Paradoxe Erscheinungen bei der Weltraumfahrt

In den ersten eineinhalb Jahrzehnten der Weltraumfahrt sind viele paradoxe Erscheinungen bekanntgeworden, die unserer täglichen Lebenserfahrung widersprechen, weil unsere Vorstellungen auf der gleichbleibenden Erdanziehungskraft beruhen. Die Bewegung künstlicher Himmelskörper außerhalb der Erdatmosphäre unterliegt aber den Gesetzen der Himmelsmechanik. Zu welch sonderbaren – wenn auch streng logisch selbstverständlichen – Verhältnissen dies führt, wird an einigen Beispielen deutlich.

Ari Sternfeld

Auf die paradoxen Erscheinungen, von denen hier die Rede ist, stieß ich bei der Bearbeitung von Problemen der Weltraum-Navigation. Daß es sich bei aller scheinbaren Widersprüchlichkeit um logisch selbstverständliche Erscheinungen handelt, erkennt man bei der näheren Untersuchung mit dem Rechenstift.

Das Perigäum-Paradoxon

Wir gehen davon aus, daß von einem künstlichen Erdtrabanten, der, bemannt oder nicht, auf einer elliptischen Bahn umläuft, eine Rakete abgeschossen werden soll. Sie soll das Gravitationsfeld der Erde endgültig verlassen, z.B. für Forschungsaufgaben im kosmischen Raum. Sie muß also auf Fluchtgeschwindigkeit gebracht werden. Das läßt sich natürlich von einem umlaufenden Sputnik aus, der schon eine hohe Umlaufgeschwindigkeit hat, mit geringerer Energie bewirken als von der Erdoberfläche aus. Von der Erde aus müßte der Raketenmotor die gesamte Beschleunigung bis auf Fluchtgeschwindigkeit selbst aufbringen. Von dem Umlaufkörper aus braucht jedoch die Rakete nur um den Differenzbetrag zwischen der schon vorhandenen Umlaufgeschwindigkeit und der für die Umlaufhöhe gültigen Fluchtgeschwindigkeit zu beschleunigen. Es stellt sich nun die Frage, in welcher Höhe über der Erdoberfläche, also an welchem Punkt der elliptischen Umlaufbahn des Sputniks, es energetisch am vorteilhaftesten ist, die Rakete zu zünden: im erdnächsten Punkt

der Umlaufbahn, im Perigäum, oder im erdfernsten Punkt, dem Apogäum?

Da die Erdanziehungskraft entsprechend Newtons Gravitationsgesetz im Quadrat mit dem Abstand vom Erdmittelpunkt abnimmt, wirkt auf den Umlaufkörper (und die Rakete) im Apogäum eine geringere Gravitation als im Perigäum. Das heißt nichts anderes, als daß im Apogäum der Umlaufbahn die Fluchtgeschwindigkeit geringer ist als im Perigäum. Wenn man schon auf dem Dachboden eines Hauses ist, kommt man mit weniger Anstrengung auf den Dachfirst hinauf als vom Keller aus. Demnach, so sollte man denken, ist es vorteilhafter, die Rakete im Apogäum der Umlaufbahn zu zünden und nicht in größter Erdnähe. Das erscheint ebenso selbstverständlich wie logisch – und ist falsch.

Man muß nämlich auch berücksichtigen, daß die Bahngeschwindigkeit des künstlichen Erdtrabanten auf einer elliptischen Bahn sich entsprechend dem zweiten Keplerschen Gesetz ständig ändert: Im Apogäum ist die Geschwindigkeit am kleinsten, im Perigäum am größten, als Folge der mit dem Abstand vom Erdmittelpunkt sich ändernden einwirkenden Gravitationskraft (auf der Bahn vom Apogäum zum Perigäum nähert sich ja der Umlaufkörper dem Zentralkörper und hat damit eine Bewegungskomponente in Fallrichtung, er wird beschleunigt, auf der Bahn vom Perigäum zum Apogäum entfernt er sich – er "steigt auf" und wird dadurch langsamer). Obwohl

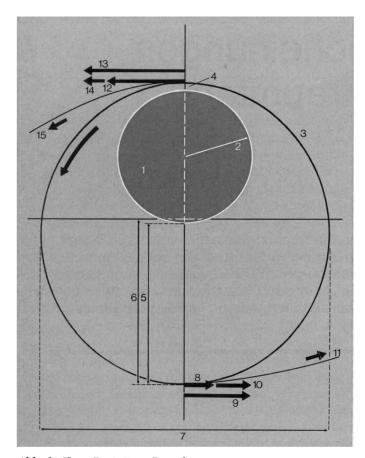


Abb. 1: Zum Perigäum-Paradoxon

im Perigäum natürlich auch die Fluchtgeschwindigkeit höher ist, zeigt sich doch, daß die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen Bahngeschwindigkeit und Fluchtgeschwindigkeit im Perigäum kleiner ist als im Apogäum. Die im Perigäum gezündete Rakete braucht deshalb weniger Brennstoff, um auf Fluchtgeschwindigkeit beschleunigt zu werden, als beim Abschuß im Apogäum, dem Punkt geringster Bahn- und Fluchtgeschwindigkeit. Das ist nun keineswegs offensichtlich und damit paradox. Um es zu beweisen, müssen wir die Zusammenhänge an einem Beispiel nachrechnen. Nehmen wir also an, der Sputnik, von dem aus die Rakete starten soll, laufe auf einer elliptischen Bahn um, deren Perigäumshöhe über der Erdoberfläche ¹/₂₀ des Erdradius betrage, also 319 km (h_{π}) , während das Apogäum in 12756 km (h_{π}) (gleich dem doppelten Erdradius) über der Erdoberfläche liege. Das ergibt ein anschauliches Beispiel mit sehr realen Bahnparametern. So hatte der am 6. 4. 1967 abgeschossene amerikanische Satellit AT 2 (1967 – 3 IA) eine Perigäumshöhe von 178 km und eine Apogäumshöhe von 11 124 km, die Bahn des am 27. 10. 1962 gestarteten Explorer 15 hatte ebenfalls unserem Beispiel sehr nahe kommende Werte: Perigäum 313 km, Apogäum 17640 km.

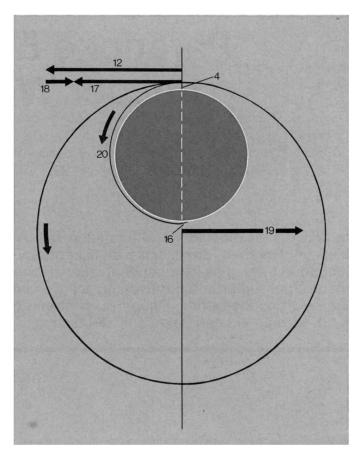


Abb. 2: Zum Apogäum-Paradoxon; Rückkehr vom Perigäum

Wir müssen nun berechnen, wie hoch die tatsächliche Bahngeschwindigkeit im Apogäum der als Beispiel gewählten Bahn ist, und legen dazu die sogenannte Null-umlaufgeschwindigkeit v_{U_0} , die Umlaufgeschwindigkeit, die der Körper direkt in Höhe des Erdäquators auf einer Kreisbahn hätte (die u. a. wegen des Luftwiderstands nicht realisierbar ist), der Rechnung zugrunde. v_{U_0} beträgt 7,912 m/s.

Der Äquatorialradius der Erde r_0 hat die Größe von 6378 km. Dadurch ergibt sich ein Perigäumsabstand vom Erdmittelpunkt

$$r_{\pi} = r_0 + h_{\pi} = 6378 + 319 = 6697 \text{ km}$$

und ein Apogäumsabstand von

 $r_x = r_0 + h_x = 6378 + 12756 = 19134$ km.

Daraus ergibt sich wieder die große Halbachse a der Bahnellipse

$$a = (r_{\pi} + r_{x}) : 2 = (6697 + 19134) : 2 = 12917,5 \text{ km}$$

und deren kleine Halbachse

$$b = \sqrt{r_{\pi} \cdot r_{\alpha}} = \sqrt{6697 \cdot 19134} = 11320 \text{ km}.$$

Die Umlaufgeschwindigkeit für eine kreisförmige Umlaufbahn vermindert sich mit dem Abstand vom Erdmittelpunkt. Sie ist in Apogäumshöhe

$$v_{U_x} = v_{U_0} \sqrt{r_0 : r_x} = 7912 \sqrt{6378 : 19134} = 4568 \text{ m/s}.$$

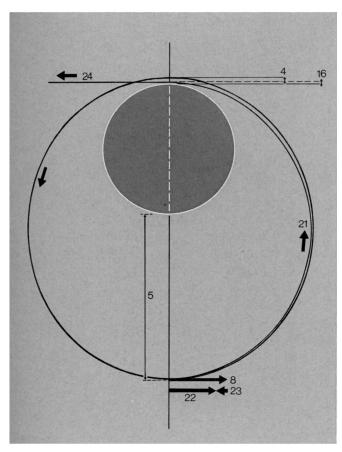


Abb. 3: Zum Apogäum-Paradoxon; Rückkehr vom Apogäum

Die tatsächliche Bahngeschwindigkeit auf einer elliptischen Bahn ist im Apogäum aber geringer als diese Geschwindigkeit, und zwar entsprechend der Bahnexzentrizität, die wieder aus Perigäumsabstand und Apogäumsabstand vom Erdmittelpunkt resultiert:

$$v_{0_x} = v_{U_x} \sqrt{\frac{2r_\pi}{r_\pi + r_x}} = 4568 \sqrt{\frac{2 \cdot 6697}{6697 + 19134}} = 3289 \text{ m/s}.$$

Um aber das Schwerefeld der Erde endgültig zu verlassen, muß die Rakete auf Fluchtgeschwindigkeit v_{II} gebracht werden. Diese zweite kosmische Geschwindigkeit ist stets $\sqrt{2}$ mal höher als die in einer bestimmten Entfernung vom Erdmittelpunkt notwendige Geschwindigkeit für kreisförmigen Umlauf, die erste kosmische Geschwindigkeit. Es gilt daher für die Fluchtgeschwindigkeit im Apogäum unserer angenommenen Umlaufbahn

$$v_{II_x} = v_{U_x} \sqrt{2} = 4568 \sqrt{2} = 6460 \text{ m/s}.$$

Beim Abschuß im Apogäum der Umlaufbahn müssen die Raketenmotoren den Flugkörper um die Differenz zwischen Bahngeschwindigkeit im Apogäum und Fluchtgeschwindigkeit am gleichen Bahnpunkt beschleunigen, also der Rakete eine zusätzliche Geschwindigkeit erteilen:

$$v_{0x} = v_{Hx} - v_x = 6460 - 3289 = 3171 \text{ m/s}.$$

Jetzt wollen wir sehen, welche zusätzliche Geschwindigkeit

Die Ziffern bedeuten: 1 Erde; 2 Äquatorialradius der Erde $r_0 = 6378$ km; 3 Satellitenbahn; 4 Perigäumshöhe $h_{\pi} =$ 319 km; 5 Apogäumshöhe $h_x = 12756$ km; 6 große Halbachse der Bahnellipse a = 12915,5 km; 7 kleine Achse der Bahnellipse 2b = 22640 km; 8 Satellitengeschwindigkeit im Apogäum $v_x = 3289 \text{ m/s}$; 9 zweite kosmische Geschwindigkeit im Apogäum $v_{II_q} = 6460 \text{ m/s}$; 10 Abfluggeschwindigkeit im Apogäum $v_{0x} = 3171 \text{ m/s}$; 11 Apogäum-parabolische Bahn: 12 Satellitengeschwindigkeit im Perigäum $v_{\pi} =$ 9397 m/s; 13 zweite kosmische Geschwindigkeit im Perigäum $v_{II_{\pi}} = 10918 \text{ m/s}$; 14 Abfluggeschwindigkeit im Perigäum $v_{0\pi} = 1522$ m/s; 15 Perigäum-parabolische Bahn; 16 bedingte Perigäumshöhe der Atmosphärenbremsung (Eintauchhöhe in die dichten Atmosphärenschichten) = 35 km; 17 Anfangsgeschwindigkeit des Austritts des Satelliten aus der Perigäumsbahn $v_{A_{\pi}} = 7637$ m/s; 18 Geschwindigkeit der reaktiven Bremsung im Perigäum = 1760 m/s; 19 Eintauchgeschwindigkeit in die dichten Atmosphärenschichten beim Rückflug vom Perigäum $v_{35\pi} = 7975$ m/s; 20 halbelliptische Flugbahn der Rückkehr vom Perigäum; 21 halbelliptische Flugbahn der Rückkehr vom Apogäum; 22 Anfangsgeschwindigkeit auf der Rückkehrbahn des Satelliten vom Apogäum $v_{A_3} = 3237$ m/s; 23 Geschwindigkeit der reaktiven Bremsung im Apogäum = 52 m/s; 24 Eintauchgeschwindigkeit des Satelliten in die dichten Atmosphärenschichten bei der Rückkehr vom Apogäum $v_{35_{\gamma}} = 9659 \text{ m/s}.$

der Rakete beim Abschuß im Perigäum der Umlaufbahn erteilt werden muß; wir berechnen dies nach einer anderen Methode. Die Bewegungsgeschwindigkeit des Sputniks auf elliptischer Umlaufbahn ist im Perigäum höher als die im betreffenden Abstand vom Erdmittelpunkt erforderliche Kreisbahngeschwindigkeit. Nach dem zweiten Keplerschen Gesetz ergibt sich eine Geschwindigkeit des Sputniks im Perigäum

$$v_{\pi} = v_{\alpha} \frac{r_{\alpha}}{r_{\pi}} = 3289 \frac{19134}{6697} = 9397 \text{ m/s}.$$

Die Fluchtgeschwindigkeit, an der Erdoberfläche 11189 m/s, beträgt im Perigäum der Umlaufbahn

$$v_{II_{\pi}} = v_{II_0} \sqrt{\frac{r_0}{r_{\pi}}} = 11189 \cdot \sqrt{\frac{6378}{6697}} = 10919 \text{ m/s}.$$

Beim Abschuß im Perigäum muß die Rakete deshalb nur um 10919 - 9397 = 1522 m/s schneller werden, um den Bereich der Erdanziehung endgültig zu verlassen: Bei einem Abschuß im Perigäum, vom erdnächsten Punkt aus, erreicht man mit einer Beschleunigung um 1522 m/s dasselbe wie mit einer Beschleunigung um 3171 m/s bei einem Abschuß vom Apogäum aus. Bei einem Perigäumsabschuß spart man deshalb ganz erheblich an Treibstoff, obwohl die Erde näher und die wirkende Schwerkraft

höher ist als im Apogäum. Diese beiden Faktoren werden aber durch den erheblich höheren Eigenimpuls, den die Rakete im Perigäum bereits hat, mehr als kompensiert.

Das Apogäums-Paradoxon

Ähnlich paradoxe Verhältnisse ergeben sich auch, wenn ein Raumfahrzeug aus einer Umlaufbahn zur Landung gebracht werden soll. Dazu wird bekanntlich der Sputnik durch Bremsraketen, die entgegen der Bewegungsrichtung arbeiten, etwas abgebremst, die Geschwindigkeit wird geringer als zur Einhaltung der Bahn erforderlich, die Bahn krümmt sich daher der Erde zu, bis der künstliche Himmelskörper in immer dichtere Schichten der Erdatmosphäre eindringt; hier bremst ihn der Luftwiderstand weiter ab, schließlich landet er an Fallschirmen. Brennstoff braucht man dabei nur für das leichte Abbremsen zur Krümmung der Umlaufbahn der Erde zu. Fraglich ist wiederum, ob es günstiger ist, dieses Abbremsen durch Gegenschub im Perigäum oder im Apogäum einzuleiten. Das Perigäum scheint beim Betrachten des Problems nach irdischen Erfahrungen der günstigste Bahnpunkt zu sein, denn jedermann weiß, daß es einfacher ist, von einem Tisch zu springen als aus einem Fenster im zweiten Stockwerk. Für die Kosmonautik aber gilt diese Lebenserfahrung nicht.

Nehmen wir an, der Sputnik laufe auf der schon im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen elliptischen Bahn um und solle nach Zündung der Bremsraketen in einem weiteren halben Umlauf sich bis auf 35 km der Erdoberfläche nähern. In dieser Höhe des "bedingten Perigäums" ist die Erdatmosphäre bereits so dicht, daß auf einer sehr schwach zur Erdoberfläche geneigten Bahn die aerodynamische Bremsung wirkungsvoll einsetzt. So wurde für die Rückkehr der "Sonde 5" zur Erde diese Höhe als optimal für den Einsatz der aerodynamischen Bremsung gewählt. Um wieviel muß nun im Perigäum die Bewegungsgeschwindigkeit verringert werden, damit der Sputnik nach einem weiteren halben Umlauf in Form einer reduzierten Halbellipse der Erde auf 35 km nahekommt?

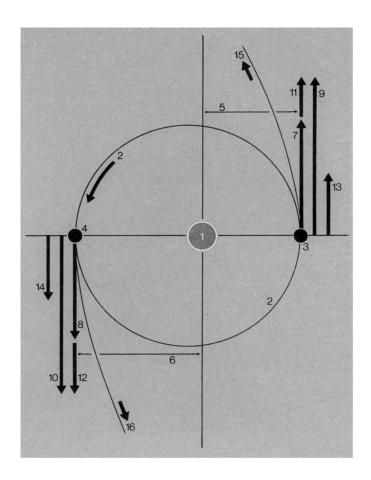
In dieser Höhe ist sein Abstand zum Erdmittelpunkt r = 6378 + 35 = 6413 km.

Im Perigäum der Ausgangsbahn beträgt die Bahngeschwindigkeit für kreisförmigen Umlauf

$$v_{U_{\pi}} = v_{U_0} \sqrt{\frac{r_0}{r_{\pi}}} = 7912 \sqrt{\frac{6378}{6697}} = 7721 \text{ m/s}.$$

Unter Anwendung der schon angeführten Formeln erhalten wir damit die effektive Bewegungsgeschwindigkeit des Sputniks, die er nach der Abbremsung haben muß, die Austrittsgeschwindigkeit

$$v_{A_{\pi}} = v_{U_{\pi}} \sqrt{\frac{2r}{r+r}} = 7721 \sqrt{\frac{2 \cdot 6413}{6413 + 6697}} = 7637 \text{ m/s},$$



die nötig ist, um eine Bahn einzunehmen, die sich bis auf 35 km der Erdoberfläche nähert.

Die Bewegungsgeschwindigkeit im Perigäum von 9397 m/s entsprechend der Rechnung im vorigen Abschnitt muß also zur Einleitung der Landung auf 7637 m/s verringert werden, also um 1760 m/s. Nach einem weiteren halben Umlauf hat sich dann der Flugkörper der Erdoberfläche auf 35 km genähert. Seine Eindringgeschwindigkeit in die dichteren Schichten der Atmosphäre beträgt in diesem Moment (unter Vernachlässigung des schon früher einsetzenden, relativ geringfügigen Luftwiderstandes)

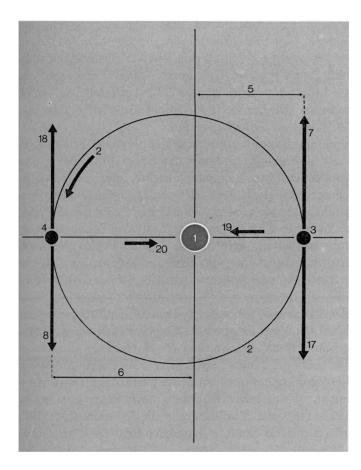
$$v_{35_{\pi}} = v_{A_{\pi}} \frac{r_{\pi}}{r} = 7637 \cdot \frac{6697}{6413} = 7975 \text{ m/s}.$$

Wird aber der Sputnik im Apogäum der ursprünglichen Bahn abgebremst, so muß die Austrittsgeschwindigkeit auf die Abstiegsbahn, die bis auf 35 km Abstand von der Erdoberfläche führt,

$$v_{A_{\alpha}} = v_{U_{\alpha}} \sqrt{\frac{2r}{r + r_{\alpha}}} = 4568 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 6413}{6413 + 19134}} = 3237 \text{ m/s}$$

betragen. Diese Geschwindigkeit ist aber nur um 52 m/s geringer als die Bahngeschwindigkeit von 3289 m/s, die der Sputnik im Apogäum ohnehin nur hat. Die Bremsraketen müssen ihn also nur um 52 m/s verzögern.

Wenn man also im Apogäum in 12756 km über der Erdoberfläche die Landung einleitet, braucht man weniger



als 1/33 der Bremsenergie, die bei der Bremsung im erdnächsten Bahnpunkt in nur 319 km Höhe nötig wäre. Allerdings ist bei einer im Apogäum eingeleiteten Rückkehr die Eintauchgeschwindigkeit in 35 km Höhe

$$v_{35_x} = v_{A_x} \frac{r_x}{r} = 3237 \frac{19134}{6413} = 9659 \text{ m/s},$$

also um 1684 m/s höher als bei einer Perigäumsbremsung. Aber das ist praktisch bedeutungslos, denn nach dem Eintauchen erfolgt ja die weitere Bremsung ohne Brennstoffverbrauch allein durch den Luftwiderstand. Aber selbst wenn es gar keine Erdatmosphäre gäbe und auch in der Anflugphase aus 35 km Höhe bis zur Erdoberfläche die Bremsung durch Gegenschub erfolgen müßte, wäre der gesamte Brennstoffverbrauch bei einer im Apogäum eingeleiteten Rückkehr geringer als vom Perigäum aus.

Perihel- und Aphel-Paradoxon

Die Zusammenhänge des Perigäum- und des Apogäumparadoxons gelten natürlich nicht nur für die Erde, sondern auch für jeden anderen Himmelskörper als Zentralkörper. Besonders interessant werden die Zusammenhänge, wenn man berücksichtigt, daß im Sonnensystem die Sonne den eigentlichen Zentralkörper darstellt und das Raumfahrzeug unter der Wirkung der Gravitationsfelder der Erde und der Sonne steht, wie man das bei der BerechAbb. 4 (Seite 34): Zum Aphel-Paradoxon. Abb. 5 (links): Zum Perihel-Paradoxon.

Die Ziffern bedeuten: 1 Sonne; 2 Erdbahn; 3 Erde im Perihel; 4 Erde im Aphel; 5 Abstand der Erde von der Sonne im Perihel = 147 Mill. km; 6 Abstand der Erde von der Sonne im Aphel = 152 Mill. km; 7 Bahngeschwindigkeit der Erde im Perihel $w_{\pi} = 30,268 \text{ km/s}$; 8 Bahngeschwindigkeit der Erde im Aphel $w_x = 29,272 \text{ km/s}$; 9 parabolische Geschwindigkeit bezogen auf die Sonne im Perihel = 42,451 km/h; 10 parabolische Geschwindigkeit bezogen auf die Sonne im Aphel = 41,747 km/s; 11 Unterschied der parabolischen und der Bahngeschwindigkeit im Perihel = 12,183 km/s; 12 Unterschied der parabolischen Geschwindigkeit und der Bahngeschwindigkeit im Aphel = 12,475 km/s; 13 dritte kosmische Geschwindigkeit im Perihel = 16,541 km/s; 14 dritte kosmische Geschwindigkeit im Aphel = 16,758 km/s; 15 Parabelast des Abganges ins Unendliche aus dem Perihel; 16 Parabelast des Abganges ins Unendliche aus dem Aphel; 17 vierte kosmische Geschwindigkeit im Perihel = 32,270 km/s; 18 vierte kos $mische Geschwindigkeit im Aphel = 31,338 \, km/s$; 19 gerade Flugbahn auf die Sonne aus dem Perihel; 20 gerade Flugbahn auf die Sonne aus dem Aphel.

nung der Geschwindigkeiten von Raumkörpern, die das Sonnensystem verlassen sollen, tun muß.

Die Exzentrizität der Bahnellipse der Erde um die Sonne verursacht ungleichmäßige Bahngeschwindigkeit der Erde. Im Januar durchläuft die Erde den sonnennächsten Punkt auf ihrer Bahn, das Perihel. Die Bahngeschwindigkeit ist dann am höchsten. Entsprechend ist die Bahngeschwindigkeit im Juli am geringsten, denn dann durchläuft die Erde das Aphel, den sonnenfernsten Bahnpunkt.

Im Perihel beträgt die Bahngeschwindigkeit der Erde $w_{\pi} = w_{mitt.} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}},$

$$w_{\pi} = w_{mittl.} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$

wobei $w_{mittl.}$ = mittlere Bahngeschwindigkeit der Erde von 29,766 km/s und e = Exzentrizität der Umlaufbahn mit dem Wert 0.01687 ist.

Setzt man die Werte in die Formel ein, ergibt sich die Perihel-Geschwindigkeit der Erde zu $w_{\pi} = 30,268$ km/s. Im Aphel dagegen ist die Bahngeschwindigkeit

$$w_{x} = w_{mitt.} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} = 29,272 \text{ km/s}.$$

Ein Weltraumkörper, der von der Erde aus das Schwerefeld der Sonne endgültig verlassen, also aus dem Sonnensystem geschossen werden soll, muß die absolute Mindestgeschwindigkeit von 42,451 km/s besitzen. Das bedeutet nun aber nicht, daß der Raketenmotor so stark sein müßte, um den Körper tatsächlich auf diese Geschwindigkeit beschleunigen zu können. Er befindet sich ja bereits auf dem um die Sonne umlaufenden Raumkörper Erde und hat deshalb schon vor dem Start bezüglich der Sonne die Bahngeschwindigkeit der Erde. Er muß nur auf den Differenzbetrag zwischen Bahngeschwindigkeit der Erde und dieser Mindestgeschwindigkeit beschleunigt werden. Da im Perihel die Erde die Bahngeschwindigkeit von 30,268 km/s besitzt, muß dem Körper daher nur die Geschwindigkeit von 42,451 – 30,268 = 12,183 km/s vermittelt werden. Da im Aphel aber die Bahngeschwindigkeit der Erde nur 29,272 km/s beträgt, ist für den Abschuß im Perihel der Brennstoffverbrauch trotz der dann stärker wirkenden Anziehungskraft der Sonne geringer als im Aphel der Erdbahn.

Dies gilt ebenso, wenn man auch das Schwerefeld der Erde berücksichtigt. Die Geschwindigkeit für den Flug ins Unendliche, die dritte kosmische Geschwindigkeit, auf die der Körper beim Start von der Erde aus effektiv beschleunigt werden muß, beträgt im Aphel der Erdbahn, Anfang Juli, 16,758 km/s, im Perihel, Anfang Januar, 16,541 km/s. Die dritte kosmische Geschwindigkeit steigt also im ersten Halbjahr allmählich um 215 m/s und nimmt im zweiten Halbjahr wieder um denselben Betrag ab.

Soll ein Körper auf gerader Bahn die Sonne erreichen, muß er auf die sogenannte vierte kosmische Geschwindigkeit gebracht werden. Er muß für solch einen Flug nicht nur das Schwerefeld der Erde überwinden, sondern auch zusätzlich so beschleunigt werden, daß die ihm durch den Erdumlauf vermittelte Bewegungskomponente neutralisiert wird. Da diese Bahngeschwindigkeit im Perihel, wie schon dargelegt, größer ist als im Aphel, ergeben sich auch für diese Bahnpunkte unterschiedliche Größen der vierten kosmischen Geschwindigkeit. Für das Perihel beträgt sie 32,270 km/s, für das Aphel 0,932 km/s weniger, unter Berücksichtigung der Erdanziehung.

Es kostet also weniger Energie, einen Körper auf die Sonne zu schießen, wenn die Erde ihre größte Entfernung von der Sonne hat, als wenn sie ihr am nächsten steht. Die vierte kosmische Geschwindigkeit fällt in der ersten Jahreshälfte, die dritte kosmische Geschwindigkeit erhöht sich. In der zweiten Jahreshälfte ist es umgekehrt.

Das Perihel- und das Aphel-Paradoxon zeigen, daß die dritte und die vierte kosmische Geschwindigkeit gewissermaßen saisonabhängig sind. Im täglichen Leben machen sich die Jahreszeiten durch Witterung und Vegetation bemerkbar, in der Kosmonautik durch Bahngeschwindigkeit und Sonnenentfernung der Erde.

Die Größen der dritten und der vierten kosmischen Geschwindigkeit für andere Planeten schwanken ebenfalls während ihrer Sonnenumläufe, also während des jeweils für sie gültigen Planetenjahres. Bei einigen dieser Planeten sind die "jahreszeitlichen Schwankungen" gering, bei anderen, besonders beim Merkur, beträchtlich. Auf diesem Planeten fällt die dritte kosmische Geschwindigkeit während eines Merkur-Halbjahres, einer Zeitspanne, die 44 Erdtagen entspricht, von 23,2 km/s auf 17,5 km/s, während sich die vierte kosmische Geschwindigkeit von 38,1 km/s auf 59,1 km/s erhöht.

Zusammenfassend ergibt sich die paradoxe Schlußfolgerung, daß man vom Apopunkt einer Umlaufbahn, also vom entferntesten Bahnpunkt, leichter auf einen Himmelskörper gelangt als vom nächsten Bahnpunkt, dem Peripunkt aus; aber vom sonnennächsten Punkt der Erdbahn, an dem die größte Anziehungskraft der Sonne herrscht, vom Perihel aus, gelangt man leichter in den Weltraum als vom Aphel aus, an dem die Erde selbst sich am weitesten von der Sonne entfernt.

Ari Sternfeld ist einer der bedeutendsten Theoretiker der Weltraumfahrt. Er wurde in der polnischen Stadt Seradse geboren. Nach Absolvierung der Hochschule für Elektromechanik in Nancy arbeitete er einige Zeit in Pariser Betrieben, später in einem wissenschaftlichen Forschungsinstitut. Nach seiner Rückkehr nach Polen beendete er 1933 sein Werk "Einführung in die Kosmonautik". 1934 erhielt er dafür den Internationalen Preis für Astronautik. 1935 ging Sternfeld in die UdSSR und arbeitete am Wissenschaftlichen Forschungsinstitut für Raketen-Rückstoßantriebe in Moskau. In der Sowjetunion und im Ausland wurde er als Verfasser populärwissenschaftlicher Bücher über die Raumfahrt bekannt (vgl. die Literaturhinweise).

Auf wissenschaftlichem Gebiet ist Sternfeld durch seine Untersuchungen über energetisch besonders vorteilhafte Flugbahnen von Erdsatelliten und Weltraumstationen bekannt. 1961 verlieh ihm die Universität von Nancy den Grad eines Doktors h.c. der physikalisch-mathematischen Wissenschaften. 1963 erhielt er den Internationalen Galaber-Preis für Kosmonautik. Auch die Akademie der Wissenschaften der UdSSR verlieh ihm den Grad eines Doktors h.c. der technischen Wissenschaften.

- A. Sternfeld: Von künstlichen Sputniks zu interplanetaren Flügen. 2. Auflage. Verlag Fismatgis, Moskau 1959. Seite 91.
- A. Sternfeld: Einführung in die Kosmonautik. Moskau, Leningrad 1937. Seite 152–154.
- A. Sternfeld: Künstliche Satelliten. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1959. Seite 217.
- A. Sternfeld: Der Flug ins Weltall. Verlag des Ministeriums für nationale Verteidigung, Berlin (Ost) 1956.
- A. Sternfeld: Interplanetare Flüge. Verlag für fremdsprachige Literatur, Moskau 1959 (deutsch).