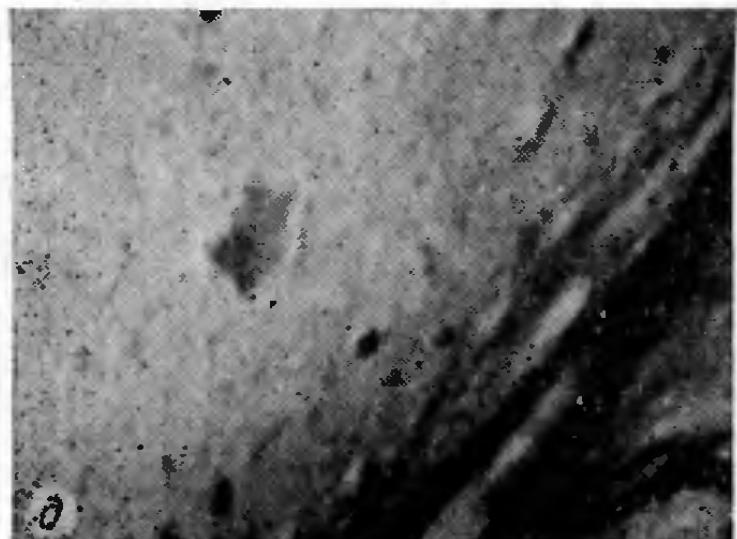
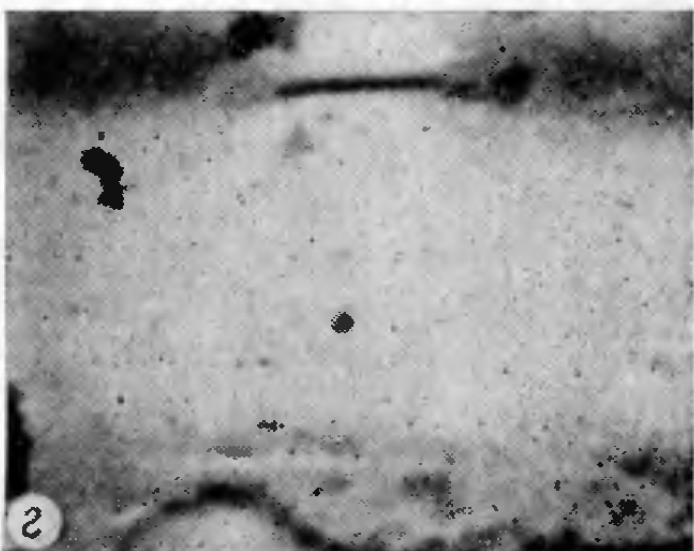
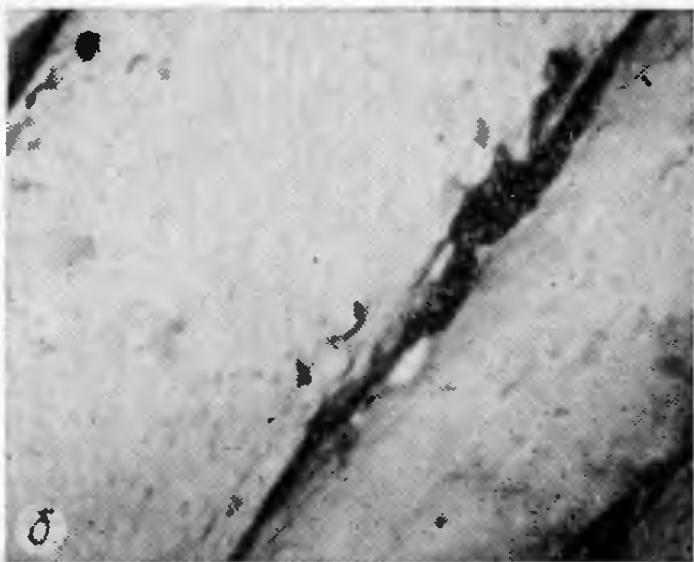
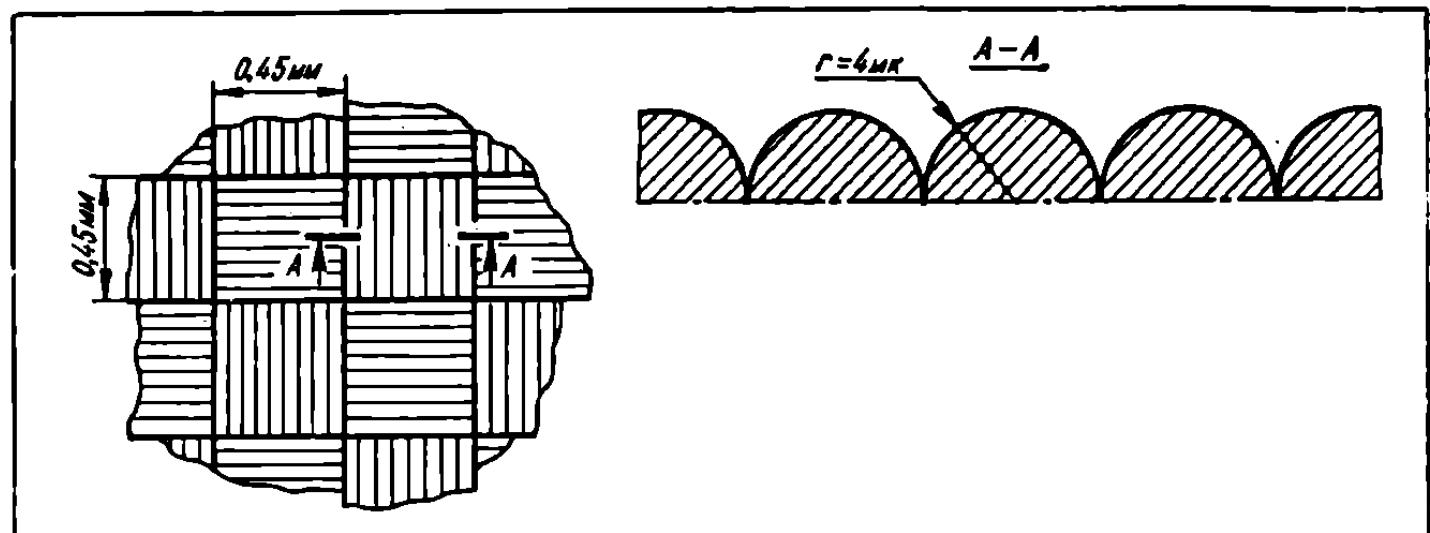


Рис. 40. Модель поверхности стеклоткани.



Наилучшим методом исследования микрошероховатости поверхности образца является метод получения профиля неровностей по линии перпендикулярного среза. Фотографии участков излома поверхности пластин кварцевого стекла были получены с помощью микроскопов МИМ-8 и УЭМБ-100 (рис. 38). В результате обработки фотографий излома найдены средние значения высоты и основания микронеровностей профиля кварцевого стекла, а также степень шероховатости:  $h = 0,25 \text{ мк}$ ,  $a = 4,1 \text{ мк}$ ,  $\sigma_1 = 0,055$ . Поверхность стеклоткани исследовалась при различном увеличении (рис. 39). Модель поверхности представлена в виде плотноупакованных цилиндрических нитей радиуса  $r = 4 \text{ мк}$  (рис. 40).

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГАЗА С ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ СПУТНИКОВЫХ СКОРОСТЯХ

На практике при определении аэродинамических характеристик чаще всего используются некоторые средние параметры, характеризующие процессы взаимодействия, коэффициенты аккомодации нормального  $\sigma_n$  и касательного  $\sigma_t$  импульсов и энергии  $\alpha_{\text{ак}}$  [94, 73]. Однако коэффициенты  $\sigma_n$ ,  $\sigma_t$ ,  $\alpha_{\text{ак}}$ , хотя и удобны для практических расчетов, представляют собой условные общие феноменологические значения. Они не позволяют учитывать весь комплекс физико-химических свойств газа и материалов поверхности аппарата, а также другие факторы при орбитальном движении. Поэтому со временем, очевидно, при практических расчетах предпочтение будет отдано коэффициентам обмена импульсом и энергией  $p(u_1)$ ,  $q(u_1)$  (2.1), (2.2).

Рассмотрим некоторые наиболее часто используемые на практике способы описания процессов взаимодействия разреженного газа с поверхностью ОКА и выражения аэродинамических сил, действующих на элементарную площадку поверхности.

Наибольшее распространение получила схема зеркально-диффузного отражения, основанная на предположении, впервые выдвинутом Максвеллом, что часть падающих на поверхность молекул  $1 - \sigma$  отражается зеркально, а часть  $\sigma$  — диффузно с максвелловским распределением. Кроме коэффициента диффузности  $\sigma$  в схему введен коэффициент аккомодации  $\alpha_{ак}$ . Выражения коэффициентов нормальной  $P_n$  и касательной  $P_t$  аэродинамических сил, действующих на единичную площадку, при таком описании процессов взаимодействия имеют вид

$$P_n = \left[ \frac{(2 - \sigma) \sin \alpha}{S \sqrt{\pi}} + \frac{\sigma}{2S^2} \sqrt{\frac{T_r}{T_\infty}} \right] e^{-S^2 \sin^2 \alpha} + \\ + \left[ (2 - \sigma) \left( \frac{1}{2S^2} + \sin^2 \alpha \right) + \frac{\sigma}{S} \sqrt{\frac{\pi T_r}{T_\infty}} \sin \alpha \right] [1 + \operatorname{erf}(S \sin \alpha)]; \quad (2.4)$$

$$P_t = \sigma \frac{\cos \alpha}{S \sqrt{\pi}} e^{-S^2 \sin^2 \alpha} + \sigma \sin \alpha \cos \alpha [1 + \operatorname{erf}(S \sin \alpha)], \quad (2.5)$$

где  $\alpha$  — местный угол атаки элементарной площадки;  $S$  — отношение скорости набегающего потока к наиболее вероятной тепловой скорости молекул в потоке;  $T_\infty$ ,  $T_r$  — температура газа соответственно в набегающем и отраженном потоках.

Более детально остановимся на схеме изолированного отражения, предложенной Р. Г. Баранцевым [16] применительно к случаю, когда энергия соударяющихся с поверхностью частиц газа  $E_1$  составляет примерно 5—10 эв, а массы атомов газа  $M$  меньше масс атомов поверхности  $M_1$  ( $\mu = \frac{M}{M_1} < 1$ ). Эти условия достаточно близки к условиям обтекания спутников потоком разреженного газа верхней атмосферы.

При выводе основных зависимостей приняты следующие предположения:

1) поверхность твердого тела не имеет адсорбционного слоя молекул и взаимодействие происходит непосредственно с атомами поверхности;

2) на атом поверхности за время столкновения с частицей газа не действуют соседние атомы, т. е. столкновение происходит изолированно;

3) так как скорость колебательного движения атомов поверхности тела мала по сравнению со скоростью падающей частицы, то принимается  $T_\omega = 0$ ;

4) отражающий участок поверхности  $dA$  представляет собой ровный слой уложенных в одной плоскости одинаковых атомов, причем в плоскости поверхности каждый атом соприкасается с шестью соседними;

- 5) частицы газа — твердые, гладкие, идеально упругие сферы;
- 6) соударения однократные.

Направление и скорость молекул после отражения описываются граничной трансформантой  $\tilde{T}$  ( $r_a, v_r, v_\infty, t_a$ ), которая определяется как плотность вероятности отражения молекулы со скоростью  $v_r$ , в момент  $t_a$  от элементарной площадки  $dA$ , содержащей точку  $r_a$ , при скорости падения  $v_\infty$ . Согласно максвелловскому распределению падающих частиц значения коэффициентов  $P_n$  и  $P_t$  записываются в виде

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{1}{1+\mu} \left\{ \frac{\sin \theta_1}{2S^2} [1 + \operatorname{erf}(S \sin \alpha)] [1 + S^2 \cos^2 \alpha] + \right. \\ &+ (2 - \sin^2 \theta_1) \frac{\sin \alpha}{S \sqrt{\pi}} \left[ \xi(S \sin \alpha) + \frac{\sqrt{\pi}}{2S \sin \alpha} \right] [1 + \operatorname{erf}(S \sin \alpha)] \Big\}; \\ P_t &= \frac{\sin^2 \theta_1 \cos \alpha}{(1+\mu) S \sqrt{\pi}} \xi(S \sin \alpha), \end{aligned}$$

где

$$\xi(S \sin \alpha) = e^{-S^2 \sin^2 \alpha} + \sqrt{\pi} S \sin \alpha [1 + \operatorname{erf}(S \sin \alpha)];$$

$$\sin \theta_1 = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{\pi}} \frac{1}{1+\sigma};$$

$\sigma = \frac{a}{a_1}$  — отношение радиусов набегающих молекул к радиусам «молекул» поверхности.

Схема изолированного отражения получила дальнейшее развитие в работах Р. Г. Баранцева и Н. И. Меркуловой [19, 20, 86] в плане приближения ее к реальным условиям процессов взаимодействия. В отличие от «жестких» сфер был введен малый наклон  $v$  вертикальной части потенциала взаимодействия («мягкие» сферы). Задача решена для случаев нормального падения частиц газа с осреднением по азимутальному углу, наклонного падения в двумерной постановке, наклонного падения в пространственной постановке с осреднением по азимутальному углу. Проанализирована зависимость полученных результатов от упаковки атомов поверх-

ности, относительных масс  $\mu$ , наклонов  $v$  и безразмерных радиусов внешнего взаимодействия  $d_1$ . Выражения для коэффициентов  $P_n$  и  $P_\tau$  с учетом малого наклона  $v$  вертикальной части потенциала взаимодействия имеют вид

$$P_n = \frac{2}{1+\mu} \left[ \cos^2 \theta_2 + \frac{d_1^2}{4} (1 - 3 \cos^2 \theta_2) - \frac{v}{2} \sin^2 2\theta_2 \right];$$

$$P_\tau = \frac{\sin 2\theta_2}{2(1+\mu)} (d_1^2 - 4v \cos^2 \theta_2),$$

где  $\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha$ .

Согласно схеме взаимодействия Ночиллы [91]

$$P_n = \frac{1}{2S^2} k(z) \left[ \omega(z) + \omega(z_r) \sqrt{\frac{T_r}{T_\infty}} \right];$$

$$P_\tau = \frac{1}{2S^2} k(z) \left[ \frac{2S}{\sqrt{\pi}} \cos \alpha - (1 - \xi_\tau) \frac{2S \cos \alpha}{\sqrt{\pi}} \right],$$

где

$$k(z) = \exp(-z^2) + \sqrt{\pi} z (1 + \operatorname{erf}(z)); \quad \omega(z) = \frac{2z}{\sqrt{\pi}} + \frac{1 + \operatorname{erf}(z)}{k(z)};$$

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt; \quad z = S \sin \alpha;$$

$$\frac{T_r}{T_\infty} = (1 - \xi)^2 \frac{S^2}{S_r^2}; \quad (1 - \xi)^2 = (1 - \xi_\tau)^2 \cos^2 \alpha + (1 - \xi_n)^2 \sin^2 \alpha;$$

$\xi_n, \xi_\tau$  — коэффициенты взаимодействия, задаваемые в зависимости от параметров падающих частиц.

Более совершенно максвелловское представление схемы взаимодействия с помощью коэффициентов обмена  $p, \tau$  и  $q$  [17]. Существуют как обобщения, так и упрощения этого представления [22]. Например, лучевая модель отражения [17] позволяет описать либо полный поток импульса, либо его направление и поток энергии.

В последние годы широкое распространение получили методы прямого численного моделирования процессов взаимодействия с помощью ЭВМ. В зависимости от исследуемого материала поверхности выбираются тип кристаллической решетки и плоскость поверхности грани. Выделяется блок из  $N$  атомов решетки и записывается система  $3(N + 1)$  уравнений Ньютона с парными внутренним и внешним потенциалами. Начальные условия содержат координаты и скорости всех  $N + 1$  атомов:  $\mathbf{r}_n^0, \dot{\mathbf{r}}_n^0$ . Расстояние от точки

старта до начала взаимодействия атома газа  $z_0^0$  и число атомов в блоке  $N$  подбираются достаточно большими, во избежание влияния на результат взаимодействия. Координаты  $x_0^0$ ,  $y_0^0$  точек падения атомов газа равномерно распределены по периоду решетки. Процессы взаимодействия осредняются по  $r_n^0$  и  $\dot{r}_n^0$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , с функцией распределения, зависящей от параметров решетки и температуры тела. При переходе к безразмерным величинам длину, массу и энергию относят соответственно к шагу решетки, массе атома тела и энергии набегающего атома газа. В полной постановке задача с двупараметрическими потенциалами (например, Ленинтарда — Джонса) содержит восемь безразмерных параметров: глубину внешнего  $\epsilon_*$  и внутреннего  $\epsilon_0$  потенциалов, колебательную энергию тела  $\epsilon_s$ , массу атома газа  $\mu$ , радиус внешнего  $a_*$  и внутреннего  $a_0$  потенциалов, угол падения  $\theta_1$ , азимутальный угол падения  $\Phi_1$ . Результаты численного решения задач взаимодействия изложены в работах [53, 97—100, 103, 104, 129, 143, 145].

Важное значение для изучения процессов взаимодействия разреженного газа с поверхностью при спутниковых скоростях имеют исследования, проводимые на наземных экспериментальных аэrodинамических установках [18]. При создании таких установок с пучками атомных частиц решаются следующие основные задачи: 1) достижение скоростей порядка 6—10 км/с; 2) поддержание интенсивности потока газа порядка  $10^{17} — 10^{18} \text{ 1}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$ , обеспечивающей определение параметров потока частиц после взаимодействия с поверхностью; 3) контроль состояния поверхности.

Значения энергии обычных молекулярных пучков эффузионного типа не превышают десятых долей электрон-вольт. Для создания пучков с энергией порядка 1—10 эв и достаточной интенсивностью применяются методы газодинамического разгона, разгона ионизированного газа и распыления [18]. Метод газодинамического разгона основан на последовательном расширении свободно расширяющейся в вакуум сверхзвуковой струи газа пониженной плотности, в результате которого струя преобразуется в молекулярный пучок и достигаются энергии в несколько электрон-вольт при интенсивности пучка  $10^{17} — 10^{18} \text{ 1}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$ . При разгоне ионизированного газа в электромагнитном поле формируется пучок заряженных частиц. Третий метод заключается в распылении поверхности твердого калия ионами  $\text{Ar}^+$  с энергией 6 кэв. Из распыленных атомов коллимируется пучок со скоростью порядка 10 км/с.

Исследования на наземных установках в диапазоне энергий взаимодействия 2—10 эв, интересном с точки зрения аэродинамики

ОКА (см. рис. 27), трудноосуществимы. В этой области предприняты пока лишь единичные попытки измерения функций взаимодействия и коэффициентов аккомодации [18]. Первые данные об индикаторах рассеяния получены при отражении аргона от напыленного серебра, неочищенных слюды, стекла и меди (давление — порядка  $10^{-6}$  мм рт. ст.): индикаторы сложные, имеют три максимума (обратный, оклонормальный и оклозеркальный), оклозеркально отраженные частицы сосредоточены вблизи плоскости падения, влияние загрязнения поверхности проявляется значительно меньше, чем при более низких энергиях. В табл. 14 приведены значения коэффициентов аккомодации нормального импульса аргона на алюминии, слюде и напыленном на слюду слое серебра в интервале энергий взаимодействия  $0,45—4,11$  эв при давлении примерно  $3 \cdot 10^{-6}$  мм рт. ст.

ТАБЛИЦА 14

Материал	E, эв			
	0,45	0,64	2,36	4,11
Алюминий	0,90	0,81	0,79	0,68
Пленка серебра	0,89	0,75	0,66	0,58
Слюдя	0,80	0,73	0,63	0,56

В одной из последних работ [34], посвященной экспериментальному исследованию взаимодействия газа с поверхностью при спутниковых скоростях, изучена возможность применения диффузной модели отражения в условиях, когда скорость частиц, бомбардирующих поверхность, равна  $10 \text{ км} \cdot \text{s}^{-1}$ , а поверхность покрыта адсорбированным слоем. В качестве бомбардирующих атомных частиц использовались ионы калия, давление в вакуумной камере составляло  $5 \cdot 10^{-6}$  мм рт. ст., интенсивность пучка —  $10^{11}—10^{12}$  част./( $\text{см}^2 \cdot \text{с}$ ). Показано, что диффузная модель применима лишь при диапазоне углов падения  $\theta = 0—40^\circ$ . При  $\theta > 40^\circ$  она является грубым приближением, так как не учитывает вклада рассеянных частиц, которые отражаются квазизеркально и скорость которых приближается к скорости падения. Более детально результаты экспериментальных исследований взаимодействия разреженного газа с поверхностью изложены в работах [9, 11, 12, 18, 70].

## АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ О ДВИЖЕНИИ ИСЗ

Наиболее достоверные сведения о вариациях плотности верхней атмосферы и аэродинамических характеристиках ОКА получены при обработке данных полетов ИСЗ, в частности наблюдений за эволю-

цией орбит и изменением вращения ИСЗ под воздействием сопротивления воздуха.

Рассмотрим некоторые результаты измерений аэродинамических коэффициентов спутников. В работе [141] приведены результаты исследования аэродинамических характеристик стабилизованных вращением спутников с лопастями солнечных батарей «Эксплорер-6» и «Ариэль-2», полученные на основании данных о замедлении вращения и эволюции орбит. Исследовались три неизвестные величины: плотность атмосферы, коэффициент аккомодации и угловое распределение импульса молекул, отраженных от поверхностей спутников. Для определения этих величин применялись схемы распределения импульса отраженных частиц. Результаты определения  $C_x$ ,  $\alpha_{ак}$  приведены в табл. 15 (значения  $C_x$  отнесены к площади тени спутника).

Наружная поверхность спутника «Эксплорер-6»: 40% — сфера, окрашенная черной краской, 60% — панели солнечных батарей, покрытые двуокисью кремния. Температура поверхности 2—51° С, угол падения потока воздуха на панели 33° от касательной, высота полета в перигее  $h_p = 260$ , в апогее  $h_{ap} = 42\,000$  км, период обращения 13 ч.

Наружная поверхность спутника «Ариэль-2»: 42% — окрашенный конус, 58% — панели солнечных батарей, покрытые двуокисью кремния. Температура поверхности 20° С, угол падения потока на коническую часть 45°, на лопасти батарей 22 и 30° от касательной,  $h_p = 290$ ,  $h_{ap} = 1400$  км, период обращения примерно 100 мин.

ТАБЛИЦА 15

Схема взаимодействия	Угловое распределение отраженных частиц	«Эксплорер-6»		«Ариэль-2»	
		$C_x$	$\alpha_{ак}$	$C_x$	$\alpha_{ак}$
Максвелла Шамберга	Зеркально-диффузное	$1,92 \pm 0,05$	$0,75 \pm 0,06$	$1,93 \pm 0,07$	$0,83 \pm 0,05$
	Диффузное	$2,47 \pm 0,06$	$0,65 \pm 0,09$	$2,25 \pm 0,08$	$0,89 \pm 0,04$
Элкейли и Кнута	Квазизеркальное	$1,86 \pm 0,05$	$0,91 \pm 0,02$	$1,85 \pm 0,07$	$0,95 \pm 0,02$
	Отражение от свежей поверхности серебра ( $E_\infty = 1$ эв)	$2,29 \pm 0,06$	$0,78 \pm 0,06$	$2,14 \pm 0,07$	$0,91 \pm 0,03$
	Отражение от поверхности старого стекла ( $E_\infty = 1$ эв)	$2,36 \pm 0,06$	$0,73 \pm 0,07$	$2,23 \pm 0,07$	$0,90 \pm 0,04$

Как видно из табл. 15, значения  $\alpha_{ak}$  для спутника «Ариэль-2» больше, чем для спутника «Эксплорер-6». Это объясняется, по-видимому, высокой степенью заполнения поверхности первого спутника адсорбантом. На втором происходила более полная десорбция с поверхности, так как он находился в сильно разреженных слоях верхней атмосферы примерно в 10 раз больше времени, чем «Ариэль-2». Подтверждением этого может служить результат, полученный в экспериментах, проводившихся в лабораториях при низких энергиях: коэффициент  $\alpha_{ak}$  любого материала, по-видимому, всегда монотонно возрастает с увеличением содержания адсорбанта в поверхностном слое. О наличии на поверхности ИСЗ адсорбционного слоя атмосферного газа свидетельствуют полученные с помощью установленного на спутнике «Эксплорер-17» масс-спектрометра данные о значительной концентрации атмосферных газов на том участке цикла собственного вращения спутника, где ионизирующий элемент (приемное отверстие прибора) полностью защищен от набегающего воздушного потока.

В работе [58] на основании данных о торможении одноосно ориентированных на Солнце спутников «Космос-166» и «Космос-230» определены (рис. 41) коэффициенты аккомодации нормального  $\sigma_n$  и касательного  $\sigma_t$  импульсов пластины материала поверхности солнечных батарей в функции угла падения  $\theta$  согласно модели плотности Л. Д. Яккия 1971 г. Метод состоит в фиксировании группы параметров, характеризующих орбиту, модель плотности атмосферы, ориентацию ИСЗ, и варьировании значений коэффициентов аккомодации импульса до получения оптимального решения задачи определения  $C_x$  спутника. Отличие значений  $\sigma_n$ ,  $\sigma_t$  от полученных А. А. Пярнпуу [99] методом численного моделирования

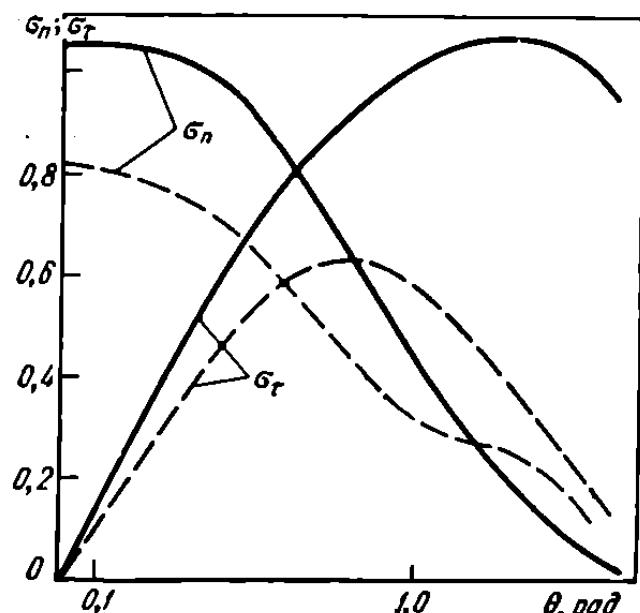


Рис. 41. Значения  $\sigma_n$  и  $\sigma_t$ :

— по данным о торможении ИСЗ,  
— — — по данным численного моделирования процессов взаимодействия [99].

взаимодействия потока с гладкой кремниевой поверхностью объясняется влиянием схемы аэродинамического взаимодействия потока газа с поверхностью, принятой в модели Л. Д. Яккия 1971 г., а также шероховатостью реальной поверхности и наличием на ней адсорбированных атомов. Уточненные значения коэффициентов  $\sigma_n$  и  $\sigma_t$ , полученные при анализе вращения на орбите спутника «Протон-2», приведены в работах [60, 84].

С целью изучения аэродинамических характеристик низколетящих ИСЗ проведена [29] статистическая обработка экспериментальных данных около 3100 измерений орбиты спутников серии «Космос» при  $h_p = 180 \div 300$  км за период с 1962 по 1972 г. Для удобства исследования спутники были разделены на два типа, *А* и *Б*, отличающиеся по форме и среднему атомному весу химических элементов материала поверхности. Форма корпуса ИСЗ типа *Б* выпукла, близка к сферической, средний атомный вес элементов материала поверхности равен 20 а. е. м. ИСЗ типа *А* отличаются наличием надстроек на корпусе, средний атомный вес элементов материала 70% поверхности равен 20, остальной части поверхности — 32 а. е. м.

В качестве меры торможения принималось изменение периода обращения  $\Delta T$  за некоторое количество витков (мерный интервал). По известным параметрам орбиты на левом и правом концах мерного интервала, а также по известным значениям гео- и гелиофизических факторов, влияющих на плотность атмосферы, для заданной модели движения ИСЗ и модели атмосферы CIRA-1965 подбиралась такая величина коэффициента аэродинамического сопротивления ИСЗ  $C_x$ , чтобы расчетное и измеренное значения периода обращения в конце интервала совпадали с заданной точностью  $\xi$ :  $|T_{\text{расч}} - T_{\text{эксп}}| < \xi$ . При таком методе исследования исходными, в отличие от других [71, 82], были по существу не значения плотности, а различия между реальными  $\rho C_x$  и соответствующими модельными  $\rho_{\text{мод}} C_{x \text{ мод}}$  значениями торможения. Расчетные и экспериментальные значения  $C_x$  и относительное отклонение их:

	<i>A</i>	<i>B</i>
$C_x$ расч	2,365	2,160
$C_x$ эксп	2,174	1,981
$\delta = \frac{C_x \text{ расч} - C_x \text{ эксп}}{C_x \text{ эксп}} \cdot 100\%$	8,1	8,2

Для теоретического определения коэффициентов аэродинамического сопротивления спутников использовалась такая же схема взаимодействия потока разреженного газа с поверхностью, как

и при расчете  $C_x$  спутников, измерения торможения которых были положены в основу модели верхней атмосферы CIRA-1965. Это полностью диффузная схема отражения, в которой  $\sigma_n = \sigma_t = 1$ . При расчете учитывались эффекты взаимного затенения и интерференции надстроек и корпусов спутников в потоке. Влияние вторичных соударений отраженных частиц с надстройками и микротекстурой поверхности на значение  $C_x$  оказалось пренебрежимо малым. Погрешность значений  $C_x$  для принятой схемы взаимодействия меньше 1%.

Величина  $\delta$  у обоих типов ИСЗ практически совпадает, хотя материалы поверхности отличаются значением среднего атомного веса примерно на 20%. Это противоречие объясняется, очевидно, тем, что разнородные материалы поверхности ИСЗ, отличие в атомном весе основных химических элементов которых составляет примерно 20%, в условиях полета на высотах 180—300 км при  $F_{10.7} = (65 \div 180) 10^{-22}$  Вт/(м<sup>2</sup> · Гц), покрыты однородным слоем адсорбированного газа и при взаимодействии набегающего потока газа с таким слоем всегда реализуются одинаковые механизмы и величина передаваемого поверхности импульса падающими и отраженными частицами.

Из приведенных выше данных следует также вывод, что в исследуемом диапазоне высот, уровней солнечной и геомагнитной активности при использовании модели CIRA-1965 получаются завышенные в среднем на 8% значения плотности верхней атмосферы.

Исследован аэродинамический момент, действующий в полете на спутник «Космос-230» [72, 59]. Постоянная ориентация на Солнце поддерживалась электромаховической системой ориентации, которая сообщала спутнику момент импульса, равный по величине и обратный по знаку моменту импульса внешних аэродинамических сил. Установленная на борту спутника газореактивная система периодически компенсировала момент импульса, накопленный маховиками. Согласно закону сохранения момента импульса уравнение для некоторого интервала времени  $t_0 — t_k$  имеет вид

$$\int_{t_0}^{t_k} M_a dt = \sum_{i=1}^n M_{\text{упр}} t_i,$$

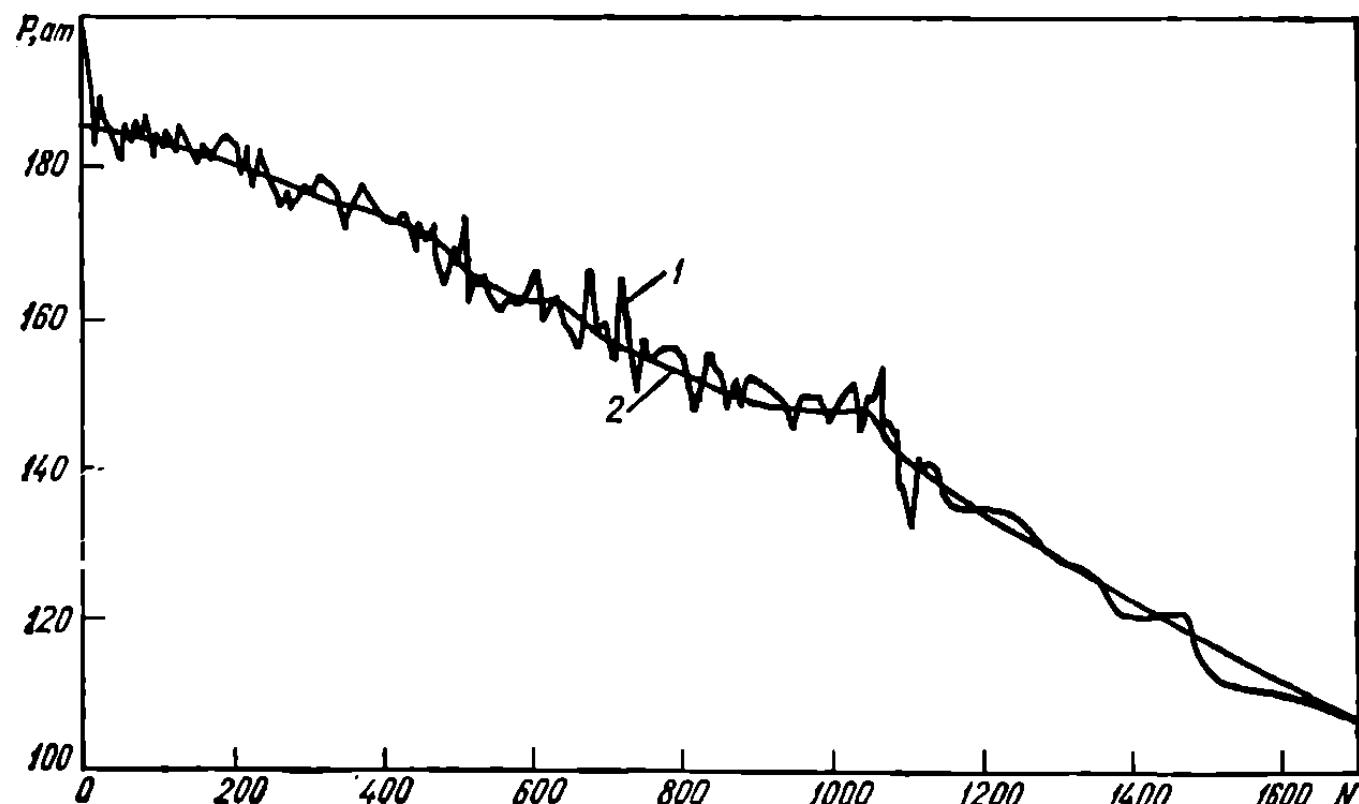
где  $M_a = \frac{1}{2} m_z A L \rho v^2$  и  $M_{\text{упр}} = R l$  — соответственно аэродинамический и управляющий моменты;  $t_i$  — время работы двигателей газореактивной системы на  $i$ -м включении;  $R = P_0 f_{\text{кр}} K_p \Phi_1$  — тяга двигателя;  $l$  — плечо действия силы тяги двигателя относи-

тельно центра масс;  $P_0$  — давление перед соплом;  $f_{kp}$  — площадь критического сечения сопла;  $K_p$  — коэффициент тяги;  $\Phi_1$  — коэффициент потерь в сопле. Время  $t_i$  в некотором интервале  $t_0 — t_k$  определяется по средней величине спада давления  $P_{cp}$  (рис. 42) в баллонах газореактивной системы в предположении работы одного сопла:  $t_i = \dot{G}_{ud} R_g T / \Delta P V_b$ , где  $\dot{G}_{ud}$  — удельный секундный расход сопла;  $R_g$  — газовая постоянная;  $V_b$  — объем баллонов. Пилообразный характер изменения  $P$  объясняется колебаниями температуры  $T$  газа в баллонах.

Действие тяги двигателей газореактивной системы направлено под углом  $\pi/2$ , а направление действия вектора момента импульса равновероятно, поэтому были определены экспериментальные значения момента импульса  $M_{эксп}$ , соответствующие максимальному  $Rl$  и минимальному  $Rl \cos \pi/4$  управляющим моментам (рис. 43). Интегрирование момента импульса аэродинамических сил проводилось на интервалах  $t_0 — t_k$ , при этом использовались предельные отклонения расчетных значений модуля коэффициента  $m_z$ , соответствующие углу атаки в перигее  $\alpha_p$  ( $\alpha$  — угол между продольной осью спутника и вектором скорости набегающего потока). Плотность верхней атмосферы принималась согласно модели CIRA-1965 для высоты  $h_p + \lambda H$  ( $\lambda$  — коэффициент эллиптичности орбиты;  $H$  —

Рис. 42. Давление газа  $P$  в баллонах газореактивной системы спутника «Космос-230»:

1 — фактическое, 2 — среднее.



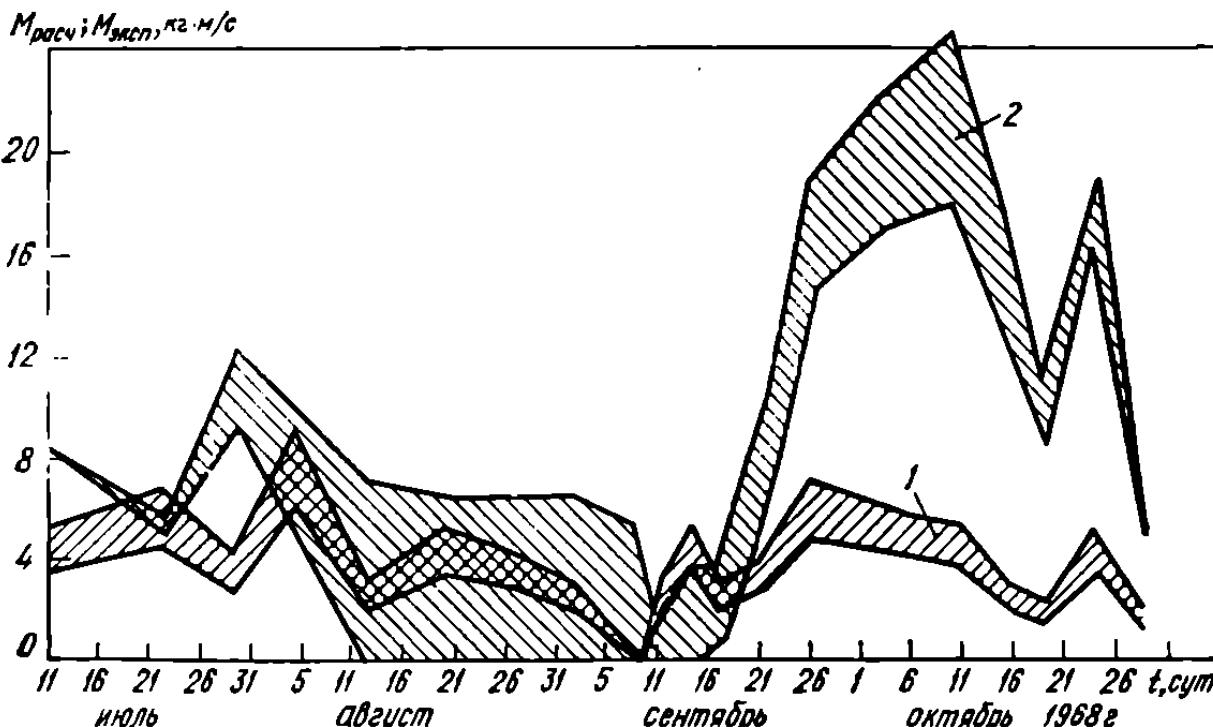
высота однородной атмосферы), местного времени в перигее и фактического уровня солнечной активности  $F_{10.7}$ .

Из рис. 43 следует, что в период с 7 августа по 18 сентября 1968 г., когда  $\alpha_n = 10 \div 40^\circ$ , области значений  $M_{\text{эксп}}$  и  $M_{\text{расч}}$  совпадали. С 27 июля по 4 августа и с 20 сентября по 21 октября, когда  $\alpha_n = 50 \div 70^\circ$ , а расчетные значения  $m$ , достигали максимума, величина  $M_{\text{эксп}}$  составила соответственно примерно 60 и 20—30%  $M_{\text{расч}}$ . Причины такого расхождения заключаются, очевидно, в следующем.

1. Поскольку спутник — тело сложной формы, отраженные от его поверхности молекулы претерпевают многократные столкновения с ней (эффект интерференции). У спутника «Космос-230»  $\alpha_n < 90^\circ$  и интерференция характеризуется столкновением отраженных молекул с обратной стороной солнечных батарей. Это приводит к возникновению момента  $M_g$ , обратного по знаку возмущающему аэродинамическому моменту и, как показали оценки, составляющему примерно 60% величины  $M_a$ . Такому соотношению  $M_a$  и  $M_g$  способствует сравнительно малое расстояние между центром масс спутника и центром давления  $l_d$ , рассчитанное без учета интерференции.

2. Значения  $M_{\text{расч}}$  (см. рис. 43) определялись согласно условию обтекания спутника под углом атаки  $\alpha_n$ . Это условие выполняется неточно, особенно в конце существования спутника, когда орбита

Рис. 43. Экспериментальные (1) и расчетные (2) значения момента импульса аэродинамических сил спутника «Космос-230».



становится слабоэллиптической. При прохождении области максимального аэродинамического напора в перигее орбиты значения  $\alpha$  могут отклоняться от  $\alpha_p$ . Так, 7 октября 1968 г. у спутника «Космос-230»  $\alpha_p = 57^\circ$ , а изменение  $\alpha$  относительно  $\alpha_p$  в области высот  $h_p \div (h_p + \lambda H)$  составило  $\pm 35^\circ$ . Это снижает значение осредненного коэффициента  $m_z$  в области перигея примерно на 50%, а при осреднении плотности приводит к уменьшению  $M_{расч}$  приблизительно на 25%.

3. В период с 20 сентября по 21 октября 1968 г. в точке перигея  $t_m = 4,5 \div 1,5$  ч, т. е. область перигея орбиты спутника находилась в тени Земли. На этом участке спутник совершил неориентированное движение относительно центра масс с угловой скоростью  $0 \leq \omega \leq 0,5$  град/с. Это также приводило к осреднению, а в указанном интервале времени — и к занижению расчетного значения  $m_z$ .

4. Схема отражения набегающего потока разреженного газа от поверхности спутника принималась полностью диффузной. В действительности параметры реального взаимодействия могут отличаться от принятых в данной работе, чем может также объясняться различие в значениях  $M_{эксп}$  и  $M_{расч}$ .

Представляет интерес анализ спада давления  $P$  в баллонах газоактивной системы (см. рис. 42). Горизонтальные участки значений  $P_{ср}$  в областях витков 560—630 и 940—1060 свидетельствуют об отсутствии больших аэродинамических возмущений. Действительно, в этот период  $\alpha_p = 20 \div 30^\circ$  и  $\alpha_p = 16 \div 20^\circ$  соответственно, при таких значениях величина  $m_z$  мала.

В работе [33] применен оригинальный метод оценки реального значения коэффициента аэродинамического сопротивления спутника: одновременно анализируется движение на одной орбите двух спутников разных форм и размеров: кабины (1960  $\epsilon_3$ ) и корабля (1960  $\epsilon_2$ ). Такой подход позволяет исключить влияние атмосферы. Величина  $C_x$  спутников рассчитывалась двумя методами [24, 32]. Сравнение полученных результатов показало, что реальные значения  $C_x$  больше на 15% значений, полученных методом светового моделирования. Кроме того, оказалось, что эффекты затенения и многократных соударений при обтекании спутника сложной формы могут существенно сказываться на величине коэффициента аэrodинамического сопротивления.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОКА

Определение аэродинамических характеристик ОКА в свободномолекулярном потоке сводится к суммированию значений аэродинамических сил, действующих на элементарные площадки поверхности тела. Эта задача применительно к выпуклым телам вращения решена в работе [24]. При расчете аэродинамических характеристик вогнутых тел или группы тел необходимо учитывать эффекты затенения одних элементов другими и соударения отраженных от поверхности частиц с другими элементами тела [1—3, 8, 10, 23, 26, 54, 81, 96]. Математически эта задача сводится к весьма трудоемкому решению сложных интегральных уравнений [28].

Кроме того, при расчете, например, характеристик быстро вращающихся спутников следует учитывать демпфирующие добавки к аэродинамическим силам и моментам [41], при вычислении характеристик ОКА — силы и моменты, обусловленные солнечным давлением, действием заряженных и возбужденных частиц верхней атмосферы, ориентированных спутников — зависимость характеристик от текущего момента времени, параметров орбиты, положения Солнца относительно орбиты, положения самого спутника на орбите, направления и скорости ветра в атмосфере и другие факторы.

В данной главе приведены некоторые методы расчета аэродинамических характеристик ОКА.

### ОБЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЛ, ДВИЖУЩИХСЯ В СВОБОДНОМОЛЕКУЛЯРНОМ ПОТОКЕ

Рассмотрим общий случай движения тела произвольной формы в свободномолекулярном потоке.

В момент времени  $t$  тело совершает поступательное движение, скорость которого равна скорости  $\mathbf{V}$  произвольно выбранной точки  $O$  (рис. 44), и вращательное движение вокруг точки  $O$ , которое характеризуется угловой скоростью  $\omega$ . Выделим на поверхности тела бесконечно малую площадку  $ds$  с радиусом-вектором  $\mathbf{r}$ , проведенным

из точки  $O$ . Абсолютную скорость движения  $ds$  представим в виде  $\mathbf{V}_a = \mathbf{V} + [\omega \mathbf{r}]$ . Введем на  $ds$  прямоугольную систему координат (см. рис. 44) с осями  $n$ ,  $b$ ,  $\tau$  ( $n$  — внешняя нормаль к площадке;  $b$  — вектор, перпендикулярный  $\mathbf{V}_a$  и  $n$  и направленный по  $[\mathbf{V}_a n]$ ;  $\tau$  дополняет систему до правой). Векторы  $b$  и  $\tau$  выражаются через вектор скорости  $\mathbf{V}_a$  и нормаль  $n$ :

$$\mathbf{b} = \frac{[\mathbf{V}_a n]}{|\mathbf{V}_a n|}; \quad \tau = \frac{[(\mathbf{V}_a n) n]}{|(\mathbf{V}_a n) n|}.$$

Раскрывая векторные произведения, получаем

$$[\mathbf{V}_a n] = [\mathbf{V} n] + [(\omega \mathbf{r}) n] = [\mathbf{V} n] - \omega (n \mathbf{r}) + \mathbf{r} (\mathbf{n} \omega);$$

$$|[\mathbf{V}_a n]| = |\mathbf{V}_a| \sin (\mathbf{V}_a, \widehat{n});$$

$$\mathbf{b} = \frac{[\mathbf{V} n] - \omega (n \mathbf{r}) + \mathbf{r} (\mathbf{n} \omega)}{|\mathbf{V}_a| \sin (\mathbf{V}_a, \widehat{n})}; \quad (3.1)$$

$$\tau = \frac{n (n \mathbf{V}) + n (\mathbf{n} \omega \mathbf{r}) - \mathbf{V} - [\omega \mathbf{r}]}{|\mathbf{V}_a| \sin (\mathbf{V}_a, \widehat{n})}. \quad (3.2)$$

На площадку  $ds$  действует сила  $d\mathbf{P}$ , которую можно разложить на направления  $\tau$ ,  $b$ ,  $n$ :

$$d\mathbf{P} = -(P_\tau \tau + P_b b + P_n n) ds.$$

Сила  $d\mathbf{P}$  создает момент  $d\mathbf{M}$  относительно точки  $O$ :

$$d\mathbf{M} = -(P_\tau [\mathbf{r} \tau] + P_b [\mathbf{r} \mathbf{b}] + P_n [\mathbf{r} n]) ds.$$

Сила и момент, действующие на все тело, определяются интегрированием  $d\mathbf{P}$  и  $d\mathbf{M}$  по поверхности тела  $A$ :

$$\mathbf{P} = - \int_A P_b b ds - \int_A P_n n ds - \int_A P_\tau \tau ds; \quad (3.3)$$

$$\mathbf{M} = - \int_A P_\tau [\mathbf{r} \tau] ds - \int_A P_b [\mathbf{r} \mathbf{b}] ds - \int_A P_n [\mathbf{r} n] ds. \quad (3.4)$$

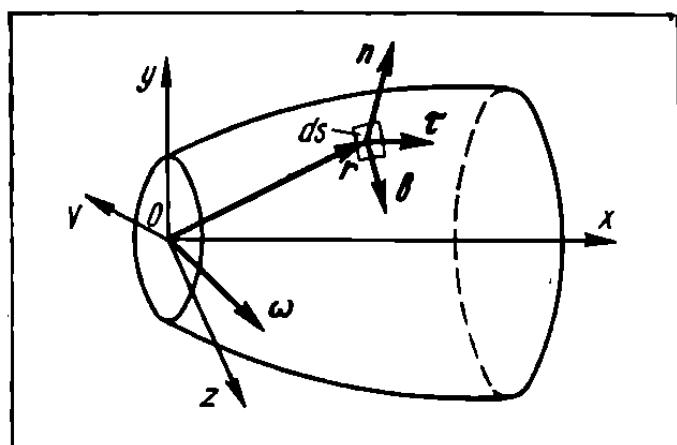


Рис. 44. Схема тела, движущегося в свободномолекулярном потоке газа.

Подставляя в (3.3), (3.4) выражения (3.1), (3.2), получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{P} = & - \int_A P_\tau \{ \mathbf{n}(\mathbf{nV}) + (\mathbf{n}\omega\mathbf{r})\mathbf{n} - \mathbf{V} - [\omega\mathbf{r}] \} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \\ & - \int_A P_b \{ [\mathbf{Vn}] - \omega(\mathbf{n}\mathbf{r}) + \mathbf{r}(\mathbf{n}\omega) \} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_n \mathbf{n} ds; \quad (3.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M} = & - \int_A P_\tau \{ [\mathbf{rn}] [(\mathbf{nV}) + \mathbf{n}\omega\mathbf{r}] - [\mathbf{rV}] - \omega\mathbf{r}^2 + \mathbf{r}(\omega\mathbf{r}) \} \times \\ & \times \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_b \{ \mathbf{V}(\mathbf{rn}) - \mathbf{n}(\mathbf{rV}) - [\mathbf{r}\omega](\mathbf{n}\mathbf{r}) \} \times \\ & \times \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_n [\mathbf{rn}] ds. \quad (3.6) \end{aligned}$$

Введем связанную с телом прямоугольную правую систему координат  $Oxyz$  (см. рис. 44), начало которой движется со скоростью  $\mathbf{V}$ . Проекции силы и момента на оси этой системы записываются в виде

$$\begin{aligned} P_x = & - \int_A P_\tau [(\mathbf{ni})(\mathbf{nV}) + \mathbf{n}\omega\mathbf{r}(\mathbf{ni}) - (\mathbf{Vi}) - \omega\mathbf{ri}] \times \\ & \times \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_b [\mathbf{Vni} - (\omega\mathbf{i})(\mathbf{n}\mathbf{r}) + (\mathbf{ri})(\mathbf{n}\omega)] \times \\ & \times \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_n (\mathbf{ni}) ds; \quad (3.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_y = & - \int_A P_\tau [(\mathbf{nj})(\mathbf{nV}) + \mathbf{n}\omega\mathbf{r}(\mathbf{nj}) - (\mathbf{Vj}) - \omega\mathbf{rj}] \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \\ & - \int_A P_b [\mathbf{Vnj} - (\omega\mathbf{j})(\mathbf{n}\mathbf{r}) + (\mathbf{rj})(\mathbf{n}\omega)] \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_n (\mathbf{nj}) ds; \quad (3.8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_z = & - \int_A P_\tau [(\mathbf{nk})(\mathbf{nV}) + \mathbf{n}\omega\mathbf{r}(\mathbf{nk}) - (\mathbf{Vk}) - \omega\mathbf{rk}] \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \\ & - \int_A P_b [\mathbf{Vnk} - (\omega\mathbf{k})(\mathbf{nk}) + (\mathbf{rk})(\mathbf{n}\omega)] \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_n (\mathbf{nk}) ds; \quad (3.9) \end{aligned}$$

$$M_x = - \int_A P_\tau \{ \mathbf{rni} [(\mathbf{nV}) + \mathbf{n}\omega\mathbf{r}] - \mathbf{rVi} - \mathbf{r}^2(\omega\mathbf{i}) + (\mathbf{ri})(\omega\mathbf{r}) \} \times$$

$$\times \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_b [(\mathbf{Vi})(\mathbf{rn}) - (\mathbf{n}i)(\mathbf{rV}) - \mathbf{r}\omega i(\mathbf{nr})] \times \\ \times \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_n \mathbf{rn}ids; \quad (3.10)$$

$$M_y = - \int_A P_\tau \{ \mathbf{rnj} [(\mathbf{nV}) + \mathbf{n}\omega r] - \mathbf{rVj} - \mathbf{r}^2 (\mathbf{\omega j}) + \\ + (\mathbf{rj})(\mathbf{\omega r}) \} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_b [(\mathbf{Vj})(\mathbf{rn}) - (\mathbf{n}j)(\mathbf{rV}) - \mathbf{r}\omega j(\mathbf{nr})] \times \\ \times \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_n \mathbf{rnj}ds; \quad (3.11)$$

$$M_z = - \int_A P_\tau \{ \mathbf{rnk} [(\mathbf{nV}) + \mathbf{n}\omega r] - \mathbf{rVk} - \mathbf{r}^2 (\mathbf{\omega k}) + \\ + (\mathbf{rk})(\mathbf{\omega r}) \} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_b [(\mathbf{Vk})(\mathbf{rn}) - (\mathbf{nk})(\mathbf{rV}) - \\ - \mathbf{r}\omega k(\mathbf{nr})] \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_n \mathbf{rnk}ds, \quad (3.12)$$

где  $i, j, k$  — орты осей  $Ox, Oy, Oz$ . Векторы, входящие в уравнения (3.7) — (3.12), выражаются через проекции на оси  $Ox, Oy, Oz$ :  $\mathbf{V} = |\mathbf{V}|(\alpha i + \beta j + \gamma k)$  ( $\alpha, \beta, \gamma$  — направляющие косинусы вектора  $\mathbf{V}$ );  $\mathbf{r} = xi + yj + zk$ ;  $\mathbf{\omega} = \omega_x i + \omega_y j + \omega_z k$ . Уравнение поверхности в системе  $Oxyz$  имеет вид  $F(x, y, z) = 0$ . Функция  $F$  выбирается так, чтобы  $\nabla F$  означало внешнюю нормаль к поверхности тела:

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = \frac{\left( \frac{\partial F}{\partial x} i + \frac{\partial F}{\partial y} j + \frac{\partial F}{\partial z} k \right)}{\left[ \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}};$$

$$(\mathbf{n}i) = \frac{1}{|\nabla F|} \frac{\partial F}{\partial x}; \quad (\mathbf{n}j) = \frac{1}{|\nabla F|} \frac{\partial F}{\partial y}; \quad (\mathbf{nk}) = \frac{1}{|\nabla F|} \frac{\partial F}{\partial z};$$

$$(\mathbf{nV}) = \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \left( \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \frac{\partial F}{\partial y} + \gamma \frac{\partial F}{\partial z} \right) = \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \mathbf{x};$$

$$(\mathbf{Vi}) = |\mathbf{V}| \alpha; \quad (\mathbf{Vj}) = |\mathbf{V}| \beta; \quad (\mathbf{Vk}) = |\mathbf{V}| \gamma;$$

$$(\mathbf{\omega i}) = \omega_x; \quad (\mathbf{\omega j}) = \omega_y; \quad (\mathbf{\omega k}) = \omega_z;$$

$$(\mathbf{n}\mathbf{r}) = \frac{1}{|\nabla F|} \left( x \frac{\partial F}{\partial x} + y \frac{\partial F}{\partial y} + z \frac{\partial F}{\partial z} \right); \quad (\mathbf{r}\mathbf{i}) = x; \quad (\mathbf{r}\mathbf{j}) = y; \quad (\mathbf{r}\mathbf{k}) = z;$$

$$(\mathbf{n}\omega) = \frac{1}{|\nabla F|} \left( \omega_x \frac{\partial F}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial F}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial F}{\partial z} \right);$$

$$\mathbf{n}\omega\mathbf{r} = \frac{1}{|\nabla F|} \left[ (\omega_y z - \omega_z y) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x z) \frac{\partial F}{\partial y} + (\omega_x y - \omega_y x) \frac{\partial F}{\partial z} \right];$$

$$\omega\mathbf{ri} = z\omega_y - y\omega_z; \quad \omega\mathbf{rj} = x\omega_z - z\omega_x; \quad \omega\mathbf{rk} = y\omega_x - x\omega_y;$$

$$\mathbf{Vni} = \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \left( \beta \frac{\partial F}{\partial z} - \gamma \frac{\partial F}{\partial y} \right); \quad \mathbf{Vnj} = \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \left( \gamma \frac{\partial F}{\partial x} - \alpha \frac{\partial F}{\partial z} \right);$$

$$\mathbf{Vnk} = \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \left( \alpha \frac{\partial F}{\partial y} - \beta \frac{\partial F}{\partial x} \right);$$

$$\mathbf{rni} = \frac{1}{|\nabla F|} \left( y \frac{\partial F}{\partial z} - z \frac{\partial F}{\partial y} \right); \quad \mathbf{rnj} = \frac{1}{|\nabla F|} \left( z \frac{\partial F}{\partial x} - x \frac{\partial F}{\partial z} \right);$$

$$\mathbf{rnk} = \frac{1}{|\nabla F|} \left( x \frac{\partial F}{\partial y} - y \frac{\partial F}{\partial x} \right);$$

$$\mathbf{rVi} = |\mathbf{V}| (\gamma y - \beta z); \quad \mathbf{rVj} = |\mathbf{V}| (\alpha z - \gamma x); \quad \mathbf{rVk} = |\mathbf{V}| (\beta x - \alpha y);$$

$$\mathbf{r}^2 = x^2 + y^2 + z^2; \quad (\omega\mathbf{r}) = x\omega_x + y\omega_y + z\omega_z;$$

$$(\mathbf{rV}) = |\mathbf{V}| (\alpha x + \beta y + \gamma z).$$

Подставляя координатные выражения векторов и их произведений в формулы (3.7) — (3.12), получаем

$$\begin{aligned} P_x &= - \int_A P_\tau \left\{ \frac{1}{|\nabla F|^2} \frac{\partial F}{\partial x} \left[ |\mathbf{V}| \left( \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \frac{\partial F}{\partial y} + \gamma \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\omega_y z - \omega_z y) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x z) \frac{\partial F}{\partial y} + (\omega_x y - \omega_y x) \frac{\partial F}{\partial z} \right] - \right. \\ &\quad \left. - \alpha |\mathbf{V}| - z\omega_y + y\omega_z \right\} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_b \left[ |\mathbf{V}| \left( \beta \frac{\partial F}{\partial z} - \gamma \frac{\partial F}{\partial y} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \omega_x \left( y \frac{\partial F}{\partial y} + z \frac{\partial F}{\partial z} \right) + x \left( \omega_y \frac{\partial F}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial F}{\partial z} \right) \right] \times \\ &\quad \times \frac{ds}{|\nabla F| |\mathbf{V}_a| \sin(\widehat{\mathbf{V}_a, n})} - \int_A P_n \frac{\partial F}{\partial x} \frac{ds}{|\nabla F|}; \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned}
P_y = & - \int_A P_\tau \left\{ \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|^2} \frac{\partial F}{\partial y} \left( \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \frac{\partial F}{\partial y} + \gamma \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \right. \\
& + \frac{1}{|\nabla F|^2} \frac{\partial F}{\partial y} \left[ (\omega_y z - \omega_z y) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x z) \frac{\partial F}{\partial y} + \right. \\
& \left. \left. + (\omega_x y - \omega_y x) \frac{\partial F}{\partial z} \right] - \beta |\mathbf{V}| - \omega_z x - \omega_x z \right\} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \\
& - \int_A P_b \left\{ |\mathbf{V}| \left( \gamma \frac{\partial F}{\partial x} - \alpha \frac{\partial F}{\partial z} \right) - \omega_y \left( x \frac{\partial F}{\partial x} + z \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \right. \\
& \left. + y \left( \omega_x \frac{\partial F}{\partial x} + \omega_z \frac{\partial F}{\partial z} \right) \right\} \frac{ds}{|\nabla F| |\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_n \frac{\partial F}{\partial y} \frac{ds}{|\nabla F|}; \quad (3.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_z = & - \int_A P_\tau \left\{ \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|^2} \frac{\partial F}{\partial z} \left( \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \frac{\partial F}{\partial y} + \gamma \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \right. \\
& + \frac{1}{|\nabla F|^2} \frac{\partial F}{\partial z} \left[ (\omega_y z - \omega_z y) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x z) \frac{\partial F}{\partial y} + \right. \\
& \left. \left. + (\omega_x y - \omega_y x) \frac{\partial F}{\partial z} \right] - \gamma |\mathbf{V}| - \omega_x y + \omega_y x \right\} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \\
& - \int_A P_b \left\{ |\mathbf{V}| \left( \alpha \frac{\partial F}{\partial y} - \beta \frac{\partial F}{\partial x} \right) - \omega_z \left( x \frac{\partial F}{\partial x} + y \frac{\partial F}{\partial y} \right) + \right. \\
& \left. + z \left( \omega_x \frac{\partial F}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial F}{\partial y} \right) \right\} \frac{ds}{|\nabla F| |\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_n \frac{\partial F}{\partial z} \frac{ds}{|\nabla F|}; \quad (3.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_x = & - \int_A P_\tau \left( \frac{1}{|\nabla F|} \left( y \frac{\partial F}{\partial z} - z \frac{\partial F}{\partial y} \right) \left\{ \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \left( \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \frac{\partial F}{\partial y} + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \gamma \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \frac{1}{|\nabla F|} \left[ (\omega_y z - \omega_z y) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x z) \frac{\partial F}{\partial y} + \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + (\omega_x y - \omega_y x) \frac{\partial F}{\partial z} \right] \right\} - |\mathbf{V}| (\gamma y + \beta z) - (x^2 + y^2 + z^2) \omega_x + x (x \omega_x + \right. \\
& \left. \left. + y \omega_y + z \omega_z \right) \right) \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_b \left\{ \alpha |\mathbf{V}| \left( y \frac{\partial F}{\partial y} + z \frac{\partial F}{\partial z} \right) - \right. \\
& \left. \left. + y \omega_y + z \omega_z \right) \right\} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_n \frac{\partial F}{\partial x} \frac{ds}{|\nabla F|}; \quad (3.16)
\end{aligned}$$

$$-\frac{\partial F}{\partial x} |\mathbf{V}| (\beta y + \gamma z) + (z\omega_y - y\omega_z) \left( x \frac{\partial F}{\partial x} + y \frac{\partial F}{\partial y} + z \frac{\partial F}{\partial z} \right) \} \times \\ \times \frac{ds}{|\nabla F| |\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_n \left( y \frac{\partial F}{\partial z} - z \frac{\partial F}{\partial y} \right) \frac{ds}{|\nabla F|}; \quad (3.16)$$

$$M_y = - \int_A P_\tau \left( \frac{1}{|\nabla F|} \left( z \frac{\partial F}{\partial x} - x \frac{\partial F}{\partial z} \right) \left\{ \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \left( \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \frac{\partial F}{\partial y} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \gamma \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \frac{1}{|\nabla F|} \left[ (\omega_y z - \omega_z y) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x z) \frac{\partial F}{\partial y} + \right. \right. \\ \left. \left. \left. + (\omega_x y - \omega_y x) \frac{\partial F}{\partial z} \right] \right\} - |\mathbf{V}| (\alpha z - \gamma x) - \omega_y (x^2 + y^2 + z^2) + \right. \\ \left. + y (x\omega_x + y\omega_y + z\omega_z) \right) \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \\ - \int_A P_b \left[ \beta |\mathbf{V}| \left( x \frac{\partial F}{\partial x} + z \frac{\partial F}{\partial z} \right) - \frac{\partial F}{\partial y} |\mathbf{V}| (\alpha x + \gamma z) + (\omega_z x - \omega_x z) \times \right. \\ \times \left( x \frac{\partial F}{\partial x} + y \frac{\partial F}{\partial y} + z \frac{\partial F}{\partial z} \right) \left] \frac{ds}{|\nabla F| |\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \right. \\ \left. - \int_A P_n \left( z \frac{\partial F}{\partial x} - x \frac{\partial F}{\partial z} \right) \frac{ds}{|\nabla F|}; \quad (3.17) \right.$$

$$M_z = - \int_A P_\tau \left( \frac{1}{|\nabla F|} \left( x \frac{\partial F}{\partial y} - y \frac{\partial F}{\partial x} \right) \left[ \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \left( \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \frac{\partial F}{\partial y} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \gamma \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \frac{1}{|\nabla F|} \left\{ (\omega_y z - \omega_z y) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x z) \frac{\partial F}{\partial y} + \right. \right. \\ \left. \left. \left. + (\omega_x y - \omega_y x) \frac{\partial F}{\partial z} \right\} \right] - |\mathbf{V}| (\beta x - \alpha y) - \omega_z (x^2 + y^2 + z^2) + \right. \\ \left. + z (x\omega_x + y\omega_y + z\omega_z) \right) \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \\ - \int_A P_b \left[ \gamma |\mathbf{V}| \left( x \frac{\partial F}{\partial x} + y \frac{\partial F}{\partial y} \right) - |\mathbf{V}| \frac{\partial F}{\partial z} (\alpha x + \beta y) + (\omega_x y - \omega_y x) \times \right.$$

$$\times \left( x \frac{\partial F}{\partial x} + y \frac{\partial F}{\partial y} + z \frac{\partial F}{\partial z} \right) \left[ \frac{ds}{|\nabla F| |\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_n \left( x \frac{\partial F}{\partial y} - y \frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{ds}{|\nabla F|} \right]. \quad (3.18)$$

Здесь

$$\begin{aligned} |\nabla F| &= \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}; \\ |\mathbf{V}_a| &= \{ |\mathbf{V}|^2 + 2|\mathbf{V}|[\omega_x(\gamma y - \beta z) + \omega_y(\alpha z - \gamma x) + \\ &+ \omega_z(\beta x - \alpha y)] + (\omega_y z - \omega_z y)^2 + (\omega_z x - \omega_x z)^2 + (\omega_x y - \omega_y x)^2 \}^{1/2}; \\ \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}}) &= \frac{1}{|\mathbf{V}_a| |\nabla F|} \left\{ (|\mathbf{V}|^2 + 2\mathbf{V}\omega r + [\omega r]^2) \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \right. \right. \\ &\left. \left. + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)^2 \right] - \left[ |\mathbf{V}| \left( \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \frac{\partial F}{\partial y} + \gamma \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \right. \right. \\ &\left. \left. + (\omega_y z - \omega_z y) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x z) \frac{\partial F}{\partial y} + (\omega_x y - \omega_y x) \frac{\partial F}{\partial z} \right]^2 \right\}^{1/2}; \\ ds &= dy dz \frac{|\nabla F|}{\frac{\partial F}{\partial x}} = dx dy \frac{|\nabla F|}{\frac{\partial F}{\partial z}} = dx dz \frac{|\nabla F|}{\frac{\partial F}{\partial y}}. \end{aligned}$$

Для расчета сил и моментов, действующих на тело вращения, удобно перейти к записи переменных интегрирования в цилиндрической системе координат, оставив проекции постоянных при интегрировании векторов  $\mathbf{V}$  и  $\boldsymbol{\omega}$  в декартовой системе координат:

$$x = x; \quad y = \rho \cos \varphi; \quad z = \rho \sin \varphi;$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial x}; \quad \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi;$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi;$$

$$|\nabla F| = \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \right)^2 + \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

При этом формулы для сил и моментов (3.13) — (3.18) принимают вид

$$\begin{aligned} P_x &= - \int_A P_\tau \left\{ \frac{\partial F}{\partial x} \frac{1}{|\nabla F|^2} \left[ |\mathbf{V}| \left[ \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \right. \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. \left. - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \gamma \left( - \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \rho (\omega_y \sin \varphi - \omega_z \cos \varphi) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x \rho \sin \varphi) \times \\
& \times \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + (\omega_x \rho \cos \varphi - \omega_y x) \times \\
& \times \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \Big] - \alpha |\mathbf{V}| - \rho (\omega_y \sin \varphi - \omega_z \cos \varphi) \Big\} \times \\
& \times \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_b \frac{1}{|\nabla F|} \left\{ |\mathbf{V}| \left[ \beta \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \gamma \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) \right] - \omega_x \left[ \rho \cos \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \rho \sin \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] + \\
& + x \left[ \omega_y \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \omega_z \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] \Big\} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_n \frac{\partial F}{\partial x} \frac{ds}{|\nabla F|}; \quad (3.19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_u = & - \int_A P_\tau \left\{ \frac{1}{|\nabla F|^2} \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) \left[ |\mathbf{V}| \left[ \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \right. \right. \right. \\
& + \beta \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \gamma \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \Big] + \\
& + \rho (\omega_y \sin \varphi - \omega_z \cos \varphi) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x \rho \sin \varphi) \times \\
& \times \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + (\omega_x \rho \cos \varphi - \omega_y x) \times \\
& \times \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \Big] - \beta |\mathbf{V}| - (\omega_z x - \omega_x \rho \sin \varphi) \Big\} \times \\
& \times \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_b \frac{1}{|\nabla F|} \left\{ |\mathbf{V}| \left[ \gamma \frac{\partial F}{\partial x} - \alpha \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] - \omega_y \left[ x \frac{\partial F}{\partial x} + \rho \sin \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] + \\
& + \rho \cos \varphi \left[ \omega_x \frac{\partial F}{\partial x} + \omega_z \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] \Big\} \times
\end{aligned}$$

$$\times \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_n \frac{1}{|\nabla F|} \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) ds; \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} P_z = & - \int_A P_\tau \left\{ \frac{1}{|\nabla F|^2} \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \times \right. \\ & \times \left[ |\mathbf{V}| \left[ \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \right. \right. \\ & + \gamma \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \left. \right] + \rho (\omega_y \sin \varphi - \omega_z \cos \varphi) \frac{\partial F}{\partial x} + \\ & + (\omega_z x - \omega_x \rho \sin \varphi) \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \\ & \left. \left. + (\omega_x \rho \cos \varphi - \omega_y x) \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] - \gamma |\mathbf{V}| - \right. \\ & - (\omega_x \rho \cos \varphi - \omega_y x) \left\{ \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_b \frac{1}{|\nabla F|} \left\{ |\mathbf{V}| \left[ \alpha \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) - \beta \frac{\partial F}{\partial x} \right] - \omega_z \left[ x \frac{\partial F}{\partial x} + \rho \cos \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) \right] + \rho \sin \varphi \left[ \omega_x \frac{\partial F}{\partial x} + \omega_y \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) \right] \right\} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \int_A P_n \frac{1}{|\nabla F|} \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) ds; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_x = & - \int_A P_\tau \left\{ \frac{1}{|\nabla F|} \rho \left[ \cos \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) - \right. \right. \\ & - \sin \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) \left. \right] \left\{ \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \left[ \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \gamma \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] + \\ & + \frac{1}{|\nabla F|} \left[ \rho (\omega_y \sin \varphi - \omega_z \cos \varphi) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x \rho \sin \varphi) \times \right. \\ & \times \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + (\omega_x \rho \cos \varphi + \omega_y x) \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \Big) \Big] \Big\} - \rho |\mathbf{V}| (\gamma \cos \varphi - \beta \sin \varphi) - (x^2 + \rho^2) \omega_x + \\
& + x(x\omega_x + \rho \cos \varphi \omega_y + \rho \sin \varphi \omega_z) \Big\} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \\
& - \int_A P_b \frac{1}{|\nabla F|} \left\{ \alpha |\mathbf{V}| \rho \left[ \cos \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \right. \right. \\
& + \sin \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \Big] - \rho |\mathbf{V}| \frac{\partial F}{\partial x} (\beta \cos \varphi + \gamma \sin \varphi) - \\
& - \rho (\omega_z \cos \varphi - \omega_y \sin \varphi) \left[ x \frac{\partial F}{\partial x} + \rho \cos \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \right. \\
& \left. \left. + \rho \sin \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] \right\} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \\
& - \int_A P_n \frac{1}{|\nabla F|} \rho \left[ \cos \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) - \right. \\
& \left. - \sin \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) \right] ds; \\
M_y = & - \int_A P_t \left\{ \frac{1}{|\nabla F|} \left[ \rho \sin \varphi \frac{\partial F}{\partial x} - x \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] \times \right. \\
& \times \left\{ \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \left[ \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \right. \right. \\
& + \gamma \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \Big] + \frac{1}{|\nabla F|} \left[ \rho (\omega_y \sin \varphi - \omega_z \cos \varphi) \frac{\partial F}{\partial x} + \right. \\
& + (\omega_z x - \omega_x \rho \sin \varphi) \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + (\omega_x \rho \cos \varphi - \omega_y x) \times \\
& \times \left. \left. \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] \right\} - |\mathbf{V}| (\alpha \rho \sin \varphi - \gamma x) - \omega_y (x^2 + \rho^2) + \\
& + \rho \cos \varphi (x\omega_x + \rho \cos \varphi \omega_y + \rho \sin \varphi \omega_z) \Big\} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \\
& - \int_A P_b \frac{1}{|\nabla F|} \left\{ \beta |\mathbf{V}| \left[ x \frac{\partial F}{\partial x} + \rho \sin \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] - \right. \\
& \left. - |\mathbf{V}| (\alpha x + \gamma \rho \sin \varphi) \left( - \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (\rho \omega_x \sin \varphi - \omega_z x) \left[ x \frac{\partial F}{\partial x} + \rho \cos \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \right. \\
& \quad \left. + \rho \sin \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] \} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \\
& - \int_A P_n \frac{1}{|\nabla F|} \left[ \rho \sin \varphi \frac{\partial F}{\partial x} - x \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] ds; \\
M_z = & - \int_A P_\tau \left\{ \frac{1}{|\nabla F|} \left[ x \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) - \right. \right. \\
& - \rho \cos \varphi \frac{\partial F}{\partial x} \left. \right\} \left\{ \frac{|\mathbf{V}|}{|\nabla F|} \left[ \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \right. \right. \\
& + \gamma \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \left. \right] + \frac{1}{|\nabla F|} \left[ \rho (\omega_y \sin \varphi - \omega_z \cos \varphi) \frac{\partial F}{\partial x} + \right. \\
& + (\omega_z x - \omega_x \rho \sin \varphi) \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + (\omega_x \rho \cos \varphi - \omega_y x) \times \\
& \times \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \left. \right] \} - |\mathbf{V}| (\beta x - \alpha \rho \cos \varphi) - \omega_z (x^2 + \rho^2) + \\
& + \rho \sin \varphi (x \omega_x + \rho \cos \varphi \omega_y + \rho \sin \varphi \omega_z) \} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \\
& - \int_A P_b \frac{1}{|\nabla F|} \left\{ \gamma |\mathbf{V}| \left[ x \frac{\partial F}{\partial x} + \rho \cos \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) \right] - \right. \\
& \quad \left. - |\mathbf{V}| \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) (\alpha x + \beta \rho \cos \varphi) - \right. \\
& \quad \left. - (x \omega_y - \rho \cos \varphi \omega_x) \left[ x \frac{\partial F}{\partial x} + \rho \cos \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \rho \sin \varphi \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right] \right\} \frac{ds}{|\mathbf{V}_a| \sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}})} - \\
& - \int_A P_n \frac{1}{|\nabla F|} \left[ x \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) - \rho \cos \varphi \frac{\partial F}{\partial x} \right] ds; \quad (3.21)
\end{aligned}$$

$$\sin(\mathbf{V}_a, \hat{\mathbf{n}}) = \frac{1}{|\mathbf{V}_a| |\nabla F|} \left\{ |\mathbf{V}|^2 + 2 |\mathbf{V}| \omega \Gamma + [\omega \Gamma]^2 \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( -\frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right)^2 \Big] - \\
 & - \left\{ |\mathbf{V}| \left[ \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right)^2 + \gamma \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \right. \right. \right. \\
 & + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \Big)^2 \Big] + \rho (\omega_y \sin \varphi - \omega_z \cos \varphi) \frac{\partial F}{\partial x} + (\omega_z x - \omega_x \rho \sin \varphi) \times \\
 & \times \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \sin \varphi \right) + (\omega_x \rho \cos \varphi - \omega_y x) \times \\
 & \times \left. \left. \left. \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \sin \varphi + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \cos \varphi \right) \right)^2 \right\}^{1/2}; \\
 |\mathbf{V}_a| = & (|\mathbf{V}|^2 + 2|\mathbf{V}|[\omega_x \rho (\gamma \cos \varphi - \beta \sin \varphi) + \omega_y (\alpha \rho \sin \varphi - \gamma x) + \\
 & + \omega_z (\beta x - \alpha \rho \cos \varphi)] + \rho^2 (\omega_y \sin \varphi - \omega_z \cos \varphi)^2 + \\
 & + (\omega_z x - \omega_x \rho \sin \varphi)^2 + (\omega_x \rho \cos \varphi - \omega_y x)^2)^{1/2}.
 \end{aligned}$$

### АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ ВЫПУКЛОЙ ФОРМЫ

Рассмотрим тело вращения выпуклой формы, все точки которого движутся с одинаковой скоростью  $\mathbf{V}_a = \mathbf{V}$ . Связанную систему координат  $Oxyz$  введем так, чтобы ось  $Ox$  совпадала с осью симметрии тела (рис. 45) и в рассматриваемый момент времени  $t$  вектор  $\mathbf{V}$  был параллелен плоскости  $xOy$  (т. е.  $\gamma = 0$ ). Полагаем, что  $P_b = 0$ . В этом случае  $P_z = M_x = M_y = 0$ . Выражения для остальных проекций силы и момента получаем из формул (3.19) — (3.21), полагая

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} = \omega_x = \omega_y = \omega_z = 0;$$

$$P_x = - \int_A P_\tau \frac{\frac{\partial F}{\partial x} \frac{x}{|\nabla F|} - \alpha |\nabla F|}{(|\nabla F|^2 - x^2)^{1/2}} ds - \int_A P_n \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{|\nabla F|} \frac{ds}{|\nabla F|}; \quad (3.22)$$

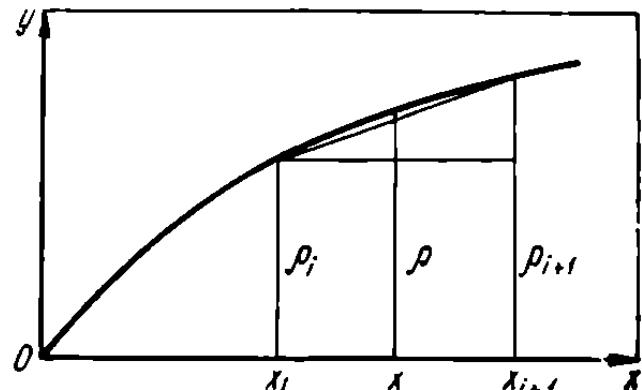


Рис. 45. Схема разбиения тела вращения выпуклой формы на элементарные усеченные конусы.

$$P_y = - \int_A P_\tau \frac{\frac{\partial F}{\partial \rho} \frac{\kappa}{|\nabla F|} \cos \varphi - \beta |\nabla F|}{(|\nabla F|^2 - \kappa^2)^{1/2}} - \int_A P_n \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi \frac{ds}{|\nabla F|}; \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} M_z = & - \int_A P_\tau \frac{\left( x \frac{\partial F}{\partial \rho} - \rho \frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{\kappa}{|\nabla F|} \cos \varphi - (\beta x - \alpha \rho \cos \varphi) |\nabla F|}{(|\nabla F|^2 - \kappa^2)^{1/2}} ds - \\ & - \int_A P_n \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} x - \rho \frac{\partial F}{\partial x} \right) \cos \varphi \frac{ds}{|\nabla F|}, \end{aligned} \quad (3.24)$$

где

$$|\nabla F| = \left[ \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial \rho} \right)^2 \right]^{1/2}; \quad \kappa = \alpha \frac{\partial F}{\partial x} + \beta \frac{\partial F}{\partial \rho} \cos \varphi.$$

Далее удобно записать уравнение поверхности в виде

$$F(\rho, x) = \rho - f(x) = 0, \quad \rho = f(x).$$

Вводим угол  $\theta$  между осью  $Ox$  и вектором скорости  $\mathbf{V}$ , лежащим в плоскости  $xOy$ . Тогда

$$ds = \rho d\varphi dx \frac{|\nabla F|}{\frac{\partial F}{\partial y}} = f(x) d\varphi dx |\nabla F|;$$

$$|\nabla F| = \left[ 1 + \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 \right]^{1/2};$$

$$\frac{\partial F}{\partial \rho} = 1; \quad \frac{\partial F}{\partial x} = - \frac{\partial f}{\partial x}; \quad \kappa = \cos \theta \frac{\partial F}{\partial x} + \sin \theta \cos \varphi.$$

Подставляя эти значения в (3.22) — (3.24), получаем следующие выражения для проекций силы и момента, приложенных к поверхности вращения при  $\omega = 0$ :

$$P_x = - \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{L_1}^{L_2} \left[ - P_\tau \frac{\frac{\partial f}{\partial x} \kappa + \cos \theta |\nabla F|^2}{(|\nabla F|^2 - \kappa^2)^{1/2}} + P_n \frac{\partial f}{\partial x} \right] f(x) dx; \quad (3.25)$$

$$P_y = - \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{L_1}^{L_2} \left[ P_\tau \frac{\kappa \cos \varphi - \sin \theta |\nabla F|^2}{(|\nabla F|^2 - \kappa^2)^{1/2}} - P_n \cos \varphi \right] f(x) dx; \quad (3.26)$$

$$M_z = - \int_0^{2\pi} d\Phi \int_{L_1}^{\Delta_1} \left\{ P_\tau \frac{\left[ x + f(x) \frac{\partial f}{\partial x} \right] x \cos \varphi - [\sin \theta x - \cos \theta f(x) \cos \varphi]}{(|\nabla F|^2 - x^2)^{1/2}} - \right. \\ \left. - P_n \left[ x + f(x) \frac{\partial f}{\partial x} \right] \cos \varphi \right\} dx. \quad (3.27)$$

Выражения (3.25) — (3.27) интегрируются до конца в аналитическом виде только в некоторых случаях задания распределения сил  $P_n$  и  $P_\tau$  по поверхности тел простой формы [73]. Для большинства поверхностей с произвольной образующей значения  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $M_z$  можно получить с помощью численного интегрирования. Приведем пример численного определения аэродинамических характеристик тел вращения выпуклой формы.

Тело вращения с выпуклой образующей разбивается на  $n$  элементарных усеченных конусов (см. рис. 45) с высотами  $(x_1 - x_0), \dots, (x_{i+1} - x_i), \dots, (x_n - x_{n-1})$ . Тогда для каждого  $(i+1)$ -го конуса можно записать

$$\rho = f(x) = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x + \left( \rho_i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \right); \\ \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i}.$$

Подставляя эти значения в выражение (3.25) и интегрируя по  $x$  в пределах  $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ , получаем

$$P_{x_{i+1}} = - \left[ \frac{1}{2} \left( (\rho_{i+1} - \rho_i)(x_{i+1} + x_i) + \rho_i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \right) \times \right. \\ \times (x_{i+1} - x_i) \left. \int_0^{2\pi} \left[ P_n \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} - \right. \right. \\ \left. \left. - P_\tau \frac{\frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i + \cos \theta |\nabla F_i|^2}{(|\nabla F_i|^2 - x_i^2)^{1/2}} \right] d\varphi \right],$$

где

$$x_i = \left( \sin \theta \cos \varphi - \cos \theta \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} \right); \\ |\nabla F_i| = \left[ 1 + \left( \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Величину осевой силы  $P_x$ , действующей на все тело, находим, суммируя все значения сил  $P_{x_{i+1}}$ , действующих на каждый из  $n$  конусов, которыми аппроксимируется поверхность тела:

$$P_x = - \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{2} (\rho_{i+1} - \rho_i) (x_{i+1} + x_i) + \left( \rho_i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \right) \times \right. \\ \left. \times (x_{i+1} - x_i) \right] \int_0^{2\pi} \left[ P_n \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} - P_\tau \frac{\frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i + \cos \theta |\nabla F_t|^2}{(|\nabla F_t|^2 - x_i^2)^{1/2}} \right] d\varphi.$$

Аналогично получаем

$$P_y = - \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{2} (\rho_{i+1} - \rho_i) (x_{i+1} + x_i) + \right. \\ \left. + \left( \rho_i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \right) (x_{i+1} - x_i) \right] \times \\ \times \int_0^{2\pi} \left[ P_\tau \frac{x_i \cos \varphi - \sin \theta |\nabla F_t|^2}{(|\nabla F_t|^2 - x_i^2)^{1/2}} + P_n \cos \varphi \right] d\varphi;$$

$$M_z = - \sum_{i=1}^n \int_0^{2\pi} \left( \frac{P_\tau}{(|\nabla F_t|^2 - x_i^2)^{1/2}} \left\{ - \left[ \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{3} (x_{i+1}^2 + x_{i+1} x_i + x_i^2) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \left( \rho_i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \right) \frac{x_{i+1}^2 - x_i^2}{2} \right] |\nabla F_t|^2 \sin \theta \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[ \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{2} (x_{i+1} + x_i) + \left( \rho_i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} \right) (x_{i+1} - x_i) \right] \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left( \rho_i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \right) \left( \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i + \cos \theta |\nabla F_t|^2 \right) \right\} - \right. \\ \left. - P_n \left\{ \left[ \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{3} (x_{i+1}^2 + x_{i+1} x_i + x_i^2) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \left( \rho_i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \right) \frac{x_{i+1}^2 - x_i^2}{2} \right] |\nabla F_t|^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[ \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{2} (\rho_{i+1} + \rho_i) + \left( \rho_i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \right) (x_{i+1} - x_i) \right] \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left( \rho_i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} x_i \right) \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{x_{i+1} - x_i} \right\} \cos \varphi \right\} d\varphi.$$

В каждом  $i$ -м сечении в  $k$  точках, равномерно распределенных по окружности радиуса  $\rho_i$ , определяются значения угла  $(\widehat{V}, \widehat{n})$ , по которым с помощью выражений (4), (5) находятся нормальная  $P_n$  и касательная  $P_t$ , составляющие аэродинамической силы, действующей на элементарную площадку. Полученные в  $i$ -м сечении подынтегральные выражения интегрируются по углу  $\phi$ . Затем значения сил и моментов, действующих на все элементарные конусы, суммируются. Погрешность рассчитанных таким методом интегральных аэродинамических характеристик тела вращения при  $n = k \sim 50$ ,  $i \simeq 20$ , по сравнению с известными точными решениями, меньше 1%.

На тело вращения, закрученное относительно оси симметрии в свободномолекулярном потоке, действуют дополнительные аэrodинамические силы и моменты. Рассмотрим тело вращения выпуклой формы (см. рис. 44), движущееся со скоростью  $V$  и закрученное относительно оси симметрии с угловой скоростью  $\omega$  [121]. В этом случае вектор угловой скорости записывается в виде  $\omega [\omega; 0; 0]$ . Считается, что плоскость угла атаки  $\alpha = (\widehat{V}, \widehat{i})$  всегда совпадает с плоскостью  $xOy$ .

При взаимодействии поверхности тела с потоком разреженного газа возникают аэродинамические силы и моменты, описываемые в общем виде выражениями (3.5), (3.6). Рассмотрим случай зеркально-диффузного отражения молекул свободномолекулярного потока от поверхности тела. Выражения для  $P_n$ ,  $P_t$ ,  $P_b$  запишем в виде

$$\begin{aligned}
 P_n = & - (2 - \sigma) \frac{\rho |V_a|^2}{2} \left\{ \frac{e^{-S_a \cos(\widehat{V}_a, \widehat{n})}}{S_a \sqrt{\pi}} \cos(\widehat{V}_a, \widehat{n}) + \right. \\
 & + \left[ \frac{1}{2S_a^2} + \cos^2(\widehat{V}_a, \widehat{n}) \right] [1 + \operatorname{erf}(S_a \cos(\widehat{V}_a, \widehat{n}))] \Big\} - \\
 & - \sigma \frac{1}{2S_a} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \left\{ \frac{e^{-S_a^2 \cos^2(\widehat{V}_a, \widehat{n})}}{S_a \sqrt{\pi}} + \cos(\widehat{V}_a, \widehat{n}) \times \right. \\
 & \times [1 + \operatorname{erf}(S_a \cos(\widehat{V}_a, \widehat{n}))] \Big\}; \\
 P_t = & - \sigma \sin(\widehat{V}_a, \widehat{n}) \left\{ \frac{e^{-S_a^2 \cos^2(\widehat{V}_a, \widehat{n})}}{S_a \sqrt{\pi}} + \cos(\widehat{V}_a, \widehat{n}) \times \right. \\
 & \times [1 + \operatorname{erf}(S_a \cos(\widehat{V}_a, \widehat{n}))] \Big\}; \\
 P_b = & 0,
 \end{aligned}$$

где  $\sigma$  — доля диффузно отраженных от поверхности  $dS$  частиц;  $S_a$  — отношение скорости  $V_a$  и наиболее вероятной скорости теплового движения частиц в потоке  $v_r$ . В рассматриваемом случае

$$(nV_a) = (nV) + n\omega r = (nV).$$

Следовательно,

$$S_a \cos(\widehat{V_a, n}) = S \cos(\widehat{V, n}). \quad (3.28)$$

Подставляя значения  $P_n$ ,  $P_r$ ,  $P_b$  в (3.5), (3.6) и учитывая (3.28), получаем выражения аэродинамической силы и момента, приложенных к рассматриваемому телу в свободномолекулярном потоке при зеркально-диффузном отражении частиц от поверхности, в общем виде:

$$\begin{aligned} F = & - (2 - \sigma) \frac{\rho |V|^2}{2} \int_A \psi n ds - \frac{\sqrt{\pi} \sigma \rho |V|^2}{4} \int_A \frac{1}{S_a} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \theta n ds - \\ & - \sigma \frac{\rho |V|^2}{2} \int_A \theta \{ n (nV) - V - [\omega r] \} ds; \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} M = & - (2 - \sigma) \frac{\rho |V|^2}{2} \int_A \psi [rn] ds - \\ & - \frac{\sqrt{\pi}}{4} \sigma \rho |V|^2 \int_A \frac{1}{S_a} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \theta [rn] ds - \sigma \frac{\rho |V|^2}{2} \int_A \theta \{ (nV) [rn] - \\ & - [rV] - \omega r^2 + r(\omega) \} ds, \end{aligned} \quad (3.30)$$

где

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{e^{-S^2 \cos^2(\widehat{V, n})}}{S \sqrt{\pi}} \cos(\widehat{V, n}) + \\ &+ \left[ \frac{1}{2S^2} + \cos^2(\widehat{V, n}) \right] [1 + \operatorname{erf}(S \cos(\widehat{V, n}))]; \\ \theta &= \frac{e^{-S^2 \cos^2(\widehat{V, n})}}{S \sqrt{\pi}} + \cos(\widehat{V, n}) [1 + \operatorname{erf}(S \cos(\widehat{V, n}))]; \\ \frac{1}{S_a} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} &\simeq \frac{1}{S_a} \left[ \frac{T_\infty}{T_\infty} \alpha_{ak} + k_\mu (1 - \alpha_{ak}) S_a^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.31)$$

( $k_\mu$  — коэффициент молекулярного состава газа, для одноатомного газа  $k_\mu = 1/2$ , для двухатомного  $k_\mu = 1/3$ ) [106].

Рассмотрим случай

$$|V| \gg |\omega r|. \quad (3.32)$$

В (3.31) подставляем значение  $S_a = \frac{|\mathbf{V} + [\omega\mathbf{r}]|}{V_t}$ :

$$\frac{1}{S_a} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \simeq \left[ \frac{\alpha_{ak} T_\omega}{S^2 T_\infty} + k_\mu (1 - \alpha_{ak}) \left( 1 + \frac{2V\omega r}{V^2} + \frac{[\omega r]^2}{V^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (3.33)$$

Разлагая это выражение в ряд по степеням  $|\omega r|/|V|$  и ограничиваясь членами порядка  $|\omega r|/|V|$ , получаем

$$\frac{1}{S_a} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \simeq \beta - \gamma \frac{V\omega r}{V^2}, \quad (3.34)$$

где

$$\beta = \left[ \frac{\alpha_{ak} T_\omega}{S^2 T_\infty} + k_\mu (1 - \alpha_{ak}) \right]^{1/2}; \quad \gamma = \frac{k_\mu (1 - \alpha_{ak})}{\beta}.$$

Подставляем (3.34) в (3.29), (3.30), располагаем полученное выражение по степеням  $|\omega r|/|V|$ , опуская члены, не зависящие от  $\omega$ , и получаем выражения для дополнительных аэродинамической силы и момента, возникающих при закручивании тел вращения относительно оси симметрии:

$$\Delta F(\omega) = \sigma \frac{\rho |V|^2}{2} \left\{ \int_A \theta [\omega r] ds - \frac{V\pi}{2} \gamma \int_A \frac{V\omega r}{|V|} \theta ds \right\}; \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} \Delta M(\omega) = -\sigma \frac{\rho |V|^2}{2} & \left\{ \frac{V\pi}{2} \gamma \int_A \frac{V\omega r}{|V|} \theta [rn] ds + \right. \\ & \left. + \int_A \theta [-\omega r^2 + r(\omega)] ds \right\}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Из полученных результатов следует, что дополнительные сила и момент, возникающие при вращении тела с угловой скоростью  $\omega$ , по сравнению с силой и моментом при  $\omega = 0$  имеют порядок  $\omega R/V$  ( $R$  — среднее расстояние поверхности тела от оси вращения). Так как обычно  $\omega R \ll V$ , то практический интерес представляют только проекции сил и моментов на те оси, проекции соответствующих характеристик которых при  $\omega = 0$  равны нулю. В рассматриваемом случае это  $\Delta F_z$ ,  $\Delta M_x$ ,  $\Delta M_y$ , их значения нетрудно найти с помощью формул (3.35) и (3.36).

Например, для кругового цилиндра при условии (3.32)

$$\Delta F_z = \sigma \rho V \omega R^2 L \sin \alpha \left( \frac{\pi}{2} - \frac{V\pi}{3} \gamma \sin \alpha \right);$$

$$\Delta M_x = -\sigma \rho V \omega R^3 L^2 \sin \alpha;$$

$$\Delta M_y = \sigma \rho V \omega \frac{R^2}{2} (x_2^2 - x_1^2) \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{\pi}}{3} \gamma \sin \alpha \right),$$

где  $\rho$  — плотность атмосферы;  $R$  — радиус цилиндра;  $x_1$ ,  $x_2$  — координаты соответственно начала и конца цилиндра.

Для кругового конуса при  $\alpha > \delta$

$$\begin{aligned} \Delta F_z = & \sigma \rho V \omega \frac{L^3}{3} \operatorname{tg} \delta \left[ 2 \operatorname{tg}^2 \delta \cos \alpha \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \delta \operatorname{ctg}^2 \alpha} - \right. \\ & - \arccos(\operatorname{tg} \delta \operatorname{ctg} \alpha) \left( 1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \gamma \sin \delta \cos \alpha \right) \sin \alpha \operatorname{tg} \delta - \\ & - \operatorname{tg} \delta \operatorname{ctg} \alpha \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \delta \operatorname{ctg}^2 \alpha} \left( 1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sin \delta \cos \alpha \right) \sin \alpha \operatorname{tg} \delta + \\ & \left. + \frac{\sqrt{\pi}}{3} \gamma \sin^2 \alpha \sin \delta (1 - \operatorname{tg}^2 \delta \operatorname{ctg}^2 \alpha)^{3/2} \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta M_x = & -\sigma \rho V \omega \frac{L^4}{2} \operatorname{tg}^3 \delta [\sin \alpha \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \delta \operatorname{ctg}^2 \alpha} - \\ & - \operatorname{tg} \delta \cos \alpha \arccos(\operatorname{tg} \delta \operatorname{ctg} \alpha)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta M_y = & \sigma \rho V \omega \frac{L^4}{8} \operatorname{tg}^2 \delta \left\{ \sin \alpha \left( 2 + \sqrt{\pi} \gamma \cos \alpha \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos \delta} \right) \arccos(\operatorname{tg} \delta \operatorname{ctg} \alpha) + \right. \\ & + \sin \alpha \left( 2 - \sqrt{\pi} \gamma \cos \alpha \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos \delta} \right) \operatorname{tg} \delta \operatorname{ctg} \alpha \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \delta \operatorname{ctg}^2 \alpha} - \\ & \left. - \frac{2\sqrt{\pi}}{3} \gamma \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \delta} (1 - \operatorname{tg}^2 \delta \operatorname{ctg}^2 \alpha)^{3/2} - 4 \operatorname{tg} \delta \cos \alpha \sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \delta \operatorname{ctg}^2 \alpha} \right\}. \end{aligned}$$

При  $\alpha \leq \delta$

$$\Delta F_z = \sigma \rho V \omega \frac{\pi}{3} \operatorname{tg}^2 \delta L^3 \sin \alpha \left( 1 + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \gamma \sin \delta \cos \alpha \right);$$

$$\Delta M_x = -\sigma \rho V \omega \frac{\pi}{2} L^4 \operatorname{tg}^4 \delta \cos \alpha;$$

$$\Delta M_y = \sigma \rho V \omega \frac{\pi}{8} L^4 \operatorname{tg}^2 \delta \sin \alpha \left( 1 + \sqrt{\pi} \gamma \cos \alpha \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos \delta} \right).$$

## КОЭФФИЦИЕНТЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ И МОМЕНТОВ ТЕЛ ПРОСТОЙ ФОРМЫ

При расчете аэродинамических характеристик ОКА на практике удобно пользоваться простыми аналитическими выражениями аэrodинамических коэффициентов сил и моментов пластины, цилиндра, конуса, сферы и полусферы, так как сложную геометрическую

форму ИСЗ всегда можно с достаточным приближением заменить более простыми поверхностями. В работе [147] предложено гауссовскую функцию ошибок, входящую в выражения (4), (5), преобразовать и интегрировать по частям:

$$\operatorname{erf}(S \sin \alpha) = 1 - \frac{e^{-S^2 \sin^2 \alpha}}{S \sin \alpha \sqrt{\pi}} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{S \sin \alpha}^{\infty} e^{-t^2} \frac{dt}{t^2},$$

где  $\alpha$  — угол атаки пластины. Если  $S \sin \alpha \gg 1$ , последним членом разложения можно пренебречь и уравнения (4), (5) принимают вид

$$P_n = 2(2 - \sigma_n) \sin^2 \alpha + \frac{\sigma_n \sqrt{\pi}}{S} \left( \frac{T_w}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin \alpha + \frac{2 - \sigma_n}{S^2}; \quad (3.37)$$

$$P_\tau = \sigma_n 2 \sin \alpha \cos \alpha. \quad (3.38)$$

С помощью этих уравнений можно получить аналитические выражения аэродинамических характеристик тел простой формы. Условие  $S \sin \alpha \gg 1$  записывается в виде

$$\frac{1}{A} \iint_A S \sin \alpha(t) dt \geq 1, \quad (3.39)$$

где  $A$  — обтекаемая поверхность тела.

При зеркально-диффузной схеме взаимодействия

$$P_n = 2(2 - \sigma) \sin^2 \alpha + \sigma \frac{\sqrt{\pi}}{S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin \alpha + \frac{2 - \sigma}{S^2}; \quad (3.40)$$

$$P_\tau = 2\sigma \sin \alpha \cos \alpha, \quad (3.41)$$

где  $\sigma$  — доля диффузно отраженных молекул.

Коэффициенты нормальной  $C_n$  и касательной  $C_\tau$  составляющих аэродинамической силы плоской пластины при  $S \sin \alpha \gg 1$  определяются с помощью выражений (3.40), (3.41). При  $S \sin \alpha < 1$  используются формулы (2.4), (2.5). Полагая в (3.40), (3.41)  $\sigma = 1$ , находим коэффициенты силы сопротивления  $C_x$  и подъемной силы  $C_y$  по обычным формулам

$$C_x = C_\tau \cos \alpha + C_n \sin \alpha; \quad C_y = C_n \cos \alpha - C_\tau \sin \alpha.$$

При  $\alpha = 0$  производные аэродинамических коэффициентов имеют следующие значения (град $^{-1}$ ):

$$C_n^\alpha = 0,0175 \frac{1}{S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2}; \quad C_\tau^\alpha = 0,035;$$

$$C_x^\alpha = 0,0175 \left( 2 + \frac{1}{S^2} \right). \quad (3.42)$$

Если  $S > 10$ , то вторым членом в скобках формулы (3.42) можно пренебречь:

$$C_x^\alpha = 0,035; \quad C_y^\alpha = 0,0175 \frac{1}{S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2}.$$

При  $\alpha = 90^\circ$

$$C_n = 0; \quad C_t = 0,035;$$

$$C_x^\alpha = 0; \quad C_y^\alpha = -0,0175 \left[ 4 + \frac{1}{S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} + \frac{1}{S^2} \right].$$

По приведенным формулам можно определить силы, создаваемые потоком с одной стороны пластины. При малых углах атаки необходимо учитывать влияние потока на обратную сторону пластины. Считается, что центр давления аэродинамических сил пластины совпадает с ее геометрическим центром и характерной площадью является площадь пластины.

Выражения аэродинамических коэффициентов кругового цилиндра при  $S \sin \alpha \geq \pi/2$ , где  $\alpha$  — угол между продольной осью цилиндра и вектором скорости набегающего потока, имеют вид

$$C_n = 2 \sin^2 \alpha + \frac{\sqrt{\pi^3}}{4S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin \alpha; \quad C_t = 2 \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$C_x = 2 \sin \alpha + \frac{\sqrt{\pi^3}}{4S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin^2 \alpha; \quad C_y = -\frac{\sqrt{\pi^3}}{8S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin 2\alpha.$$

Коэффициент поперечного аэродинамического момента —

$$C_m = - \left( \sin^2 \alpha + \frac{\sqrt{\pi^3}}{8S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin \alpha + \frac{1}{2S^2} + \frac{\pi R}{2L} \sin \alpha \cos \alpha \right)$$

( $R, L$  — соответственно радиус и длина цилиндра). Координата центра давления —

$$l_d = 0,5L + \frac{\pi R \cos \alpha}{4 \sin \alpha + \frac{\sqrt{\pi^3}}{2S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2}}.$$

При  $\alpha = 0$

$$C_y^\alpha = 0,0137 \frac{1}{S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2}; \quad C_n^\alpha = 0,0137 \frac{1}{S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2}; \quad C_t^\alpha = C_x^\alpha = 0,035.$$

При  $\alpha = 90^\circ$

$$C_x^\alpha = C_n^\alpha = 0; \quad C_y^\alpha = -0,0137 \frac{1}{S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2}; \quad C_t^\alpha = 0,035.$$

В приведенных формулах в качестве характерной площади принимается площадь меридионального сечения цилиндра  $F = 2RL$ . Точное выражение коэффициента аэродинамического сопротивления цилиндра в предположении диффузной схемы взаимодействия ( $\sigma = \alpha_{ak} = 1$ ) при  $\alpha = 90^\circ$ , полученное в результате интегрирования формул (2.4), (2.5), записывается в виде [73]

$$C_x = \frac{V\pi}{S} \left\{ e^{-\frac{1}{2}S^2} \left[ I_0(S) + \left( \frac{1}{2} + S^2 \right) (I_0(S) + I_1(S)) \right] + \frac{\pi}{4} \right\},$$

где  $I_0(S)$ ,  $I_1(S)$  — модифицированные функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядков.

Выражения аэродинамических коэффициентов прямого кругового конуса имеют вид

$$C_n = 2\pi \sin \alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \cdot h(\xi) + \frac{V\pi^3}{S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} [g(\xi) - h(\xi)] \operatorname{tg} \delta \sin \delta \cos \alpha \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$C_t = 2\pi \cos^2 \alpha \operatorname{tg} \delta \cdot h(\xi) + \frac{V\pi^3}{S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \cos \alpha \sin \delta \operatorname{tg} \delta \cdot h(\xi);$$

$$C_x = 2\pi \cos \alpha \operatorname{tg} \delta \cdot h(\xi) + \frac{V\pi^3}{S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin \delta \operatorname{tg} \delta \cos^2 \alpha \cdot g(\xi);$$

$$C_y = \frac{V\pi^3}{S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \operatorname{tg} \delta \sin \delta \operatorname{ctg} \alpha [\cos^2 \alpha \cdot g(\xi) - h(\xi)].$$

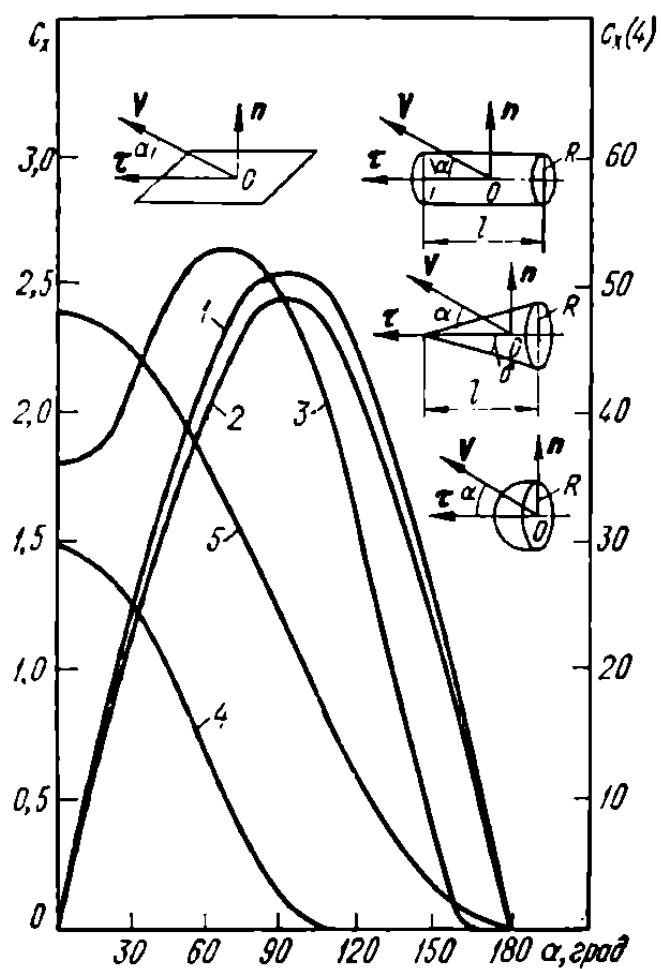
Коэффициент поперечного аэродинамического момента относительно вершины острого конуса —

$$C_m = -\frac{2V\pi^3}{3S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \xi \frac{\sin \delta \cos \alpha}{\cos^2 \delta} [g(\xi) - h(\xi)] - \frac{2\pi}{3S^2} \xi [h(\xi) - m(\xi)] \frac{1}{\cos^2 \delta} - \frac{4\pi}{3} \xi \sin^2 \alpha [(1 - \xi^2) h(\xi) + \xi^2 g(\xi)],$$

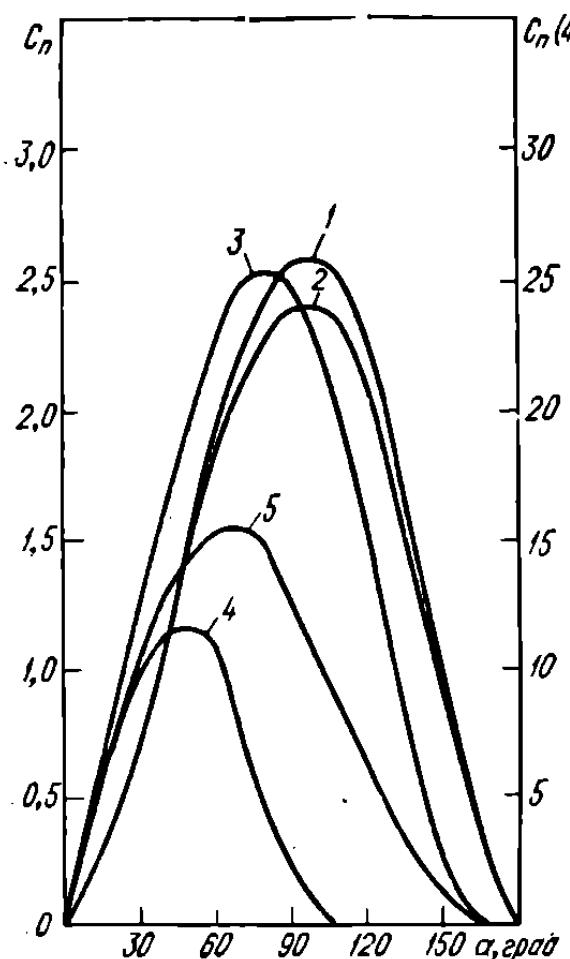
где  $\delta$ ,  $\alpha$  — углы соответственно полурасстояния конуса и между осью симметрии конуса и вектором скорости набегающего потока. Если  $\xi = \operatorname{tg} \delta / \operatorname{tg} \alpha \ll 1$ , то

$$g(\xi) = \frac{1}{\pi} \left[ \left( 1 + \frac{1}{2\xi^2} \right) \operatorname{arc cos}(-\xi) + \frac{3}{2\xi} (1 - \xi^2)^{1/2} \right];$$

$$h(\xi) = \frac{1}{\pi} \left[ \operatorname{arc cos}(-\xi) - \frac{1}{\xi} (1 - \xi^2)^{1/2} \right]; \quad m(\xi) = \frac{1}{\pi} \operatorname{arc cos}(-\xi);$$

Рис. 46. Зависимость  $C_x$  от  $\alpha$ :

1 — пластины, 2 — цилиндра, 3, 4 — конуса (соответственно  $\delta = 15$  и  $\delta = 75^\circ$ ), 5 — полусфера;  $C_x$  пластины отнесен к ее площади  $A$ ,  $C_x$  цилиндра — к  $A = 2Rl$ ,  $C_x$  конуса — к  $A = Rl$ ,  $C_x$  полусферы — к  $A = \pi R^2$ .

Рис. 47. Зависимость  $C_n$  от  $\alpha$ :

1 — пластины, 2 — цилиндра, 3, 4 — конуса (соответственно  $\delta = 15$  и  $\delta = 75^\circ$ ), 5 — полусфера;  $C_n$  пластины отнесен к ее площади  $A$ ,  $C_n$  цилиндра — к  $A = 2Rl$ ,  $C_n$  конуса — к  $A = Rl$ ,  $C_n$  полусферы — к  $A = \pi R^2$ .

если  $\xi \geq 1$ , то

$$g(\xi) = 1 + \frac{1}{2\xi^2}; \quad h(\xi) = m(\xi) = 1.$$

При  $\alpha = 0$

$$C_x = C_\tau = 2\pi \operatorname{tg} \delta + \frac{\sqrt{\pi^3}}{S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin \delta \operatorname{tg} \delta; \quad (3.43)$$

$$C_y = C_n = 0; \quad (3.44)$$

$$C_y^\alpha = \frac{\sqrt{\pi^3}}{2S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} (\operatorname{ctg}^2 \delta - 2) \sin \delta \operatorname{tg} \delta \cdot 0,0175; \quad (3.45)$$

$$C_n^\alpha = 0,0175 \left\{ 2\pi \operatorname{tg} \delta + \frac{\sqrt{\pi^3}}{S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \left[ \sin \delta + \frac{1 - 3 \sin^2 \delta}{2 \sin \delta} \right] \operatorname{tg} \delta \right\}. \quad (3.46)$$

При  $\alpha = 90^\circ$

$$C_x = C_n = 2 + \frac{\sqrt{\pi^3}}{4S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \cos \delta; \quad (3.47)$$

$$C_y = -C_\tau = -\frac{1}{S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \sin \delta; \quad (3.48)$$

$$C_y^\alpha = \frac{\sqrt{\pi^3}}{4S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} (2 - \operatorname{ctg}^2 \delta) \sin \delta \operatorname{tg} \delta \cdot 0,0175; \quad (3.49)$$

$$C_x^\alpha = -0,0175 \operatorname{tg} \delta \left[ \pi + \frac{2}{S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \cos \delta \right]; \quad (3.50)$$

$$C_n^\alpha = -0,0175 \operatorname{tg} \delta \left[ \pi + \frac{1}{S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \cos \delta \right]. \quad (3.51)$$

В круговом конусе условие (3.39) определяет две зоны и в областях малых углов атаки  $\alpha$  при значениях  $\delta$ , близких к нулю, когда  $S \cos \alpha \sin \alpha \leq 1$ , и  $\alpha$  и  $\delta$ , близких к  $\pi/2$ , когда  $S \sin \alpha \cos \delta \times h(\xi) \leq m(\xi)$  (в частности, при  $\alpha = 90^\circ S \cos \delta \leq 1$ ), формулы (3.43) — (3.51) неприменимы.

Коэффициент центра давления  $C_d$  конуса вычисляется по формуле  $C_d = C_m/C_n$ . Координату центра давления  $l_d$  усеченного конуса иногда целесообразно определять относительно точки пересечения плоскости меньшего основания конуса с осью симметрии:

$$l_d = \frac{C_m}{C_n} \frac{R^2 \operatorname{ctg} \delta}{R + r} - r \operatorname{ctg} \delta \left( 1 - \frac{C_m}{C_n} \right)$$

( $R$ ,  $r$  — радиусы соответственно большего и меньшего оснований усеченного конуса).

В приведенных формулах характерной площадью считается площадь меридионального сечения конуса, характерной длиной — высота.

В случае сферы и полусфера условия (3.39) выполняется во всем диапазоне углов атаки  $\alpha$ . Коэффициенты сопротивления сферы —

$$C_x = 2 + \frac{4}{3S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} + \frac{1}{S^2},$$

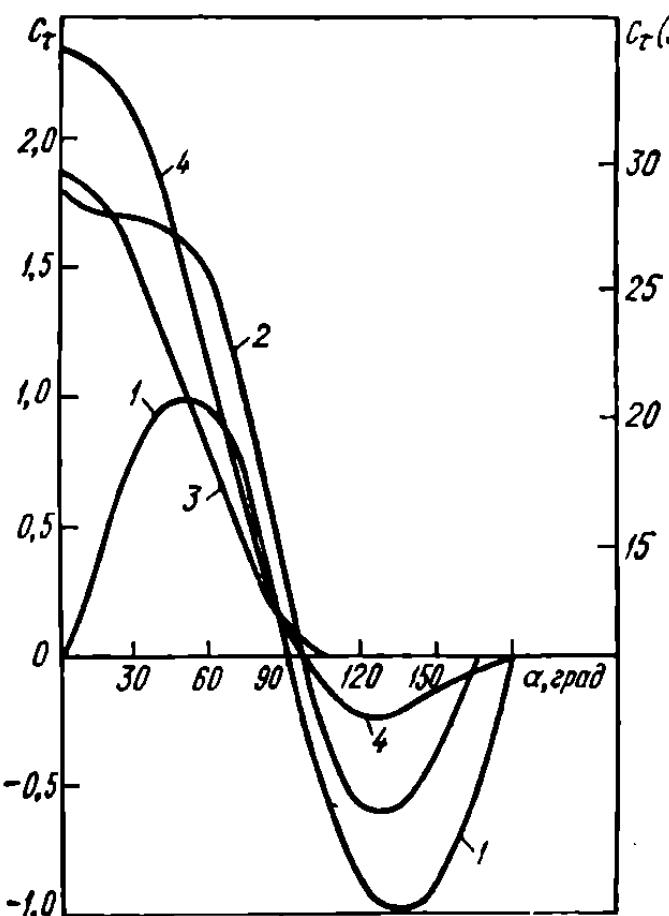


Рис. 48. Зависимость  $C_x$  от  $\alpha$ :

1 — пластины и осевой силы цилиндра, 2 — конуса (соответственно  $\delta = 15$  и  $\delta = 75^\circ$ ), 4 — полусфера;  $C_x^1$  пластины отнесен к ее площади  $A$ ,  $C_x$  цилиндра — к  $A = 2Rl$ ,  $C_x$  конуса — к  $A = Rl$ ,  $C_x$  полусфера — к  $A = \pi R^2$ .

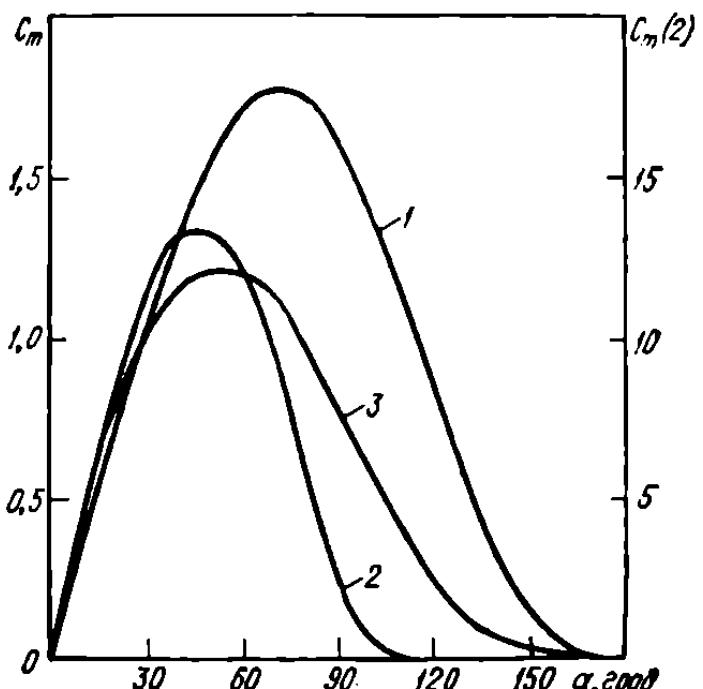


Рис. 49. Зависимость  $C_m$  от  $\alpha$ :

1, 2 — конуса (соответственно  $\delta = 15$  и  $\delta = 75^\circ$ ), 3 — полусфера;  $C_m$  конуса отнесен к его площади  $A = 2Rl$  и высоте  $l$ ,  $C_m$  полусфера — к его площади  $A = \pi R^2$  и длине  $R$ .

полусферы —

$$C_x = 1 + \cos \alpha + \frac{4}{3S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \left[ 1 + \frac{1}{\pi} (\cos \alpha \sin \alpha - \alpha) \right] + \\ + \frac{1}{2S^2} (1 - \cos \alpha)$$

( $\alpha$  — угол между осью симметрии полусферы и вектором скорости набегающего потока, рад). Точное выражение коэффициента аэrodинамического сопротивления сферы [73], полученное в результате интегрирования формул (4), (5), записывается в виде

$$C_x = \frac{(2 - \sigma_n - \sigma_t)}{2S^3} \left[ \frac{4S^4 - 4S^2 - 1}{2S} \operatorname{erf} S + \right. \\ \left. + \frac{2S^2 + 1}{\sqrt{\pi}} e^{-S^2} + \frac{2\sigma_n}{3S} \left( \frac{\pi T_w}{T_\infty} \right)^{1/2} \right].$$

В качестве характерной площади принимается площадь большого круга.

На рис. 46—49 приведены значения коэффициентов  $C_x$ ,  $C_n$ ,  $C_t$ ,  $C_m$  плоской пластины, кругового цилиндра, полусферы и кругового конуса, полученные в предположении диффузной схемы взаимодействия при неполной аккомодации ( $\sigma = 1$ ;  $\alpha_{\text{ак}} = 0,8$ ;  $S = 10$ ) [147].

### АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЛ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ С УЧЕТОМ ЗАТЕНЕНИЯ, МНОГОКРАТНЫХ СОУДАРЕНИЙ ОТРАЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ГАЗА С ПОВЕРХНОСТЬЮ, ПОЛОЖЕНИЯ И ОРИЕНТАЦИИ НА ОРБИТЕ

При расчете аэродинамических характеристик ОКА сложной формы необходимо учитывать эффекты затенения одних элементов конструкции другими. В работе [25] предложен простой способ определения областей затенения на поверхности тела сложной формы, аналогичный разработанному [26] на основе метода Монте-Карло. Исходная информация о геометрической форме тела задается уравнениями поверхностей  $A_i$  элементов конструкции аппарата. В большинстве случаев это поверхности тел простой формы (сфера, цилиндр, конус, пластина и др.). Каждой поверхности приписывается признак, характеризующий ее свойства. С помощью интегрирования выражений типа (3.5), (3.6) в системе координат  $Oxyz$ , связанной с рассматриваемым элементом, определяются аэродинами-

ческие характеристики каждого элемента тела. При этом для тел вращения система координат выбирается так, чтобы одна из осей совпадала с осью симметрии тела. Полученные характеристики элементов суммируются в общей системе координат, связанной с центром масс тела. На каждом шаге интегрирования необходимо проверять, обтекается ли элементарная площадка  $dA$  набегающим потоком, т. е. решать уравнения прямой

$$x = x_0 + v_x t; \quad y = y_0 + v_y t; \quad z = z_0 + v_z t,$$

где  $x_0, y_0, z_0$  — координаты площадки  $dA$ ;  $v_x, v_y, v_z$  — проекции вектора скорости набегающего потока в системе  $Oxyz$ , вместе с уравнениями поверхности  $A_t$ . Затем рассматриваются только площадки  $dA$ , с которыми происходят «первые» пересечения прямой. Исключаются площадки, для которых выполняется условие «самозатенения»  $[vn] < 0$  ( $n$  — местная нормаль к поверхности).

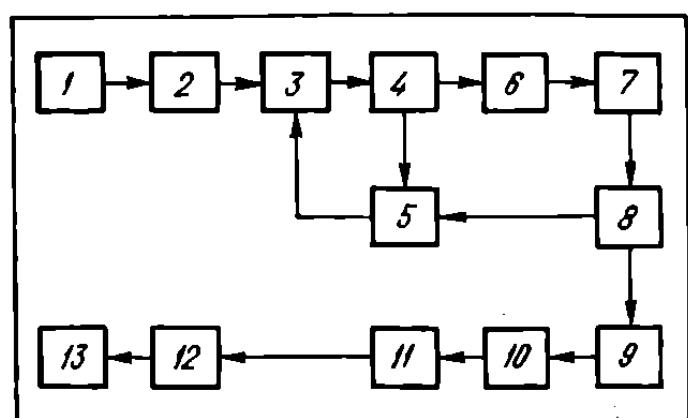
Изложенный подход позволяет создать стандартную программу расчета аэродинамических характеристик ОКА на ЭВМ независимо от количества элементов конструкции и ориентации аппарата относительно набегающего потока, а также определить степень затенения поверхности и его вклад в суммарные характеристики.

Стандартные блоки программы разделяются на арифметические и логические [62]. Арифметические блоки решают следующие основные задачи:

1) построение связанной с произвольной точкой поверхности системы координат;

2) определение направляющих косинусов вектора  $\tau$ , касательного к телу и находящегося в одной плоскости с векторами  $v$  и  $n$ ;

Рис. 50. Схема основных блоков программы расчета аэродинамических характеристик тел сложной формы в свободномолекулярном потоке с учетом затенения: 1 — формирование исходной информации; 2 — анализ формы поверхности и ее физических свойств; 3 — интегрирование выражений типа (3.5), (3.6) и выбор площадки  $dA$ ; 4 — проверка условия  $[vn] > 0$ ; 5 — посылка информации в ячейки суммирования; 6 — запись уравнений прямой; 7 — поочередное решение уравнений прямой и уравнений поверхностей элементов аппарата; 8 — проверка условия затенения (при выполнении этой операции работа блока 7 прекращается и управление передается блоку 5); 9 — вычисление значений  $P_n, P_\tau, P_b$ ; 10 — вычисление аэродинамических характеристик элементов аппарата; 11 — вычисление суммарных аэродинамических характеристик аппарата; 12 — проверка условия окончания обработки информации; 13 — обработка и выдача информации на печать.



4 — проверка условия  $[vn] > 0$ ; 5 — посылка информации в ячейки суммирования; 6 — запись уравнений прямой; 7 — поочередное решение уравнений прямой и уравнений поверхностей элементов аппарата; 8 — проверка условия затенения (при выполнении этой операции работа блока 7 прекращается и управление передается блоку 5); 9 — вычисление значений  $P_n, P_\tau, P_b$ ; 10 — вычисление аэродинамических характеристик элементов аппарата; 11 — вычисление суммарных аэродинамических характеристик аппарата; 12 — проверка условия окончания обработки информации; 13 — обработка и выдача информации на печать.

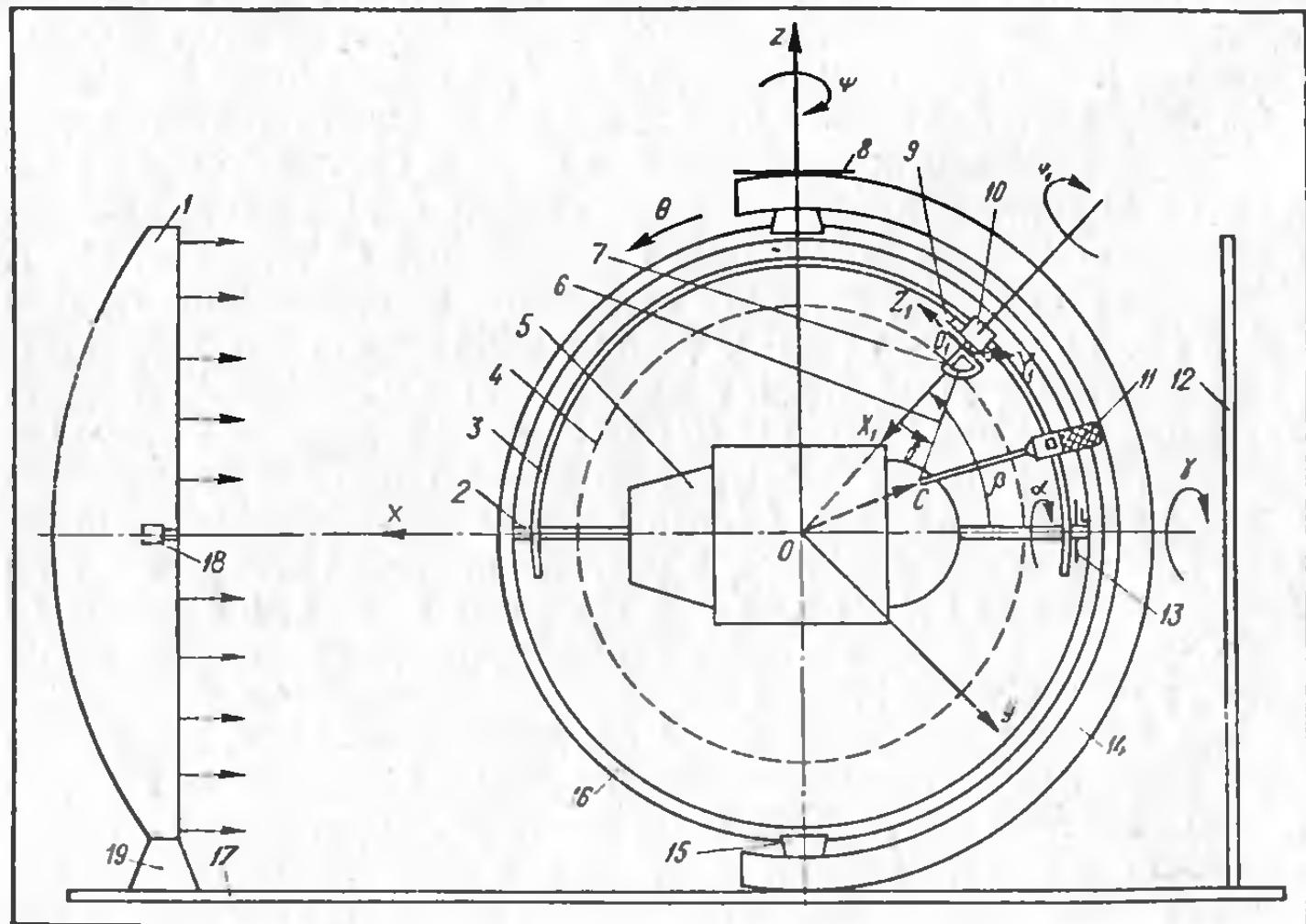
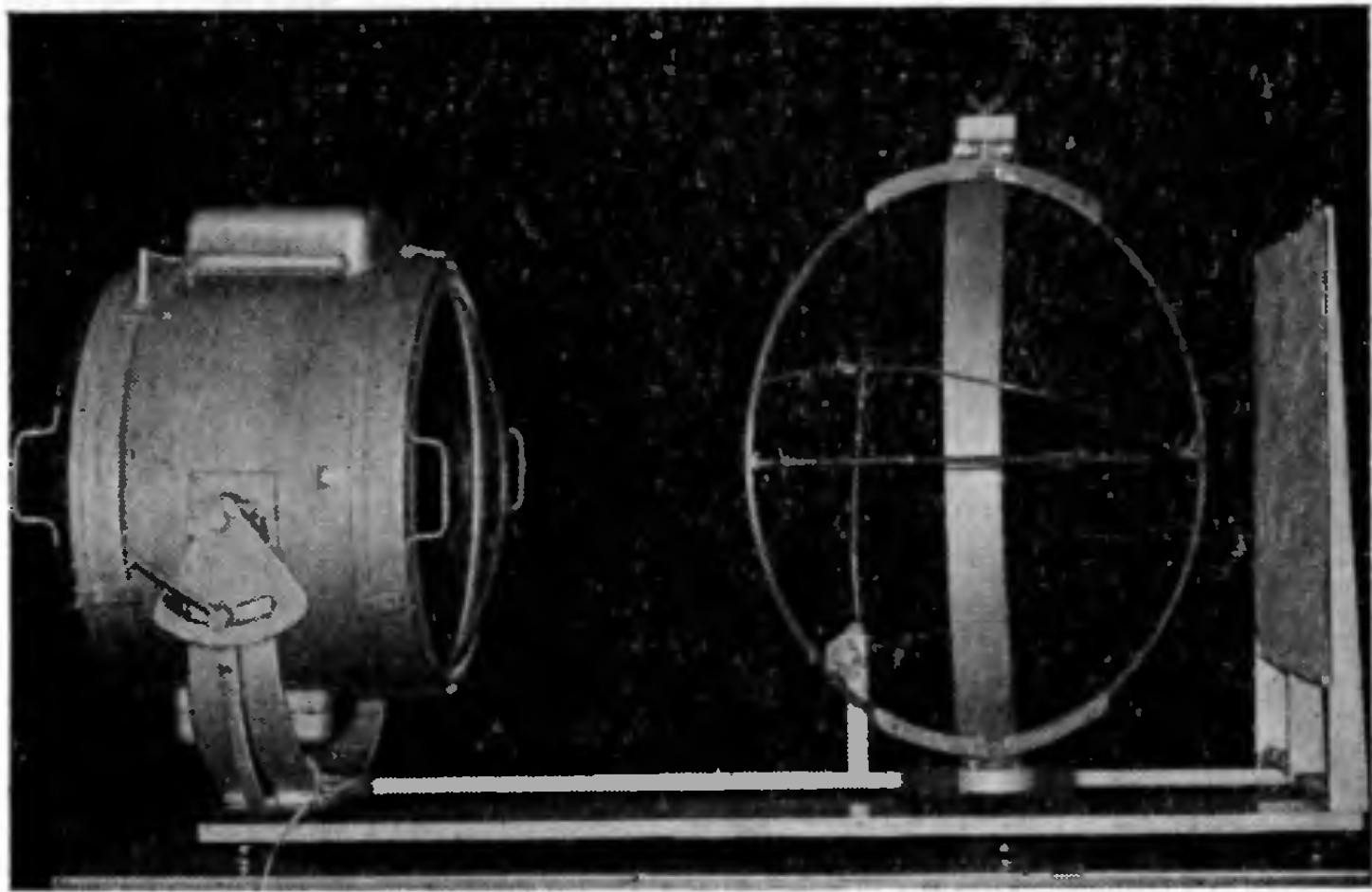
- 3) запись уравнения прямой, проходящей через заданную точку, по известным направляющим косинусам;
- 4) получение уравнения прямой при различных преобразованиях системы координат;
- 5) построение нормали  $n$  к поверхности в заданной точке;
- 6) нахождение точек пересечения прямой с поверхностями.

На рис. 50 приведена схема основных блоков алгоритма решающей задачи.

Другой способ определения аэродинамических характеристик тел сложной формы в свободномолекулярном потоке с учетом затенения [47] заключается в моделировании свободномолекулярного потока разреженного газа верхней атмосферы параллельным потоком света, размещении в потоке модели ОКА сложной формы, измерении координат точек контура тени на поверхности модели и вычислении аэродинамических характеристик на ЭВМ с помощью интегрирования по освещенной поверхности модели составляющих аэродинамической силы, действующей на единичную площадку.

Моделирование параллельным потоком света применимо при  $S \rightarrow \infty$ . Однако уже при  $S \geq 6$  (средние условия орбитального полета на высотах 200—500 км, см. рис. 8) появляется незначительная погрешность в определении координат точек контура тени. Координаты точек контура тени определяются на специальной установке (рис. 51), состоящей из источника параллельного потока света, подвеса для размещения исследуемой модели, системы шкал и ручного индикатора для определения углового положения модели и координат точек контура тени в сферической системе координат. Для измерения сферических координат в подвижной системе  $O_1X_1Y_1Z_1$ , например, точки  $C$  (см. рис. 51) модель устанавливается на заданные углы  $\psi$ ,  $\theta$  и  $\gamma$  и фиксируется с помощью стопоров. Затем полукольцо  $3$  и каретка  $10$  на нем поворачиваются в такое положение, чтобы точка  $C$  лежала на конце прямой, образованной нитью  $6$  и стрелкой шкалы  $7$  (нить  $6$  натягивается пружиной индикатора  $11$ , а конец индикатора устанавливается в точку  $C$ ). При таком положении полукольца  $3$  с помощью шкал  $7$ ,  $9$  и лимба  $13$  записываются значения углов соответственно  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\varphi_1$ ,  $\alpha$  и длина нити на шкале индикатора  $11$ .

Количество измеряемых точек выбирается таким, чтобы можно было достичь максимального приближения в определении контура тени и обеспечить требуемую точность интегрирования. После измерения выбранных точек в подвижной сферической системе координат  $O_1X_1Y_1Z_1$  переходят к системам координат элементов



модели и определяют аэродинамические характеристики элементов и модели в целом.

Многократные соударения отраженных частиц атмосферы с поверхностью ИСЗ сложной формы могут оказывать влияние на их аэродинамические характеристики [72, 33]. Рассмотрим решение задачи свободномолекулярного обтекания тела сложной формы методом Монте-Карло [27] при заданных функции распределения молекул по скоростям в набегающем потоке и модели взаимодействия молекул с поверхностью.

Прежде всего выбираем контрольную поверхность, форма которой зависит от вида функции  $f_\infty$  распределения молекул набегающего потока и геометрической формы тела. Основное условие при выборе состоит в том, что все молекулы, попадающие на тело, должны проходить контрольную поверхность. При рационально выбранной контрольной поверхности количество молекул, пролетающих мимо, минимально. Далее записываем величину потока молекул, движущихся со скоростью от  $v$  до  $v + dv$  через элементарную площадку контрольной поверхности  $dA$ :  $dN = f_\infty v^3 \sin \psi \cos \psi \times d\psi d\phi dA$  ( $\psi$  — угол между внутренней нормалью к элементу и направлением скорости  $v$ ;  $\phi$  — азимутальный угол). С некоторой плотностью вероятности выбираем координаты элемента  $dA$  на контрольной поверхности, величину скорости  $v$  и ее направление, задаваемое углами  $\phi$  и  $\psi$ . Устанавливаем, попал ли поток молекул  $dN$  на поверхность тела, т. е. появились ли на поверхности молекулярные признаки: поток молекул  $dN$ , потоки импульсов в направлениях  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ( $dNv_x$ ,  $dNv_y$ ,  $dNv_z$ ), поток энергии  $\frac{1}{2} dNv^2$  и «поток» момента  $dN [rv]$  ( $r$  — радиус-вектор точки пересечения потока с телом из начала связанной с телом системы координат  $Oxyz$ ). Все эти признаки запоминаются в ячейках ЭВМ.

Так как модель взаимодействия молекул с поверхностью задана, то разыгрываем с некоторой плотностью вероятности скорость отраженного потока  $v$ , и ее направление. При отражении поток молекул

Рис. 51. Общий вид и схема установки для измерения координат точек контура тени на поверхности тела сложной формы в параллельном потоке света:

1 — параболический рефлектор; 2 — ось для размещения исследуемой модели 5; 3 — полукольцо со шкалой углов  $\beta$ , вращающееся относительно оси 2; 4 — граница зоны размещения модели; 6 — нить индикатора для измерения расстояния от точки контура тени до полукольца 3; 7, 8, 9 — шкалы соответственно углов  $\delta$  наклона нити и азимутальных углов  $\psi$  модели и  $\Phi$ , нити; 10 — подвижная каретка на полукольце 3; 11 — ручной индикатор для определения координат точек контура тени в подвижной системе координат  $O_1X_1Y_1Z_1$  каретки; 12 — экран; 13 — лимб для определения углового положения  $\alpha$  полукольца и угла крена  $\gamma$  модели; 14, 19 — кронштейны; 15 — поворотный узел; 16 — установочное кольцо — шкала углов тангажа  $\theta$  модели; 17 — основание установки; 18 — электрическая лампа.

уносит с поверхности следующие молекулярные признаки: поток молекул  $dN_r$ , потоки импульсов в направлениях  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ( $dN_r v_{rx}$ ,  $dN_r v_{ry}$ ,  $dN_r v_{rz}$ ); поток энергии  $dN_r \frac{v^2}{2}$  и «поток» момента  $dN_r [rv]$ .

Все эти величины также запоминаются в ячейках ЭВМ.

Далее определяем, пересек ли отраженный поток поверхность тела. Если пересек, то находим координаты точки пересечения (в ячейках ЭВМ запоминаются соответствующие молекулярные признаки) и вновь разыгрываем отражение и т. д. Этот процесс продолжается до тех пор, пока отраженный поток молекул  $dN_{rn}$  после  $n$ -го отражения не уйдет в «бесконечность», т. е. пока не пересечет поверхность тела. Весь процесс называется одним «испытанием». «Испытанием» называется также случай, когда поток молекул  $dN$  после запуска с контрольной поверхности вообще не пересекает поверхности тела и пролетает мимо него.

При определении локальных аэродинамических характеристик после проведения  $k$  испытаний из суммы соответствующих молекулярных признаков, запоминаемых при попадании на элемент поверхности тела  $dA_r$ , вычитаем суммы соответствующих молекулярных признаков, запоминаемых в момент отражения потока молекул от элемента  $dA_r$ . Разность делим на число испытаний  $k$  и величину площади элемента  $dA_r$ . Для определения суммарных аэродинамических характеристик тела необходимо запоминать молекулярные признаки только в момент первого попадания потока молекул  $dN$  на поверхность и в момент его последнего отражения. Разности сумм этих двух величин соответствующих молекулярных признаков делятся на число испытаний  $k$ .

Метод Монте-Карло широко применяется в аэrodинамике ОКА как универсальный метод расчета тел сложной формы с учетом затенения и многократных соударений с поверхностью отраженных частиц. Аэродинамические характеристики конкретных сложных тел — цилиндра со сферическим затуплением и лопастями, расположенными перпендикулярно его оси; полусфера и круга; цилиндра с конусом и плоскостями, расположенными вдоль образующих цилиндра; трех соосных составных конусов со сферическим затуплением; цилиндра со сферическим затуплением и диском в основании — определены этим методом при использовании разных моделей взаимодействия [27].

Метод определения сил и моментов, возникающих при силовом воздействии солнечной радиации, и аэродинамических сил, действующих на тело сложной формы в свободномолекулярном потоке, с учетом интерференции [31] заключается в размещении модели аппа-

рата в параллельном световом потоке, моделирующем поток солнечной радиации или свободномолекулярный поток разреженного газа, и измерении величины отраженного светового потока  $I$  по всей сфере вокруг модели. Индикатриса рассеяния света от элемента поверхности модели подбирается экспериментально так, чтобы она соответствовала индикатрисе отражения потока солнечной радиации или свободномолекулярного потока газа верхней атмосферы от элемента поверхности космического аппарата. В результате такого подбора в дальнейшем можно отождествлять измеренную величину отраженного светового потока с потоком импульса отраженных фотонов или газовых частиц, вводя соответствующие коэффициенты пересчета. При такой схеме эксперимента автоматически учитываются эффекты затенения и интерференции. Определить импульс, передаваемый падающими частицами  $P_\infty$ , несложно. Импульс отраженных частиц  $P_r$  вычисляется с помощью интегрирования измеряемой величины  $I$ ,

$$P_r = k_1 \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} I(\theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta,$$

или в проекциях на оси, связанной с моделью системы координат  $Oxyz$ ,

$$P_{rxyz} = k_1 \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} I_{xyz}(\theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta,$$

где  $k_1$  — коэффициент пропорциональности;  $I_x(\theta, \phi) = I(\theta, \phi) \sin \theta \times \cos \phi$ ;  $I_y(\theta, \phi) = I(\theta, \phi) \sin \theta \sin \phi$ ;  $I_z(\theta, \phi) = I(\theta, \phi) \cos \phi$ ;  $\theta, \phi$  — углы, определяющие направление отраженного потока света в сфере вокруг модели.

Для определения  $k_1$  вводится суммарный коэффициент отражения  $k$ , показывающий, какая доля импульса падающих частиц сохраняется в импульсе отраженных частиц:

$$k_1 = \frac{k \rho V^2 A}{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} I(\theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta}.$$

Коэффициенты аэродинамических сил определяются по формуле

$$C_{xyz} = \frac{P_\infty + P_r}{\frac{\rho V^2}{2} A} = 2 \left( \cos \alpha_{xyz} + \frac{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} I_{xyz}(\theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta}{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} I(\theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta} \right),$$

где  $\rho v^2/2$  — аэродинамический скоростной напор;  $A$  — характеристическая площадь модели;  $\alpha_{xyz}$  — угол между направлением скорости и соответствующей осью координат. При вычислении светового давления  $\rho v^2$  заменяется величиной  $E/c$  ( $E$  — удельный поток солнечной энергии;  $c$  — скорость света).

Таким образом, численное интегрирование распределения величины светового потока по сфере позволяет определить коэффициенты световых и аэродинамических сил. Для вычисления моментов необходимо при каждом измерении находить величину радиуса-вектора из начала системы координат, связанной с центром масс модели, до линии, совпадающей с направлением измерения величины светового потока. При аэродинамических вычислениях обычно принимается  $k = 0,5$ , что примерно соответствует значению коэффициента аккомодации ( $\alpha_{ак} = 0,7 \div 0,8$ ).

Описанный метод может быть обобщен на случай конечных значений скоростного отношения  $S$  в набегающем потоке.

Для решения ряда задач динамики ОКА, в частности для выбора проектных параметров и анализа работы систем ориентации, необходимо знание аэродинамических характеристик аппарата в любой точке на орбите, т. е. аэродинамические характеристики должны быть выражены в функциях параметров орбиты, углов ориентации, текущего положения центра масс аппарата, скорости ветра и других параметров, а в результате — в функции времени [68].

Рассмотрим аэродинамические характеристики спутника (рис. 52), состоящего из корпуса (тела вращения) и пластины с двумя степенями свободы. На спутник действуют аэродинамические силы и моменты

$$\mathbf{F}_\Sigma = \mathbf{F}_k + \mathbf{F}_n, \quad \mathbf{M}_\Sigma = \mathbf{M}_k + \mathbf{M}_n,$$

( $\mathbf{F}_k$ ,  $\mathbf{F}_n$  и  $\mathbf{M}_k$ ,  $\mathbf{M}_n$  — соответственно аэродинамические сила и момент корпуса и пластины). Введем следующие прямоугольные правые системы координат: орбитальная  $CX_0Y_0Z_0$ , ось  $CY_0$  направлена из центра Земли в центр масс спутника, ось  $CX_0$  лежит в плоскости орбиты и направлена в сторону движения; связанная  $OXYZ$ , ось  $OX$  совпадает с осью симметрии спутника, при круговой орбите соответственные оси систем  $CX_0Y_0Z_0$  и  $OXYZ$  коллинеарны.

Вектор скорости спутника относительно набегающего потока  $\mathbf{V}_0$  определяется эллиптичностью орбиты и ветрами в верхней атмосфере и может быть представлен в виде

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{V} + \mathbf{V}_v,$$

где  $\mathbf{V}$  — вектор скорости спутника;  $\mathbf{V}_v$  — вектор скорости спутника относительно вращающейся атмосферы. Проекции вектора  $\mathbf{V}_v$  без

учета прецессии орбиты и вектора  $\mathbf{V}$  на оси системы  $CX_0Y_0Z_0$  записываются в виде

$$\mathbf{V}_b [-r(\Omega + \sigma) \cos i; \quad 0; \quad -r(\Omega + \sigma) \sin i \cos u];$$

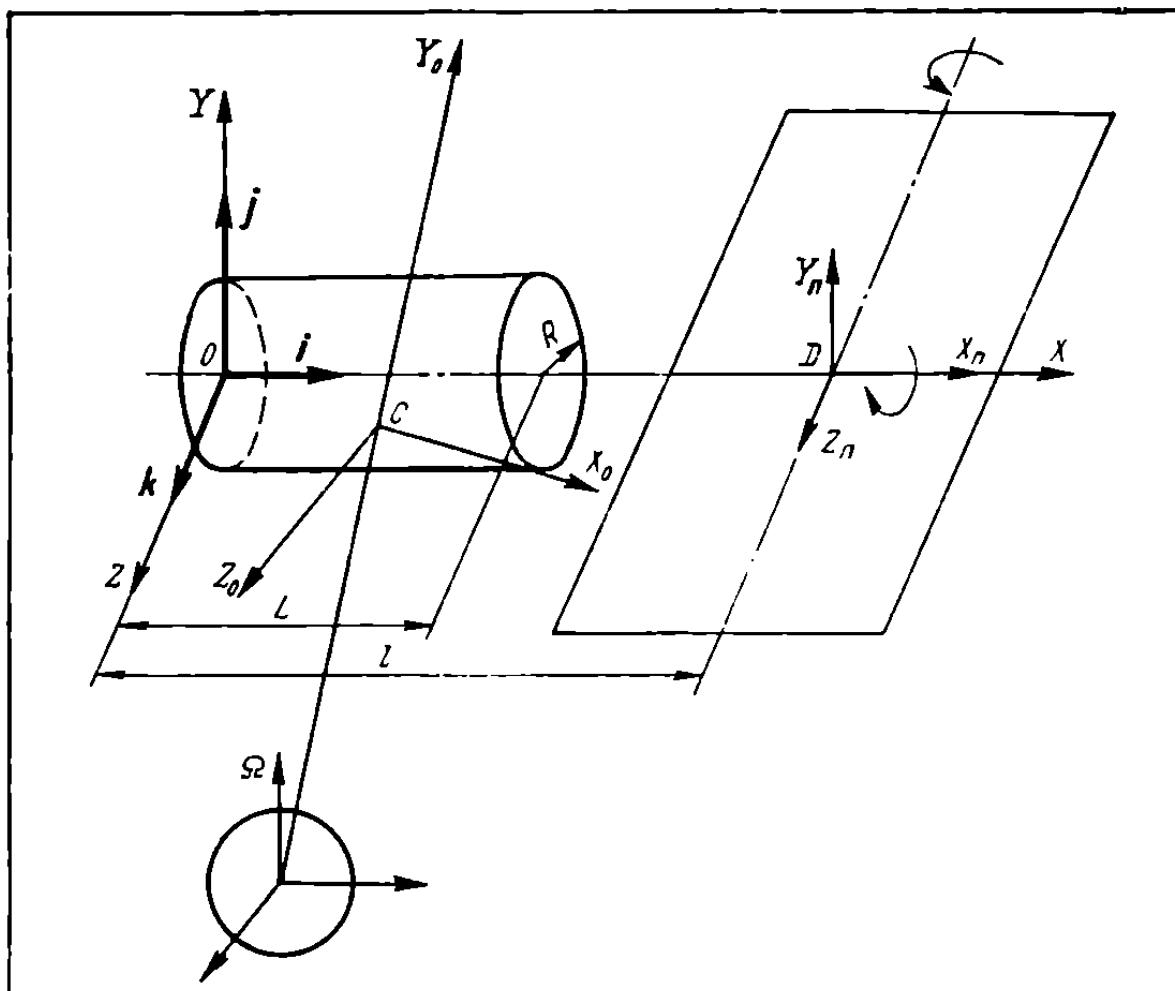
$$\mathbf{V} \left[ \left( \frac{\mu}{p} \right)^{1/2} (1 - e \cos v); \quad \left( \frac{\mu}{p} \right)^{1/2} e \sin v; \quad 0 \right],$$

где  $r$  — радиус-вектор центра масс спутника;  $\Omega, \sigma$  — угловые скорости соответственно вращения Земли и движения воздуха в западном направлении относительно поверхности Земли;  $i, u, e, v$  — оскулирующие элементы орбиты;  $\mu$  — гравитационная постоянная Земли;  $p$  — фокальный параметр.

Скорость спутника относительно набегающего потока определяется по формуле

$$V_0 = \left\{ \left[ \left( \frac{\mu}{p} \right)^{1/2} (1 + e \cos v) - (\Omega + \sigma) r \cos i \right]^2 + \right. \\ \left. + \frac{\mu}{p} e^2 \sin^2 v + (\Omega + \sigma)^2 r^2 \sin^2 i \cos^2 u \right\}^{1/2}.$$

Рис. 52. Типовая схема спутника.



Направляющие косинусы  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  вектора  $\mathbf{V}_0$  в орбитальной системе координат —

$$\beta_1 = \frac{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{1/2} (1 + e \cos v) - (\Omega + \sigma) r \cos i}{V_0};$$

$$\beta_2 = \frac{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{1/2} e \sin v}{V_0}; \quad \beta_3 = \frac{(\Omega + \sigma) r \sin i \cos u}{V_0};$$

направляющие косинусы  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) вектора  $\mathbf{V}_0$  в системе  $OXYZ$  —

$$\alpha_i = \gamma_{i1}\beta_1 + \gamma_{i2}\beta_2 + \gamma_{i3}\beta_3, \quad i = 1, 2, 3$$

( $\gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \gamma_{i3}$  — элементы матрицы перехода от системы координат  $CX_0Y_0Z_0$  к системе  $OXYZ$ ).

Аэродинамические силы и момент, действующие на корпус, записываются в виде

$$\mathbf{F}_k = -(C_n \mathbf{n} + C_t \boldsymbol{\tau}) A_k q; \quad \mathbf{M}_k = -(C_n [\mathbf{r}_k \mathbf{n}] + C_t [\mathbf{r}_k \boldsymbol{\tau}]) A_k q, \quad (3.52)$$

где  $C_n, C_t$  — коэффициенты соответственно нормальной и осевой аэродинамических сил корпуса;  $A_k$  — характерная площадь;  $q = \rho v_0^2 / 2$  — аэродинамический скоростной напор. Проекции векторов  $\mathbf{r}_k, \boldsymbol{\tau}$  и  $\mathbf{n}$  на оси системы координат  $OXYZ$  записываются в виде

$$\mathbf{r}_k [(C_d L - X_t); -Y_t; -Z_t]; \quad \boldsymbol{\tau} (1; 0; 0); \quad \mathbf{n} \left( 0; \sqrt{\frac{\alpha_2}{1 - \alpha_1^2}}; \sqrt{\frac{\alpha_3}{1 - \alpha_1^2}} \right),$$

$C_d$  — коэффициент центра аэродинамического давления корпуса;  $L$  — длина корпуса (см. рис. 52);  $X_t, Y_t, Z_t$  — координаты центра масс спутника в системе  $OXYZ$ . Подставляя проекции векторов  $\mathbf{r}_k, \boldsymbol{\tau}, \mathbf{n}$  в выражение (3.52), получаем проекции силы  $\mathbf{F}_k$  и момента  $\mathbf{M}_k$  на оси системы координат  $OXYZ$ :

$$\left. \begin{aligned} F_{kx} &= -C_t A_k q; \quad F_{ky} = -C_n \frac{\alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_1^2}} A_k q; \\ F_{kz} &= -C_n \frac{\alpha_3}{\sqrt{1 - \alpha_1^2}} A_k q; \\ M_{kx} &= (Y_t \alpha_3 - Z_t \alpha_2) \frac{C_n}{\sqrt{1 - \alpha_1^2}} A_k q; \\ M_{ky} &= \left[ C_n (LC_d - X_t) \frac{\alpha_3}{\sqrt{1 - \alpha_1^2}} + C_t Z_t \right] A_k q; \\ M_{kz} &= -\left[ C_n (LC_d - X_t) \frac{\alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_1^2}} + C_t Y_t \right] A_k q. \end{aligned} \right\} \quad (3.53)$$

Выражение для текущей силы аэродинамического сопротивления корпуса, направленной противоположно вектору  $\mathbf{V}$ , имеет вид

$$X_k = - \left[ C_r \alpha_1 + C_n \frac{\alpha_2^2 + \alpha_3^2}{\sqrt{1 - \alpha_1^2}} \right] A_k q.$$

На пластину действуют аэродинамические сила и момент

$$\mathbf{F}_n = - \left( C_o \frac{\mathbf{V}_0}{|\mathbf{V}_0|} + C_r \mathbf{n}_n \right) A_n q; \quad \mathbf{M}_n = - \left( C_o \left[ \mathbf{r}_n \frac{\mathbf{V}_0}{|\mathbf{V}_0|} \right] + C_r [\mathbf{r}_n \mathbf{n}_n] \right) A_n q$$

( $C_o$ ,  $C_r$  — коэффициенты аэродинамической силы, создаваемой падающим и отраженным потоками молекул). Проекции векторов  $\mathbf{r}_n$  и  $\mathbf{n}_n$  на оси системы координат  $OXYZ$  записываются в виде

$$\mathbf{r}_n [(l - X_t); -Y_t; -Z_t]; \quad \mathbf{n}_n (\sin \delta; \cos \delta \cos \theta; -\cos \delta \sin \theta), \quad (3.54)$$

где  $l$  — расстояние от начала системы координат  $O$  до центра пластины  $D$ ;  $\delta$ ,  $\theta$  — углы тангенса и крена отклонения осей системы  $OXYZ$  относительно системы  $DX_n Y_n Z_n$  (см. рис. 52). Выражения для коэффициентов  $C_o$  и  $C_r$  имеют вид [147]

$$C_o = 2 \cos(\widehat{\mathbf{V}_0 \mathbf{n}}); \quad C_r = \frac{V \pi}{S} \left( \frac{T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} \cos(\widehat{\mathbf{V}_0 \mathbf{n}}),$$

где  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к пластине, или

$$\left. \begin{aligned} C_o &= 2 (\alpha_1 \sin \delta + \alpha_2 \cos \delta \cos \theta + \alpha_3 \cos \delta \sin \theta); \\ C_r &= \frac{1}{S} \left( \frac{\pi T_r}{T_\infty} \right)^{1/2} (\alpha_1 \sin \delta + \alpha_2 \cos \delta \cos \theta - \alpha_3 \cos \delta \sin \theta). \end{aligned} \right\} \quad (3.55)$$

С учетом (3.54), (3.55) проекции силы  $\mathbf{F}_n$  и момента  $\mathbf{M}_n$  на оси системы  $OXYZ$  записываются в виде

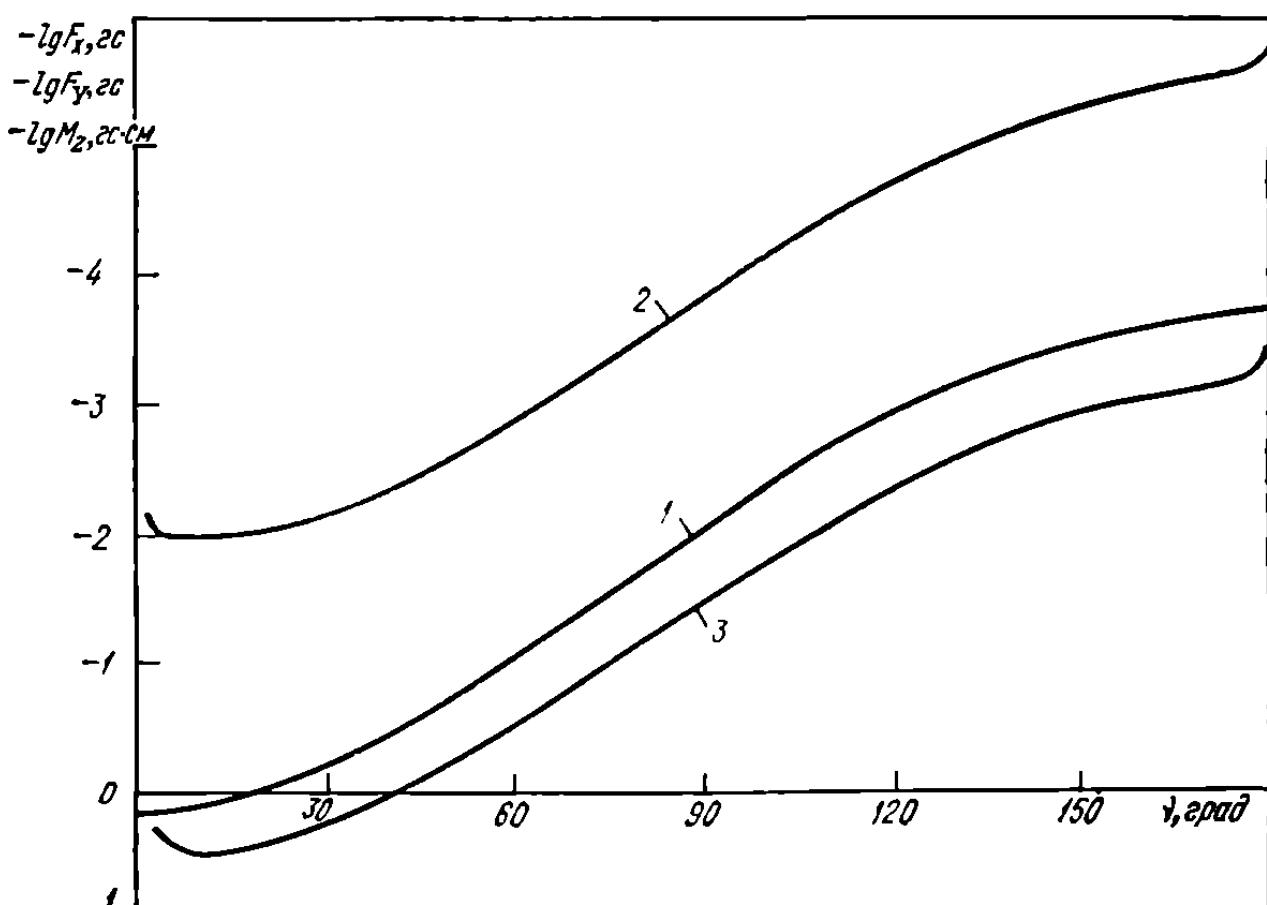
$$\left. \begin{aligned} F_{nx} &= -(\alpha_1 C_o + C_r \sin \delta) A_n q; \\ F_{ny} &= -(\alpha_2 C_o + C_r \cos \delta \cos \theta) A_n q; \\ F_{nz} &= -(\alpha_3 C_o - C_r \cos \delta \sin \theta) A_n q; \\ M_{nx} &= -[C_o (Z_t \alpha_2 - Y_t \alpha_3) + C_r (Y_t \cos \delta \sin \theta + \\ &\quad + Z_t \cos \delta \cos \theta)] A_n q; \\ M_{ny} &= \{C_o [Z_t \alpha_1 + (l - X_t) \alpha_3] + C_r [Z_t \sin \delta - \\ &\quad - (l - X_t) \sin \theta \cos \delta]\} A_n q; \\ M_{nz} &= -\{C_o [\alpha_2 (l - X_t) + Y_t \alpha_1] + C_r [(l - X_t) \cos \delta \cos \theta + \\ &\quad + Y_t \sin \delta]\} A_n q. \end{aligned} \right\} \quad (3.56)$$

Сила аэродинамического сопротивления пластины определяется по формуле

$$X_{\text{п}} = F_{\text{п}X}\alpha_1 + F_{\text{п}Y}\alpha_2 + F_{\text{п}Z}\alpha_3.$$

Проекции аэродинамических сил  $F_{\Sigma}$  и моментов  $M_{\Sigma}$  спутника на оси системы координат  $OXYZ$  получаются суммированием соответствующих проекций сил и моментов, действующих на корпус и пластину. Используя выражения (3.53), (3.56), необходимо вводить поправки на неточность значений  $C_s$  и  $C_l$ , при малых углах атаки пластины и на затенение и интерференцию корпуса и пластины. Текущие значения плотности верхней атмосферы  $\rho$  в зависимости от местной высоты спутника  $h$  принимаются согласно данным модели атмосферы,  $h = \frac{a(1+e^2)}{1+e \cos v} - R_3$  ( $a$  — большая полуось орбиты;  $R_3$  — радиус Земли). На рис. 53 в качестве примера приведены значения аэродинамических сил и момента, действующих на спутник в зависимости от истинной аномалии  $v$ . Параметры спутника на орбите:  $h_{\text{ап}} = 800$ ,  $h_{\text{п}} = 200$  км,  $i = 48$ ,  $u = 90^\circ$ . Спутник ориентирован постоянно в пространстве так, что соответствующие оси систем координат  $CX_0Y_0Z_0$ ,  $OXYZ$  и  $DX_{\text{п}}Y_{\text{п}}Z_{\text{п}}$  коллинеарны. Коэффи-

Рис. 53. Аэродинамические силы  $F_X$  (1),  $F_Y$  (2) и момент  $M_Z$  (3) спутника.



циенты  $C_n$ ,  $C_t$ ,  $C_d$  корпуса рассчитаны для цилиндра с  $R = 0,5$  м,  $L = 1$  м при  $T_\infty = 1200$  К,  $S = 9$ ,  $T_w = 300$  К,  $\alpha_{ак} = 0,8$ . Считалось, что  $X_t = Y_t = Z_t = 0$ ,  $A_n = 1$  м<sup>2</sup>,  $l = 2$  м. Значение плотности атмосферы бралось из модели CIRA-1965.

## ВОЗДЕЙСТВИЕ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ, ЗАРЯЖЕННЫХ И ВОЗБУЖДЕННЫХ ЧАСТИЦ ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЫ НА ПОВЕРХНОСТЬ ОКА

В результате взаимодействия электромагнитной энергии излучения Солнца с поверхностью ОКА возникают силы и моменты, которые на высотах больше 800 км вызывают наибольшие по величине возмущения при движении аппарата (см. рис. 6).

Рассмотрим взаимодействие электромагнитного излучения Солнца с поверхностью ОКА [119]. Пусть  $E$  — поток энергии, падающий на единичную площадку  $dA$ ,  $E = mc^2$  ( $m$  — масса фотонов),  $E_\infty$  — поток энергии, падающий под углом  $\theta$  к нормали площадки,  $E_\infty = E \cos \theta$ . Тогда количество движения падающего потока можно записать в виде

$$(mc)_\infty = \frac{E_\infty}{c} = \frac{E}{c} \cos \theta,$$

а нормальная  $P_\infty$  и касательная  $T_\infty$  составляющие силы, действующей на единичную площадку  $dA$  поверхности,— в виде

$$P_\infty = \frac{E}{c} \cos^2 \theta; \quad T_\infty = \frac{E}{c} \cos \theta \sin \theta. \quad (3.57)$$

Выражения (3.57) по аналогии с соответствующими аэродинамическими выражениями переписываем в виде

$$P_\infty = 2 \cos^2 \theta q_c; \quad T_\infty = 2 \cos \theta \sin \theta q_c,$$

где  $q_c = \frac{E}{2c}$  — «солнечный» скоростной напор, среднее значение  $q_c$  в районе орбиты Земли равно  $2,36 \cdot 10^{-7}$  кгс/м<sup>2</sup>.

Из условия неразрывности потока на поверхности следует, что  $\rho + \tau' + \alpha = 1$  ( $\rho$ ,  $\tau'$ ;  $\alpha$  — коэффициенты соответственно отражения, пропускания и поглощения). При хорошо изолированных поверхностях, таких, как, например, наружная поверхность ОКА, выполняются условия

$$\tau' = 0; \quad \alpha = 1 - \rho. \quad (3.58)$$

Характер отражения электромагнитной солнечной радиации от поверхности реальных материалов элементов конструкции космического аппарата изучен недостаточно. Поэтому рассмотрим предельные случаи отражения: диффузный и зеркальный.

Согласно «закону косинуса» создаваемая диффузно отраженным потоком солнечной радиации нормальная сила  $P_r$ , определяется по формуле

$$P_r = \rho \frac{2}{\pi} q_C \cos \theta \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\phi, \quad (3.59)$$

где  $\phi$  — азимутальный угол полусферы отражения. В результате интегрирования получаем

$$P_r = \frac{2}{3} \rho q_C 2 \cos \theta.$$

Нормальную силу  $P_e$ , созданную поглощенным поверхностью, а затем диффузно отраженным потоком солнечной радиации, на основании (3.58) записываем в виде

$$P_e = \frac{2}{3} (1 - \rho) q_C 2 \cos \theta.$$

Таким образом, выражение для суммарного солнечного давления при диффузном характере отражения имеет вид

$$P = P_\infty + P_r + P_e = 2 \cos \theta \left( \cos \theta + \frac{2}{3} \right) q_C.$$

При диффузном отражении

$$T = T_\infty - (T_r + T_e) = 2 \cos \theta \sin \theta q_C,$$

так как  $T_r = T_e = 0$ . При зеркальном —

$$P_r = \rho q_C 2 \cos^2 \theta; \quad T_r = \rho q_C 2 \cos^2 \theta \sin \theta,$$

а поглощенная часть солнечной радиации отражается диффузно:

$$P_e = \frac{2}{3} (1 - \rho) q_C 2 \cos \theta; \quad T_e = 0.$$

Следовательно,

$$P = 2 \cos \theta \left[ \cos \theta + \frac{2}{3} + \rho \left( \cos \theta - \frac{2}{3} \right) \right] q_C;$$

$$T = (1 - \rho) 2 \cos \theta \sin \theta q_C.$$

Выше отмечалось, что параллельный поток света, в частности поток солнечной радиации, представляет собой аналог свободномоле-

кулярного потока разреженного газа при  $S \rightarrow \infty$ . В то же время выражения для  $P$  и  $T$  идентичны соответствующим выражениям проекций нормальной и касательной составляющих аэродинамической силы, действующей на единичную площадку поверхности в свободномолекулярном потоке. Поэтому при определении солнечных радиационных сил и моментов, действующих на ОКА, можно применить методы, разработанные для расчета аэродинамических характеристик тел в свободномолекулярном потоке.

Большинство материалов, из которых изготавливаются наружные поверхности элементов конструкции ОКА, выполняют функции теплоизоляторов для поддержания определенных температурных условий внутри приборных отсеков. Поэтому при подборе таких материалов соблюдаются условия  $\rho \rightarrow 1$ ,  $\alpha \rightarrow 0$ .

Материалы панелей солнечных батарей поглощают значительное количество солнечной энергии. При поглощении, например, 80% солнечной энергии без последующего излучения выражения для нормальной  $P$  и касательной  $T$  составляющих сил, действующих на единичную площадку поверхности панелей солнечных батарей, имеют вид (соответственно при диффузном и зеркальном отражениях)

$$\begin{aligned} P &= 2 \cos \theta (\cos \theta + 0,13) q_C; \quad T = 2 \cos \theta \sin \theta q_C; \\ P &= 2,4 \cos^2 \theta q_C; \quad T = 1,6 \cos \theta \sin \theta q_C. \end{aligned}$$

В ионосфере поверхность ОКА взаимодействует с электронами и ионами окружающей среды. Поскольку число падающих электронов больше числа падающих ионов, из-за разной скорости их движения, поверхность аппарата приобретает отрицательный электрический заряд. Возникает дополнительная поверхностная сила, обусловленная ускорением падающих ионов в электрическом поле аппарата и увеличением их числа из-за изменения траекторий вблизи тела.

Определение сил и моментов, действующих на тела простой формы в потоке сильно разреженной плазмы, рассмотрено в работах [4, 39, 77, 78, 110, 112, 113, 125]. Влияние ускорения ионов в электрическом поле на тело, движущееся в разреженной плазме, исследовалось А. В. Гуревичем [48]. Нормальная составляющая скорости ионов к поверхности тела записывается в виде

$$v_{in} = \left( v_{i0} - \frac{2e\varphi_s}{m_i} + \alpha E_i \right)^{1/2},$$

где  $v_{i0}$  — невозмущенная нормальная составляющая скорости иона;  $e$  — заряд электрона;  $\varphi_s$  — электрический потенциал поверхности;  $m_i$  — масса иона;  $\alpha$  — коэффициент работы  $W^* = E_i - w_n$ .

( $w_m$  — эффективная работа выхода электрона из материала поверхности);  $E_i$  — энергия ионизации. Давление на единицу поверхности, создаваемое падающими ионами, приближенно вычисляется по формуле [116]

$$P_{ni} = P_i + \left\{ 0,732 P_0 \chi(\sigma) \left( \frac{eW_i}{kT_i} \right)^{1/2} - 0,268 P_i \right\}, \quad (3.60)$$

где  $P_i = P_0 \chi(\sigma) \omega(\sigma)$ ;  $P_0 = \frac{m_i n_i v_i^2}{4S^2}$  ( $m_i$ ,  $n_i$  — масса и концентрация ионов;  $v_i$  — скорость ионов, падающих на поверхность);

$$\chi(\sigma) = \exp(-\sigma^2) + \sqrt{\pi} \sigma (1 + \operatorname{erf} \sigma), \quad \sigma = S \cos \theta;$$

$\theta$  — угол между  $\mathbf{v}$  и внешней нормалью к поверхности площадки;

$$\omega(\sigma) = \frac{2\sigma}{\sqrt{\pi}} + \frac{1 + \operatorname{erf} \sigma}{\chi(\sigma)}; \quad W_i = |\Phi_s| + E_i - w_m;$$

$T_i$  — температура ионов. Аналогично определяется давление, создаваемое возбужденными (метастабильными) атомами и молекулами [115], только вместо  $W_i$  в уравнение (3.60) подставляется  $W_m = -E_i - E_r - w_m$  ( $E_r$  — энергия возбуждения). Остальные величины, характеризующие обмен импульсом, находятся так же, как при взаимодействии поверхности с нейтральными частицами.

Влиянием на силовые и моментные характеристики эффектов, обусловленных увеличением сечения захвата заряженным телом ионов, взаимодействием наведенных и собственных токовых систем с магнитным полем Земли (индуктивное сопротивление), при расчете аэродинамических характеристик ОКА можно пренебречь [4, 39]. Однако при исследовании собственного вращения космических аппаратов они могут играть решающую роль.

## ИСКУССТВЕННЫЕ СПУТНИКИ ЗЕМЛИ «КОСМИЧЕСКАЯ СТРЕЛА»

В настоящей главе на конкретных примерах показано применение методов определения аэродинамических характеристик ОКА и прогноза плотности верхней атмосферы. При этом использованы результаты, полученные при проектировании и эксплуатации спутников «Космическая стрела» («Космос-149» и «Космос-320»), для обеспечения постоянной ориентации и стабилизации которых в пространстве относительно вектора скорости движения впервые были применены аэродинамические силы, действующие на аппарат в верхней атмосфере.

### ПРОБЛЕМЫ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ОРИЕНТАЦИИ В ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЕ

Основная цель научного эксперимента на спутниках «Космическая стрела» заключалась в исследовании радиационного поля Земли в узких интервалах видимой и инфракрасной областей спектра. Кроме того, при создании спутников «Космическая стрела» получен значительный объем ценной научной информации по проектированию и отработке конструкций ОКА. Применение аэростабилизатора в виде полого усеченного конуса, вынесенного на некоторое расстояние от корпуса аппарата, позволило осуществить стабилизацию спутника по вектору орбитальной скорости в заданных пределах с помощью аэродинамических сил и показало, что аэродинамическая ориентация является весьма перспективным видом стабилизации спутников, так как отпадает необходимость в датчиках ориентации и специальных активных исполнительных органах для создания управляющих моментов. Спутники с такой стабилизацией — идеальная платформа для проведения специальных аэродинамических и аэрофизических исследований [66].

Осуществление аэродинамической стабилизации спутника — сложная научно-техническая задача. На высоте орбитального полета атмосфера сильно разрежена и аэродинамические силы очень малы. Например, на высоте 300 км сила сопротивления спутников

«Космическая стрела» составляет  $0,05—1$  гс, а требующийся для их стабилизации в пределах углов атаки  $\alpha = \pm 15^\circ$  удельный восстановливающий аэродинамический момент  $M_z^\alpha$  должен быть не меньше  $18$  гс · см/рад. Кроме того, точный расчет аэродинамических сил, действующих на спутник, пока невозможен, так как не разработана модель реального взаимодействия поверхности ИСЗ с набегающим потоком разреженного газа. Параметры верхней атмосферы, и в первую очередь плотность, существенно зависят от прогнозируемых и не поддающихся прогнозу факторов. Жесткие требования накладываются на выбор орбиты, которая должна удовлетворять двум противоречивым условиям: обеспечить длительный период баллистического существования спутника и достаточный восстановливающий аэродинамический момент.

Таким образом, создание спутников с аэродинамической стабилизацией возможно только при использовании новейших достижений в области динамики разреженных газов и динамики верхней атмосферы, разработке новых прикладных методов прежде всего в области аэродинамики ОКА.

Специфической задачей является выбор аэродинамической компоновки спутника, особенно формы аэростабилизатора. Форма стабилизатора должна быть такой, чтобы было возможным достижение максимального аэродинамического восстановливающего момента в плоскости стабилизации, минимальной силы аэродинамического сопротивления, максимальной крутизны моментной характеристики при  $\alpha \rightarrow 0$ , выполнения ряда технологических и конструкторских требований. Формулировка такой задачи применительно к «Космической стреле» и метод ее решения подробно описаны в работе [120]. Установлено, что наиболее оптимальной формой аэростабилизатора является полый усеченный конус, вынесенный на некоторое расстояние от корпуса аппарата.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Аэродинамические характеристики спутников «Космическая стрела» определялись с помощью интегрирования по обтекаемой поверхности выражений (2.4), (2.5) для коэффициентов нормальной  $P_n$  и касательной  $P_t$  аэродинамических сил, действующих на элементарную площадку  $dA$ . При этом считалось, что схема отражения частиц верхней атмосферы от поверхности спутника диффузная,  $T_w = 300$ ,  $T_\infty = 1300$  К,  $S = 8,5$ ,  $\alpha_{ak} = 0; 1$ .

Аэродинамические силы и моменты, действующие на спутник (рис. 54), вычислялись по формулам

$$\mathbf{F} = \sum \mathbf{F}' = \mathbf{F}^k + \mathbf{F}^w + \mathbf{F}^c + \Delta \mathbf{F}^c;$$

$$\mathbf{M} = \sum \mathbf{M}' = \mathbf{M}^k + \mathbf{M}^w + \mathbf{M}^c + \Delta \mathbf{M}^o,$$

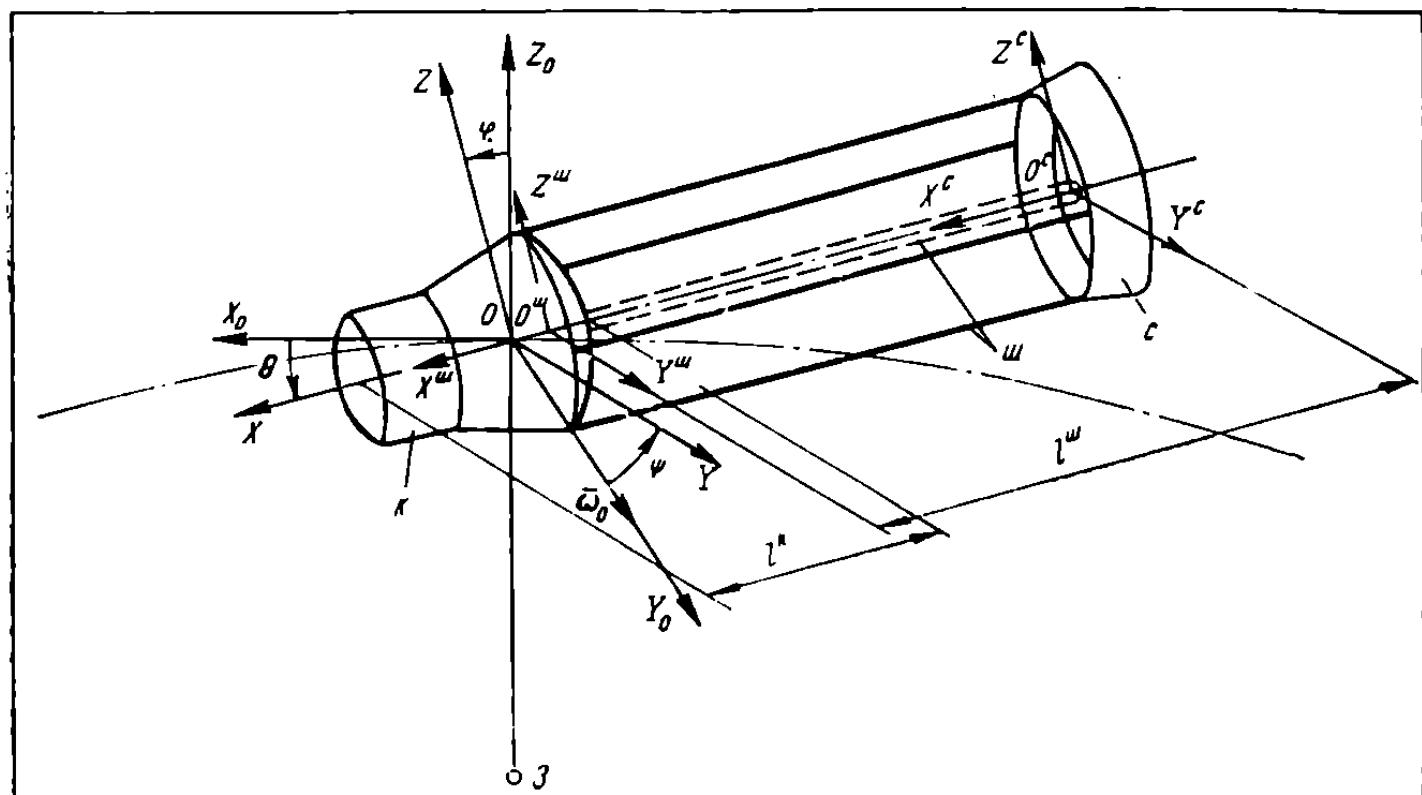
где индексами «к», «ш» и «с» обозначены соответственно корпус (тело вращения), четыре штанги (цилиндры большого удлинения) и аэростабилизатор (полый усеченный конус). В дальнейшем для упрощения расчетов все штанги заменены одной радиуса  $r_1 = 0,05$  м, условно закрепленной в точках  $O^w$  и  $O^c$  (см. рис. 54). Учитывались возможные изменения геометрической формы спутников при изготовлении и эксплуатации: отклонение штанг и стабилизатора от оси симметрии спутника; повороты стабилизатора относительно поперечных осей спутника и собственной оси симметрии; смещение центра тяжести от номинального положения.

Введены следующие прямоугольные правые системы координат (см. рис. 54):

орбитальная  $OX_0Y_0Z_0$ , ось  $OZ_0$  направлена из центра Земли (3) в центр масс спутника, ось  $OX_0$  лежит в плоскости орбиты и направлена в сторону движения спутника;

связанная с началом в центре масс спутника  $OXYZ$ , ось  $OX$  направлена вдоль оси симметрии корпуса в сторону движения, при

Рис. 54. Схема спутников «Космическая стрела».



круговой орбите и отсутствии возмущений оси систем  $OX_0Y_0Z_0$  и  $OXYZ$  совпадали;

связанная со штангой  $O^wX^wY^wZ^w$ , ось  $O^wX^w$  направлена по оси симметрии штанги в сторону движения, в случае, когда штанга не была отклонена, оси систем  $OXYZ$  и  $O^wX^wY^wZ^w$  были коллинеарны;

связанная со стабилизатором  $O^cX^cY^cZ^c$ , ось  $O^cX^c$  направлена по оси симметрии стабилизатора в сторону движения спутника, когда стабилизатор не был отклонен и повернут, оси систем  $OXYZ$  и  $O^cX^cY^cZ^c$  были коллинеарны.

В полете оси связанный системы координат  $OXYZ$  отклонялись от осей орбитальной системы  $OX_0Y_0Z_0$  на углы рысканья  $\psi$ , тангажа  $\theta$ , крена  $\varphi$ . Направляющие косинусы матрицы перехода от одной системы к другой определялись по формулам

$$\begin{aligned}\beta_{11} &= \cos \psi \cos \theta; & \beta_{12} &= \sin \psi \cos \theta; & \beta_{13} &= -\sin \theta; \\ \beta_{21} &= \cos \psi \sin \varphi \sin \theta - \sin \psi \cos \varphi; \\ \beta_{22} &= \sin \psi \sin \theta \sin \varphi + \cos \psi \cos \varphi; & \beta_{23} &= \cos \theta \sin \varphi; \\ \beta_{31} &= \cos \psi \sin \theta \cos \varphi + \sin \psi \sin \varphi; \\ \beta_{32} &= \sin \psi \sin \theta \cos \varphi - \cos \psi \sin \varphi; & \beta_{33} &= \cos \theta \cos \varphi.\end{aligned}$$

Вектор абсолютной скорости спутника в атмосфере задавался в виде  $\mathbf{V}_0 = \mathbf{V} + \mathbf{V}_b$ . Скорости, вызванные изменениями углов ориентации и влиянием прецессии орбиты спутников на вектор  $\mathbf{V}$ , не учитывались. Так как орбита была почти круговой ( $e \approx 0$ ), то считалось, что вектор  $\mathbf{V}$  направлен по оси  $OX_0$ .

Проекции вектора  $\mathbf{V}_b$  на оси системы  $OX_0Y_0Z_0$ :

$$\mathbf{V}_b [-R(\Omega + \sigma_1) \cos i; R(\Omega + \sigma_1) \sin i \cos u; 0],$$

где  $R$  — расстояние от центра Земли до центра масс спутника;  $\Omega$  — угловая скорость вращения Земли;  $\sigma_1$  — угловая скорость вращения атмосферы относительно Земли в широтном направлении;  $i$  — наклонение орбиты;  $u$  — аргумент широты перигея. Проекции вектора  $\mathbf{V}_0$  на оси системы  $OXYZ$  ( $V = \omega_0 R$ ):

$$\begin{aligned}V_0 \left\{ V \left[ \left( 1 - \frac{\Omega + \sigma_1}{\omega_0} \cos i \right) \beta_{11} + \frac{\Omega + \sigma_1}{\omega_0} \sin i \cos u \beta_{12} \right] \right. \\ \left. V \left[ \left( 1 - \frac{\Omega + \sigma_1}{\omega_0} \cos i \right) \beta_{21} + \frac{\Omega + \sigma_1}{\omega_0} \sin i \cos u \beta_{22} \right] \right\}; \\ V \left[ \left( 1 - \frac{\Omega + \sigma_1}{\omega_0} \cos i \right) \beta_{31} + \frac{\Omega + \sigma_1}{\omega_0} \sin i \cos u \beta_{32} \right]\},\end{aligned}$$

где  $\omega_0$  — орбитальная угловая скорость спутника. Направляющие косинусы обозначались через  $v_1, v_2, v_3 : V_0 (Vv_1, Vv_2, Vv_3)$ . Аэrodинамическая сила и момент записывались в виде

$$\mathbf{F}' = -(C_n^j \mathbf{n}^j + C_t^j \mathbf{\tau}^j) A' q;$$

$$\mathbf{M}' = -(C_n^j [\mathbf{r}^j \mathbf{n}^j] + C_t^j [\mathbf{r}^j \mathbf{\tau}^j]) A' q,$$

где  $\mathbf{n}', \mathbf{\tau}'$  — орты нормальной и осевой сил;  $A'$  — характеристическая площадь;  $q = \rho V_0^2 / 2$  — скоростной напор;  $\mathbf{r}^j$  — радиус-вектор точки приложения сил из начала соответствующей системы координат. Значения коэффициентов нормальной  $C_n^j$  и осевой  $C_t^j$  сил, центра давления  $C_d^j$  в функциях угла атаки  $\alpha' = \arccos v_1^j$  приведены на рис. 55—57.

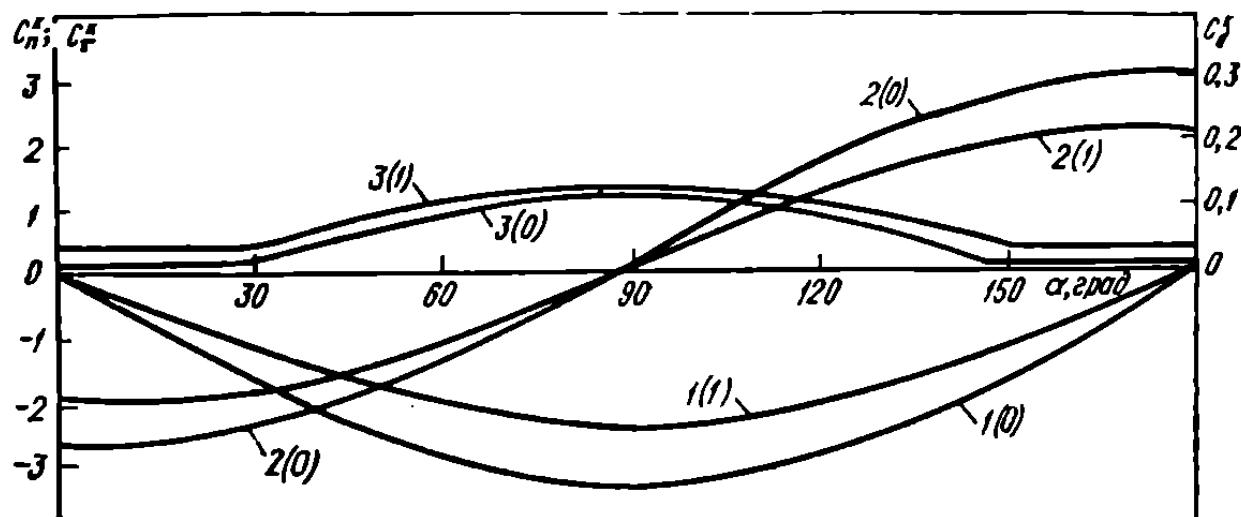
Проекции векторов  $\mathbf{n}^k, \mathbf{\tau}^k, \mathbf{r}^k$  на оси системы  $OXYZ$ :

$$\mathbf{n}^k \left[ 0; \frac{v_2}{\sqrt{1 - v_1^2}}; \frac{v_3}{\sqrt{1 - v_1^2}} \right]; \quad \mathbf{\tau}^k (1; 0; 0);$$

$$\mathbf{r}^k [(C_d^k l^k - X_t); -Y_t; -Z_t],$$

где  $l^k$  — длина корпуса;  $X_t, Y_t, Z_t$  — координаты центра масс

Рис. 55. Зависимость коэффициентов нормальной  $C_n^k$  (1) и осевой  $C_t^k$  (2) сил и центра давления  $C_d^k$  (3) корпуса спутника при  $\alpha_{ak} = 1; 0$  от угла атаки  $\alpha$ ; значения  $C_n^k, C_t^k$  отнесены к площади  $A^k = 1,06 \text{ м}^2$ ,  $C_d^k$  — к длине  $l^k = 1,53 \text{ м}$ .

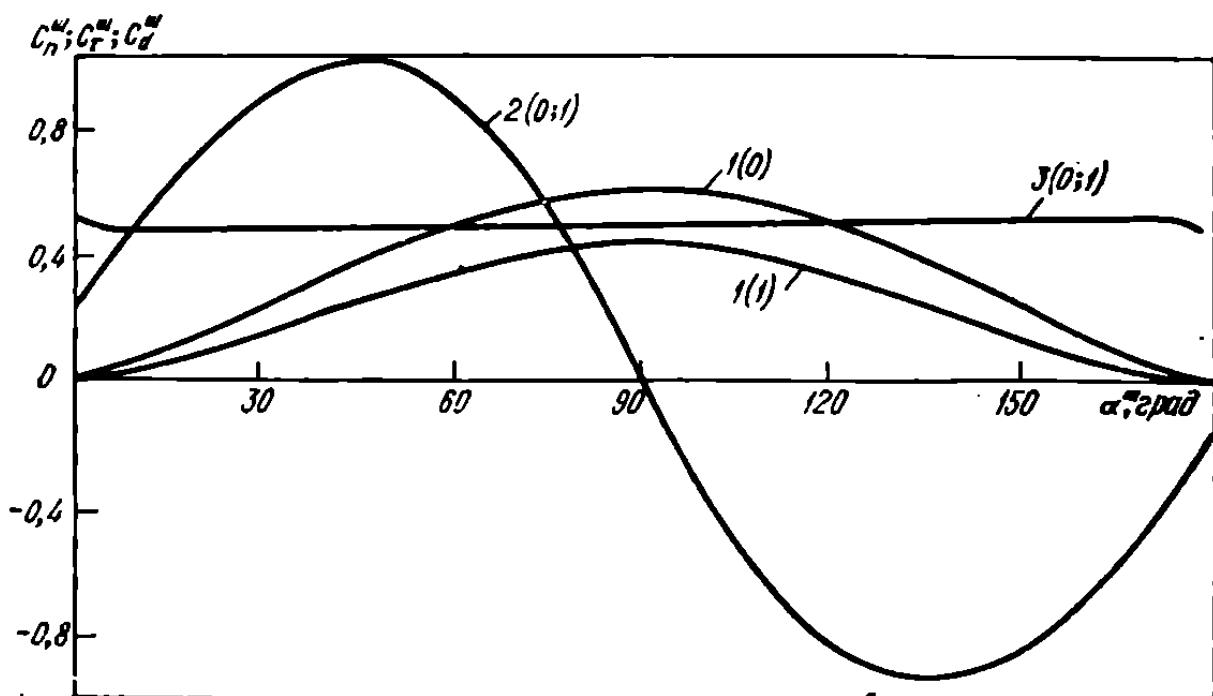


спутника в системе  $OXYZ$ . Проекции момента  $M^k$ , действующего на корпус спутника, на оси системы  $OXYZ$ :

$$\left. \begin{aligned} M_X^k &= \frac{C_n^k}{\sqrt{1-v_1^2}} (v_2 Z_\tau - v_3 Y_\tau) A^k q; \\ M_Y^k &= \left[ C_n^k \frac{v_3}{\sqrt{1-v_1^2}} (X_1 - C_d^k l^k) - C_\tau^k Z_\tau \right] A^k q; \\ M_Z^k &= \left[ C_n^k \frac{v_2}{\sqrt{1-v_1^2}} (C_d^k l^k - X_\tau) + C_\tau^k Y_\tau \right] A^k q. \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

При отклонении стабилизатора от оси симметрии спутника предполагалось, что поворот происходит вокруг точки  $O^c$ , а вместе со штангой — вокруг точки  $O^w$ . Положение штанги в системе  $OXYZ$  определялось с помощью углов  $\gamma^w$  и  $\delta^w$ , а стабилизатора — углами  $\gamma^c$ ,  $\delta^c$  и радиусом-вектором  $R^c = OO^c$ . Направляющие косинусы

Рис. 56. Зависимость коэффициентов нормальной  $C_n^w$  (1), осевой  $C_\tau^w$  (2) сил и центра давления  $C_d^w$  (3) штанги спутника при  $\alpha_{ak} = -1; 0$ ; значения  $C_n^w$ ,  $C_\tau^w$  отнесены к площади  $A^w = 0,412 \text{ м}^2$ ,  $C_d^w$  — к длине  $l^w = 4,115 \text{ м}$ .



матрицы перехода от системы  $OXYZ$  к системам  $O^wX^wY^wZ^w$  или  $O^cX^cY^cZ^c$ :

$$\begin{aligned}\beta_{11}^j &= \cos \gamma^j \cos \delta^j; & \beta_{12}^j &= \sin \gamma^j \cos \delta^j; & \beta_{13}^j &= -\sin \delta^j; \\ \beta_{21}^j &= -\sin \gamma^j; & \beta_{22}^j &= \cos \gamma^j; & \beta_{23}^j &= 0; \\ \beta_{31}^j &= \cos \gamma^j \sin \delta^j; & \beta_{32}^j &= \sin \gamma^j \sin \delta^j; & \beta_{33}^j &= \cos \delta^j.\end{aligned}$$

Проекции вектора скорости  $\mathbf{V}_0$  спутника на оси систем  $O^wX^wY^wZ^w$ ,  $O^cX^cY^cZ^c$ :

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_0 [V(v_1 \beta_{11}^j + v_2 \beta_{12}^j + v_3 \beta_{13}^j); & V(v_1 \beta_{21}^j + v_2 \beta_{22}^j); \\ & V(v_1 \beta_{31}^j + v_2 \beta_{32}^j + v_3 \beta_{33}^j)]\end{aligned}$$

или

$$\mathbf{V}_0 (Vv_1^j; Vv_2^j; Vv_3^j).$$

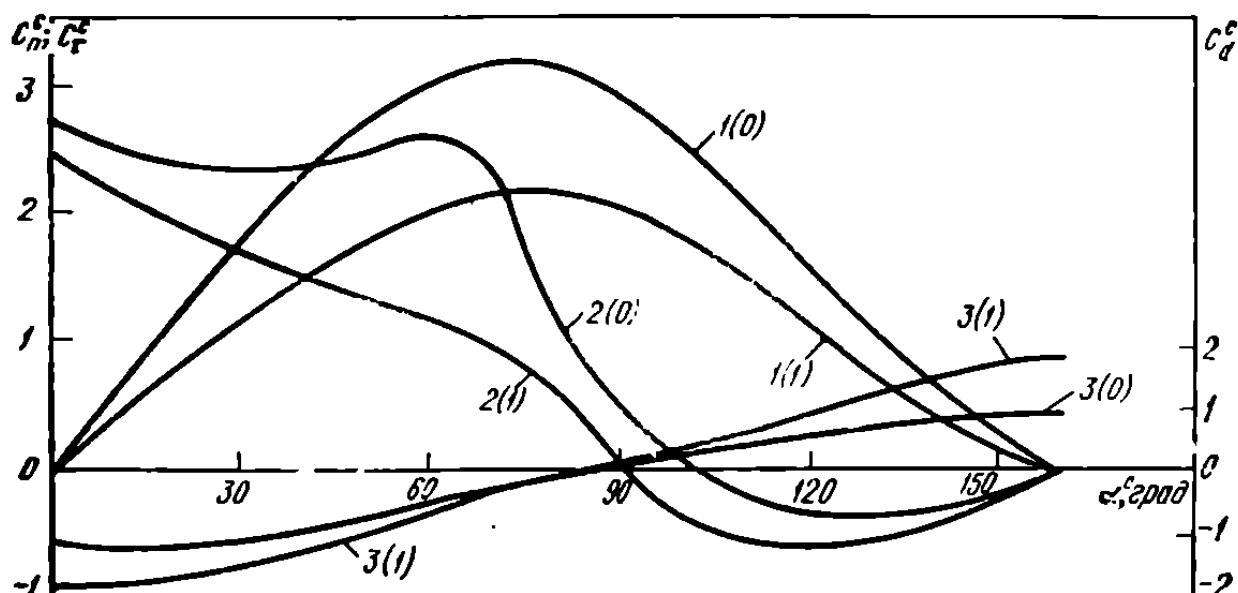
При переносе центра момента, действующего на штангу (стабилизатор), из точки  $O$  в точку  $O^w$  ( $O^c$ ) вектор момента преобразуется по формуле

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_0^j = \mathbf{M}_{0j}^j + [\mathbf{R}^j \mathbf{F}^j] = -\{C_n^j([\mathbf{r}^j \mathbf{n}^j] + [\mathbf{R}^j \mathbf{n}^j]) + \\ + C_t^j([\mathbf{r}^j \mathbf{t}^j] + [\mathbf{R}^j \mathbf{t}^j])\} A^j q,\end{aligned}$$

где проекции векторов на оси системы  $OXYZ$  записываются в виде

$$\mathbf{r}(r^j \beta_{11}^j; r^j \beta_{12}^j; r^j \beta_{13}^j); \quad \mathbf{t}^j(\beta_{11}^j; \beta_{12}^j; \beta_{13}^j);$$

Рис. 57. Зависимость коэффициентов нормальной  $C_n^c$  (1), осевой  $C_t^c$  (2) сил и центра давления  $C_d^c$  (3) стабилизатора спутника при  $\alpha_{ak} = 1; 0$ ; значения  $C_n^c, C_t^c$  отнесены к площади  $A^c = 0,593 \text{ м}^2$ ,  $C_d^c$  — к длине  $l^c = 0,43 \text{ м}$ .



$$\mathbf{n}^I \left( \frac{\mathbf{v}_2^I \beta_{12}^I + \mathbf{v}_3^I \beta_{31}^I}{\sqrt{1 - \mathbf{v}_1^I{}^2}}; \frac{\mathbf{v}_2^I \beta_{22}^I + \mathbf{v}_3^I \beta_{32}^I}{\sqrt{1 - \mathbf{v}_1^I{}^2}}; \frac{\mathbf{v}_3^I \beta_{33}^I}{\sqrt{1 - \mathbf{v}_1^I{}^2}} \right);$$

$$\mathbf{R}^w [(R^w - X_\tau); -Y_\tau; -Z_\tau];$$

$$\mathbf{R}^c [(R^w - X_\tau - l^w \beta_{11}^w); -(Y_\tau + l^w \beta_{12}^w); -(Z_\tau + l^w \beta_{13}^w)];$$

$$r^w (-C_d^w l^w; 0; 0); \quad r^c (C_d^c l^c; 0; 0);$$

$\ell^w$  — длина штанги;  $\ell^c$  — высота стабилизатора. Проекции момента  $M_0^w$  на оси системы  $OXYZ$ :

$$\begin{aligned} M_X^w &= \left\{ \frac{C_n^w}{\sqrt{1 - \mathbf{v}_1^w{}^2}} [\mathbf{v}_3^w \beta_{33}^w (C_d^w l^w \beta_{12}^w + Y_\tau) - (\mathbf{v}_2^w \beta_{22}^w + \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{v}_3^w \beta_{32}^w) (C_d^w l^w \beta_{13}^w + Z_\tau)] + C_\tau^w [\beta_{13}^w (C_d^w l^w \beta_{12}^w + Y_\tau) - \right. \\ &\quad \left. - \beta_{12}^w (C_d^w l^w \beta_{13}^w + Z_\tau)] \right\} A^w q; \\ M_Y^w &= \left\{ \frac{C_n^w}{\sqrt{1 - \mathbf{v}_1^w{}^2}} [(\mathbf{v}_2^w \beta_{21}^w + \mathbf{v}_3^w \beta_{31}^w) (C_d^w l^w \beta_{13}^w + Z_\tau) - \right. \\ &\quad \left. - \mathbf{v}_3^w \beta_{33}^w (C_d^w l^w \beta_{11}^w + X_\tau - R^w)] + C_\tau^w [\beta_{11}^w (C_d^w l^w \beta_{13}^w + Z_\tau) - \right. \\ &\quad \left. - \beta_{13}^w (C_d^w l^w \beta_{11}^w + X_\tau - R^w)] \right\} A^w q; \\ M_Z^w &= \left\{ \frac{C_n^w}{\sqrt{1 - \mathbf{v}_1^w{}^2}} [(\mathbf{v}_2^w \beta_{22}^w + \mathbf{v}_3^w \beta_{32}^w) (C_d^w l^w \beta_{11}^w + X_\tau - R^w) - \right. \\ &\quad \left. - (\mathbf{v}_2^w \beta_{21}^w + \mathbf{v}_3^w \beta_{31}^w) (C_d^w l^w \beta_{12}^w + Y_\tau)] + C_\tau^w [\beta_{12}^w (C_d^w l^w \beta_{11}^w + \right. \\ &\quad \left. + X_\tau - R^w) - \beta_{11}^w (C_d^w l^w \beta_{12}^w + Y_\tau)] \right\} A^w q. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Проекции момента  $M_0^c$  на оси системы  $OXYZ$ :

$$\begin{aligned} M_X^c &= \left\{ \frac{C_n^c}{\sqrt{1 - \mathbf{v}_1^c{}^2}} [\mathbf{v}_3^c \beta_{33}^c (Y_\tau + l^w \beta_{12}^w - C_d^c l^c \beta_{12}^c) - \right. \\ &\quad \left. - (\mathbf{v}_2^c \beta_{22}^c + \mathbf{v}_3^c \beta_{32}^c) (Z_\tau + l^w \beta_{13}^w + C_d^c l^c \beta_{13}^c)] + C_\tau^c [\beta_{13}^c (Y_\tau + \right. \right. \end{aligned}$$

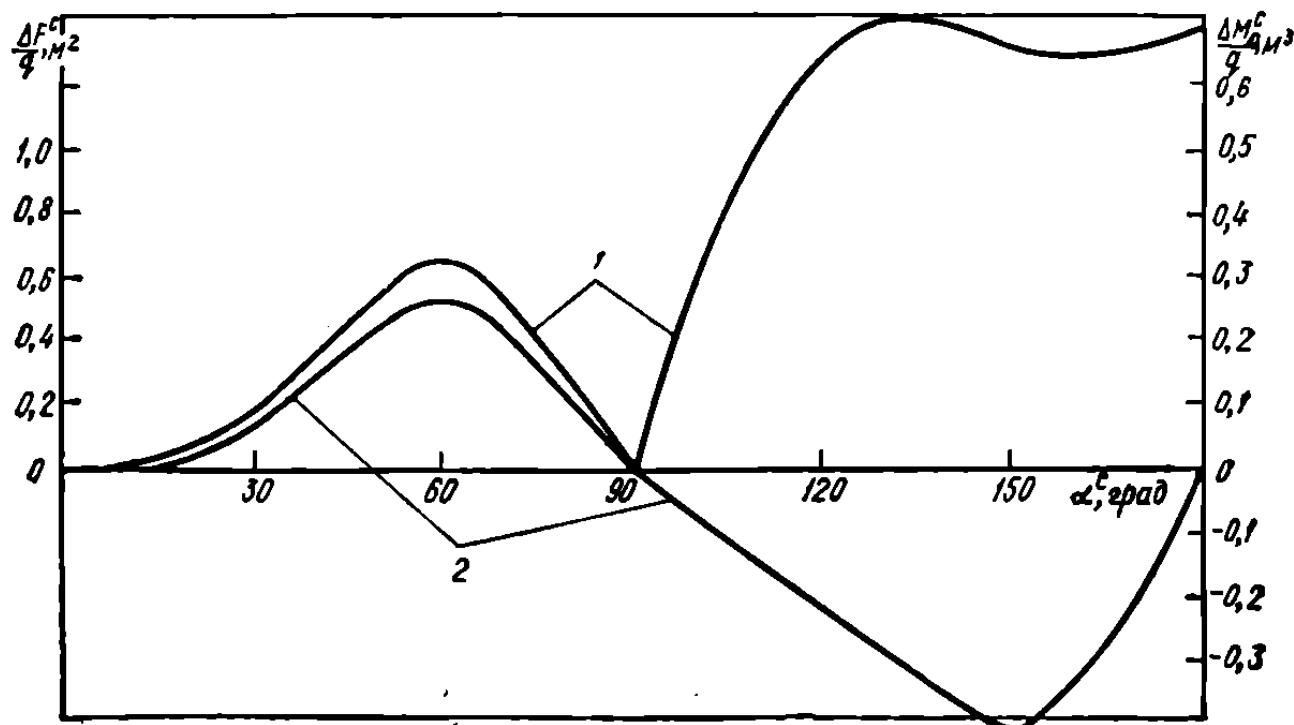
$$\left. + l^w \beta_{12}^w - C_d l^c \beta_{12}^c) - \beta_{12}^c (Z_\tau + l^w \beta_{13}^w - C_d l^c \beta_{13}^c) \right\} A^c q;$$

$$M_Y^c = \left\{ \frac{C_n^c}{\sqrt{1 - v_1^{c2}}} [(v_2^c \beta_{21}^c + v_3^c \beta_{31}^c) (Z_\tau + l^w \beta_{13}^w - C_d l^c \beta_{13}^c) - v_3^c \beta_{33}^c (X_\tau + l^w \beta_{11}^w - R^w - C_d l^c \beta_{11}^c)] + C_\tau^c [\beta_{11}^c (Z_\tau + l^w \beta_{13}^w - C_d l^c \beta_{13}^c) - \beta_{13}^c (X_\tau + l^w \beta_{11}^w - R^w - C_d l^c \beta_{11}^c)] \right\} A^c q; \quad (4.3)$$

$$M_Z^c = \left\{ \frac{C_n^c}{\sqrt{1 - v_1^{c2}}} [(v_2^c \beta_{22}^c + v_3^c \beta_{32}^c) (X_\tau + l^w \beta_{11}^w - R^w - C_d l^c \beta_{11}^c) - (v_2^c \beta_{21}^c + v_3^c \beta_{31}^c) (Y_\tau + l^w \beta_{12}^w - C_d l^c \beta_{12}^c)] + C_\tau^c [\beta_{12}^c (X_\tau + l^w \beta_{11}^w - R^w - C_d l^c \beta_{11}^c) - \beta_{11}^c (Y_\tau + l^w \beta_{12}^w - C_d l^c \beta_{12}^c)] \right\} A^c q.$$

При расчете момента, возникающего вследствие попадания потока на внутреннюю поверхность стабилизатора, считалось, что на

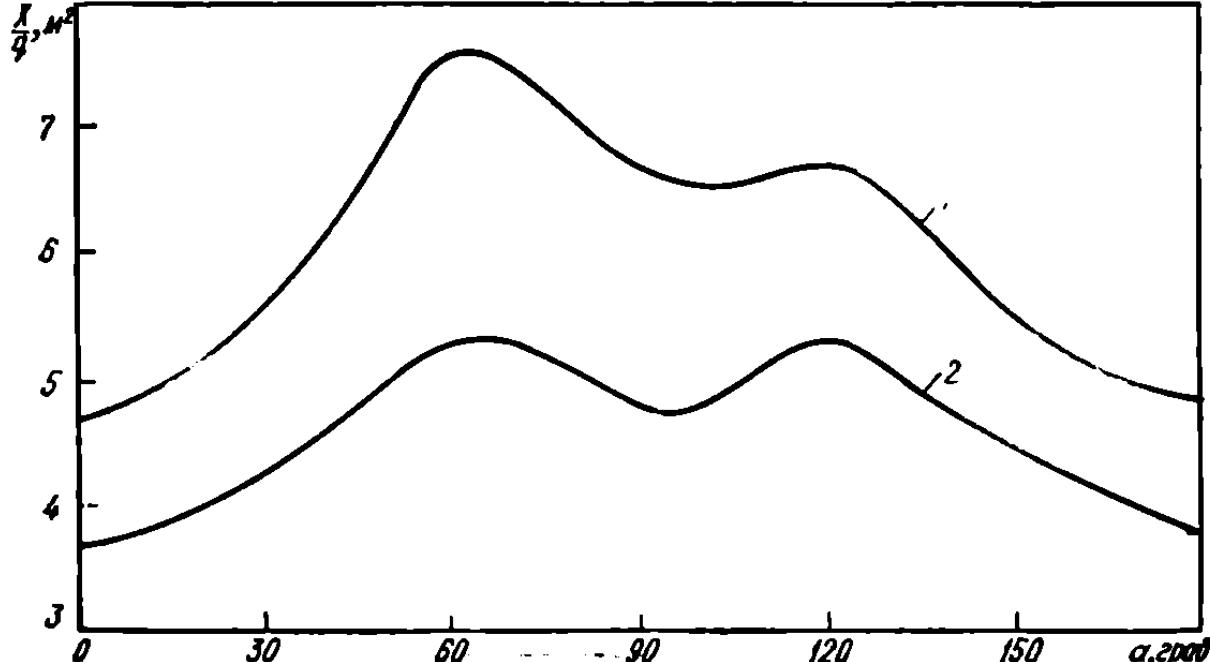
Рис. 58. Значения силы  $\Delta F^c$  (1) и момента  $\Delta M_{0c}^c$  (2) стабилизатора, отнесенные к скоростному напору  $q$ .



ней происходит полное торможение молекул набегающего потока (без отражения). В этом упрощенном случае  $C_F$  — коэффициент действующий на внутреннюю поверхность силы  $\Delta F^0$ , отнесенный к  $A_{\text{вн}}^c$ , равен 2 ( $A_{\text{вн}}$  — площадь проекции внутренней поверхности стабилизатора, обтекаемой под углом атаки  $\alpha^c$ , на плоскость, перпендикулярную вектору скорости  $V_0$ , влияние тепловых скоростей молекул потока на величину  $A_{\text{вн}}^c$  не учитывалось). Вектор силы  $\Delta F^c$ , направленный противоположно вектору  $V_0$ , проходит через центр тяжести проекции  $A_{\text{вн}}^c$ . Следовательно,  $\Delta M_{O^c}^c = 2A_{\text{вн}}^c h$  ( $h$  — плечо силы  $\Delta F^c$  относительно точки  $O^c$ ). Результаты расчета значений  $\Delta F^c$  и  $\Delta M_{O^c}^c$  в функции угла атаки  $\alpha^c = \arccos v_1^c$  приведены на рис. 58. Вектор момента относительно точки  $O$ :  $\Delta M_O^c = \Delta M_{O^c}^c + [R^c \Delta F^c]$ ; его проекции на оси системы  $OXZ$ :

$$\Delta M_X^c = \left\{ \Delta M_{O^c}^c \left( \frac{v_3^c \beta_{21}^c - v_2^c \beta_{31}^c}{\sqrt{1 - v_1^{c2}}} \right) - \Delta F^c [(Z_t + l^w \beta_{13}^w) v_2 - (Y_t + l^w \beta_{12}^w) v_3] \right\} q; \quad |$$

Рис. 59. Значения силы аэродинамического сопротивления спутника, отнесенные к скоростному напору  $q$ :  
1 —  $\alpha_{\text{ак}} = 0$ ; 2 —  $\alpha_{\text{ак}} = 1$ .



$$\Delta M_Y^c = \left\{ \Delta M_{O^c}^c \left( \frac{v_3^c \beta_{22}^c - v_3^c \beta_{32}^c}{\sqrt{1 - v_1^{c2}}} \right) - \Delta F^c [(X_t + l^w \beta_{11}^w - R^w) v_3 - (Z_t + l^w \beta_{13}^w) v_1] \right\} q; \\ \Delta M_Z^c = \left\{ \Delta F^c [(X_t + l^w \beta_{11}^w - R^w) v_2 - (Y_t + l^w \beta_{12}^w) v_1] - \Delta M_{O^c}^c \frac{v_2^c \beta_{33}^c}{\sqrt{1 - v_1^{c2}}} \right\} q. \quad (4.4)$$

Проекции суммарного аэродинамического момента на оси системы  $OXYZ$  определяются с помощью суммирования соответствующих проекций (4.1) — (4.4).

Поворот стабилизатора относительно собственной оси симметрии приводит к появлению пар аэродинамических сил, приложенных к винтообразно повернутым штангам и создающих возмущающий пропеллерный момент в плоскости крена. Расчеты [45] показали, что при повороте штанг на угол  $\Phi_0 = 1^\circ$  максимальное значение пропеллерного момента  $M_X^n$  реализуется при  $\alpha = 0$ ,  $M_{X_{max}}^n \approx 0,033 \text{ гс} \cdot \text{см}$  (плотность  $\rho = 12,6 \cdot 10^{-14} \text{ г/см}^3$ ). Значения суммарной силы аэродинамического сопротивления спутника, полученные по формуле  $\frac{X}{q} = \sum_i (C_n^i \sin \alpha + C_t^i \cos \alpha) A^i$ , приведены на рис. 59.

При определении аэродинамических характеристик влияние надстроек на корпусе спутника (антенн, приборов и др.) не учитывалось. Однако, как показали оценочные расчеты, погрешность не превышала 1%.

## ВЫЧИСЛЕНИЕ МОМЕНТОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ

Одним из существенных факторов, влияющих на ориентацию спутника «Космическая стрела», особенно в апогее орбиты, где стабилизирующий аэродинамический момент наиболее слаб, является момент, возникающий в результате силового воздействия солнечной радиации. Величина его зависит от параметров силового взаимодействия солнечной радиации с поверхностью спутника, а также от взаимного расположения спутника и Солнца.

Суммарные характеристики силового взаимодействия солнечной радиации с поверхностью спутника [46] определялись с помощью интегрирования по освещенной поверхности выражений для коэффициентов нормальной  $P_n$  и касательной  $P_\tau$  сил солнечной радиации, действующих на элементарную площадку поверхности. Поскольку поверхность материалов наружного покрытия спутника шероховатая, считалось, что отражение света носит диффузный характер. Поэтому

$$\left. \begin{aligned} P_n &= 2 \cos(\hat{n}, \hat{S}) \left[ \cos(\hat{n}, \hat{S}) + \frac{2}{3} \right] q_C; \\ P_\tau &= 2 \sin(\hat{n}, \hat{S}) \cos(\hat{n}, \hat{S}) q_C, \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

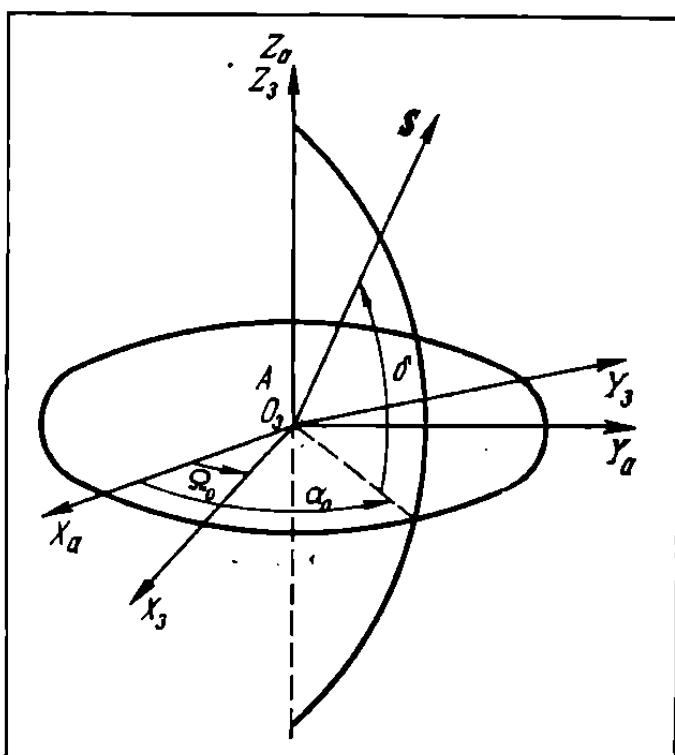


Рис. 60. Абсолютная и земная системы координат.

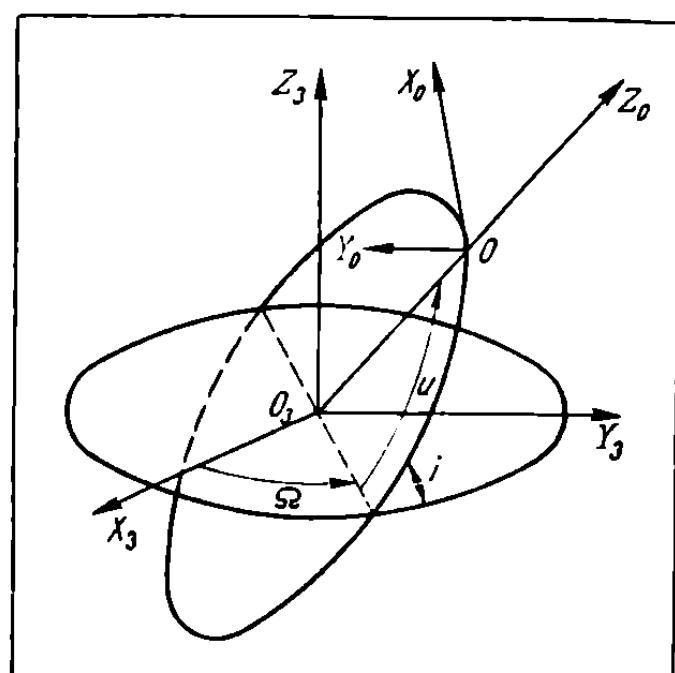


Рис. 61. Земная и орбитальная системы координат.

где  $n$  — нормаль к элементарной площадке поверхности;  $S$  — вектор направления на Солнце.

Для определения положения вектора  $S$  ( $S_x$ ,  $S_y$ ,  $S_z$ ) относительно спутника вводились следующие прямоугольные правые системы координат:

1) абсолютная —  $AX_aY_aZ_a$  (рис. 60), ось  $AZ_a$  совпадает с осью Мира и направлена на Полярную звезду, ось  $AX_a$  направлена в точку весеннего равноденствия  $\gamma$ ;

2) земная —  $O_3X_3Y_3Z_3$  (рис. 60, 61), ось  $O_3Z_3$  направлена из центра Земли  $O_3$  вдоль оси вращения в сторону Северного полюса, ось  $O_3X_3$  — в точку пересечения Гринвичского меридиана с экватором;

3) орбитальная —  $O_1X_oY_oZ_o$  (см. рис. 61);

4) связанная —  $OXYZ$  (рис. 62, а).

Положение вектора  $S$  в системе координат  $AX_aY_aZ_a$  для полночи эфемеридного времени задавалось двумя углами — прямым восхождением  $\alpha_0$  и склонением  $\delta$ . Направляющие косинусы вектора  $S$  в этой системе координат:

$$S_{X_a} = \cos \delta \cos \alpha_0; \quad S_{Y_a} = \cos \delta \sin \alpha_0; \quad S_{Z_a} = \sin \delta.$$

Направляющие косинусы вектора  $S$  в системе координат  $O_3X_3Y_3Z_3$ :

$$S_{X_3} = \cos \delta \cos (\alpha_0 - \Omega_0); \quad S_{Y_3} = \cos \delta \sin (\alpha_0 - \Omega_0); \\ S_{Z_3} = \sin \delta$$

( $\Omega_0$  — гринвичское эфемеридное время,  $\Omega_0 = \left[ \frac{S_0}{1+k} - (N-1) + t \right] \omega_3 \cdot 3600$ ;  $S_0$  — истинное звездное время всемирной полночи;  $k$  — поправка на разницу звездного и среднего солнечного времени,  $k = 0,00273791$ ;  $N$  — номер часового пояса, относительно которого отсчитывается время;  $t$  — поясное время;  $\omega_3$  — угловая скорость вращения Земли).

Направляющие косинусы вектора  $S$  в системе координат  $O_1X_oY_oZ_o$ :

$$S_{X_o} = \sigma_{11}S_{X_3} + \sigma_{12}S_{Y_3} + \sigma_{13}S_{Z_3};$$

$$S_{Y_o} = \sigma_{21}S_{X_3} + \sigma_{22}S_{Y_3} + \sigma_{23}S_{Z_3};$$

$$S_{Z_o} = \sigma_{31}S_{X_3} + \sigma_{32}S_{Y_3} + \sigma_{33}S_{Z_3},$$

где

$$\sigma_{11} = -\cos(\Omega_0 + \Omega) \sin u - \sin(\Omega_0 + \Omega) \cos i \cos u;$$

$$\sigma_{12} = -\sin(\Omega_0 + \Omega) \sin u + \cos(\Omega_0 + \Omega) \cos i \cos u;$$

$$\sigma_{13} = \sin i \cos u;$$

$$\begin{aligned}\sigma_{21} &= \sin(\Omega_0 + \Omega) \sin i; & \sigma_{22} &= -\cos(\Omega_0 + \Omega) \sin i; \\ \sigma_{23} &= \cos i; \\ \sigma_{31} &= \cos(\Omega_0 + \Omega) \cos u - \sin(\Omega_0 + \Omega) \cos i \sin u; \\ \sigma_{32} &= \sin(\Omega_0 + \Omega) \cos u + \cos(\Omega_0 + \Omega) \cos i \sin u; \\ \sigma_{33} &= \sin i \sin u;\end{aligned}$$

$\Omega$  — долгота восходящего узла от Гринвича;  $i$  — наклонение орбиты;  $u$  — аргумент широты спутника.

Направляющие косинусы вектора  $S$  в системе координат  $OXYZ$ :

$$S_x = \beta_{11} S_{X_0} + \beta_{12} S_{Y_0} + \beta_{13} S_{Z_0};$$

$$S_y = \beta_{21} S_{X_0} + \beta_{22} S_{Y_0} + \beta_{23} S_{Z_0};$$

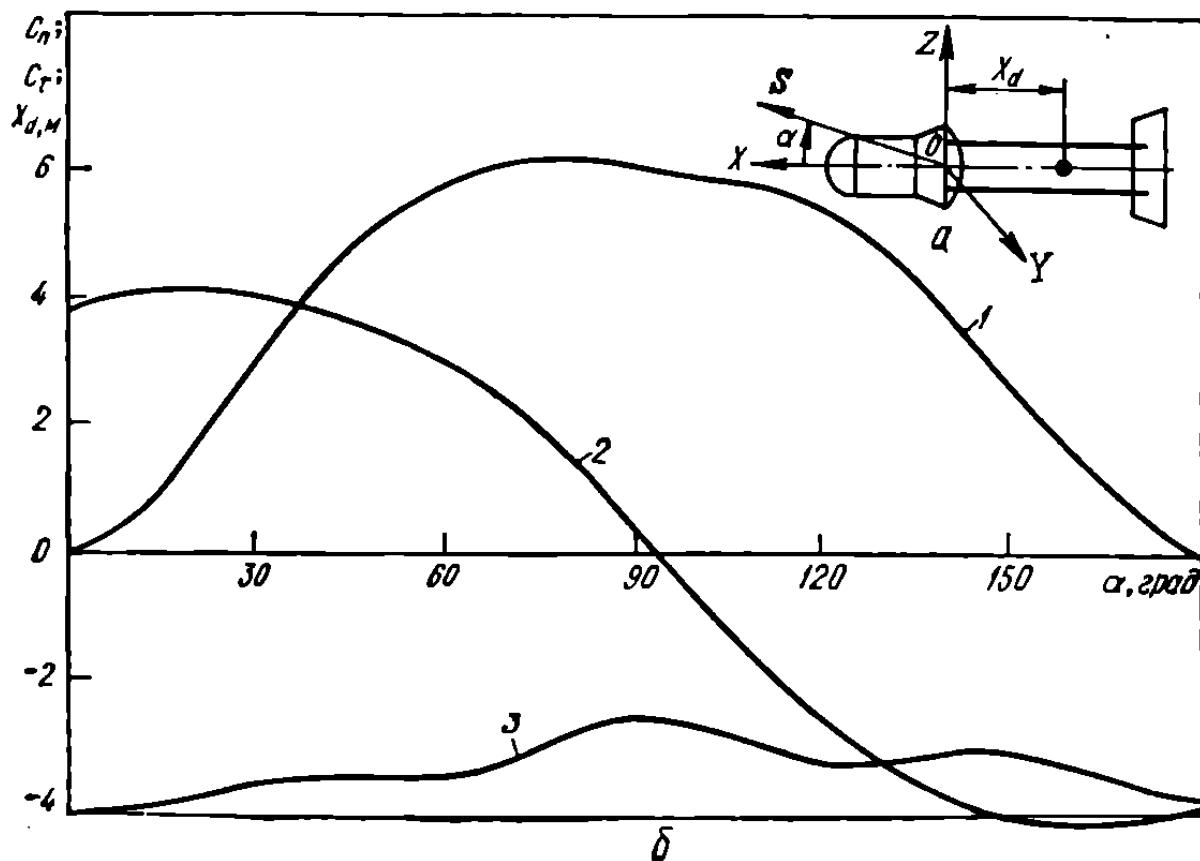
$$S_z = \beta_{31} S_{X_0} + \beta_{32} S_{Y_0} + \beta_{33} S_{Z_0},$$

где

$$\beta_{11} = \cos \theta \cos \varphi; \quad \beta_{12} = \cos \theta \sin \psi; \quad \beta_{13} = -\sin \theta;$$

$$\beta_{21} = \sin \varphi \sin \theta \cos \varphi - \cos \varphi \sin \psi; \quad \beta_{22} = \sin \varphi \sin \theta \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi;$$

Рис. 62. Связанная система координат (а), ● — центр давления; зависимость коэффициентов нормальной  $C_n$  (1) и осевой  $C_t$  (2) сил солнечной радиации и координаты центра давления  $X_d$  (3) спутника от  $\alpha$  (б), значения  $C_n$ ,  $C_t$  отнесены к площади  $A = 1,16 \text{ м}^2$ .



$$\beta_{23} = \sin \varphi \cos \theta;$$

$$\beta_{31} = \sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \sin \theta \cos \psi;$$

$$\beta_{32} = \cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi; \quad \beta_{33} = \cos \varphi \cos \theta;$$

$\theta, \psi, \varphi$  — углы соответственно тангажа, рыскания и крена.

Момент, возникающий при силовом воздействии солнечной радиации, представлялся в виде

$$\mathbf{M} = -(C_n[\mathbf{r}\mathbf{n}_1] + C_\tau[\mathbf{r}\mathbf{\tau}_1]) Aq_C, \quad (4.6)$$

где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор центра давления из центра масс спутника;  $\mathbf{n}_1, \mathbf{\tau}_1$  — векторы соответственно нормальной и осевой сил спутника;  $A$  — характерная площадь. Проекции векторов  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{\tau}_1$  на оси системы координат  $OXYZ$ :

$$\mathbf{r}[(X_d - X_r); -Y_r; -Z_r]; \quad \mathbf{\tau}_1[1; 0; 0]$$

( $X_d$  — координата центра давления;  $X_r, Y_r, Z_r$  — координаты центра масс спутника в системе  $OXYZ$ ). Вектор  $\mathbf{n}_1$  записывался в виде  $\mathbf{n}_1 = [iS]i/\sin(i, \widehat{S})$  ( $i$  — единичный орт оси  $OX$ ), откуда

$$\mathbf{n} \left( 0; \frac{S_Y}{\sqrt{1-S_X^2}}; \frac{S_Z}{\sqrt{1-S_X^2}} \right).$$

С помощью подстановки значений  $\mathbf{r}_1, \mathbf{n}_1, \mathbf{\tau}_1$  в (4.6) были получены проекции суммарного момента относительно центра масс на оси связанный системы координат  $OXYZ$ :

$$M_X = (Y_r S_Z - Z_r S_Y) \frac{C_n}{\sqrt{1-S_X^2}} Aq_C;$$

$$M_Y = \left[ C_n (X_d - X_r) \frac{S_Z}{\sqrt{1-S_X^2}} + C_\tau Z_r \right] Aq_C;$$

$$M_Z = - \left[ C_n (X_d - X_r) \frac{S_Y}{\sqrt{1-S_X^2}} + C_\tau Y_r \right] Aq_C.$$

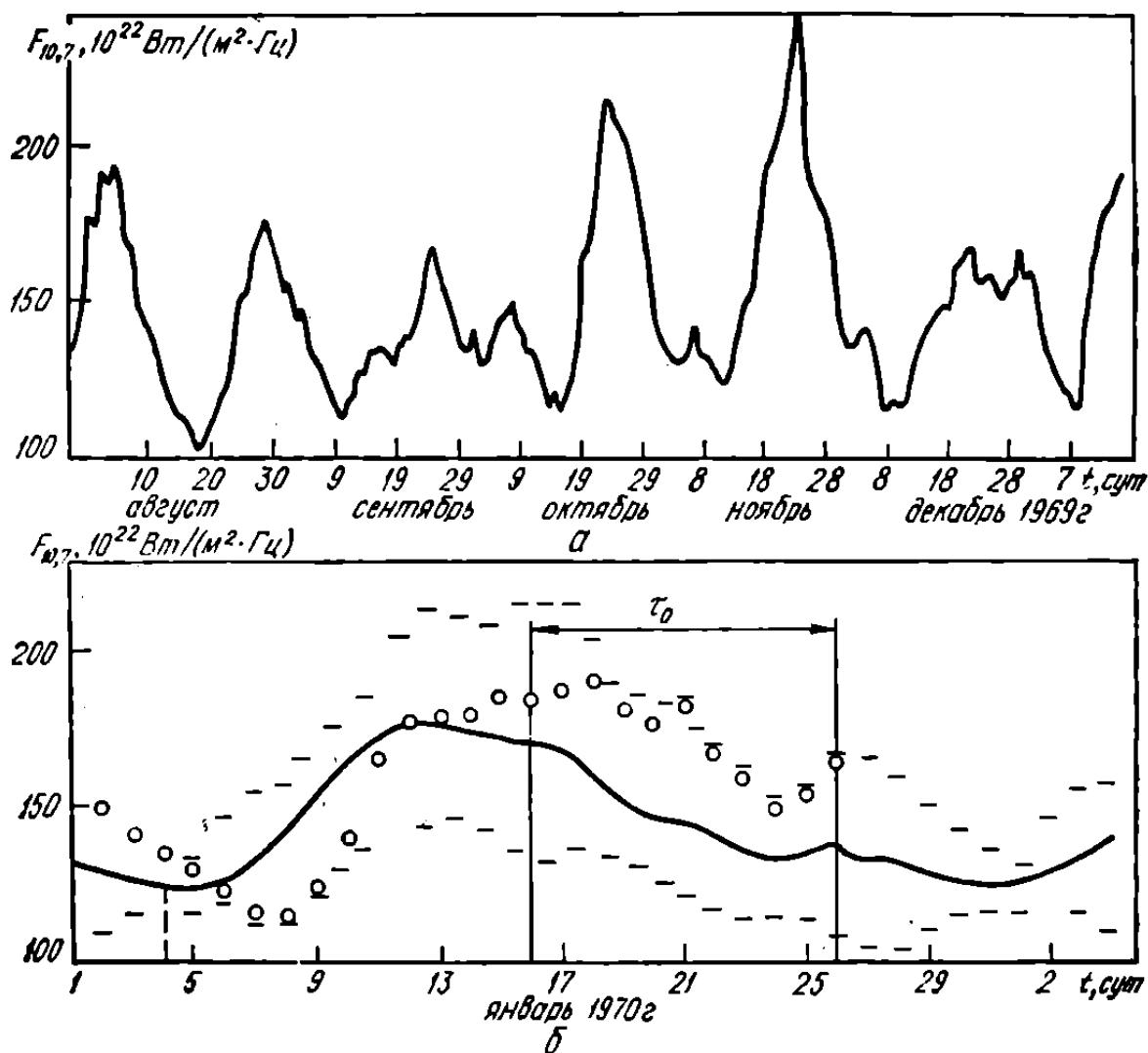
Коэффициенты  $C_n$  и  $C_\tau$  рассчитывались с помощью интегрирования выражений (4.5) по освещенной поверхности спутника. Значения  $C_n, C_\tau$  и  $X_d$  приведены на рис. 62, б ( $\alpha = (i, \widehat{S}) = \arccos S_X$ ).

## ПРОГНОЗ ПЛОТНОСТИ ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЫ НА ПЕРИОД ЗАПУСКА И ПОЛЕТА СПУТНИКА «КОСМОС-320»

Прогноз плотности верхней атмосферы на момент запуска и период существования спутника с аэродинамической системой ориентации «Космос-320» [63] проводился методом оперативного прогнозирования. Орбита спутника должна была удовлетворять условиям обеспечения максимальной плотности верхней атмосферы в районе полета спутника для создания достаточных аэродинамических управляющих моментов и минимальной плотности для получения гарантированного времени его существования  $\tau_0 = 10$  сут. При запуске спутника без предварительного прогноза плотности гарантировалось  $\tau_0 = 4$  сут. В соответствии с данными оперативного прогноза 16 января 1970 г. спутник «Космос-320» был запущен на орбиту с  $h_{\min} = 240$  и  $h_{\max} = 342$  км при заданной точности ориентации

Рис. 63. Ежедневные значения (а) на время, предшествующее прогнозу, прогнозируемые и фактические ежедневные значения (б) индекса  $F_{10.7}$ :

— средние прогнозируемые, — — — максимальные разбросы прогнозируемых, ○ — фактические.



и  $\tau_0 = 25$  сут. Для прогноза статистически обрабатывались значения  $F_{10,7}$  за предшествовавшие запуску 5 мес. Такой объем выборки был принят потому, что, во-первых, за это время (период максимума солнечной активности) среднее значение  $F_{10,7}$  не должно было существенно измениться и, во-вторых, более полно учитывалось изменение  $F_{10,7}$  в месячных циклах непосредственно перед запуском спутника. Предполагалось, что приходящийся на время полета спутника период месячного цикла колебаний солнечной активности будет равен примерно 27 сут. Из имевшихся на время прогноза данных о ежедневных значениях  $F_{10,7}$  за период с августа 1969 г. по январь 1970 г. (рис. 63) с шагом в 27 сут определялись средние значения индекса и их максимальные разбросы. Полученные значения  $F_{10,7}$  считались прогнозируемыми на 27 дней вперед (см. рис. 63). Минимум средних значений  $F_{10,7}$  (4 января 1970 г.) считался началом ожидаемого 27-дневного цикла. Для выбора параметров орбиты, обеспечивающей требуемые аэродинамические управляемые моменты, на основании данных, приведенных на рис. 63, на дату запуска и первые трое суток существования спутника прогнозировалось минимально возможное значение индекса  $F_{10,7}$ ,  $F_{10,7\min} \geq 130 \cdot 10^{-22}$  Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$ ), а для обеспечения требуемого времени существования спутника — среднее за время  $\tau_0$  максимально возможное его значение,  $F_{10,7\text{ср}} \leq 180 \cdot 10^{-22}$  Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$ ). Фактические (наблюдавшиеся позднее) значения  $F_{10,7}$  не превышали спрогнозированных пределов,  $F_{10,7\min} = 184 \cdot 10^{-22}$  Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$ ) и  $F_{10,7\text{ср}} = 180 \cdot 10^{-22}$  Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$ ). Для дальнейшего определения плотности верхней атмосферы по полученным значениям индекса  $F_{10,7}$  использовалась модель атмосферы CIRA-1965.

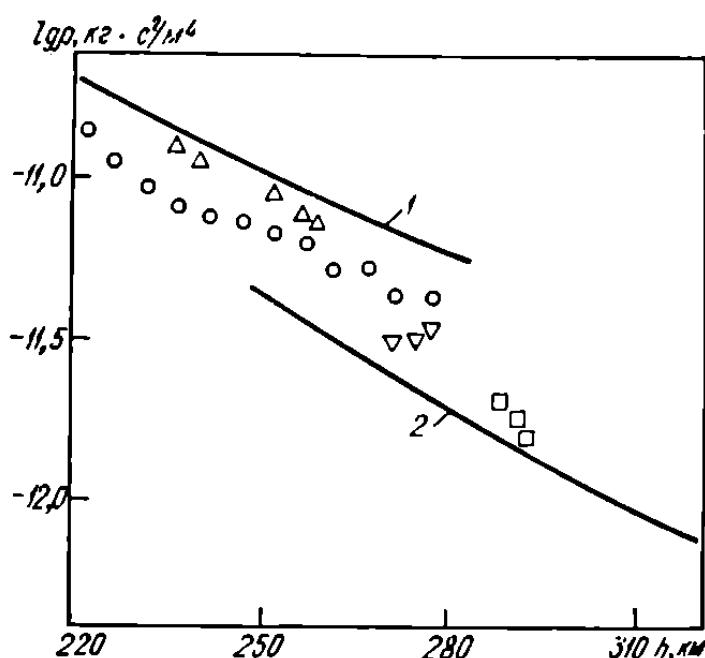


Рис. 64. Прогнозируемые значения плотности верхней атмосферы на период полета спутника «Космос-320»:

1 —  $\rho_{\text{ср}} F_{10,7} = 180 \cdot 10^{-22}$  Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$ ),  $t_M = 14$  ч; 2 —  $\rho_{\min} F_{10,7} = 130 \times 10^{-22}$  Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{Гц}$ ),  $t_M = 4$  ч;  $\nabla$ ,  $\Delta$ ,  $\square$ .  $\circ$  — фактические значения  $\rho$ , полученные по данным о торможении спутников соответственно «Космос-303» ( $t_M = 14 \div 16$  ч), «Космос-308» ( $t_M = 21 \div 24$  ч), «Космос-311» ( $t_M = 0 \div 4$  ч), «Космос-320» ( $t_M = 15 \div 17$  ч).

С целью уточнения общего состояния верхней атмосферы на предполагаемых высотах полета спутника «Космос-320» в период, непосредственно предшествовавший его запуску (с конца декабря 1969 г. по начало января 1970 г.), и исключения систематической погрешности в определении плотности по данным о торможении, обусловленной незнанием параметров аэродинамического взаимодействия с поверхностью аппарата, плотность верхней атмосферы определялась также по данным о торможении спутников «Космос-303», «Космос-308» и «Космос-311» (рис. 64), находившихся в это время на эллиптических орбитах с  $h_{\min} = 251; 267$  и  $232$  км соответственно. При расчете коэффициента аэродинамического сопротивления  $C_x$  этих спутников и спутника «Космос-320» принималась единая схема взаимодействия молекул набегающего потока с поверхностью аппарата. В среднем полученные экспериментальные значения плотности оказались примерно на 40% ниже значений плотности в модели CIRA-1965, соответствующих фактическому на период прогноза уровню солнечной активности  $F_{10,7} = 150 \cdot 10^{-22}$  Вт/( $\text{м}^2 \times \text{Гц}$ ) и значениям местного времени. Это объясняется влиянием полугодовых вариаций плотности верхней атмосферы, в результате которых в январе плотность снижается по сравнению со среднегодовым уровнем. Полугодовые вариации учтены при выборе параметров начальной орбиты спутника, в результате чего высота апогея орбиты снизилась на 15 км. При сравнении прогнозируемых средних  $\rho_{\text{ср}}$  и минимальных  $\rho_{\min}$  значений плотности (см. рис. 64), соответствующих  $F_{10,7} = 180$ ,  $t_m = 14$  ч и  $F_{10,7} = 130$ ,  $t_m = 4$  ч, с учетом общего снижения плотности на 40% и значений плотности, полученных по данным о торможении спутника «Космос-320», видно, что фактические значения плотности находятся в прогнозируемых пределах [63, 51].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеева Е. В., Баранцев Р. Г. Свободномолекулярное обтекание тел сложной формы.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, З. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1967, 58—66.
2. Алексеева Е. В., Баранцев Р. Г., Ландман В. Г. Крылатый цилиндр в свободномолекулярном потоке.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 4. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1969, 65—79.
3. Алексеева Е. В., Баранцев Р. Г., Сергеев В. Л. Свободномолекулярная интерференция цилиндров при лучевом отражении по нормали.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 6. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1973, 19—28.
4. Альперт Я. Л., Гуревич А. В., Питаевский Л. П. Искусственные спутники в разреженной плазме. М., «Наука», 1964. 282 с.
5. Анолик М. В. Однократное отражение атомов газа от шероховатой поверхности.— В кн.: Методы вычислений. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1971, 76—96.
6. Анолик М. В., Кюлвари И. О прямом моделировании отражения атомов газа от шероховатой поверхности.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 7. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1974, 26—32.
7. Анолик М. В., Мирошин Р. Н. Вычисление континуальных интегралов в задаче об отражении атомов газа от шероховатой поверхности.— Вестн. Ленингр. ун-та, 1971, 7, 52—55.
8. Антонова Л. А., Баранцев Р. Г., Мирошин Р. Н., Мурзова Э. Н. Схема б-отражения в задаче свободномолекулярного обтекания невыпуклых тел.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 4. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1969, 80—100.
9. Арифов У. А. Взаимодействие атомных частиц с поверхностью твердого тела. М., «Наука», 1968. 370 с.
10. Баранцев Р. Г. Аэродинамика невыпуклых тел в установившемся свободномолекулярном потоке.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 4. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1969, 46—55.
11. Баранцев Р. Г. Взаимодействие газов с поверхностями.— В кн.: Итоги науки и техники. Гидромеханика, 6. М., ВИНИТИ, 1972, 5—92.
12. Баранцев Р. Г. Взаимодействие разреженного газа с обтекаемыми поверхностями. М., «Наука», 1975. 344 с.
13. Баранцев Р. Г. О взаимодействии разреженных газов с поверхностями.— В кн.: Материалы польско-советского семинара по взаимодействию газов с поверхностями. Варшава, 1969, 7—29.
14. Баранцев Р. Г. Отражение молекул газа от шероховатых поверхностей.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 1. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1963, 107—151.
15. Баранцев Р. Г. Последовательное моделирование функций рассеяния атомов от поверхности.— Учен. зап. Центр. аэрогидродинам. ин-та, 1971, 2, 6, 62—70.
16. Баранцев Р. Г. Схема изолированного отражения атомов газа от твердой поверхности.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 2. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1965, 253—271.

17. Баранцев Р. Г., Ландман В. Г. Максвелловское представление распределения отраженных атомов через потоки массы, импульса и энергии.— Вестн. Ленингр. ун-та, 1966, 19, 58—63.
18. Баранцев Р. Г., Леонас В. Б., Осипов А. И., Филиппов Б. В. Взаимодействие атомных частиц газа между собой и с твердыми поверхностями.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 4. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1969, 5—29.
19. Баранцев Р. Г., Меркулова Н. И. Рассеяние на решетке мягких сфер. Первое приближение для нормального падения.— Вестн. Ленингр. ун-та, 1972, 7, 82—88.
20. Баранцев Р. Г., Меркулова Н. И. Рассеяние на решетке мягких сфер. Наклонное падение. Двумерная задача.— Вестн. Ленингр. ун-та, 1974, 7, 90—95.
21. Баранцев Р. Г., Мирошин Р. Н. О приближенном представлении оператора шероховатости.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 1. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1963, 152—161.
22. Баранцев Р. Г., Проворотов В. П. Разложение граничной трансформанты.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 3. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1967, 67—74.
23. Баранцев Р. Г., Рахлин Б. Б. Свободномолекулярное обтекание ломаной пластинки.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 4. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1969, 56—64.
24. Баранцев Р. Г., Цзжень-юй У. Силы и моменты, действующие на тела вращения в свободномолекулярном потоке.— Вестн. Ленингр. ун-та, 1961, 13, 79—92.
25. Басс В. П., Ковтуненко В. М., Чепурной В. Н. К определению аэродинамических характеристик тел сложной формы в свободномолекулярном потоке с учетом затенения.— Косм. исследования, 1974, 12, 1, 40—44.
26. Богачева А. А., Перепухов В. А., Рухман Э. Е. Применение метода Монте-Карло к расчетам аэродинамических характеристик вогнутых тел и тел сложной формы в свободномолекулярном потоке.— Журн. вычисл. мат. и мат. физ., 1968, 8, 6, 1395—1402.
27. Богачева А. А., Перепухов В. А., Рухман Э. Е. Применение метода Монте-Карло к расчету аэродинамических характеристик тел в свободномолекулярном потоке.— В кн.: Труды Центр. аэрогидродинам. ин-та, 1227. М., ЦАГИ, 1970. 27 с.
28. Бунимович А. И., Каган М. Л. Свободномолекулярное течение газа в плоских каналах и решетках.— Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, 1966, 3, 129—131.
29. Бушуев Е. И., Васильева А. И., Камеко В. Ф., Ковтуненко В. М., Красовский А. А., Маштак В. Я., Шабохин В. А. Исследование плотности верхней атмосферы и аэродинамики спутников по данным эволюции орбит.— В кн.: Определение движения космических аппаратов. М., «Наука», 1975, 168—182.
30. Бушуев Е. И., Красовский А. А. Определение плотности атмосферы по данным торможения ИСЗ на околокруговых орbitах.— В кн.: Косм. исследования на Украине, 7. Киев, «Наукова думка», 1975, 49—54.
31. Васильев Л. А., Курамшин Т. А., Назарова Л. П., Травникова Л. И. Изменение сил светового давления и аэродинамических сил, действующих на тело сложной формы в свободномолекулярном потоке.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 5. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1970, 113—118.
32. Васильев Л. А., Назарова Л. П., Травникова Л. И. Погрешности в определении моментов сил в методе оптического моделирования.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 5. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1970, 107—112.
33. Васильев Л. А., Назарова Л. П. О сравнении результатов натурного и лабо-

- раторного измерений коэффициентов аэродинамического сопротивления.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 7. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1974, 103—119.
34. *Варакин Г. К., Фарафонов В. Г.* О применении диффузной схемы отражения при обтекании поверхности свободномолекулярным потоком со скоростью 10 км/сек.— Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, 1974, 5, 67—71.
  35. Взаимодействие газов с поверхностями. Под ред. Р. Г. Баранцева. М., «Мир», 1965. 226 с.
  36. *Витинский Ю. И.* Цикличность и прогнозы солнечной активности. Л., «Наука», 1973. 256 с.
  37. *Власов М. Н.* Поведение возбужденных атомов и молекул в верхней атмосфере на высотах 40—300 км.— Геомагнетизм и аэрономия, 1973, 13, 4, 705—709.
  38. *Войсковский М. И., Волков И. И., Грязев Н. П., Кугаенко Б. В., Синицын В. М., Эльясберг П. Е.* Несферическая модель плотности верхней атмосферы.— Косм. исследования, 1973, 11, 1, 70—79.
  39. *Выд Г. П.* Электростатическое и электромагнитное торможение спутника в верхней атмосфере Земли.— В кн.: Газовая динамика космических аппаратов. М., «Мир», 1965, 258—277.
  40. Газодинамика разреженных газов. Под ред. М. Девиена. М., ИЛ, 1963. 656 с.
  41. *Галкин В. С.* Определение моментов и сил, действующих на врачающиеся тела в свободномолекулярном потоке и потоке света.— Инж. журн., 1965, 5, 954—958.
  42. *Гинберг А. М.* Технология гальванотехники. Л., Судпромгиз, 1962. 278 с.
  43. *Гиришфельдер Д., Кертис Ч., Берд Р.* Молекулярная теория газов и жидкостей. М., ИЛ, 1960. 928 с.
  44. *Глаголев Ю. А.* Справочник по физическим параметрам атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1970. 212 с.
  45. *Грудницкий В. В., Камеко В. Ф., Резниченко Ю. Т., Яскевич Э. П.* Аэродинамические характеристики спутника с аэродинамической системой стабилизации.— В кн.: Космическая стрела. М., «Наука», 1974, 35—44.
  46. *Грудницкий В. В., Камеко В. Ф., Резниченко Ю. Т., Яскевич Э. П.* Моменты от солнечной радиации, действующие на спутник.— В кн.: Космическая стрела. М., «Наука», 1974, 44—47.
  47. *Грудницкий В. В., Камеко В. Ф., Чепурной В. Н., Резниченко Ю. Т., Яскевич Э. П.* Определение аэродинамических характеристик искусственных спутников Земли сложной формы с учетом экранирования.— В кн.: Косм. исследования на Украине, 8. Киев, «Наукова думка», 1976, 14—24.
  48. *Гуревич А. В.* О силе, действующей на тело, находящееся в плазме.— Геомагнетизм и аэрономия, 1965, 5, 3, 347—349.
  49. *Девиен М.* Течения и теплообмен разреженных газов. М., ИЛ, 1962. 186 с.
  50. *Дегтярев М. А.* Модификация статистических диффузационных моделей верхней атмосферы Яккия.— В кн.: Прикладные задачи космической баллистики. М., «Наука», 1973, 131—139.
  51. *Джоржио Н. В., Камеко В. Ф., Шабохин В. А., Яскевич Э. П.* Некоторые результаты определения плотности верхней атмосферы с помощью спутника «Космическая стрела».— В кн.: Космическая стрела. М., «Наука», 1974, 162—163.
  52. *Дунин-Барковский И. В.* Пьезопрофилометры и измерения шероховатости поверхности. М., Машгиз, 1961, 312 с.
  53. *Ерофеев А. И.* Об обмене энергией и импульсом между атомами и молекулами газа и поверхностью твердого тела.— Журн. прикл. мех. и техн. физ., 1967, 2, 135—140.

54. Ерофеев А. И. Обтекание клиновидной полости свободномолекулярным потоком газа.— Инж. журн., 1965, 5, 862—867.
55. Ерофеев А. И. О влиянии вида шероховатости на взаимодействие потока газа с поверхностью твердого тела.— Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, 1968, 6, 124—127.
56. Ерофеев А. И. О влиянии шероховатости на взаимодействие потока газа с поверхностью твердого тела.— Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа, 1967, 6, 82—89.
57. Зеленин В. Е., Копыл А. И., Латайко П. А., Чепур Т. Г. Тепловой режим спутника.— В кн.: Космическая стрела. М., «Наука», 1974, 132—138.
58. Змievская Г. И. Аэродинамика спутников и определение параметров взаимодействия потока с поверхностью по торможению в верхней атмосфере Земли ИСЗ «Космос-166» и «Космос-230».— В кн.: Прикладные задачи космической баллистики. М., «Наука», 1973, 120—130.
59. Змievская Г. И., Камеко В. Ф., Пярнпуу А. А., Яскевич Э. П. Вопросы аэrodинамики спутников с одноосной ориентацией.— Косм. исследования, 1973, 11, 4, 499—511.
60. Змievская Г. И., Пярнпуу А. А. Численное моделирование процессов взаимодействия на поверхности спутника. Препринт 44 Института прикладной математики АН СССР. М., 1970. 11 с.
61. Изаков М. Н., Морозов С. К., Шноль Э. Э. Теоретическая модель суточных вариаций температуры, плотности и ветров в экваториальной термосфере Земли в период равноденствия. Препринт 115 Института космических исследований АН СССР. М., 1972. 52 с.
62. Калашник Л. И., Кислов А. М., Лифшиц Э. М. О библиотеке подпрограммы для статистического моделирования процессов переноса.— В кн.: Вычислительная математика и вычислительная техника. Сборник научных трудов, I. Харьков, ФТИНТ АН УССР, 1969, 12—17.
63. Камеко В. Ф. Прогноз плотности верхней атмосферы на период полета спутника с аэродинамической стабилизацией.— В кн.: Космическая стрела. М., «Наука», 1974, 100—106.
64. Камеко В. Ф. Физико-химические свойства материалов наружной поверхности летательных аппаратов.— В кн.: IV Всесоюзная конференция по динамике разреженного газа. (30 мая — 4 июня 1975 г.). Сборник аннотаций. М., Совет по механике жидкости и газа АН СССР, ЦАГИ, 1975, 169.
65. Камеко В. Ф., Альбаха В. П., Ковтуненко В. М., Резниченко Ю. Т., Яскевич Э. П. Плотность верхней атмосферы по торможению ИСЗ серии «Космос».— Косм. исследования, 1971, 9, 3, 430—435.
66. Камеко В. Ф., Ковтуненко В. М., Резниченко Ю. Т., Шабохин В. А., Яскевич Э. П. Возможные перспективы аэродинамических исследований с помощью спутников типа «Космическая стрела».— В кн.: Космическая стрела. М., «Наука», 1974, 169—177.
67. Камеко В. Ф., Ковтуненко В. М., Яскевич Э. П., Резниченко Ю. Т., Альбаха В. П. Прогноз плотности верхней атмосферы на время существования ИСЗ.— Косм. исследования, 1972, 10, 3, 450—453.
68. Камеко В. Ф., Маров М. Я., Яскевич Э. П. Аэродинамические характеристики спутника с учетом положения и ориентации на орбите.— Косм. исследования, 1969, 7, 4, 607—610.
69. Камеко В. Ф., Яскевич Э. П., Резниченко Ю. Т., Ковтуненко В. М., Мостиплан В. К., Сахнов В. А., Бабкин В. С., Гарелик И. С. Определение шероховатости поверхности материалов.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 7. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1974, 51—59.

70. Каминский М. Атомные и ионные столкновения на поверхности металла. М., «Мир», 1967. 506 с.
71. Кинг-Хили Д. Теория орбит искусственных спутников в атмосфере. М., «Наука», 1966. 188 с.
72. Ковтуненко В. М., Васильева Г. И., Камеко В. Ф., Резниченко Ю. Т., Яскевич Э. П. Некоторые вопросы аэродинамики спутников серий «Интеркосмос» и «Космос».— В кн.: Косм. исследования на Украине, 2. Киев, «Наукова думка», 1973, 3—13.
73. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М., «Наука», 1967. 440 с.
74. Краткий справочник физико-химических величин. Под ред. К. П. Мищенко, А. А. Равделя. Л., «Химия», 1967. 182 с.
75. Крошкин М. Г. Физико-технические основы космических исследований. М., «Машиностроение», 1969. 288 с.
76. Кубашевский О., Гопкин С. Б. Окисление металлов и сплавов. М., ИЛ, 1955. 312 с.
77. Курышев А. П., Филиппов Б. В. Аэродинамические коэффициенты тел вращения в сильно разреженной плаэме.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 4. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1969, 142—148.
78. Курышев А. П., Филиппов Б. В., Ярцев В. П. Влияние тепловых скоростей ионов на аэродинамические характеристики тел в сильно разреженной плаэме.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 4. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1969, 149—162.
79. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. М., Физматгиз, 1961. 520 с.
80. Латайко П. А. Освещенность Солнцем элементов конструкции спутника, ориентированного по вектору скорости.— В кн.: Космическая стрела. М., «Наука», 1974, 125—132.
81. Лундерштадт Р., Меш Ф. Вычисление аэродинамических коэффициентов спутников.— В кн.: Труды III Международного симпозиума ИФАК, 2. М., «Наука», 1972, 105—119.
82. Маров М. Я. О температуре и плотности термосферы в период глубокого минимума солнечной активности.— Косм. исследования, 1968, 6, 1, 110—118.
83. Маров М. Я., Алферов А. М. Температура и плотность термосферы в 1966—1967 гг. М., Институт прикладной математики АН СССР, 1968. 21 с.
84. Маров М. Я., Змиевская Г. И., Пярпнүу А. А. О возможности уточнения параметров взаимодействия потока с поверхностью и вариаций плотности атмосферы по данным об изменении движения спутника (доклад, представленный на 13-ю сессию КОСПАР, Ленинград, 20—29 мая 1970 г.). М., Институт прикладной математики АН СССР, 1970. 15 с.
85. Мегрелишвили Т. Г. Спектральные исследования эмиссий 6300 Å в сумерках в Абастумани.— В кн.: Бюл. Абастуман. астрофиз. обсерватории, 1972, 42, 42—47.
86. Меркулова Н. И. Рассеяние на решетке мягких сфер. Второе приближение для нормального падения.— Вестн. Ленингр. ун-та, 1974, 1, 111—118.
87. Методы и средства определения чистоты поверхности в машиностроении. Под ред. А. Ф. Лесохина. М., Машгиз, 1955. 206 с.
88. Мирошин Р. Н. Асимптотика граничной трансформанты по параметру шероховатости.— В кн.: Аэродинамика разреженных газов, 3. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1967, 124—151.
89. Мирошин Р. Н. Рассеяние атомов газа на шероховатой стенке, образованной двумя масштабами неровностей.— Вестн. Ленингр. ун-та, 1963, 19, 154—156.

90. Некоторые вопросы кинетической теории газов. Под ред. В. П. Шидловского. М., «Мир», 1965. 270 с.
91. Ночилла С. Закон отражения от поверхности в свободномолекулярном потоке.— В кн.: Взаимодействие газов с поверхностями. М., «Мир», 1965, 136—153.
92. Околоземное космическое пространство. Справочные данные. Под ред. Ф. С. Джонсона. М., «Мир», 1966. 190 с.
93. Омхольт А. Полярные сияния. М., «Мир», 1974. 248 с.
94. Основы газовой динамики. Под ред. Г. Эммонса. М., ИЛ, 1963. 702 с.
95. Паттерсон Г. Н. Молекулярное течение газов. М., Физматгиз, 1960. 272 с.
96. Перепухов В. А. Применение метода Монте-Карло в динамике сильно разреженного газа.— В кн.: Динамика разреженного газа и молекулярная газовая динамика. Под ред. М. Н. Когана. Труды Центр. аэрогидродинам. ин-та, 1411. М., ЦАГИ, 1972, 54—72.
97. Пярнпүү А. А. Взаимодействие молекул газа с поверхностями. М., «Наука», 1974. 190 с.
98. Пярнпүү А. А. К теории взаимодействия разреженного газа с поверхностью.— Журн. прикл. мех. и техн. физ., 1968, 5, 66—71.
99. Пярнпүү А. А. Расчет взаимодействия моноэнергетического пучка атомов газа с трехмерным кристаллом.— Журн. прикл. мех. и техн. физ., 1970, 2, 161—166.
100. Пярнпүү А. А. Численные методы исследования взаимодействия газа с поверхностью.— В кн.: Материалы польско-советского семинара по взаимодействию газов с поверхностями. Варшава, 1969, 31—61.
101. Рахматулин Х. А., Сагомоян А. Я., Бунимович А. И., Зверев И. Н. Газовая динамика. М., «Высшая школа», 1965. 722 с.
102. Рубашев Б. М. Проблемы солнечной активности. М.— Л., «Наука», 1964. 364 с.
103. Рыжов Ю. А., Стриженов Д. С. О взаимодействии атомов с поверхностью твердого тела.— Журн. прикл. мех. и техн. физ., 1967, 4, 113—117.
104. Рыжов Ю. А., Стриженов Д. С. Энергообмен при взаимодействии атомов с поверхностью идеального кристалла.— ДАН СССР, 1967, 172, 6, 1309—1311.
105. Серебренников М. Г., Первозванский А. А. Выявление скрытых периодичностей. М., «Наука», 1965. 210 с.
106. Спрингер Г. С., Цэй С. В. Влияние термического коэффициента аккомодации на сопротивление сферы и цилиндра в свободномолекулярном потоке.— Ракетная техника и космонавтика, 1964, 1, 167—169.
107. Таблица стандартной атмосферы. ГОСТ 4401—64. М., Изд-во стандартов, 1964. 43 с.
108. Тодт Ф. Коррозия и защита от коррозии. М.— Л., «Химия», 1966. 846 с.
109. Томашов Н. Д., Чернова Г. П. Пассивность и защита металлов от коррозии. М., «Наука», 1965. 208 с.
110. Трегубов В. П., Филиппов Б. В. Выравнивающие токи на поверхностях металлических тел в сильно разреженной плазме.— В кн.: Аэrodинамика разреженных газов, 5. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1970, 148—160.
111. Улиг Г. Коррозия металлов. М., «Металлургия», 1968. 260 с.
112. Филиппов Б. В. Аэrodинамика тел в верхних слоях атмосферы. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1973. 127 с.
113. Филиппов Б. В. Обтекание тел сильно разреженной плазмой.— В кн.: Аэrodинамика разреженных газов, 4. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1969, 133—141.
114. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. М., ИЛ, 1960. 510 с.

115. Чепурной В. Н. О расхождении значений плотности верхней атмосферы, полученных по лобовому сопротивлению искусственных спутников и по приборам.— Геомагнетизм и аэрономия, 1974, 14, 4, 756—758.
116. Чепурной В. Н., Чарина Г. А. Лобовое сопротивление искусственных спутников и оценки плотности верхней атмосферы Земли, полученные по данным об изменении орбит.— В кн.: Косм. исследования на Украине, 8. Киев, «Наукова думка», 1976, 30—36.
117. Шидловский В. П. Введение в динамику разреженного газа. М., «Наука», 1965. 218 с.
118. Шрейдер А. В. Оксидирование алюминия и его сплавов. М., Металлургиздат, 1960. 220 с.
119. Эванс В. Д. Действие аэродинамических и радиационных возмущающих моментов на спутник, имеющий сложную геометрию.— В кн.: Проблемы ориентации искусственных спутников Земли. М., «Наука», 1966, 21—25.
120. Яскевич Э. П. Выбор формы аэродинамического стабилизатора.— В кн.: Космическая стрела. М., «Наука», 1974, 29—35.
121. Яскевич Э. П., Филатов Е. И. Дополнительные аэродинамические силы и моменты, действующие на тело вращения, закрученное относительно оси симметрии в свободномолекулярном потоке.— В кн.: Гидроаэромеханика и теория упругости. Харьков, Изд-во Харьк. ун-та, 1967, 6, 17—23.
122. Ackerman M., Van Hemelrijck. Measurement of upper atmospheric winds at 160 and 275 kilometers.— J. Geophys. Res., 1971, 76, 13, 3162—3163.
123. Blamont J. E., Luton J. M. Geomagnetic effect on the neutral temperature of the F region during the magnetic storm of September 1969.— J. Geophys. Res., 1972, 77, 19, 3534—3556.
124. Challinor R. A. Neutral air winds in the ionosphere F-region for a symmetric global pressure system.— Planet. Space Sci., 1970, 18, 1485—1487.
125. Chopra K. P. Interaction of rapidly moving bodies in terrestrial atmosphere.— Rev. Mod. Phys., 1961, 33, 153—188.
126. COSPAR International Reference atmosphere 1965 (CIRA 1965). Amsterdam, North-Holl. Publ. Co., 1965. 313 p.
127. Cook G. E. Satellite drag coefficients.— Planet. Space Sci., 1965, 13, 926—943.
128. Davidson T. W. Measurements of lunar time variations in the intensity of oxygen 5577 Å airglow.— Planet. Space Sci., 1963, 11, 1133.
129. Goodman F. O. Three-dimensional hard spheres theory of scattering of gas atoms from a solid surface.— Surface science, 1967, 7, 13, 391—421.
130. Hale C. E.— Ap. J., 1913, 38, 27.
131. Jacchia L. G. New static models of the thermosphere and exosphere with empirical temperature profiles.— In: Research in Space Science. SAO Special Report № 313. Smithsonian Institution Astrophysical Observatory. Cambridge, Massachusetts, 1970. 87 p.
132. Jacchia L. G. Revised static models of the thermosphere and exosphere with empirical temperature profiles.— In: Research in Space Science. SAO Special Report № 332. Smithsonian Institution Astrophysical Observatory. Cambridge, Massachusetts, 1971. 98 p.
133. Jacchia L. G. Static diffusion models of the upper atmosphere with empirical temperature profiles.— Smithsonian Contr. Astrophys., 1965, 8, 9, 215—257.
134. King-Hele D. G., Scott D. W. A revolution of the rotational speed of the upper atmosphere.— Space Research, 1967, 7, 31.
135. King-Hele D. G., Scott D. W. Further determinations of upper atmosphere rotational speed from analysis of satellite orbits.— In: 8-th COSPAR Symposium (London, 24—28 July 1967). Farnborough, Roy. Aircraft Establ., 1967. 33 p.

136. King-Hele D. G., Scott D. W., Walker D. M. C. Upper-Atmosphere rotational speed and its variation with height.— *Planet. Space Sci.*, 1970, **18**, 1433—1445.
137. King-Hele D. G., Winterbottom A. N. Analysis of the orbit of Cosmos 268 Rocket (1969—20B).— *Planet. Space Sci.*, 1972, **20**, 2153—2163.
138. Lloyd K. H., Low C. H., Mc Avanov B. J., Rees D. and Roper R. G. Thermospheric observations combining chemical seeding and ground-based techniques. 1. Winds, turbulence and the parameters of neutral atmosphere.— *Planet. Space Sci.*, 1972, **20**, 761—789.
139. Mayot M.— *Ann. Ap.*, 1947, **10**, 222.
140. Merson R. H., King-Hele D. G. Use of artificial satellites to explore the earth's gravitational field: Results from Sputnik 2 (1958).— *Nature*, 1958, **182**, 640.
141. Moe K. Recent experimental evidence bearing on satellite drag coefficients.— *AIAA Journal*, 1968, **6**, 7, 1375—1377.
142. Noxon J. F., Johanson A. E. Changes in Thermospheric molecular oxygen abundance inferred from twilight 6300 Å airglow.— *Planet. Space Sci.*, 1972, **20**, 2125—2151.
143. Oman R. A. Numerical calculations of gas-surface interactions.— *AIAA Journal*, 1967, **5**, 7, 1280—1287.
144. Paetzold H. K., Zschörner H.— *Space Research*, 1960, **1**, 24.
145. Raff L. M., Lorenzen J., McCoy B. C. Theoretical investigations of gas-solid interaction phenomena.— *J. Chem. Phys.*, 1967, **46**, 11.
146. Roemer M. Reaction time of the upper atmosphere within the 27 — day variation.— In: *Forschungsberichte der Astronomischen Institute*, 68-08. Bonn, 1968. 29 p.
147. Schrello D. M. Approximate free-molecule aerodynamic characteristics.— *ARS Journal*, 1960, **30**, 8, 765—767.
148. Smith M. C. Computer study of gas molecule reflections from rough surface.— In: *Rarefied gas dynamics. Proceeding of the 6-th International Symposium*, 2. N. Y.— L., Acad. Press, 1969, 1217—1220.
149. Sterne T. E. Effect of the rotation of a planetary atmosphere upon the orbits of a close satellite.— *ARS Journal*, 1959, **29**, 777.
150. Wildhack W. A. Effect of transverse atmospheric drag on satellite orbits.— *Science*, 1958, **128**, 308.

