

Robert ESNAULT-PELTERIE

L'ASTRONAUTIQUE

IMPRIMERIE A. LAHURE

9, RUE DE FLEURUS, PARIS

—
1930



G. W. C. C. C.

Robert ESNAULT-PELTERIE

L'ASTRONAUTIQUE

IMPRIMERIE A. LAHURE

9, RUE DE FLEURUS, PARIS

1930

*Tous droits de reproduction
et traduction réservés.*

ERRATA . -

p. 92, ligne 17, lire $R = 8,3156 \cdot 10^7$,

p.110, éq.(III.4), lire = Cte ,

p.122, éq.(III.690), les p sont en indice ,

p.123, fig.11, la ligne pointillée marquée 0°C devrait être
marquée 100°C

N.B. Tout lecteur qui remarquerait d'autres erreurs d'impression
rendra service à l'auteur en les lui communiquant.

Préface au livre de 1928.

« L'exploration par fusées de la très haute atmosphère
et la possibilité des voyages interplanétaires. »

« Conférence faite à la Société Astronomique de France le 8 Juin 1927. »

S'arracher à la Terre pour explorer le champ infini des étoiles, ce rêve est presque aussi ancien que l'humanité elle-même.

M. Robert Esnault-Pelterie, dans la conférence que l'on va lire, pose scientifiquement le problème sur lequel l'imagination de tant d'auteurs s'est exercée si souvent dans le cours des siècles.

L'écrivain grec Lucien dans l'antiquité, Cyrano de Bergerac au xvii^e siècle ont proposé les solutions les plus fantaisistes pour vaincre l'attraction terrestre.

Plus près de nous, qui ne se souvient de l'obus de Jules Verne et de la curieuse sphère de H.-G. Wells qui emportait les premiers hommes dans la Lune parce qu'une partie de sa surface était enduite d'une substance mystérieuse formant écran contre la gravité.

Il est intéressant de citer dans ce domaine de l'imagination pure le nom actuellement inconnu du romancier Achille Eyraud qui proposait, en 1865, de faire usage pour quitter la Terre d'une sorte de fusée ou, si l'on préfère, d'un moteur à réaction.

L'étude scientifique d'un tel moteur a commencé à être envisagée il y a un peu plus de vingt ans et il semble bien que ce soit M. Robert Esnault-Pelterie, qui ait eu la priorité de cette conception vers 1907, bien qu'il n'ait pas publié ses idées avant 1912, date d'une conférence faite par lui sur ce sujet à la Société Française de Physique.

Bien que ce passionnant problème ait été depuis lors étudié par d'autres techniciens, parmi lesquels M. Robert Esnault-Pelterie cite lui-même le docteur Bing et le Professeur américain Goddard, on peut dire que l'auteur de la conférence que l'on va lire a été le premier à poser la question dans toute son ampleur; il a entrepris et poussé déjà fort loin la théorie scientifique d'un dispositif de propulsion capable d'emporter des êtres vivants dans le mystérieux espace interplanétaire.

Certes le problème est loin d'être résolu, mais c'est avoir déjà franchi une importante étape que de le poser avec tant de netteté et de montrer quels obstacles s'opposent actuellement à la réalisation de la fusée qui doit nous emporter vers les astres.

Peut-être le jour, que l'on peut espérer prochain, où l'humanité saura disposer de la formidable énergie atomique, sera-t-il possible de faire passer dans le domaine des réalités les idées si ingénieuses et si hardies de M. Robert Esnault-Pelterie.

M. Esnault-Pelterie a derrière lui un long passé de très beaux travaux scientifiques de toute nature. En aviation, notamment, il a souvent été un précurseur et c'est un peu son habitude de mettre en avant des idées toutes nouvelles dont la réalisation, parfois retardée d'un assez grand nombre d'années, montre combien il avait vu juste et quelle exacte intuition il avait de ce que devait apporter l'avenir.

Le grand public le connaît surtout comme l'inventeur du « manche à balai », ce levier de commande unique qui a été presque universellement adopté par les constructeurs d'avions, mais il est l'auteur de bien d'autres travaux excessivement remarquables et relatifs à l'aviation, l'automobilisme et plus généralement à toute la mécanique.

Il fut un des premiers à appliquer la méthode directe à l'étude des lois de l'aérodynamique (1905).

Il a construit dès 1906 un monoplan à moteur à l'avant qui était une innovation absolument remarquable pour l'époque.

Il a préconisé, il y a bien longtemps, les essais au sable pour la vérification du coefficient de solidité des avions.

Il étudie actuellement une nouvelle méthode de mesure de la dureté des métaux qui paraît des plus intéressantes.

La conférence que l'on va lire a été faite à l'assemblée générale annuelle de la Société Astronomique en 1927. Derrière les calculs et les formules qui sont du plus haut intérêt, le lecteur sentira tout ce que les possibilités envisagées par l'auteur ont de passionnant pour l'imagination humaine.

Avec quelque espoir de voir un jour ce rêve réalisé, l'on peut s'écrier avec le poète :

Si nous pouvions franchir ces solitudes mornes;
 Si nous pouvions passer les bleus septentrions;
 Si nous pouvions atteindre au fond des cieux sans bornes,
 Jusqu'à ce qu'à la fin, éperdus, nous voyions,
 Comme un navire en mer croît, monte et semble éclore,
 Cette petite étoile, atome de phosphore,
 Devenir par degrés un monstre de rayons. (V. HUGO.)

Général FERRIÉ,
Membre de l'Institut.

PRÉFACE

S'il était encore nécessaire de prouver aujourd'hui que l'Astronautique est science véritable, et non pas rêverie, le nouveau travail que présente au public M. Robert Esnault-Pelterie en apporterait une lumineuse et saisissante démonstration. Tout lecteur non prévenu ne saurait voir, en effet, dans ces pages si nourries d'idées et si sobres de fictions, autre chose qu'une œuvre de bonne foi et de la plus entière probité.

Pour écrire un pareil livre, où le problème de l'exploration de l'espace sidéral se trouve envisagé dans toute son ampleur, il fallait non seulement posséder des connaissances approfondies en Balistique, en Mécanique céleste, en Astrophysique, en Physico-Chimie comme aussi en Physiologie — car l'Astronautique s'entrelace à toutes ces branches de la pensée scientifique — il fallait encore être le réalisateur averti que s'est depuis longtemps révélé M. Robert Esnault-Pelterie. Il fallait avoir contribué comme lui au merveilleux essor de la jeune aviation pour savoir qu'en matière si nouvelle, la seule manière d'éviter des expériences prématurées et décevantes est de bien fixer d'abord, par une étude théorique très poussée, les limites exactes de nos possibilités.

Faute de s'être suffisamment pliés à cette indispensable discipline, certains écrivains, un peu pressés sans doute de s'ériger en précurseurs, ont commis bien des erreurs, énoncé maintes conclusions plus ou moins folles : il suffit pour s'en convaincre de parcourir le bref et suggestif historique placé au seuil de cet ouvrage.

M. Esnault-Pelterie apporte dans cette confusion l'ordre et la clarté. Avec lui, nous nous sentons sur un terrain solide. Aucune des difficultés n'est dissimulée, mais chacune d'elles est minutieusement étudiée, pesée et si de cette sévère analyse elle sort encore intangible, du moins savons-nous par quelle voie il conviendra de l'attaquer pour finalement la réduire. Bien connaître la cause de son insuccès est déjà un gage de future victoire.

L'auteur passe ainsi successivement en revue les multiples problèmes

particuliers que soulève l'utilisation de la fusée, conçue d'abord à la façon d'un ballon-sonde, en vue de l'étude de la haute atmosphère, puis ultérieurement comme véhicule possible dans l'espace sidéral. Il est superflu de souligner l'énorme importance des découvertes préalables que postule le passage d'une étape à l'autre. Seule, la conquête d'une énergie nouvelle, de l'ordre de l'énergie atomique, serait susceptible de nous fournir l'impulsion libératrice nécessaire, pour atteindre une planète, tout en conservant une valeur acceptable au rapport de la masse éjectée à la masse finale. Mais, après la prodigieuse éclosion de merveilles scientifiques dont nous avons été les témoins, qui donc oserait désespérer de l'avenir? Pour être vraiment sages, ne craignons pas de nous abandonner aux suggestions de la doctrine paulinienne, d'une psychologie si profonde, et soyons sages avec sobriété!

M. Robert Esnault-Pelterie paraît avoir songé à tout. Il a eu soin de confronter ses conclusions avec les déductions de la théorie relativiste, il a même imaginé de toutes pièces un traceur de route automatique, capable d'indiquer à tout instant la position du véhicule.

Quoi qu'il advienne de l'Astronautique, on ne saurait manquer d'être frappé du labeur considérable que représente une si complète et si sincère investigation. Quiconque se proposera dorénavant l'étude de ces difficiles questions ne pourra ignorer le Mémoire de M. Esnault-Pelterie.

En vérité, un tel livre est de ceux, en si petit nombre — the happy few — dont on dit plus tard qu'ils ont marqué le début d'une époque.

E. FICHOY,
Membre de l'Institut.

Frantz von Hoefft a dit :

« Wenn wir überlegen, dass jedes Kilogramm, das wir mitführen, auch selbst mitbeschleunigt werden muss, werden wir einsehen, dass die Frage nicht ist, wie spare ich an Energie, sondern an Masse ! »

Ce que Hermann Oberth a paraphrasé :

« Das Raketenproblem ist eben ein Stossproblem und nicht ein Arbeitsproblem. »

C'est cette dernière forme plus saisissante que je traduirai :

« L'Astronautique n'est pas un problème de quantités de travail, mais un problème de quantités de mouvement. »

AVERTISSEMENT

Les uns trouveront sans doute que ce livre fait étalage de trop de Science, les autres qu'il développe des questions quasi élémentaires qui se trouvent dans tous les traités de Mécanique, de Physique ou de Chimie. Les idées qui m'ont guidé sont les suivantes : on a pu voir, au début de l'Aviation, des inventeurs ignorants, mais audacieux, prendre parfois l'avance sur les chercheurs méthodiques, et la masse se gausser encore de ces derniers sans se demander de combien de vies humaines ce renversement de logique fut payé. Il faut, du reste, noter qu'à ce moment la Science aérodynamique n'existait pas et que, sur beaucoup de points, l'homme de Science sérieux n'était guère avantagé.

Les débuts de l'Astronautique se présentent d'une façon totalement différente; la Science nous fournit à l'avance les moyens d'étudier presque toutes les questions auxquelles le problème se rattache et ici l'empirique ne fera rien, si tant est qu'il ne se fasse sauter en pure perte.

J'ai reçu, à l'occasion du prix que j'ai fondé avec André HIRSCH, tant de lettres d'inventeurs *totalement ignorants* que c'est un devoir de les mettre en garde en leur montrant la multiplicité des questions en jeu et la seule méthode pour les attaquer : *la méthode scientifique*.

Par surcroît, beaucoup de questions « classiques » ne m'ont pas toujours paru être traitées très clairement ou même très correctement dans certains livres « classiques » qui me sont passés sous les yeux; telles, la démonstration de l'équation de Saint-Venant que j'ai tâché de rédiger correctement et la question des équilibres chimiques que j'ai tenté de clarifier sans la compliquer.

En un mot, j'ai essayé de rendre service aux chercheurs en leur évitant les difficultés que j'ai moi-même rencontrées par la nécessité de toucher

à une multitude de questions, toutes différentes mais toutes nécessaires à l'édification de l'œuvre finale; de là provient la tournure un peu didactique de certains passages que me pardonneront, j'espère, ceux qui n'en ont pas besoin, mais probablement pas ceux qui en ont besoin.

R. ESNAULT-PELTERIE.

NOTA. — Le profane peut lire de cet ouvrage l'introduction et l'historique; il sautera ensuite les Chapitres I, II, III et IV, pourra lire, dans les Chapitres V et VI, les prémisses posées au début de chaque calcul, puis, sautant ces calculs, en voir les conclusions. Les Chapitres VII et VIII ne comportent pour ainsi dire pas de développements mathématiques; ces derniers peuvent être sautés sans dommage ou bien lus de la manière qui vient d'être indiquée. Le naturaliste et le biologiste s'intéresseront plus particulièrement au Chapitre VII.

R. E. P.

INTRODUCTION

Dès l'instant que l'être humain s'ouvrit à la compréhension des choses, il s'étonna de n'être point capable de voler dans les airs et de ne pouvoir voyager librement comme les êtres ailés. Dans son intelligence fraîchement éclos il n'y avait pas de différence entre la distance à laquelle les nuages planent et celles où les étoiles scintillent, de telle sorte que l'imitation des oiseaux lui apparaissait comme l'ultime réalisation qui devait lui ouvrir non seulement le chemin des voyages terrestres, mais celui de l'infini, marquant ainsi la victoire suprême de l'homme sur la nature.

Aujourd'hui, le développement de nos connaissances a changé les choses, tout au moins pour ceux qui réfléchissent, mais il est stupéfiant de voir — et Camille Flammarion, le grand vulgarisateur, l'a répété à satiété — combien la masse est encore ignorante de la disproportion qui existe entre les plus grandes altitudes atteintes et les distances cosmiques qui nous séparent des autres mondes.

Les oiseaux volent exceptionnellement à quelques kilomètres au-dessus de la surface terrestre, et ceux que l'homme construit de métal et de toile les ont battus en montant jusqu'à 12000 mètres; ceci est déjà plus que la hauteur usuelle des nuages les plus élevés, les alto-stratus glacés qui flottent vers 7000 ou 8000 mètres. Quelques ballons-sondes ont atteint ou un peu dépassé 25 kilomètres et il semble que ce soit là présentement la limite de l'exploration humaine.

Nous savons par les lois des gaz, et celles de la gravitation, que l'atmosphère s'étend bien au delà de cette limite tout en décroissant graduellement en densité.

Nous savons *par expérience* qu'à 80 ou 120 kilomètres d'altitude cette densité suffit encore à provoquer l'incandescence des pierres météoriques qui nous arrivent de l'immensité à une vitesse variant de 10 à 30, et occasionnellement 50 kilomètres par seconde.

Nous savons encore qu'au delà de cette distance l'atmosphère existe toujours, bien qu'elle devienne si subtile qu'aucun phénomène ne la révèle plus, sauf certaines aurores boréales. Là commencent les champs infinis de l'espace *vide* où le faible et fuyant appui de l'air sera lui-même refusé aux ailes des hommes.

La distance qui doit être parcourue pour traverser l'atmosphère n'est rien en comparaison de celles qu'il faudra traverser dans ces conditions nouvelles : 380 000 kilomètres pour la Lune, 42 millions de kilomètres pour Vénus, 78 millions pour Mars, et encore ces deux dernières distances correspondent-elles au moment où ces planètes passent au plus près de la Terre. Il ne sera même pas parlé ici de la distance des étoiles, qui sont au moins aussi grandes, comparées aux précédentes, que celles-ci comparées à l'épaisseur de l'atmosphère pondérable.

Une grande majorité croit encore que la Science n'indique aucun moyen d'accéder à ces régions, de s'y mouvoir et de s'y diriger et que l'homme est à jamais enchaîné sur son globe infime par les liens de la pesanteur.

Une telle croyance est absolument fausse et les lois de la mécanique, au contraire, montrent en toute certitude qu'un véhicule peut être conçu qui soit « mobile et dirigeable » sans aucun point d'appui matériel. En réalité même, le principe de ce véhicule existe depuis des siècles : c'est la fusée.

Il est habituel d'entendre que la force de propulsion d'une fusée provient de la résistance de l'air à l'expulsion des gaz qu'elle projette. C'est encore là une faute absolue : le fonctionnement d'une fusée est identique à celui d'un fusil ou d'une mitrailleuse librement suspendus, par exemple au moyen de deux fils, et tirant. Chaque fois qu'une balle est expulsée dans un sens, l'arme est elle-même violemment repoussée dans l'autre, et une loi très simple connue sous le nom « loi des projections des quantités de mouvement » fixe que les vitesses respectivement acquises par les deux mobiles sont en proportion inverse de celle de leurs masses. Cette loi n'admet pas d'exception ; que la répulsion ait lieu élastiquement ou avec frottement, elle s'applique rigoureusement, de telle sorte qu'aucun doute n'est possible relativement au fonctionnement d'un semblable appareil.

Si le projectile est de nature gazeuse, cela ne fait encore aucune différence et la relation mathématique ci-dessus demeure immuable, de telle sorte qu'il est *certain* qu'une fusée expulsant un jet gazeux continu est soumise à une force de propulsion aussi bien dans le vide que dans l'air ; il faudrait même dire *mieux dans le vide* que dans l'air, comme il sera démontré au Chapitre III.

Le problème de la « maniabilité » sera également étudié, mais d'ores et déjà l'on peut déclarer que la manœuvre d'un « astronef » sera aussi assurée que celle d'un avion, quoique, naturellement, par des moyens entièrement différents.

La possibilité de propulser un véhicule en dehors de tout appui matériel est une condition nécessaire mais non suffisante à la possibilité des voyages interplanétaires, il y faut ajouter celle de pouvoir vaincre *quantitativement* l'attraction de la pesanteur.

Sous ce rapport les lois de la gravité ont fait connaître depuis longtemps qu'un corps quelconque placé en un point déterminé du champ de gravitation d'un astre peut être amené à s'éloigner indéfiniment de cet astre pourvu qu'il reçoive en ce point une vitesse initiale minimum bien définie.

Pour rendre ceci clair, je considérerai un système constitué par un corps céleste C et un mobile M de masse négligeable par rapport à celle de C. Si M est abandonné à lui-même en un point situé pratiquement à une distance infinie de C et sans vitesse initiale par rapport à C, il se meut simplement par l'attraction de ce dernier en prenant une vitesse graduellement croissante et dirigée vers C. En chaque point de sa course rectiligne, M aura une vitesse finie et celle-ci sera la même pour n'importe quel mobile à la même distance de C pourvu qu'il soit parti dans les conditions ci-dessus et que sa masse soit négligeable par rapport à celle de C. Cette vitesse bien définie sera dorénavant appelée « vitesse de chute libre depuis l'infini sans vitesse initiale » ou en abrégé « vitesse de chute libre »; cette vitesse ne dépend que de la masse de l'astre C et de la constante universelle de gravitation.

Si maintenant l'on suppose qu'en un point A, placé dans le champ de gravitation d'un corps céleste, on communique à un mobile une vitesse égale à la vitesse de chute libre en ce point et exactement dirigée en sens inverse, c'est-à-dire centrifuge, le mobile va constamment s'éloigner de C pendant que l'attraction de ce dernier va constamment ralentir le mouvement.

Naturellement, sur chaque élément de longueur, cette diminution de vitesse sera égale à l'accroissement qu'aurait subi la vitesse de chute libre le long du même élément, de telle sorte que la vitesse du mobile qui s'écarte demeurera constamment égale à la vitesse de chute libre au même point, mais sera centrifuge au lieu d'être centripète. Le résultat sera que la vitesse du mobile qui s'écarte ne deviendra nulle qu'à une distance infinie de C.

Si maintenant la vitesse initiale au point A est plus grande que la vitesse de chute libre, le mobile va également s'écarter indéfiniment de C, mais, au

lieu que sa vitesse tende vers zéro, elle tendra vers une limite telle que son énergie cinétique restante égale l'excès de son énergie cinétique originale sur celle qui eût correspondu à la vitesse de chute libre au point initial A.

Si la vitesse initiale était plus petite que la vitesse de chute libre au point A, le mobile M s'écarterait encore de C, mais seulement jusqu'à une certaine distance ou sa vitesse deviendrait nulle, puis changerait de signe, de telle sorte qu'il retomberait vers C; c'est le cas d'une pierre qu'on lance à la main. Plus la vitesse initiale sera voisine de la vitesse de chute libre, plus la distance maximum atteinte sera grande.

Ces différentes considérations ont amené l'auteur à qualifier de « vitesse de libération » une vitesse égale et de sens contraire à la vitesse de chute libre en un point considéré; cette dénomination sera dorénavant adoptée.

On a compris sans peine sa justesse dans le cas où la vitesse initiale est exactement opposée à l'astre C; que va-t-il maintenant advenir si cette vitesse est autrement dirigée? Le calcul montre que le mobile décrirait alors autour de C une parabole ayant pour foyer le centre de gravité de C et s'échapperait vers l'infini en suivant l'une des branches de la parabole. Viendrait-on à changer la direction initiale en conservant toujours la vitesse de libération? Alors la parabole suivie serait simplement différente, mais le résultat final demeurerait identique (Chap. premier).

Si la vitesse initiale au point A était plus grande que la vitesse de libération et toujours dirigée d'une façon quelconque, la courbe décrite serait une hyperbole, toujours avec le résultat de l'échappement final du mobile, mais avec la seule différence que la vitesse finale vers laquelle il tend ne serait plus nulle mais finie, et telle qu'il conserve une énergie cinétique résiduelle égale à l'excès de son énergie cinétique initiale sur celle qui eût correspondu à la vitesse de libération au point initial considéré.

Si la vitesse initiale était plus petite que la vitesse de libération, alors le mobile M ne serait plus capable d'échapper à l'attraction de l'astre C; il décrirait indéfiniment autour de lui une ellipse ayant l'un de ses foyers au centre de gravité de C; en d'autres termes M deviendrait un satellite gravitant autour de C. Ces considérations justifient, en les étendant, les raisons qui ont conduit l'auteur à créer le terme de « vitesse de libération » (1).

Au cas où la vitesse initiale serait perpendiculaire au rayon joignant à l'instant initial les centres de gravité du mobile et de l'astre et si sa valeur

(1) Dans tout ceci, naturellement, il est supposé que les trajectoires envisagées ne rencontrent pas le corps de l'astre C.

était égale à la vitesse de libération audit point divisée par $\sqrt{2}$, le mobile décrirait une circonférence exacte ayant pour centre le centre de gravité de C.

Si maintenant les vitesses correspondantes pour la Terre sont envisagées, celle-ci décrivant autour du Soleil une ellipse qui peut être confondue avec une circonférence et la vitesse moyenne de la Terre sur sa trajectoire étant d'environ 29 kilomètres par seconde, on voit que la vitesse de libération de l'attraction solaire à partir d'un point de l'orbite terrestre est de $29 \text{ km} \times \sqrt{2} =$ environ 41 kilomètres par seconde. Si, considérant un mobile à la surface de la Terre, on envisage seulement sa libération de l'attraction terrestre, on trouve que la vitesse de libération à partir de ce point est de 11 180 mètres par seconde. Ceci veut dire que si la Terre était privée de toute atmosphère capable de s'opposer au mouvement, il serait nécessaire et suffisant d'impartir à un mobile une vitesse initiale de 11 180 mètres par seconde pour le libérer de l'attraction terrestre. Cette vitesse étant insuffisante à le libérer de l'attraction solaire, il deviendrait un satellite du Soleil.

Remarque. — Si pourtant le projectile était lancé à cette vitesse dans une direction telle que celle de la Terre sur son orbite (29,52 km/s) et celle de la rotation de la Terre à l'équateur (463 m/s) viennent s'y ajouter, il atteindrait presque exactement la vitesse de libération de l'attraction solaire (41,16 km/s au lieu de 41,73 km/s). Il suffirait alors de lui communiquer environ un demi-kilomètre par seconde de supplément de vitesse pour qu'il échappe, non seulement à l'attraction terrestre, mais à celle du Soleil lui-même et s'enfuit vers l'infini. Cependant une condition supplémentaire serait encore nécessaire : la trajectoire devrait être calculée d'avance de telle sorte qu'aucune des planètes extérieures ne l'incurve au passage d'une manière telle que le projectile soit ramené vers le Soleil ou capté par le système de la planète et de ses satellites.

La première idée qui peut venir à l'esprit pour communiquer une vitesse aussi élevée à un mobile est de le lancer au moyen d'un canon comme l'imagina Jules Verne. Malheureusement, une semblable conception n'appartient qu'au domaine du rêve pour plusieurs raisons : la première est que l'accélération appliquée au véhicule au moment du coup serait telle que les voyageurs seraient écrasés contre le plancher de leur prison d'acier. Par exemple, si la longueur du canon était de 300 mètres, comme Jules Verne l'imagina, et en faisant abstraction de la résistance ultérieure de l'air, la valeur minimum possible de l'accélération serait telle que les malheureux voyageurs

auraient la sensation (?) de peser 208 000 fois leur poids normal (un homme de 70 kilos pèserait 14 500 tonnes; son corps coulerait sur le plancher comme un liquide!). Pour réduire le poids apparent à dix fois le poids normal, ce qui semble déjà élevé, il faudrait que la longueur du canon fût portée à 637 kilomètres.

D'autre part, la vitesse minimum théorique nécessaire pour quitter la Terre ne serait de 11 180 mètres par seconde que s'il n'y avait pas d'atmosphère, or il y en a une. Il faudrait donc une vitesse initiale très supérieure afin qu'à la sortie de cette atmosphère la vitesse résiduelle fût égale au chiffre ci-dessus.

Dans de telles conditions, la résistance de pénétration serait si énorme, qu'au moment où l'obus quitterait le canon pour pénétrer dans l'air, ce dernier lui offrirait à peu près la résistance d'une plaque de blindage et les corps des voyageurs seraient « réécrasés », mais cette fois contre ce qui était un millième de seconde plus tôt le plafond de leur logis.

La seconde raison, d'une nature plus abstraite, est qu'en fait la Chimie nous apprend qu'il ne peut exister aucun explosif capable d'impartir à un projectile la vitesse requise pour le libérer de l'attraction terrestre par cette simple raison qu'aucun d'eux ne serait capable d'impartir à ses propres molécules la vitesse de libération (11 180 mètres par seconde). La poudre la plus puissante ne donnerait que 2500 mètres par seconde et si nous considérons le mélange explosif le plus violent : oxygène-hydrogène dans la proportion optimum, la vitesse de ses propres molécules n'excéderait pas 5 kilomètres par seconde comme on le verra plus loin. Même en supposant pour un instant que l'hydrogène atomique soit utilisable, ce qui est tout à fait improbable, la vitesse d'éjection n'atteindrait encore qu'environ 10 kilomètres par seconde.

On comprend sans peine que si aucun explosif n'est capable de projeter ses propres molécules à la vitesse requise, ces molécules seront elles-mêmes encore plus incapables de chasser devant elles, à cette vitesse, un projectile.

Un autre procédé, qui a été maintes fois proposé, est celui où une roue, agissant comme une gigantesque fronde, communique graduellement au projectile fixé sur sa jante la vitesse requise.

On a également envisagé de remplacer cette roue par une voie circulaire ou par un tunnel avec propulsion électrique. Toutes ces solutions sont également impraticables parce qu'elles développeraient une force centrifuge du même ordre de grandeur que l'accélération du canon, à moins d'atteindre des dimensions irréalisables.

Un seul appareil échappe à ces difficultés : c'est la fusée, qui peut être accélérée sur une longueur considérable. Sa vitesse, au lieu d'être maximum au départ, augmente graduellement, de telle sorte que l'on peut espérer *a priori* que les couches basses et denses de l'atmosphère seront traversées à une vitesse raisonnable, les hautes vitesses requises ne se produisant qu'à une altitude où la densité atmosphérique est suffisamment réduite pour que la résistance au mouvement soit acceptable. Reste à savoir s'il est possible d'obtenir qu'une fusée atteigne avant consommation totale une vitesse finale plus grande que la vitesse à laquelle elle expulse ses propres gaz. L'examen mathématique de la question donne à nouveau une réponse positive, le phénomène étant simplement soumis à la condition que, plus la vitesse finale est grande par rapport à la vitesse d'expulsion des gaz, plus la masse restante est faible par rapport à la masse initiale.

Si l'on considère par exemple une vitesse d'expulsion de 2440 m par seconde, telle que le Professeur Goddard l'a obtenue dans ses expériences, on est conduit à un rapport théorique de masse de 150 dans les meilleures conditions, et ceci en faisant abstraction de la résistance de l'air. Ceci veut dire que pour expulser une masse initiale de 1 kilo hors de l'attraction de la Terre et *en supposant que celle-ci n'ait pas d'atmosphère*, la fusée devrait avoir un poids total initial d'environ 150 kilos comprenant 149 kilos d'explosif.

Cette courte explication fait toucher du doigt la principale difficulté du problème qui réside dans ce *rapport* de masse, car, quel que soit le poids final de la fusée, ce rapport reste le même. *Cette difficulté est si capitale que l'on pourrait presque dire qu'elle constitue à elle seule tout le problème*; c'est pourquoi il m'a paru désirable de reproduire en épigraphe, dès le début, les phrases saisissantes par lesquelles Frantz von Hoeffft d'abord et Hermann Oberth ensuite l'ont mise en lumière.

Par ailleurs, le calcul montre encore que ce rapport de masse dépend considérablement de la vitesse d'éjection v des gaz expulsés et aussi, bien qu'à un moindre degré, de l'accélération maximum que l'on peut admettre pour le véhicule. Le rapport minimum qui a été donné ci-dessus correspond à une accélération voisine de cinq fois celle de la pesanteur qui, pour différentes raisons que l'on verra plus loin, est considérée comme le maximum probablement désirable.

L'auteur a donné le nom de « coefficient d'utilisation » au rapport de la masse finale à la masse initiale, de telle sorte que la meilleure utilisation *théoriquement possible* était dans le cas ci-dessus 0,67 %. La table ci-après,

où Γ est l'accélération envisagée et v la vitesse avec laquelle les gaz sont expulsés de la fusée, rendra bien claire la variation énorme du rapport de masse en fonction de la vitesse d'éjection; au lieu d'indiquer les rapports de masse, ce tableau porte leur inverse, c'est-à-dire le nombre de fois que la masse finale est comprise dans la masse initiale ou encore la masse initiale qu'il faut employer pour obtenir l'expulsion d'une masse finale égale à l'unité hors du champ terrestre, abstraction faite de la résistance de l'air.

$v^{m/s}$	$\Gamma = 1,1 g$	$\Gamma = 2 g$	$\Gamma = 10 g$
2000	143 000	1574	358,5
2500	13 270	361,3	110,6
3000	2 700	135,2	50,5
3500	883	67,1	28,8
4000	378	39,7	18,9
4500	196	26,3	13,6
5000	115	19,1	10,5
6000	52,2	11,6	7,10
7000	29,7	8,19	5,37
8000	19,4	6,30	4,35
9000	14,0	5,13	3,69
10000	10,7	4,36	3,24

La question qui se pose maintenant n'est donc plus que de savoir si la résistance de pénétration lors de la traversée de l'atmosphère qui rendait un canon inopérant ne va pas, quoique amoindrie, s'opposer encore à l'expulsion d'une fusée. Cette question sera examinée plus loin et l'on peut dire dès maintenant que la réponse du calcul est favorable et que l'on peut trouver des conditions d'accélération dans lesquelles la résistance de l'air n'altérera pas énormément la marche d'une fusée par rapport à ce qu'elle serait dans le vide; on sera simplement conduit à augmenter le rapport de masse.

Le Professeur GODDARD a par exemple trouvé que ce rapport doit monter à 600, c'est-à-dire que pour expulser une masse finale d'un kilogramme il faudra une masse initiale de 600 kilogrammes dont 599 d'explosif et cartouches. Pour expulser un véhicule d'une tonne, il faudra une masse initiale de 600 tonnes; le coefficient d'utilisation tombe ainsi à 0,167 %. Je démontrerai comment il faut s'y prendre pour obtenir beaucoup mieux.

HISTORIQUE

L'auteur ne se souvient pas lui-même de l'époque précise où l'idée des voyages interplanétaires hanta son esprit pour la première fois ; il se souvient seulement que cela remonte fort loin.

Dès longtemps il avait été frappé par l'erreur du canon de Jules Verne dont il vient d'être parlé et ses réflexions l'avaient amené à la conviction que l'unique solution du problème serait donnée par la fusée. La première trace de ses conceptions se trouve dans le livre du Capitaine FERBER, « *De crête à crête, de ville à ville, de continent à continent* », où il dit, page 161 :

Pour aller plus haut, et l'homme voudra aller plus haut, il faudra adopter un principe différent. Le principe de la fusée est tout indiqué. Le moteur à réaction s'en déduit. L'homme sera enfermé dans une enceinte où l'air respirable lui sera fabriqué. A vrai dire, il ne montera plus une machine volante, mais plutôt un projectile dirigeable. La réalisation de cette idée n'a rien d'impossible pour la pensée et la puissance humaines qui seront en progrès tant que le Soleil déversera sur la planète une énergie suffisante.

La diminution de chaleur sera peut-être même la cause d'un nouveau progrès, car la vie terrestre un jour sera menacée. Un terrible dilemme se posera : ou retourner au néant à travers la décrépitude lente des régressions, ou, pour y échapper, vaincre avec un nouvel engin l'immensité.

Certainement le voudra et l'exécutera un groupe de ces surhommes du futur, mille fois plus puissants, mille fois plus intelligents que nous, qui, pourtant, les concevons obscurément en esprit et les savons inclus dans les parties les plus profondes de notre être.

Certes ils abandonneront la planète inhospitalière et c'est là le but ultime du plus lourd que l'air qui vient de naître sous nos yeux étonnés et ravis (1).

(1) Nous ne voulons pas être taxé de rêveur, et quelque téméraire que puisse paraître cette conclusion, c'est aussi celle à laquelle arrivent WELLS, ESNAULT-PELTERIE, ARCHDEACON, QUINTON et d'autres philosophes. (Note de Ferber.)

La préface de ce livre est signée de Ferber à la date du 26 juillet 1908 ; donc j'avais eu déjà des conversations avec lui à ce sujet au plus tard dans la première moitié de 1908.

Lorsque je voulus prendre date par une communication à la Société Française de Physique, le 15 novembre 1912, et bien que l'aviation déjà résolue eût dû avoir ouvert les esprits, il me fallut prendre de multiples précautions oratoires, et notamment déguiser l'objet réel de mon discours sous le titre anodin : « Considérations sur les résultats d'un allègement indéfini des moteurs ».

Mais, quand il s'agit de publier cette conférence et que le Secrétaire de la Société vit avec horreur à quelles spéculations je me livrais, il prit ses dispositions pour que le *Journal de Physique*, servant de bulletin à la Société s'y étende le moins possible et rognâ les lignes (je pourrais dire les mots), si énergiquement que ma pensée y est souvent à peine intelligible; par exemple la possibilité d'expulser de la Terre une masse finale déterminée au moyen d'une masse initiale beaucoup plus grande d'un explosif quelconque y est simplement exprimée par la formule N° 4 et la courte phrase qui la suit au haut de la page 5 de ladite communication.

Il est curieux de remarquer que, quelque hardie qu'elle fut, une idée analogue devait venir vers la même époque à un autre homme, le D^r André BING, que je n'avais pas alors le plaisir de connaître et qui, à la suite de ma communication de 1912, me fit part qu'il avait, le 10 juin 1911, pris sur le même sujet un Brevet belge N° 236 377 pour « Un appareil destiné à permettre l'exploration des hautes régions de l'atmosphère, si raréfiée que soit cette atmosphère », et que, du reste, il avait eu, plusieurs années auparavant, des conversations à ce sujet, notamment avec M. Edouard BELIN, l'inventeur de la transmission de la vision à distance.

De la lecture du Brevet Bing, on recueille l'impression que l'auteur n'a probablement pas effectué de calculs approfondis sur le sujet, mais qu'il a dû simplement y songer et, comme il me l'écrivait en 1913, voulu par ce brevet s'assurer un titre de priorité. Il est toutefois digne de remarque qu'il avait conçu, sans peut-être l'exprimer avec une parfaite clarté, la possibilité d'atteindre une altitude presque indéfinie avec un système de fusées successives dont chacune est abandonnée aussitôt qu'elle est consumée, ce qui est justement le principe ultérieurement développé par le Professeur GODDARD.

Les travaux de ce dernier débutèrent en 1912 et 1913, à l'Université de Princeton aux États-Unis, par des études théoriques, puis il se livra, en 1915 et 1916, à la Clark University (Worcester, Mass. U.S.A.), à des expériences sur des fusées destinées à explorer la très haute atmosphère suivant une conception qui reproduit d'une façon frappante celle du Docteur André

BING. Le Professeur avait même conclu à la possibilité d'envoyer sur la Lune un projectile chargé de poudre au magnésium dont l'éclair serait visible de la Terre au télescope.

Les résultats du Professeur GODDARD et ceux de l'auteur de ces lignes ont pu sembler à première vue contradictoires puisque le premier concluait à une possibilité immédiate tandis que le second concluait, lui, à une impossibilité jusqu'au jour où l'on arriverait à maîtriser et à manier des sources d'énergie d'une puissance massique comparable à celle du radium; lequel, malheureusement, est encore pratiquement insensible à nos moyens d'action les plus violents.

La contradiction n'est qu'apparente et provient simplement du fait que le Professeur GODDARD et moi avions envisagé des buts totalement différents :

Lui voulait simplement envoyer un *projectile* chargé de poudre jusque sur la Lune et en constater l'arrivée au télescope.

J'envisageais les conditions à réaliser pour qu'un *véhicule* puisse transporter des êtres vivants d'un astre à l'autre et les ramener sur la Terre.

Ces différences seront détaillées plus loin lors de l'examen de la publication du Professeur GODDARD.

C'est là tout ce que je connaissais de l'historique de la question lors de ma conférence à la Société Astronomique de France, le 8 juin 1927, sur l'exploration par fusées de la très haute atmosphère et la possibilité des voyages interplanétaires. Ce fut seulement son retentissement qui me valut de connaître les travaux des Allemands : MM. Hermann OBERTH, Walter HOHMANN et Max VALIER, que j'eus à peine le temps de parcourir quelques jours avant la publication de ma conférence au *Bulletin de la Société astronomique de France*. L'impression que me laissèrent ceux de M. OBERTH fut simplement qu'ils étaient si osés qu'ils devaient être l'œuvre d'un pur rêveur. Depuis ce temps, il m'a été possible de les lire et j'ai pu me convaincre, au contraire, que l'auteur a fait un travail considérable qui fut très justement couronné, en 1928, par le Comité du Prix que mon ami André HIRSCH a fondé avec moi.

Depuis ce temps il m'a été possible de me référer à d'autres sources dont une paraît les résumer toutes : le journal FLUGSPORT, n° 20 du 28 septembre 1927 (Francfort-sur-le-Mein), qui publie un article historique sous la signature de M. A.-B. SCHERSCHEVSKY, de Berlin.

Après avoir cité un certain nombre d'ouvrages qui sont d'essence purement imaginaire, il dit page 387 (traduction Rep) :

La première recherche scientifique concernant le problème de la navigation interplanétaire fut effectuée par le Professeur russe K. E. ZIOLKOWSKY, qui le publia en 1896 dans un journal, *NATUR UND MENSCHEN (La Nature et l'Homme)*. Il fut suivi en 1903 par un travail plus important, *EINE RAKETE IN DEN KOSMISCHEN RAUM (Une fusée dans l'espace cosmique)*, publié dans le cinquième numéro de mai du journal *WISSENSCHAFTLICHE RUNDSCHAU (Coup d'œil scientifique)* (1). La dernière édition augmentée fut publiée en 1924 sous forme de livre.

De 1905 à 1907, l'astronome suédois BIRKELAND, expérimenta un modèle de fusée astrale placée dans un vide élevé et actionnée par un mélange oxygène-hydrogène.

Toujours à la même époque, le baron UNGERN prit un brevet maintenant presque inconnu en vertu duquel la fameuse firme Friedrich KRUPP, à Essen, fit des expériences sans succès pendant plusieurs années en vue de son utilisation militaire.

Les bases classiques du problème astronautique parurent en 1911-1913 (1) (2) dans un journal russe *LES NOUVELLES DE LA NAVIGATION AÉRIENNE*, sous le titre *L'exploration des espaces interplanétaires au moyen du véhicule à réaction*, par ZIOLKOWSKY (environ 12 articles). Cet ouvrage fut suivi d'une importante campagne de presse (1911-1914) et d'une série de mémoires scientifiques en Russie dans le journal *DER LUTFWEG (Le Chemin de l'air)*, n° 2, 1911, Saint-Pétersbourg, organe de l'AKAFLUG, sous le titre *DER MECANISCHE FLUG DER ZUKUNFT - GANZMETALLEINDECKER MIT STRAHLANTRIEB (Le Vol mécanique de l'avenir — un monoplane entièrement métallique avec dispositif radiant ?)*, par A. GOROCHOF, et dans les pays étrangers, « *LE VOL D'AUJOURD'HUI; LE VOL FUTUR* », par R. LORIN, dans le journal *L'AÉROPHILE*, Paris, 1911.

Le constructeur français d'aéroplanes, Robert ESNAULT-PELTERIE, donna en 1913, à Paris et à Saint-Pétersbourg, deux conférences sur la possibilité des communications interplanétaires (3).

Aux environs de 1911, le Professeur allemand OBERTH mit en route ses premières recherches ainsi que M. A. ZANDER, de Moscou.

En 1913-1914, OBERTH jeta les bases de sa fusée à oxygène-hydrogène.

Vers le milieu de la guerre mondiale, en octobre 1916, le Professeur G. TICHOF, astronome à l'Observatoire de Pulkowo, fit un rapport des différents renseignements recueillis sur le problème des astronefs à réaction devant un auditoire très réduit. Le conférencier posa en principe que le système à réaction était bien, jusqu'à présent, le seul moyen propre à résoudre le problème, jusqu'à ce que les forces de gravitation puissent être annulées « probablement par des moyens électriques (*sic*) ». Ces travaux étaient basés sur des recherches faites par les deux BJERKNES (père et fils), A. KORN et

(1) L'auteur n'a pu parvenir à se procurer ces documents qui semblent être maintenant épuisés.

(2) Cette affirmation semble quelque peu en contradiction avec les assertions précédentes.

(3) Ceci est une double erreur, il a déjà été dit que ma Conférence à la Société Française de Physique eut lieu le 15 novembre 1912. Mon dernier séjour à Saint-Pétersbourg eut lieu du 16 février au 2 mars 1912; il me semble donc assez difficile que j'y aie fait une conférence en 1913. Cette conférence de Saint-Pétersbourg n'ayant jamais été publiée, M. Ziolkowsky n'a pu en connaître la teneur qu'en y assistant; je regrette qu'il n'ait pas cru devoir se présenter à moi et me signaler immédiatement ses travaux antérieurs.

A. BARICELLI, d'après lesquelles on était sur la voie de parvenir à agir sur la gravité (*sic*) (1).

La première recherche pratique et fructueuse fut effectuée en 1918-19 (2) par le Professeur américain Robert H. GODDARD et son assistant JENKINS, au Clark's College, Mass. (U. S. A.), et ensuite publiée par la *Smithsonian Institution*, en 1919, sous le titre « A method to attain extreme altitudes ».

En mars 1920, l'auteur de ces lignes (A.-B. SCHERSCHESKY) fit une conférence à la « WISSENSCHAFTLICHE GESELLSCHAFT FÜR LUFTFAHRT » (*Société scientifique pour la locomotion aérienne*), où il eut l'occasion de parler également d'Astronautique et des travaux de ZIOLKOWSKY. En 1921-22 apparut la recherche bien connue de OBERTH, « DIE RAKETE ZU DEN PLANETENRÄUMEN » (*La fusée vers les espaces planétaires*) et le livre de M. VALIER : « DER VORSTOSS IN DEN WELTENRAUM » (*La lancée dans l'espace mondial*) (3).

Un peu plus tard, en 1924, apparut une brochure par W. HOHMANN : DIE ERREICHBARKEIT DER HIMMELSKÖRPER (*La possibilité d'atteindre les corps célestes*) (3).

En mars 1924, fut créée avec succès l'organisation russe centrale pour les recherches astronautiques et les problèmes y relatifs avec l'aide de la Z.A.H.I. de Moscou (a).

(a) Z.A.H.I. signifie Zentrales Aero-Hydrodynamisches Institut (à Moscou), la plus considérable institution de recherches aérodynamiques dans le monde, avec un personnel de 320 hommes, un tunnel d'essai de 6 m. 30 de diamètre, une vitesse de vent de 105 mètres par seconde, un canal à air comprimé et, actuellement en construction, une chambre rotative de 6 mètres de diamètre.

Une telle organisation est dirigée par le Professeur W.-P. WESTSCHINKIN, au moyen de la « Commission pour les communications interplanétaires », de l'Académie de la Flotte rouge. Les buts de cette Commission sont de rechercher et réunir les travaux et informations à l'intérieur comme à l'extérieur, et aussi de réaliser une large propagande.

Au printemps 1925, WESTSCHINKIN fit une conférence à Moscou sur la possibilité du vol astronautique et fit ressortir que l'on était déjà au travail pour réaliser des modèles de fusées planétaires sans pilote.

Plusieurs informations démontrent qu'en Angleterre aussi l'on s'est attaqué à la question des véhicules aériens à réaction (Capt. J. ROBERTS, du British Air-Ministry).

En octobre 1926 fut fondée à Wien, sous la présidence du Dr Frantz von HOFFET, la GESELLSCHAFT FÜR WELTRAUMFORSCHUNG (*Société scientifique pour l'exploration de l'espace mondial*).

A la même époque apparut le gros travail de ZIOLKOWSKY : L'exploration des espaces interplanétaires au moyen d'astronefs à réaction (4) (b).

(b) Cette note fut traduite en allemand par l'auteur (Scherschewsky) et seulement répandue dans un cercle restreint.

(1) D'après la théorie d'EINSTEIN, cela semblerait tout à fait impossible.

(2) Ceci est également une erreur. Il y a plusieurs années que le Professeur GODDARD m'adressa la publication de ses travaux édités par la Smithsonian Institution, et la réalité est la suivante :

De 1912 à 1913, il examina la question théoriquement à la Princeton University (U.S.A.), puis en 1915-16, à la Clark University, Worcester, Mass. (U.S.A.), il expérimenta sur des fusées éjectant soit à l'air libre, soit dans le vide.

(3) L'auteur put se procurer copie de ces travaux qui portent les dates de 1923, OBERTH et 1925, HOHMANN et MAX VALIER.

(4) Voir plus loin.

Très récemment, le 29 avril 1927, le collaborateur de M. OBERTH, Max VALIER, fit une conférence aux Membres de la W.G.L. (1) et de l'Aéro-Club allemand à la FLUGVERBANDHAUS (Maison de l'Union aérienne), relativement au tir dans les espaces interplanétaires; cette conférence fut suivie d'une discussion verbale de près de deux heures. En contradiction avec OBERTH, Max VALIER soutint que la voie de l'Astronautique serait ouverte par des aéroplanes à réaction ou tout au moins par une formule analogue.

Dans une lettre du 29 décembre 1926 adressée à l'auteur (Scherschewsky), OBERTH donna acte de ses propres recherches avec un modèle de fusée astrale, mais ajouta que ses recherches n'étaient pas encore terminées.

ZIOLKOWSKY annonça également dans une lettre du 11 mai 1927 qu'il avait déjà entrepris des recherches qui seraient publiées très prochainement.

Pour compléter la liste, il faut citer la publication du Professeur LORENZ, de Dantzig, « DIE MÖGLICHKEIT DER WELTRAUMFAHRT » (*La possibilité de la navigation interplanétaire*), qui, bien que n'étant pas exempte de fautes, est d'accord avec les calculs des autres chercheurs, même ceux d'opinion différente.

Il a paru désirable de donner ici la traduction *in extenso* de l'historique étendu publié par M. SCHERSCHESKY en rectifiant ses erreurs de date qui, par une curieuse coïncidence, sont toutes en faveur des Germano-Russes au détriment des autres; il semblait non moins désirable de connaître les travaux de ZIOLKOWSKY auxquels il donne la priorité; j'ai donc fait tous mes efforts pour les obtenir. Il a été impossible d'avoir le moindre document antérieur à mes conférences de 1912; les seuls, qui me soient parvenus, sont :

- 1914. — *Exploration des Espaces de l'Univers à l'aide des appareils à réaction.*
- 1924. — *Fusée dans l'espace cosmique.*
- 1926. — *Exploration des espaces de l'Univers à l'aide des appareils à réaction.*
- 1927. — *Travaux édités de K.-E. ZIOLKOWSKY.*
- 1927. — *Fusée cosmique, préparation expérimentale.*

Les deux premiers ouvrages ont à peu près le format du présent livre avec 16 et 32 pages respectivement; les suivants sont d'un format beaucoup plus petit avec 127, 24 et 24 pages respectivement. J'en ai obtenu une traduction par un ingénieur russe, M. GENKIN, que je n'ai pas le plaisir de connaître et à qui les documents ont été obligeamment transmis par M. Joseph BETHENOD, membre du Comité d'Astronautique; je suis heureux de pouvoir leur adresser ici à tous deux mes remerciements.

(1) Probablement « Wissenschaftliche Gesellschaft für Luftfahrt (?) ».

La première brochure (1914) n'a pas été traduite; elle ne contient aucun calcul algébrique.

La seconde (1924) contient un historique des idées de ZIOLKOWSKY, depuis 1896 (voir l'historique SCHERSCHESKY, ci-dessus).

La troisième brochure (1926) est le seul document en ma possession qui donne des calculs un peu étendus. Au bas de la page 6, il est donné une formule erronée du travail à fournir pour écarter l'unité de masse à une distance déterminée d'un astre; cette unité de masse ayant été confondue avec l'unité de poids, on arrive pour l'écartement jusqu'à l'infini à l'expression $T = (g/g_1) r_1$, où g est l'accélération de la gravité à la surface de la planète, g_1 celle à la surface de la Terre (qui n'a rien à voir en cette affaire), r_1 le rayon de la planète, de telle sorte que le résultat n'a aucune signification, le travail obtenu ayant les dimensions d'une longueur.

Page 80, l'auteur envisage l'utilisation de la lumière comme force motrice lorsqu'on est libéré de l'attraction terrestre. Cette action est traitée quantitativement au Chapitre VII du présent livre et le lecteur pourra juger par lui-même de son ordre de grandeur.

Page 83 (Traduction Genkin). — Dans les *fusées-domiciles*, avec un peu de terreensemencée, les hommes pourront vivre : un mètre carré par homme suffirait. Ils se nourriront de fruits, les plantes fourniront ces fruits et assainiront l'atmosphère. L'homme rendra à pleine mesure tout ce qu'il recevra de la plante sous forme d'engrais pour le sol et l'air. Il sera maître de la température et la température idéale donnera à l'homme la possibilité de se passer de vêtements et de chaussures. L'abondance de chaleur diminuera ses besoins de nourriture. L'absence de pesanteur diminuera la fatigue et dispensera de l'usage de lits, tables, chaises, etc.

On sortira dans l'éther sous un scaphandre spécial jusqu'au moment où l'homme s'adaptera à vivre dans le vide.

Dans la quatrième brochure, M. ZIOLKOWSKY revendique lui-même un nombre important de travaux dont ceux qui touchent l'Astronautique sont :

1891. — *Préservation par immersion des organismes contre les chocs.*

1903. — *Exploration des espaces de l'Univers au moyen des appareils réactifs.*

1920. — *En dehors de la Terre; voyage dans la fusée interplanétaire.*

Dans la préface de la cinquième brochure, M. ZIOLKOWSKY s'exprime ainsi :

Quant à envoyer les manuscrits au jugement des hommes moyens, je n'y consentirai jamais, je réclame le jugement du peuple, car mes travaux seraient

réfutés par des professionnels ou bien simplement égarés. Les hommes ordinaires, même savants, comme l'histoire le montre, ne sont pas aptes à juger les travaux créateurs.

J'ai fait des découvertes dans différents domaines de la Science, entre autres dans l'étude de la structure de l'atome; qui donc pourrait se trouver dans le monde entier pour les juger? De même, mes autres travaux ont dépassé l'humanité présente, sauvez-les si vous voulez du bien à vous-même....

J'ai d'autant plus tenu à donner ici cet aperçu que mon ami HIRSCH et moi avons reçu du Professeur S.-L. TCHIJEWKY une mise en demeure de rectification de priorité datée de Moscou le 12 avril 1928; je pense l'avoir entièrement satisfait.

De cet examen on peut conclure, semble-t-il, à l'historique suivant qui marque les étapes principales du développement de l'Astronautique :

- 1896. — ZIOLKOWSKY revendique une publication sur laquelle on ne peut recueillir aucune indication.
- 1908. — Le livre de FERBER : *De crête à crête, de ville à ville, de continent à continent*, mentionne que la question a été envisagée par lui, WELLS, ESNAULT-PELTERIE, ARCHDEACON, QUINTON.
- 1911. — Le D^r BING prend un brevet belge où il expose le principe de la fusée « gigogne » afin de prendre date relativement aux idées qu'il mûrissait depuis plusieurs années.
- 1912. — Robert ESNAULT-PELTERIE donne deux conférences en février et novembre; il considère le rapport de masse comme tel qu'un véhicule ne sera réalisable que quand l'énergie atomique sera maîtrisée.
- 1912. — Le Professeur Robert H. GODDARD commence ses études théoriques à l'Université de Princeton.
- 1914. — A la fin d'un opuscule publié à l'occasion du dixième anniversaire de la création de l'Institut Aérodynamique de Koutchino; M. D. P. RIABOUCHINSKY fait allusion au problème de la navigation interplanétaire, déclarant que l'Institut entreprendra également des recherches dans cette voie.
- 1919. — La SMITHSONIAN INSTITUTION publie les travaux théoriques et pratiques du Professeur GODDARD depuis 1912, sous le titre : *A method of reaching extreme altitudes*.
- 1920. — ESNAULT-PELTERIE et ses collaborateurs s'aperçoivent que des vitesses d'éjection réalisables permettent de rendre presque acceptable le rapport de masse; ils ont le tort de ne pas publier ces travaux (indépendamment de cette affirmation, la preuve peut en être faite par le témoignage de ces collaborateurs maintenant séparés de lui depuis de longues années).
- 1923. — Hermann OBERTH publie son livre : *Die Rakete zu den Planetenräumen*; il semble bien s'être aperçu de l'importance de la vitesse d'éjection, mais ne donne malheureusement pas de théorie générale montrant son action sur le rapport de masse;

il signale la possibilité d'augmenter cette vitesse par addition d'un excès d'un gaz léger sans pourtant en donner la démonstration.

1925. — Walter HOHMANN publie *Die Erreichbarkeit der Himmelskörper*, il met nettement en valeur l'importance de la vitesse d'éjection par son action sur le rapport de masse.
1927. — Robert ESNAULT-PELTERIE publie *L'Exploration par fusées de la très haute atmosphère et la possibilité des voyages interplanétaires*. Il y indique, d'après ses calculs de 1920, l'importance de la vitesse d'éjection.
1928. — Willy LEY publie *Die Möglichkeit der Weltraumfahrt*, où lui-même et différents auteurs expriment leurs idées, anciennes et nouvelles : D^r Karl DEBUS, Professeur Hermann OBERTH, D^r Frantz von HOFFT, D^r Ing. Walter HOHMANN, Ing. Guido von PIRQUET, Ing. Fr. W. SANDER.
1929. — OBERTH publie son nouvel ouvrage, édition développée du précédent : *Wege zur Raumschiffahrt* (Les voies pour la réalisation de la navigation dans l'espace).

J'espère que le présent livre pourra venir s'ajouter à cette liste avant la fin de 1929⁽¹⁾ et la compléter par le développement de questions que les autres ont passées sous silence, notamment la démonstration quantitative de la simple affirmation d'OBERTH relativement à l'avantage d'un excès d'un constituant léger dans les gaz d'éjection.

Ces derniers temps, les journaux ont porté à la connaissance du public les travaux de Max VALIER effectués en collaboration avec Fritz Von OPEL et son ingénieur ZANDER, s'appliquant d'abord à un chariot à fusées sur rails, puis à une automobile à fusées, enfin à un aéroplane à fusées avec lequel Fritz Von OPEL réussit à parcourir près de 2 kilomètres le 30 septembre 1929.

Les journaux américains ont indiqué que le Professeur GODDARD a fait également des essais avec de très grosses fusées dans les environs de Worcester Massachusetts (U. S. A.), mais ceci sans autre précision.

Analyse résumée des ouvrages les plus importants.

Le Professeur GODDARD, dans son étude de 1919, concluait qu'il serait possible de tirer sur la Lune un projectile de 1 livre pourvu que la masse initiale de la fusée fut de 600 livres, la différence de 599 livres étant entièrement constituée par l'explosif et les cartouches. Il envisageait l'emploi d'une poudre de qualité usuelle à 1238,5 calories par kg avec laquelle il avait du reste fait ses expériences préliminaires.

(1) Quelques efforts que j'aie faits, ce fut malheureusement impossible, mon manuscrit n'atteignant l'imprimerie que tout à la fin de l'année.

Même s'il était possible (?) de réaliser un projectile de 600 livres de masse initiale, dont 599 d'explosif avec 1/14^e de son poids de cartouches, ne laissant qu'une livre pour tous les mécanismes, il n'en subsiste pas moins qu'un véhicule habitable devrait peser au moins 2000 fois plus.

Si, pour un instant, nous supposions réalisable une telle machine de 600 tonnes initiales, nous ne pourrions perdre de vue que, pour revenir (ce qui semble au moins désirable), cette masse devrait être de nouveau multipliée par 600, conduisant au chiffre formidable de 360 000 tonnes initiales pour un véhicule qui, au retour, n'en pèserait plus qu'une. De semblables chiffres montrent que je n'exagérais pas en considérant le problème *du véhicule* comme absolument insoluble dans l'état où était la question en 1912 (voir Chapitre V : l'impossibilité du retour sans freinage par la fusée même).

Naturellement, et en dépit de ceci, le travail du Professeur GODDARD était d'un très grand intérêt, d'autant qu'il était le premier à donner des résultats d'expériences.

On verra plus loin quelle est l'importance de la vitesse à laquelle les gaz sont éjectés à l'arrière du projectile. Bien qu'il ne semble pas s'être rendu compte de cette importance, le mérite du Professeur GODDARD est d'avoir réalisé une méthode pour mesurer cette vitesse, ou tout au moins sa valeur moyenne pendant un certain temps, avec une bonne précision et à l'avoir appliquée.

Avec la poudre ci-dessus il obtint 2434 mètres par seconde comme vitesse moyenne d'éjection des gaz, mais quand, se basant sur ce chiffre, il prétendit avoir réalisé le moteur avec le meilleur rendement thermodynamique au monde : 62 %, il semble être allé un peu loin pour deux raisons :

1^o L'énergie cinétique communiquée au véhicule est dans les cas les plus favorables quelques centièmes seulement de l'énergie potentielle que l'explosif contenait initialement ;

2^o Si même on se réfère à l'énergie cinétique impartie aux gaz comme le faisait le Professeur GODDARD, il est usuel que des tuyères de turbine aient un rendement de 90 % et même, lorsqu'elles sont simplement convergentes, 95 %.

La seule chose qu'on puisse regretter est que la partie mathématique du travail du Professeur GODDARD ait été aussi réduite et qu'il se soit si strictement limité à la pratique. En une semblable et si nouvelle matière, il est toujours souhaitable de tracer d'abord, par une étude théorique, les grandes lignes du problème et de fixer les limites absolues auxquelles les

réalisations se heurteront. C'est seulement en agissant ainsi que l'on peut réduire les errements ultérieurs.

Le livre du Professeur Hermann OBERTH : « DIE RAKETE ZU DEN PLANETENRÄUMEN » (La fusée vers les espaces interplanétaires) — 1923 — est plus satisfaisant sous ce rapport et certainement le plus important qui ait été publié sur le sujet jusqu'à l'apparition, cette année, de sa seconde édition. Il traite des matières suivantes :

	Pages
Index des principaux symboles et abréviations.	4
Paragraphe premier. Introduction.	7

I^e PARTIE. — QUESTIONS RELATIVES AU TRAVAIL ET POSSIBILITÉS DE RÉALISATION

§ 2. La vitesse la plus favorable	10
§ 3. Relations entre temps, masse, force, trajectoire, résistance de l'air et vitesse la plus favorable.	13
§ 4. Le propulseur et la vitesse d'éjection.	24
§ 5. La course libre de la fusée.	29
§ 6. L'accélération de variation de mouvement.	32
§ 7. Discussion ; résultats de nos recherches jusqu'à ce jour.	36

II^e PARTIE. — DESCRIPTION DU MODÈLE B. DISCUSSION DES RÉALISATIONS TECHNIQUES

§ 8. Remarques préalables.	48
§ 9. La fusée à alcool.	49
Généralités	49
Description de la fusée à alcool.	55
Organes de la fusée à alcool.	51
§ 10. La fusée à hydrogène.	57
Généralités	57
Description	58
Organes de la fusée à hydrogène.	59
§ 11. Mesures avec le modèle B.	60
§ 12. Sur les directives techniques.	61

III^e PARTIE. BUT ET PRONOSTICS

§ 13. Action physique d'accélération anormales sur l'homme.	70
§ 14. Action physiologique de rapports anormaux d'accélération.	72
§ 15. Dangers pendant l'ascension.	79
§ 16. Réglage (direction) de la fusée.	81
§ 17. Pronostics.	84
§ 18. Appendice.	90

Quand je lus ce résumé pour la première fois je ne pus me défendre de penser que son auteur s'était livré à un débordement d'imagination. Lorsque

j'avancai dans l'examen du texte même, il me fallut reconnaître qu'il avait en réalité produit un travail scientifique considérable. Il serait tout à fait impossible de faire ici un examen complet d'un ouvrage aussi étendu ; je me bornerai donc à donner une idée de ses parties les plus importantes (traduction Rep) :

La vitesse la plus favorable (notations Oberth).

Pour obtenir une base pour les considérations ultérieures, nous précisons ce qui suit :

Considérons, à l'altitude s , une couche d'air de densité ρ et d'épaisseur ds ; cette épaisseur doit être assez réduite pour que ρ et m puissent être considérés comme constants dans toute cette tranche (m est la masse de la fusée). La fusée traverse cette tranche avec une vitesse v *arbitrairement choisie* et sa quantité de mouvement augmente d'une quantité $m \cdot dv$ *posée d'avance*. Pendant ce temps il se produit toutefois une perte de substance dm . Pour quelle vitesse v cette perte est-elle un minimum?

Pour traverser la couche, la fusée met un temps

$$dt = \frac{ds}{v}$$

et nous avons

$$m dv + \frac{Q}{v} ds + c dm = 0 \quad ,$$

ou

$$m \frac{dv}{ds} + \frac{Q}{v} + c \frac{dm}{ds} = 0 \quad ; \quad (2 a)$$

(Q est la force totale de résistance à l'ascension et c est la vitesse d'éjection.)
 $m \cdot dv$ et ds sont posés à l'avance et constants et l'on obtient par différenciation par rapport à v

$$\frac{\partial \left(\frac{Q}{v} \right)}{\partial v} + \frac{\partial c}{\partial v} \frac{\partial m}{\partial s} + c \frac{\partial \left(\frac{dm}{ds} \right)}{\partial v} = 0 \quad . \quad (3)$$

Dans mes fusées, la vitesse d'éjection c possède une valeur élevée qui est nécessitée par des conditions techniques. Elle varie peu et peut être atteinte pour n'importe quelle valeur désirée de la force de propulsion P . Je pose donc $c = \text{Const.}$ et le second terme de l'équation (3) devient nul.

Lorsque dm est minimum, on a

$$\frac{\partial \left(\frac{dm}{ds} \right)}{\partial v} = \frac{1}{ds} \frac{\partial (dm)}{\partial v} = 0 \quad , \quad (3')$$

donc

$$\frac{\partial \left(\frac{Q}{v} \right)}{\partial v} = 0 \quad . \quad (4)$$

Maintenant, d'après la page 9 (de OBERTH),

$$Q = L + G \quad ,$$

où

$$G = mg$$

(g = accélération de la pesanteur à la hauteur s , ds étant assez réduit pour que g puisse être considéré comme constante dans toute la couche.)

Pour la résistance de l'air L on a

$$L = F\zeta\gamma v^2,$$

où F est la maîtresse section de la fusée. Le facteur γ (coefficient de résistance) dépend de la vitesse et de la forme, mais pour une fusée déterminée, seulement de v . Donc

$$\frac{Q}{v} = \frac{mg}{v} + F\zeta\gamma v,$$

et

$$\frac{\partial\left(\frac{Q}{v}\right)}{\partial v} = -\frac{mg}{v^2} + F\zeta\left(v\frac{d\gamma}{dv} + \gamma\right).$$

Quand cette expression devient nulle, on voit d'après (3) que, de ce fait même, la perte de substance le long du parcours devient minimum. Nous désignerons la vitesse particulière ainsi introduite par \bar{v} et l'appellerons « la vitesse la plus favorable pour s et ds ». Nous allons dans ce qui suit examiner ce qui se passe lorsque la fusée se meut avec cette vitesse

$$v^2 = \bar{v}^2 = \frac{mg}{F\zeta\left(v\frac{d\gamma}{dv} + \gamma\right)}. \quad (5)$$

Remarque. — v est seulement la vitesse la plus favorable à l'altitude s , lorsqu'il s'agit simplement de traverser cette région dans la meilleure condition possible, mais il n'en résulte pas nécessairement que \bar{v} soit la vitesse la plus favorable lorsque nous considérons l'ascension dans son ensemble.

Remarque. — L'auteur du présent ouvrage s'était lancé dans ces considérations dès 1920, mais il eut le tort de se laisser arrêter par l'objection contenue dans la remarque ci-dessus, que lui fit un de ses collaborateurs. Le Professeur OBERTH a eu raison de passer outre, car si cette vitesse n'est pas nécessairement la meilleure pour l'ensemble du trajet, elle donne déjà des indications précieuses « à minimum ». En fait, la suite du travail du Professeur OBERTH prouve que les résultats sont déjà extrêmement intéressants à cette vitesse.

Le propulseur et la vitesse d'éjection.

Page 24, le Professeur OBERTH commence la description de principe du propulseur et affirme simplement, page 25, que pendant la détente les formules de ZEUNER sont valables; cela implique naturellement qu'il n'y ait, pendant cette détente, aucune variation de la composition chimique du mélange et cette hypothèse avait d'abord attiré mon attention.

Je n'avais pas attaché assez d'importance à ce que le Professeur OBERTH dit page 27 (traduction Rep) :

La température dans la chambre de combustion ne doit pas dépasser une certaine limite. Dans la fusée à hydrogène, j'obtiens cette limitation en faisant écouler un excès d'hydrogène par rapport à la quantité qui correspondrait à la combinaison exacte H_2O . Cet hydrogène absorbe de la chaleur pour être vaporisé, puis porté à la température de la chambre. Néanmoins, la densité du gaz qui s'écoule est moindre et c plus grand.

Remarque. — Pour bien voir cela, il faut observer que la dissociation de la vapeur d'eau, qui commence dès $1500^{\circ}C$, absorbe également beaucoup de chaleur, sans que, corrélativement, la densité du gaz soit autant diminuée que par l'addition d'un grand excès d'hydrogène. (Il est, de plus, important pour la paroi en tôle de la chambre de n'être pas en contact avec de la vapeur d'eau fortement dissociée, mais avec des gaz *non dissociés* et puissamment réducteurs).

Dans la fusée à alcool, je fais écouler, dans le même but, de la vapeur d'eau....

Ces considérations sont d'une importance capitale; on peut seulement regretter qu'elles n'aient pas été davantage développées et surtout que les calculs n'aient pas été publiés. Je les ai, depuis, effectués moi-même et on les trouvera ci-après au Chapitre IV : « Chambre de combustion ».

Le Professeur OBERTH ayant été critiqué sur ce point dit dans son article de la « *Möglichkeit der Weltraumfahrt* », page 134 :

Le Professeur Karl WOLF, de l'Ecole des Hautes Etudes techniques de Vienne, a écrit dans un article qu'il était impossible d'atteindre des vitesses d'éjection supérieures à 2000 mètres/seconde. Il sort là des considérations de la théorie. Cela revient à ceci : l'hydrogène et l'oxygène se combinant pour former de la vapeur d'eau, cette vapeur d'eau ne saurait dépasser la température de $3000^{\circ}C$ (en fait à cause de la dissociation). Dans ces conditions, la vitesse moyenne d'agitation des molécules est à peine supérieure à 2000 mètres/seconde et cette vitesse représente la limite de ce que nous pouvons espérer en mettant les choses au mieux⁽¹⁾. WOLF n'a ici oublié qu'une chose, c'est que nous avons dans notre chambre un excès d'hydrogène : nous n'avons ainsi absolument pas de vapeur d'eau dissociée mais un mélange de gaz non dissociés à $4000-5000^{\circ}C$ où le léger hydrogène prédomine. »

C'est maintenant OBERTH qui fait une erreur; comme on le verra plus loin, la température ne saurait dépasser $3400^{\circ}A$, soit $3130^{\circ}C$ à cause de l'énorme augmentation des chaleurs spécifiques avec la température dont il n'a probablement pas tenu compte, mais cela ne change pas les autres résultats *et, lorsqu'il considère comme possible d'atteindre des vitesses d'expulsion de 4000 m/s et plus, je suis absolument d'accord avec lui et j'ajouterai, pour montrer l'importance de sa découverte, les considérations suivantes :*

1) Note de Rep. — Le Professeur WOLF fait là un raisonnement faux, comme j'ai eu l'occasion de l'indiquer à M. von PIRQUET. Voir ci-après page 113.

Un Nomogramme (Pl. V), donnant les rapports des masses finale et initiale de la fusée pour atteindre la vitesse de libération en fonction de la vitesse d'éjection, se trouve à la fin de ce livre; on peut y voir que, pour une force de propulsion double du poids de la fusée au départ, ces rapports de masse sont de :

$c = 2000$ m./s.	$M_0/M = 1550$
$= 2430$ (obtenue expérimentalement par GODDARD)	$= 400$
$= 4000$	$= 39$

Pour une force de propulsion quintuple du poids initial de l'appareil, on aurait :

$c = 2000$ m./s.	$M_0/M = 510$
$= 2430$	$= 160$
$= 4000$	$= 24$

Le Professeur OBERTH n'a cependant pas borné ses investigations aux points qui viennent d'être mentionnés; dans la partie qu'il a rédigée du livre « DIE MÖGLICHKEIT DER WELTRAUMFAHRT » (publié en 1928), il tire de sa *vitesse la plus favorable* des conclusions pratiques sur la trajectoire ascensionnelle de moindre travail et trouve une trajectoire qui, partant verticalement, s'incurve graduellement jusqu'à devenir circulaire autour de la Terre: la force centrifuge qui prend alors naissance vient en déduction de la force à développer et il montre que l'on pourrait, dès maintenant, réaliser ainsi, hors de l'atmosphère, des laboratoires gravitant autour de la Terre comme des satellites artificiels.

A la page 144 du livre susdit il indique le danger d'échauffement à l'atterrissage et propose d'y pallier par une vaporisation d'eau dont la vapeur formerait un enduit protecteur sur la surface de l'appareil. Cette conception paraît d'accord avec la théorie cinétique des gaz, je n'ai toutefois pas vu le moyen de la soumettre à l'analyse mathématique sans complications inextricables.

En ce qui concerne le livre de M. le Dr Ing. HOHMANN : « DIE ERREICHBARKEIT DER HIMMELSKÖRPER » (La possibilité d'atteindre les corps célestes), 1925, le mieux semble être de donner d'abord une traduction de la préface de l'auteur et de la table des matières qui la suit : (je m'excuse que cette traduction soit moins littérale que celle que j'ai faite du Professeur OBERTH mais le style du Dr Ing. HOHMANN est intraduisible à la lettre) :

Le présent travail se propose de contribuer, par des développements mathématiques raisonnables, à la connaissance des difficultés de réalisation qui apparaissent sur le chemin de l'Astronautique. Il a pour but de montrer que

le problème de la navigation interplanétaire doit être pris tout à fait au sérieux et que l'on ne saurait douter maintenant que sa réalisation soit possible par le perfectionnement méthodique des moyens techniques qui sont déjà à notre portée.

Par des travaux originels dont le début remonte à quelque dix années, l'auteur considérait qu'une vitesse d'éjection de 2000 mètres/seconde était le maximum que l'on puisse attendre de nos moyens techniques, compte tenu de leur amélioration dans un futur pas par trop éloigné.

C'est pourquoi les calculs furent d'abord limités à des vitesses pas considérablement plus hautes, mais qui semblaient néanmoins encore accessibles. Mais, dans l'intervalle, parurent trois travaux sur le problème des fusées, travaux desquels il résulte que, par des moyens appropriés, de bien plus grandes vitesses d'éjection peuvent être atteintes; ce sont :

GODDARD : « A method of reaching extreme altitudes » (principalement sur la base de recherches expérimentales effectuées).

OBERTH : « Die Rakete zu den Planetenräumen (particulièrement intéressant par les propositions soigneusement élaborées de réalisations basées sur des recherches théoriques).

VALIER : « Der Vorstoss in den Weltenraum » (une version de vulgarisation du problème).

Pour cette raison, et en particulier pour rendre possible une comparaison directe avec les résultats d'OBERTH, les calculs ont été subséquemment étendus à des vitesses d'éjection plus élevées (2500, 3000, 4000 et 5000 m/s), de telle sorte que, finalement, la vitesse de 2000 mètres/seconde, qui avait été originellement considérée comme une limite supérieure, apparaît maintenant comme une limite inférieure. De ce fait, naturellement, les rapports (de masse) sont devenus beaucoup plus favorables, mais, en ceci, il faut toutefois bien faire attention à ce qui suit :

Par l'emploi de vitesses d'éjection relativement bien plus réduites il est possible d'éviter tout le poids mort additionnel. Cette simplification conduit à la disposition de la masse réactante sous forme d'une tour de matière explosive solide; par la combustion graduelle de celle-ci, les gaz produits prendront d'eux-mêmes la susdite vitesse. Cette disposition représente évidemment la solution idéale, puisque sans aucun poids mort; elle n'est cependant à considérer que pour des vitesses d'éjection relativement réduites. Les vitesses d'éjection extrêmes ne sont atteignables, d'après OBERTH, que par l'écoulement des gaz brûlés à travers une tuyère convergente-divergente; mais les accessoires corrélatifs de cette tuyère, aussi bien que les réservoirs nécessaires aux réactifs liquides qui sont les plus favorables, signifient un plus ou moins grand poids mort qui, cependant, pourra être réalisé d'autant plus réduit que la vitesse d'éjection réalisable sera plus élevée.

Dans les deux derniers chapitres où sont calculés les poids enlevés, ces poids morts inévitables ne sont pas encore à envisager parce que, sans recherches pratiques sur la forme optima et sur le choix de la matière pour la tuyère, leur évaluation est à peine possible. Les poids enlevés G_0 qui en résultent présentement fixent donc la limite inférieure obtainable par l'emploi d'une masse réactante idéale.

La considération de plus hautes vitesses d'éjection ainsi que quelques-uns des compléments qu'elles entraînent — par exemple, l'examen des possibilités d'atterrissage sans ellipses de freinage à la fin du second chapitre et sur les

ellipses sécantes à la fin du cinquième, ainsi que les considérations sur l'échauffement lors de l'atterrissage — doivent leur origine aux suggestions de M. VALIER et de M. le Professeur OBERTH.

Lorsqu'il arrivera, de temps en temps au cours des calculs, qu'au lieu de formules de hautes mathématiques, on emploie des procédés d'approximation d'apparence compliquée, cela tient à ce que l'auteur n'est pas mathématicien, mais ingénieur; cela sera du reste sans grande influence sur les résultats finaux.

Essen, octobre 1925.

W. HOHMANN.

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
I. La libération de l'attraction terrestre	1
II. Retour sur la Terre	14
III. Libre parcours dans l'espace	41
IV. Voyage autour d'autres astres	63
V. Atterrissage sur d'autres astres	76

Dans le Chapitre premier on trouve des calculs conduits d'une façon tout à fait analogue à ceux qui figuraient au Chapitre premier du précédent livre de l'auteur (L'Exploration par fusées de la très haute atmosphère et la possibilité des voyages interplanétaires), plus particulièrement dans ce qui a trait au rapport de masse (masse finale/masse initiale) en fonction de la vitesse d'éjection.

L'auteur avait, comme il a été dit, fait ses calculs en 1920, mais n'avait pas voulu les publier pour des raisons qui pourront être dites plus tard; sa théorie est, en tout cas, beaucoup plus étendue et complète que celle du Dr HOHMANN, qui se limite à la fusée exponentielle. Dans les parties qui leur sont communes les calculs des deux auteurs s'accordent au moins au centième, ce qui doit être considéré comme un succès.

Par exemple, lorsque page 9 de son livre M. HOHMANN considère une tour en explosif solide de 27 mètres de haut et 18 m. 70 de diamètre à la base, il commet une erreur; l'objection du Professeur OBERTH, dont il fait mention dans sa préface, est absolument exacte: il est impossible d'obtenir sans tuyère des vitesses d'écoulement supérieures à celles du son dans le gaz à la température considérée: la découverte de la tuyère de Laval n'est plus à faire.

Page 11, le Dr Ing. HOHMANN attaque la question résistance de l'air; il se borne à considérer les vitesses que prendrait dans le vide une fusée animée d'une accélération vers le haut de 30 m/s² et à voir quelle serait à ces vitesses la résistance offerte par l'air à un projectile déterminé. Sa formule de densité de l'air est un peu surprenante à première vue; il admet que cette densité est nulle à 400 kilomètres d'altitude et écrit:

$$a = a_0 \left(\frac{400 - Z}{400} \right)^{49}$$

où a_0 et a sont les densités au sol et à l'altitude considérée Z , celle-ci en kilomètres.

Sans être d'une bonne précision (1), cette formule, dont l'avantage est d'être simple, ne semble pas s'écarter des valeurs admises de plus de 10 % jusque vers 10 kilomètres d'altitude; le *sens* des conclusions que l'auteur en tire est donc exact et d'accord du reste avec celles des autres, à savoir que, pour une fusée animée d'une accélération verticale aussi modérée, la résistance de l'air n'apporte pas au mouvement d'entrave trop importante.

Page 13, il évalue l'action de la résistance de l'air sur le rapport des masses pour la libération et trouve :

Vitesse d'éjection	Rapports de masses pour la libération et sous une accélération					
	= 30 m/s ²		= 100 m/s ²		= 200 m/s ²	
2000 m/s	933 au lieu de 825		468 au lieu de 342		602 au lieu de 299	
2500	235	— 216	138	— 108	166	— 95,5
3000	95	— 88	60	— 49	71	— 44,7
4000	30	— 28,7	22	— 18,7	25	— 17,2
5000	15	— 14,6	12	— 10,4	13	— 9,8

Ces calculs sont faits par des méthodes d'approximation un peu simplistes, mais doivent, néanmoins, donner une idée satisfaisante de la réalité.

Dans son Chapitre II, *Retour sur la Terre*, le D^r Ing. HOHMANN déploie une extraordinaire ingéniosité de conception pour éviter tout à la fois la nécessité d'élever au carré le rapport de masses si l'on freine par la fusée ou celle d'être écrasé par une «retardation» inadmissible si l'on veut se freiner dans l'atmosphère en y rentrant perpendiculairement.

Dans mon livre de 1928, page 49, j'avais envisagé une rentrée oblique portant à 1340 kilomètres l'épaisseur d'atmosphère utilisable; sans que je le sache, le D^r Ing. HOHMANN était allé avant moi beaucoup plus loin; il envisageait que l'on revienne par une parabole dont le sommet se trouve à 75 kilomètres d'altitude, de telle sorte que l'on traverse 1610 kilomètres d'atmosphère *et qu'on en ressorte, mais avec une vitesse réduite*. Le véhicule

(1) J'ai présenté il y a peu de temps une formule qui semble serrer la vérité de beaucoup plus près et que l'on trouvera au Chapitre II.

doit alors décrire, non plus une parabole, mais une ellipse qui le ramène au même point, nouveau freinage et ainsi de suite. Les vitesses seraient les suivantes :

Vitesse initiale.	11,1 km/s
Après le premier freinage	10,4
— 2 ^e freinage	9,8
— 3 ^e freinage	9,2
— 4 ^e freinage	8,6
— 5 ^e freinage	8,1
Plus un demi-freinage abaisse à	7,85

vitesse à laquelle, à cette hauteur et abstraction faite de la résistance de l'air, le mobile décrit une trajectoire circulaire autour de la Terre, puis « la résistance de l'air transforme la suite de la trajectoire en une sorte de vol plané ».

Il calcule approximativement les durées de parcours de ces ellipses successives et trouve : 10 h. 9 + 4,7 + 2,9 + 2,0 + 1,6 = au total 22,1 h., ce qui est très acceptable.

Il trouve ensuite que le vol plané s'étendrait sur 3646 kilomètres parcourus en 37 minutes, de telle sorte que l'atterrissage complet demanderait 22,6 heures environ.

La retardation maximum pendant le premier freinage est de 19,5 m/s², la retardation moyenne est de 4,664 m/s² seulement.

Dans sa page 34, M. le Dr Ing. HOHMANN examine la possibilité d'éviter les ellipses de freinage; il envisage que l'appareil aurait des surfaces portantes, mais fonctionnant à l'envers de manière à l'empêcher de ressortir de l'atmosphère une fois qu'il y aurait pénétré. L'accélération centripète à développer en plus de l'accélération terrestre serait de 8,3 m/s², évidemment très raisonnable. La résistance de pénétration ralentirait la course de l'appareil qui terminerait son parcours en vol plané au sens habituel du mot en 40 minutes au total.

Jusqu'ici donc, tout est acceptable en principe et M. le Dr Ing. HOHMANN aurait le mérite énorme d'avoir rendu possible la solution dont le Professeur OVERTH nous avait déjà beaucoup rapprochés... malheureusement, il semble bien que des difficultés accessoires doivent réduire à néant le bénéfice de tant d'ingéniosité.

Tout d'abord, j'attirerai l'attention sur le § 4 de la page 50 de mon premier livre; si je considérais déjà comme difficile d'entrer dans l'atmosphère avec précision sous un angle de 6°, que dire de la difficulté d'y arriver tangentiellement à une altitude bien déterminée? La densité atmosphérique

varie du simple au double tous les 5 kilomètres environ, c'est donc *au moins* avec cette précision qu'il faudra pouvoir régler d'avance le sommet de la parabole de retour; cela semble terriblement délicat.

Page 37, le Dr Ing. HOHMANN examine le danger d'échauffement pendant le freinage et se rassure partiellement en estimant que les météorites tombant vers le Soleil à 42 km/sec composent leur vitesse avec celle de la Terre (30 km/sec) et l'atteignent en moyenne à 52 km/sec ou, dans les cas défavorables, à 72 km/sec; dans ces derniers cas, la résistance de l'air « qui varie comme le carré de la vitesse est 43 fois plus grande que dans celui du véhicule », et il calcule l'énergie absorbée par seconde pour un véhicule de 2000 kgs.

Le résultat étant naturellement formidable, il propose d'utiliser une série de parachutes se remplaçant au fur et à mesure qu'ils seront brûlés, ou bien de réduire le freinage de telle sorte que les surfaces échauffées aient le temps de céder leur chaleur à l'extérieur par conductibilité et rayonnement, ce pourquoi il propose, page 40, sous le n° 4, de les munir d'ailettes de refroidissement.

Ici, malheureusement, le Dr Ing. HOHMANN n'apporte aucun appui mathématique à ses suppositions. On trouvera, page 87 ci-après, le calcul de l'échauffement subi *par l'air comprimé adiabatiquement devant le véhicule* et ceci pour un corps à peu près sphérique de coefficient $k = 0,2$. Cet échauffement serait à la vitesse considérée par le Dr Ing. HOHMANN de quelque 900°. Mais il envisage, page 20 de son livre, un parachute de 2^m80 de diamètre et un tel appareil aurait un $k = 2$ environ de telle sorte que l'échauffement de l'air serait alors de quelque 2000°.

On devrait donc, au contraire, n'avoir pas de parachute, mais un projectile le mieux profilé possible (voir ma formule II. 33). Il serait pourtant imprudent de compter sur moins de 500° C et la traversée durera environ 160 secondes, cela représente un assez joli coup de chalumeau qui, malheureusement, intéressera une surface énorme.

Quoi qu'il en soit, la puissance absorbée est de 750 000 kgm par kg pour le premier passage de M. HOHMANN et cette quantité d'énergie serait suffisante à porter cette masse de 1 kg à quelque 7000° C si on lui donne une chaleur spécifique de 1/4, qui est à peu près celle de l'aluminium avant son point de fusion.

Remarque importante. — Les températures que j'ai calculées pour l'air comprimé en tête sont nécessairement des minima puisque le mode de calcul utilisé s'applique à une masse comprenant un très grand nombre de molé-

cules. Dans les gaz très raréfiés, il faudrait considérer les chocs moléculaires individuels et la vitesse de 11,1 km/sec correspondrait alors aux températures suivantes :

$$\text{Hydrogène : } T = 273 \left(\frac{11.100}{1838} \right)^2 = 9.950^\circ \text{ A } ,$$

$$\text{Azote : } T = 273 \left(\frac{11.100}{492} \right)^2 = 140.000^\circ \text{ A } .$$

Il semble raisonnable de croire que la température à considérer sera, dans ces couches raréfiées, intermédiaire entre les résultats de ces deux modes de calcul, mais comme la paroi intéressée par l'échauffement ne représentera qu'une faible part de la masse totale du véhicule, elle devra être fondue sinon volatilisée, même en admettant qu'elle n'absorbe que quelques centièmes de l'énergie dissipée.

Dans le cas où les chocs individuels auraient une part importante, ce dernier espoir n'est même pas permis.

Le Chapitre III du Dr Ing. HOHMANN ne s'occupe que de trajectoires autour d'un seul corps céleste; cette question relève de l'astronomie habituelle et semble bien développée.

Son Chapitre IV s'attaque à la question de deux corps célestes et est plus spécialement applicable au cas de la Terre et de la Lune, l'attraction solaire pouvant être négligée pendant une durée assez courte, ou même à trois corps célestes, la Terre, le Soleil et Vénus.

Le Chapitre V envisage les conditions d'atterrissage sur différentes planètes : sur Vénus, le Dr Ing. HOHMANN suppose que l'atmosphère sera suffisamment semblable à la nôtre pour permettre un atterrissage par ellipses successives comme il l'envisage pour la Terre. Ceci est sujet à la même critique que ci-dessus.

Pour Mars et la Lune, il suppose que les moyens de propulsion seront utilisés en sens inverse de l'attraction de la planète et donne des calculs relatifs à chacun de ces cas. Il ne semble pas se préoccuper du formidable rapport de masses qui serait alors nécessaire.

En résumé, son livre est certainement conçu dans un excellent esprit scientifique; on doit peut-être regretter qu'il fasse trop bon marché de nombre de difficultés ainsi que de la manière dont on entretiendra une atmosphère respirable artificielle pendant des durées de trajet aussi considérables que les 786 jours terrestres qu'il envisage.

Le travail de M. LORENZ : « DIE MÖGLICHKEIT DER WELTRAUMFAHRT » (VDI Zeitschrift du 7 mai 1927, Berlin) est également scientifiquement correct, mais il est trop succinct et son auteur se hâte un peu trop de conclure à une absolue impossibilité.

Bien que l'auteur du présent livre soit conduit à la même conclusion *pour le présent et en ce qui concerne les voyages aux planètes*, il considère la question comme assez intéressante tout de même pour n'être pas enterrée avec une oraison aussi brève. Elle comporte d'autres possibilités qui suffisent à justifier une étude approfondie.

CHAPITRE PREMIER

Mouvement de la fusée dans le vide

L'étude de ce problème simplifié est très importante pour guider ensuite celle du problème intégral avec résistance de l'air.

L'ascension d'une fusée se divise en deux périodes : la première est celle de la combustion, donc de l'accélération du mobile; la seconde est celle où, après épuisement du combustible, le mobile n'est plus soumis à aucune propulsion, mais continue sa trajectoire en vertu de la vitesse acquise, comme un projectile quelconque. La seconde période sera examinée tout d'abord comme la plus simple; les résultats acquis serviront tout naturellement de base à l'étude de la première.

1° Mouvement d'un point matériel dans le champ gravitant d'un astre.

Dans l'*Introduction* il a été expliqué qu'un projectile pouvait toujours s'échapper du champ d'attraction d'un astre pourvu qu'on lui communique en un point de ce champ une vitesse égale ou supérieure à la « vitesse de libération » en ce point. Voici la démonstration de cette proposition :

La loi de Newton peut s'énoncer : « Deux corps s'attirent proportionnellement à leurs masses et en raison inverse du carré de leur distance » (1).

Soient donc M et m leurs masses respectives, r leur distance et F la force qui tend à les rapprocher (fig. 1), on a

$$F = \pm U \frac{Mm}{r^2} , \quad (\text{I. 1})$$

où U est la « constante universelle de gravitation »; elle est la même pour tous les corps quelles que soient leur masse et leur nature. La force d'attraction étant la même pour les deux corps, les accélérations subies par eux vont

(1) Il n'y a pas lieu de faire intervenir ici les lois de la Relativité, puisque nous n'envisagerons pas de vitesses excédant 50 km./sec.

être dans un rapport inverse de celui de leurs masses. Si nous écrivons cette accélération pour l'un d'eux, m par exemple, nous obtenons l'expression

$$G = \frac{F}{m} = - \frac{UM}{r^2} \quad (I. 2)$$

On voit que pour toute distance donnée r , cette accélération possède une valeur bien définie pour tous les corps, quelle que soit leur masse.

Sous l'action des accélérations subies, les deux corps vont prendre des vitesses qui seront également dans un rapport inverse de celui de leurs

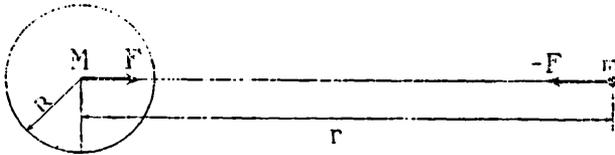


Fig. 1.

masses; si donc l'une de ces masses peut être considérée comme infiniment grande par rapport à l'autre, la vitesse du corps correspondant pourra être considérée comme infiniment petite et il demeurera pratiquement immobile. Ce dernier cas s'appliquant à un véhicule dans le champ d'un astre, on pourra prendre le centre de la planète comme origine des coordonnées; je le ferai et appellerai

- V , la vitesse du mobile à l'instant considéré,
- m , sa masse,
- r , sa distance au centre de la planète,
- R , le rayon de celle-ci,
- $-g$, l'accélération de la pesanteur à sa surface,
- G , cette accélération au point considéré,
- t , le temps.

V , r , et G seront comptés comme positifs dans le sens centrifuge et inversement, les autres lettres seront positives par essence.

Pour bien marquer que tout ce qui est dit ici se rapporte seulement à des masses de grandeur négligeable par rapport à celle de la planète, je les qualifierai de « points matériels ».

Soit donc un point matériel placé à la surface d'un astre, il va être soumis à une accélération

$$-g = - \frac{UM}{R^2} \quad (I. 3)$$

alors qu'un autre point matériel placé dans l'espace à la distance $r > R$ sera soumis à G conformément à (I. 2).

Ces deux équations nous donnent

$$G = -g \frac{R^2}{r^2} \quad (\text{I. 4})$$

Cas du mouvement radial.

En tenant compte des signes indiqués ci-dessus on a

$$\frac{dV}{dt} = -g \frac{R^2}{r^2} \quad (\text{I. 5})$$

et, en multipliant par dr et intégrant de R à r , ce qui correspond à un mouvement centrifuge, donc à $V > 0$, on obtient

$$\frac{V^2 - V_0^2}{2} = gR^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) ; \quad (\text{I. 6})$$

le second membre étant négatif, on voit que V est toujours plus petit que V_0 et si l'on fait $r = \infty$,

$$\frac{V^2 - V_0^2}{2} = -gR \quad (\text{I. 7})$$

La plus petite vitesse initiale possible dans ce cas a donc lieu pour $V = 0$ et cette formule donne tout à la fois la valeur minimum possible de la vitesse d'expulsion jusqu'à l'infini,

$$V_{0min} = \sqrt{2gR} \quad (\text{I. 8})$$

et démontre que si $V_0 > V_{0min}$, l'énergie cinétique restante du projectile à l'infini est égale à l'excès de son énergie cinétique initiale sur celle qui eût correspondu à V_{0min} .

Si $V_0 < V_{0min}$, le projectile s'éloigne jusqu'au moment où V s'annule; à cet instant (I. 6) devient

$$-\frac{V_0^2}{2} = \frac{gR^2}{r} - gR \quad (\text{I. 9})$$

d'où l'on tire sans peine par (I. 8)

$$r = R \frac{V_0^2 - V_{0min}^2}{V_{0min}^2 - V_0^2} ; \quad (\text{I. 10})$$

c'est la distance au centre qu'atteint un projectile lancé verticalement avec une vitesse initiale inférieure à la vitesse de libération.

Cette vitesse de libération a pour valeur en un point de la surface terrestre où g aurait pour valeur 980,665 (en unités c.g.s.)

$$V_{0min} = \sqrt{2 \times 980,665 \times 6,371.10^8} = 1.117.840 \text{ cm/sec} \quad ,$$

c'est-à-dire 11 180 mètres par seconde comme il a été indiqué dans l'*Introduction*, mais il ne s'agit, comme il a été dit, que de la libération de l'attraction terrestre et non de celle du Soleil.

Il importe de bien comprendre maintenant ce qui suit :

Considérons un corps parti radialement de la Terre avec une vitesse initiale égale à la vitesse de libération; il s'éloigne et sa vitesse diminue suivant la loi (I. 6) en tendant vers zéro lorsque sa distance r augmente indéfiniment. Comme cette équation montre que V au point r varie dans le même sens que V_0 , l'on doit conclure qu'un mobile parti avec la vitesse de libération aura, en chaque point de sa trajectoire, la vitesse minimum possible en ce point pour s'échapper jusqu'à l'infini : en chaque point il aura la vitesse de libération en ce point. Se reportant de nouveau à (I. 6) et y donnant à V_0 la valeur (I. 8), on voit que pour un point quelconque

$$V_{\text{lib. } r}^2 = 2g \frac{R^2}{r} = V_{\text{lib. } R}^2 \frac{R}{r} . \quad (\text{I. 11})$$

La vitesse de libération en un point est inversement proportionnelle à la racine carrée de la distance de ce point au centre de la planète attirante.

Il résulte de là qu'une fusée accélérée sur une grande hauteur va, à la fin de sa combustion, avoir besoin d'une vitesse de libération moindre qu'à la surface du sol et ceci est encore un avantage des fusées sur le canon.

Si l'on intervertit les limites d'intégration de la formule (I. 5), les vitesses deviennent centripètes, donc négatives; d'autre part, le signe du second membre de (I. 6) est changé et la vitesse de chute vers l'astre croît constamment. Si le départ a eu lieu de l'infini sans vitesse initiale, on voit que la vitesse de chute libre est constamment égale à la vitesse de libération au point où se trouve le mobile, mais naturellement de signe contraire, ce qui confirme le résultat déjà obtenu.

Cas d'une vitesse initiale non radiale.

C'est le problème fondamental de la mécanique céleste; quoique classique, il nous a paru intéressant de le reproduire ici à titre documentaire (1).

Nous nous référerons à un système de coordonnées polaires, le pôle étant pris au centre de l'astre de masse M , en O . Le véhicule m aura pour coordonnées r et θ ; nous appellerons η l'angle de la vitesse avec le rayon vecteur r , cet angle variant de $-\pi$ à $+\pi$.

L'accélération étant centrale, nous aurons, dans le système de coordonnées cartésiennes associé au système polaire adopté :

$$\frac{\frac{d^2x}{dt^2}}{x} = \frac{\frac{d^2y}{dt^2}}{y} \quad (\text{I. 12})$$

(1) Extrait du Cours de Mathématiques Spéciales professé au Lycée Janson de Sailly en 1921 par M.N. Cor.

d'où

$$y \frac{dx}{dt} - x \frac{dy}{dt} = Cte \quad (I. 12')$$

ce qu'on peut écrire

$$-x^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{y}{x} \right) = Cte \quad (I. 12'')$$

Revenant alors aux coordonnées polaires

$$x = r \cos \theta \quad , \quad y = r \sin \theta \quad (I. 13)$$

on obtient

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = C \quad (I. 14)$$

Cette relation constitue la *loi des aires*; elle exprime que l'aire balayée par le rayon vecteur OM est proportionnelle au temps, ce qu'on exprime encore en disant que la « vitesse aréolaire » est constante.

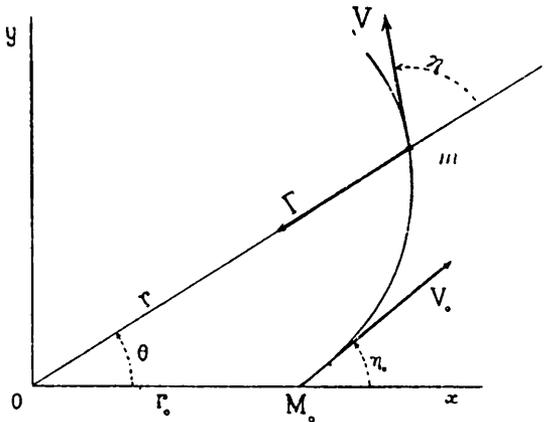


Fig. 2

Nous avons en (I. 14) une intégrale première du mouvement; le théorème des forces vives va nous en donner une autre.

La force avec laquelle les deux astres s'attirent réciproquement :

$$F = -U \frac{Mm}{r^2} \quad (I. 15)$$

dérive du potentiel

$$P = U \frac{Mm}{r} = \frac{um}{r} \quad (I. 16)$$

et l'on doit avoir

$$\frac{1}{2} m V^2 - \frac{um}{r} = Cte \quad (I. 17)$$

que l'on peut écrire

$$V^2 - 2 \frac{u}{r} = h \quad , \quad (I. 18)$$

où h , constante des forces vives, est déterminée par

$$h = V_0^2 - 2 \frac{u}{r_0} \quad . \quad (I. 18)$$

Remarquons déjà que h ne dépend pas de r_0 , c'est-à-dire de la direction de la vitesse initiale (Fig. 2).

Remplaçant V^2 par sa valeur en coordonnées polaires, (I. 18) s'écrit

$$\frac{dr^2 + r^2 d\theta^2}{dt^2} = 2 \frac{u}{r} + h \quad . \quad (I. 19)$$

Pour avoir l'équation différentielle de la trajectoire, nous n'avons qu'à éliminer dt entre (I. 14) et (I. 19), ce qui donne

$$C^2 \frac{dr^2 + r^2 d\theta^2}{r^4 d\theta^2} = 2 \frac{u}{r} + h \quad (I. 20)$$

qui, ordonné, devient

$$\frac{dr^2}{r^4 d\theta^2} = -\frac{1}{r^2} + 2 \frac{u}{C^2} \frac{1}{r} + \frac{h}{C^2} \quad . \quad (I. 20')$$

Remarquant que

$$\frac{dr^2}{r^4} = \left(d \frac{1}{r} \right)^2 \quad ,$$

nous pouvons mettre $1/r$ en évidence et écrire

$$d\theta = \frac{d \frac{1}{r}}{\sqrt{-\frac{1}{r^2} + \frac{2u}{C^2} \frac{1}{r} + \frac{h}{C^2}}} \quad . \quad (I. 21)$$

Le deuxième membre est une différentielle classique; le dénominateur s'écrit

$$-\left(\frac{1}{r} - \frac{u}{C^2} \right)^2 + \frac{u^2}{C^4} + \frac{h}{C^2} \quad .$$

Posant

$$\frac{1}{r} - \frac{u}{C^2} = \rho \sqrt{\frac{u^2}{C^4} + \frac{h}{C^2}}$$

l'équation (I. 21) devient

$$d\theta = \frac{d\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} \quad , \quad (I. 21')$$

d'où

$$\theta - \alpha = \arccos \rho$$

α étant une constante d'intégration; ou encore

$$\frac{1}{r} = \frac{u}{C^2} + \sqrt{\frac{u^2}{C^4} + \frac{h}{C^2}} \cdot \cos(\theta - \alpha) \quad . \quad (I. 22)$$

$1/r$ est fonction linéaire de $\cos \theta$ et $\sin \theta$, c'est donc l'équation d'une conique de foyer O. On voit que pour $\theta = \alpha$ le rayon vecteur r est minimum; α est donc l'angle polaire du sommet de la conique le plus voisin de O, c'est-à-dire du « périastre ». Nous verrons tout à l'heure comment on détermine α à partir des conditions initiales.

Genre de la conique. — L'équation d'une conique de foyer O, de paramètre

$b^2 = p$ et d'excentricité $\frac{c}{a} = e$, s'écrit

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{p} + \frac{e}{p} \cos(\theta - \alpha) \quad ; \quad (I. 23)$$

d'où, en comparant à (I. 22) :

$$\frac{1}{p} = \frac{u}{C^2} \quad \text{et} \quad \frac{e}{p} = \sqrt{\frac{u^2}{C^2} + \frac{h}{C^2}} \quad . \quad (I. 24)$$

On détermine le genre d'une conique en comparant son excentricité à l'unité; de (I. 24) on tire

$$\frac{e^2 - 1}{p^2} = \frac{h}{C^2} \quad , \quad (I. 25)$$

d'où nous concluons, en nous reportant à (I. 18), que nous aurons affaire à une hyperbole, une parabole ou une ellipse selon que V^2 sera supérieur, égal ou inférieur à $2u/r_0$.

Comme cas particulier, nous retrouvons le mouvement rectiligne radial correspondant à $C = 0$, (I. 14) et (I. 18) donnant alors

$$\theta = \text{Cte} \quad (I. 26)$$

et

$$\frac{1}{r} = \frac{V^2 - h}{2u} \quad . \quad (I. 18)$$

Etude du mouvement d'un projectile lancé de la surface d'un astre privé d'atmosphère. — Selon la valeur de la vitesse initiale, ce projectile va, comme il vient d'être dit, décrire une ellipse, une parabole ou une hyperbole; pour les vitesses actuellement en usage en balistique, toutes inférieures à 1500 m/s, les trajectoires seront des ellipses; ceci semble contredire le résultat classique de la parabole du vide, mais il ne faut pas oublier que celle-ci ne constitue qu'une approximation. Voyons ce point de plus près : pour les faibles valeurs de la vitesse initiale, l'arc elliptique a l'un de ses foyers au voisinage de la surface, l'autre se trouvant au centre de l'astre; en un mot, les sommets des trajectoires de l'artillerie moderne sont à l'apogée, et non au périgée, de l'ellipse dont le projectile décrit un arc; on comprend alors aisément que, relativement à un arc d'une centaine de kilomètres, un

foyer éloigné de 6371 km puisse être considéré pratiquement comme à l'infini, ce qui revient à confondre l'ellipse avec une parabole; cette approximation s'introduit dans les calculs balistiques par l'hypothèse de l'uniformité du champ de la pesanteur, ce qui revient à supposer le centre de la Terre à l'infini. Remarquons encore que le foyer de la parabole de la balistique n'est pas le centre de la Terre, mais un point très proche de la surface, alors que la parabole du mouvement parabolique a son foyer au centre de l'astre.

Pour éclairer les considérations qui précèdent, nous allons suivre les variations de la trajectoire en fonction de la vitesse initiale; pour cette étude, nous prendrons comme éléments initiaux ceux du sommet le plus voisin du point de lancement; nous allons montrer que, pour les faibles valeurs de la vitesse, ce sommet n'est pas le périastre.

Nous avons

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= \frac{\pi}{2} \cdot \\ C &= \rho V_0 \cdot \\ h &= V_0^2 - 2 \frac{u}{\rho} \cdot \end{aligned} \right\} \quad (1. 27)$$

Comparons ρ au rayon vecteur ρ' du périastre; l'équation (I. 22) donne

$$\frac{1}{\rho} = \frac{u}{\rho^2 V_0^2} + \frac{1}{\rho V_0} \sqrt{\frac{u^2}{\rho^2 V_0^2} + V_0^2 - 2 \frac{u}{\rho}} \quad (1. 28)$$

$$= \frac{u}{\rho^2 V_0^2} \pm \frac{1}{\rho V_0} \left(\frac{u}{\rho V_0} - V_0 \right) ; \quad (1. 29)$$

c'est le signe rendant ρ' le plus petit possible qu'il convient de prendre; supposons d'abord $V_0^2 < \frac{u}{\rho}$ et prenons le signe + ; il en résulte

$$\frac{1}{\rho'} = 2 \frac{u}{\rho^2 V_0^2} - \frac{1}{\rho} \quad (1. 30)$$

et comme

$$V_0^2 < \frac{u}{\rho} \cdot ,$$

on a

$$\frac{1}{\rho'} > \frac{2}{\rho} - \frac{1}{\rho} \cdot ,$$

soit

$$\rho' < \rho \cdot \quad (1. 31)$$

Cette inégalité montre bien que nous n'avons pas affaire initialement au périastre.

Quand V_0 atteint la valeur $\sqrt{u/\rho}$, l'équation (I. 22) se réduit à

$$r = \rho$$

et la trajectoire est un cercle de centre O, où les deux foyers sont venus se confondre.

V_0 continuant à croître, les deux foyers se séparent; φ' devient et reste égal à φ ; le centre de l'astre est devenu le foyer le plus rapproché et le sommet initial est devenu le périastre. L'autre foyer s'éloigne indéfiniment et pour

$$V_0^2 = 2 \frac{u}{\zeta} ,$$

l'ellipse est devenue parabole.

V_0 croissant toujours, nous atteignons la région des trajectoires hyperboliques, étant bien entendu que, seule, la branche entourant l'astre est réellement parcourue.

Cette étude va nous permettre de résoudre facilement le problème suivant : *Quelle est la vitesse minimum nécessaire pour lancer un projectile d'un point A de la surface d'un astre à un autre point B de cette surface?*

Soit 2β la distance angulaire AB; c'est l'angle polaire de B dans le système

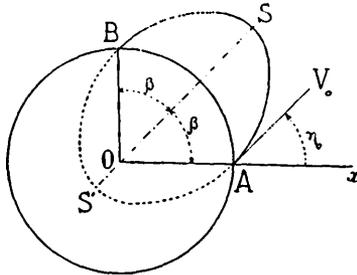


Fig. 3

d'axe polaire OAx (fig. 3). Par raison de symétrie, celui du sommet S sera β . La vitesse étant faible, S n'est pas le périastre; celui-ci se trouve en S' , diamétralement opposé et d'angle polaire $\alpha = \beta + \pi$. Rappelons que α est la constante d'intégration qui s'est introduite à la page 44 ; voyons sur cet exemple comment on la détermine. Écrivons d'abord que la trajectoire passe au point initial

$$\frac{1}{R} = \frac{u}{C^2} + \sqrt{\frac{u^2}{C^2} + \frac{h}{C^2}} \cdot \cos(-\alpha) , \quad (\text{I. 33})$$

où R représente le rayon de l'astre; différentiant ensuite (I. 22), on en tire

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{u^2}{C^2} + h} \cdot \sin(\theta - \alpha) , \quad (\text{I. 34})$$

qui, appliquée à l'instant origine, donne

$$V_0 \cos \tau_0 = -\sqrt{\frac{u^2}{C^2} + h} \cdot \sin \alpha \quad (\text{I. 35})$$

α se trouve ainsi déterminé par son \cos et son \sin .

Revenant à notre problème, nous avons

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \beta + \pi, \\ u &= g R^2, \\ C &= R V_0 \sin \tau_0, \\ h &= V_0^2 - 2 g R. \end{aligned} \right\} \quad (1. 36)$$

Dans ces conditions, l'équation (I. 35) devient

$$V_0 \cos \tau_0 = \sqrt{\frac{g^2 R^2}{V_0^2 \sin^2 \tau_0} + V_0^2 - 2 g R} \sin \beta, \quad (I. 37)$$

qui, toutes simplifications faites, donne

$$V_0^2 = \frac{g R \sin \beta}{\sin \tau_0 \cdot \cos(\tau_0 - \beta)}. \quad (I. 37')$$

On recherche la vitesse initiale minimum, c'est-à-dire l'angle de lancement optimum qui rende le dénominateur de (I. 37) le plus grand possible; prenant sa dérivée par rapport à τ_0 , on voit que cela correspond à

$$\tau_0 = \frac{\frac{\pi}{2} + \beta}{2} \quad (I. 38)$$

et (I. 37) se réduit alors à

$$V_0^2 = 2 g R \frac{\sin \beta}{1 + \sin \beta}. \quad (I. 39)$$

Il est bien entendu que cette formule n'est valable que pour les vitesses inférieures à la vitesse circulaire; la formule (I. 39) montre que cette vitesse est atteinte pour $\beta = 90^\circ$, cas où les deux points sont aux antipodes; *deux points quelconques du globe pourront donc être reliés par des ellipses de la 1^{re} catégorie.*

2° Mouvement de la fusée pendant sa propulsion.

Je considérerai uniquement des trajectoires rectilignes zénithales et j'appellerai :

V , la vitesse de la fusée à l'instant considéré,

v , la valeur absolue de la vitesse d'éjection par rapport à la fusée,

m , la masse actuelle de combustible (au temps t_0 , $m = m_0$),

p , la masse finale du mobile,

$M = m + p$, la masse totale à l'instant considéré,

F , la force de réaction à l'instant considéré,

Γ , l'accélération réactionnelle,

dm , l'élément de masse qui est éjecté pendant l'élément de temps dt considéré,

y , l'altitude à l'instant considéré,

G , l'accélération de la pesanteur à l'altitude considérée (au niveau du sol $G_0 = -g$),

Remarque. — Les conventions de signes seront les mêmes que page 40

Equation du mouvement. Diagramme représentatif.

Le théorème des projections des quantités de mouvement nous donne

$$F dt = v dm; \tag{I. 40}$$

soit

$$F = v \frac{dm}{dt} \tag{I. 41}$$

et l'accélération réactionnelle est

$$\Gamma = \frac{v}{M} \frac{dm}{dt} = -\frac{v}{M} \frac{dM}{dt} \quad (1) ; \tag{I. 42}$$

ce qui montre que Γ est positif.

L'équation du mouvement est

$$M \frac{d^2y}{dt^2} = M\Gamma - MG ; \tag{I. 43}$$

ou d'après (I. 42)

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{v}{M} \frac{dM}{dt} - G . \tag{I. 44}$$

Je tracerai le diagramme représentatif du mouvement en portant les V en abscisses et les y en ordonnées, me limitant à la portion du plan qui contient les y et les V positifs, et remarquerai que j'ai

$$\frac{dy}{dt} = V , \tag{I. 45}$$

d'où,

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dV}{dt} = V \frac{dV}{dy} , \quad \frac{dM}{dt} = V \frac{dM}{dy} ; \tag{I. 46}$$

on peut donc écrire l'équation (I. 44) sous la forme

$$V \frac{dV}{dy} = -\frac{Vv}{M} \frac{dM}{dy} - G , \tag{I. 47}$$

soit

$$-\frac{dM}{M} = \frac{V \cdot dV + G dy}{Vv} . \tag{I. 48}$$

(1) dM représente la variation de la masse totale M due à l'éjection de la masse dm ; on a donc : $dM = -dm < 0$.

Courbe critique. — J'appellerai *courbe critique* la courbe représentative du mouvement d'un *projectile* sans propulsion. Cette dénomination provient de ce que, pour atteindre une altitude donnée Y , il est inutile de soumettre le mobile à une accélération jusqu'à cette altitude même; il suffit de l'accélérer jusqu'à ce que son point figuratif atteigne un point quelconque de la courbe critique passant par l'altitude désirée Y ; il continue ensuite par inertie jusqu'à cette altitude.

L'équation d'une courbe critique est simplement l'équation (I. 43) dans laquelle on fait $\Gamma = 0$, c'est-à-dire d'après l'équation (I. 47)

$$V \frac{dV}{dy} = -G \quad , \quad (I. 49)$$

ou, pour de faibles altitudes (on verra plus loin ce qu'il faut entendre par faibles altitudes),

$$V \frac{dV}{dy} = -g = \text{Cte} \quad , \quad (I. 50)$$

cette dernière s'intégrant

$$V_0^2 - V^2 = 2gy \quad . \quad (I. 51)$$

L'équation (I. 49) mise sous la forme

$$V \cdot dV + G \cdot dy = 0 \quad , \quad (I. 52)$$

montre que, tout le long de sa trajectoire dans le vide, un projectile de masse constante conserve une énergie totale constante; je désignerai par $g\tau$, l'énergie totale de l'unité de masse et poserai

$$V \cdot dV + G \cdot dy = g \cdot d\tau \quad . \quad (I. 53)$$

Par rapport à la variable τ , l'équation d'une courbe critique dans le vide est donc simplement

$$d\tau = 0 \quad (I. 54)$$

Pour avoir l'expression de $\tau(V, y)$, il suffit d'intégrer (I. 53); pour cela je considérerai d'abord que, en désignant par R le rayon terrestre, j'ai

$$G = \frac{g}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} \quad , \quad (I. 55)$$

soit

$$g \cdot d\tau = V \cdot dV + \frac{g \cdot dy}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} \quad , \quad (I. 56)$$

d'où

$$g\tau = \frac{V^2}{2} - g \frac{R}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)} + \text{Cte} \quad . \quad (I. 57)$$

Si l'on prend $\eta = 0$ pour $y = V = 0$, cette équation devient

$$\tau = \frac{V^2}{2g} + \frac{y}{1 + \frac{y}{R}} \quad (1.58)$$

Si y est suffisamment petit devant R , on a simplement

$$\tau = \frac{V^2}{2g} + y \quad (1.59)$$

Courbe la plus économique. — Même dans le cas où aucune résistance de pénétration n'est à vaincre, on devine que pour atteindre des altitudes de plusieurs centaines de kilomètres, l'énergie à mettre en jeu va être consi-

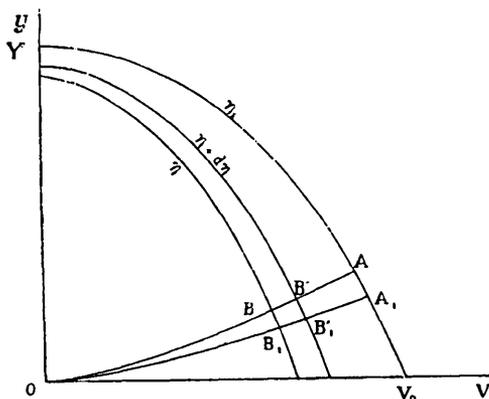


Fig. 4

dérable et que la question primordiale va être celle de la masse minimum de combustible nécessaire à élever à l'altitude désirée la masse finale p .

Traçons donc la courbe critique V_0AY (τ_{it}) (fig. 4) passant par l'altitude finale Y et soit OBA une courbe figurative quelconque de la période de combustion et propulsion.

Intégrons l'équation (I. 48), il vient

$$\xi \frac{M_0}{p} = \int_{(OBA)} \frac{V dV + G dy}{V v} \quad (1.60)$$

Comme $\left(1 + \frac{m_w}{p}\right) = \frac{M_w}{p}$, varie dans le même sens que $\xi \left(\frac{M_0}{p}\right)$, il suf-

fit de chercher le minimum de l'intégrale figurant au second membre.

Traçons deux courbes critiques τ et $(\tau + d\tau)$ telles que

$$\tau < \tau + d\tau < \tau_1 \quad (1.61)$$

et coupant la courbe de propulsion aux points B et B' .

Les équations (I. 48) et (I. 53) nous donnent

$$g \, d\tau_i = - V v \frac{dM}{M} \quad , \quad (I. 62)$$

où dM est négatif, g , V , v et M positifs; $d\tau_i$ est donc lui-même positif et le point figuratif de la période de propulsion traverse successivement toutes les courbes critiques dans le sens des τ_i croissants *sans jamais rétrograder*.

D'autre part, l'élément différentiel du second membre de (I. 60) s'écrit, en vertu de (I. 53),

$$\frac{g \, d\tau_i}{Vv} \quad . \quad (I. 63)$$

Traçons une courbe $OB_1B'_1A_1$ dont aucune portion ne se trouve au-dessus de la courbe $OBB'A$ et dont au moins un élément, $B_1B'_1$, par exemple, est au-dessous. Les deux portions élémentaires BB' et $B_1B'_1$ correspondent à une même valeur de $d\tau_i$, le plus petit des deux éléments différentiels sera donc celui pour lequel le produit Vv sera le plus grand et ceci est vrai pour n'importe quel couple d'éléments déterminés comme ci-dessus.

Ceci nous conduit à envisager de suite le plus grand v possible et comme ce maximum est fixé par les limites qu'imposent les propriétés physico-chimiques des explosifs utilisables, nous pouvons admettre que nous l'avons une fois pour toutes choisi le plus grand possible et le considérer dorénavant comme une constante.

On voit alors, par la forme des courbes τ_i , que, des deux éléments BB' et $B_1B'_1$, c'est le second qui correspond au plus grand V et ce raisonnement s'applique à tous les éléments successifs correspondants qui constituent OBA et OB_1A_1 , montrant que la seconde courbe est plus avantageuse que la première.

Passant à la limite, on voit que la courbe de combustion la plus économique est la portion OV_0 de l'axe des V ; c'est celle pour laquelle le rapport M_0/p sera minimum.

La combustion doit alors être instantanée, entraînant une accélération infinie et le mobile n'ayant pas pendant ce temps subi de déplacement, $dy = 0$ de telle sorte que (I. 60) se réduit à

$$\zeta_0 \frac{M_0}{p} = \int_0^{v_0} \frac{dV}{v} = \frac{V_0}{v} \quad , \quad (I. 65)$$

ou

$$\left(\frac{M_0}{p} \right)_{min} = e^{\frac{v_0}{v}} \quad . \quad (I. 66)$$

Si maintenant nous considérons la formule (I. 58) appliquée successivement au point V_0 et au point Y de la courbe $r_1 = \text{constante}$, nous voyons que

$$\frac{V_0^2}{2g} = \frac{Y}{1 + \frac{Y}{R}} \quad (\text{I. 68})$$

de telle sorte que (I. 66) devient

$$\left(\frac{M_0}{\rho}\right)_{\min} = e^{\frac{1}{v}} \sqrt{\frac{2gY}{1 + Y/R}} \quad (\text{I. 69})$$

Si Y est très petit devant le rayon terrestre R , on a simplement :

$$\left(\frac{M_0}{\rho}\right)_{\min} = e^{\frac{1}{v}} \sqrt{2gY} \quad (\text{I. 70})$$

Nous voyons ainsi que, selon la condition théorique la plus favorable et si nous admettons une vitesse d'éjection de 2000 mètres-seconde, il nous faudra, pour libérer de l'attraction terrestre une masse finale de un kilogramme, utiliser une masse initiale de 269 kilogrammes, chiffre très inférieur à celui du Professeur GODDARD, dont le calcul s'applique à l'air et non au vide. Si l'on réalisait une vitesse d'éjection de 2500 mètres-seconde, cette limite absolue se trouverait même abaissée à 88 kilogrammes.

Il ne faut toutefois pas perdre de vue que ces chiffres ne correspondent qu'à des conditions purement abstraites et que s'il fallait communiquer à une masse finie une accélération instantanée et infinie, il faudrait réduire cette masse à un plan sans épaisseur de telle sorte que la masse par unité de surface soit nulle, mais alors sa surface deviendrait infinie et la limite ainsi obtenue n'aurait plus de sens au point de vue physique; plus encore : lorsqu'il s'agira ultérieurement de propulsion à travers l'atmosphère, la question de réduction de la section prendra au contraire une importance capitale.

Section minimum.

Définition de la section d'éjection. — La théorie vient d'assigner à la section d'éjection par unité de masse une limite supérieure infinie; il semble désirable d'examiner dès maintenant si, dans l'autre sens, cette section par unité de masse peut être à volonté diminuée indéfiniment ou si elle est assujettie à une limite inférieure et laquelle. Ceci toujours dans le vide et d'un

point de vue purement théorique, dans le but de préparer l'étude ultérieure dans l'air.

De cette étude résultera que l'on ne saurait atteindre un résultat intéressant sans l'usage d'une tuyère de détente, de telle sorte que si nous détendons le gaz jusqu'à une pression nulle, nous devrions théoriquement en transformer toute l'énergie en force vive, mais la section de sortie de cette tuyère devrait alors être infinie. En pratique, elle sera simplement la plus grande possible; elle sera donc égale au maître couple du projectile.

Cette circonstance va nous permettre de faire nos raisonnements sur des fusées théoriques simplifiées de la façon suivante :

La section d'éjection sera la section de sortie de la tuyère, toujours égale au maître-couple du projectile; *le gaz traversera cette section dans son état final et avec la vitesse d'éjection v .*

Si nous considérons qu'en avant de la tuyère se trouve le réservoir à explosif, celui-ci s'y consomme avec une certaine vitesse qui est naturellement proportionnelle au débit-masse du gaz éjecté.

Nous remplacerons donc la fusée réelle par une fusée théorique constituée par une masse d'explosif supposé solide, de révolution autour de la direction de la vitesse à l'instant considéré et terminée à l'arrière par une surface plane normale à cette vitesse.

Cette face plane sera la surface *fictive* de combustion, projetant directement vers l'arrière les gaz de la combustion à la vitesse v et progressera dans la masse du combustible à une vitesse telle que le débit de gaz corresponde constamment au maintien de la vitesse d'éjection v sur toute la surface actuelle d'éjection.

Comme cette simplification purement théorique est en réalité incompatible avec une bonne utilisation de l'énergie qui, comme il a été dit, exige l'emploi d'une tuyère, il était nécessaire de montrer qu'elle n'altère pas le raisonnement et qu'elle est donc légitime; elle a l'avantage, comme on le verra, d'éclaircir beaucoup la discussion.

Quand il sera parlé de fusée cylindrique, il faudra comprendre qu'il s'agit simplement d'une fusée à section d'éjection constante; quand il sera parlé de fusée conique, il faudra comprendre qu'il s'agit d'une fusée dont la section d'éjection demeure proportionnelle à la puissance deux tiers de la masse restante; quand enfin il sera parlé de fusée à propulsion constante, il faudra comprendre qu'il s'agit d'une fusée dont la section d'éjection demeure proportionnelle à la masse restante.

La section d'éjection étant maintenant clairement définie, nous voyons

que le volume des gaz expulsés pendant l'élément de temps dt considéré a pour expression

$$v S dt \quad (1.71)$$

Soit μ la densité de cette matière, supposée homogène au moment où la vitesse v est atteinte. La masse expulsée est

$$\mu v S dt = -dM \quad (1.72)$$

de sorte que d'après (I. 42)

$$r = \frac{\mu v^2 S}{M} \quad (1.73)$$

et la force de propulsion est

$$F = \mu v^2 S \quad (1.74)$$

expression où μ est fixé en même temps que v par les propriétés physiques de la matière employée; il ne reste donc que $\frac{S}{M}$ dont on puisse arbitrairement disposer.

Pour que le départ ait lieu, il faudra nécessairement que l'on ait

$$r_0 \geq g \quad (1.75)$$

c'est-à-dire

$$S_0 \geq \frac{gM_0}{\mu v^2} \quad (1.76)$$

Le second membre de l'inégalité représente le minimum possible de la surface d'éjection nécessaire à enlever la masse initiale M_0 ; nous l'appellerons

$$\sigma_{min} = \frac{gM_0}{\mu v^2} \quad (1.77)$$

Meilleure utilisation d'une section donnée Σ .

Soit un appareil A de révolution autour de la direction de la vitesse et de méridienne quelconque, je le comparerai à un appareil cylindrique C, de même masse initiale et de même masse finale, dont la section d'éjection constante est égale à la plus forte section d'éjection de A; on aura donc toujours

$$S_A \leq S_C \quad (1.78)$$

donc, d'après (I. 74),

$$F_A \leq F_C \quad (1.79)$$

et ceci pour des altitudes quelconques, donc aussi pour les mêmes altitudes.

La vitesse de consommation massique, par conséquent l'allègement de A, sera toujours plus faible ou au plus égal à celui de C; au bout du même temps, la masse restante de A sera donc toujours plus grande ou au moins

égale à la masse restante de C. Si cependant, comme il a été fait, on prend pour variable indépendante l'altitude y et non le temps, cette condition n'est plus obligatoire et deux cas peuvent se présenter.

1° *Aux mêmes altitudes, la masse restante de A est toujours supérieure à celle de C.*

On a entre les travaux élémentaires reçus respectivement dans un même intervalle dy la relation

$$F_A dy \leq F_C dy \quad (I. 80)$$

et cette inégalité est vraie pour un intervalle dy quelconque. Or ces travaux seront utilisés respectivement à vaincre ceux de la pesanteur et à fournir les énergies cinétiques, ce qui nous donne à une même altitude

$$M_A (V_A dV_A + G dy) \leq M_C (V_C dV_C + G dy) \quad ; \quad (I. 81)$$

comme il a été supposé que, dans ce premier cas, on a toujours

$$M_A \geq M_C \quad , \quad (I. 82)$$

on a donc *a fortiori*

$$V_A dV_A + G dy \leq V_C dV_C + G dy \quad , \quad (I. 83)$$

d'où

$$V_A dV_A \leq V_C dV_C \quad . \quad (I. 84)$$

En sommant de zéro à y quelconque et extrayant la racine carrée, on obtient

$$V_A \leq V_C \quad ; \quad (I. 85)$$

mais la fusée A possède au moins en un point une section plus petite que celle de S_C , faute de quoi les deux fusées seraient identiques; on aura donc toujours

$$V_A < V_C \quad (I. 86)$$

Cette dernière inégalité s'applique naturellement aussi bien à la sommation jusqu'à l'altitude où la matière consommable de l'une des deux fusées est entièrement consumée; d'après les prémisses posées, ceci arrive pour la fusée cylindrique à une altitude où l'autre conserve encore un reste de matière consommable.

Si l'on porte les courbes représentatives de ces deux combustions (fig. 5) sur le diagramme Vy on voit qu'en vertu de l'inégalité (I. 86) la courbe OC est au-dessous de la courbe OA, mais, pour l'altitude finale C, A possède encore une réserve d'énergie utilisable.

Si l'on supposait que cette énergie puisse être dépensée instantanément, au moment où A atteint l'altitude de fin de combustion de C, sa courbe figurative deviendrait parallèle à l'axe des V, mais ne pourrait atteindre le

point terminal de la courbe C. Si en effet elle le faisait, ce serait au prix d'une consommation de combustible supérieure à celle de C, puisque, d'après la démonstration précédemment faite, la courbe OAC correspondrait à une consommation supérieure à celle de OC.

Comme en réalité une consommation instantanée du restant de la réserve de A nécessiterait comme il a été dit une section d'éjection infinie, la courbe

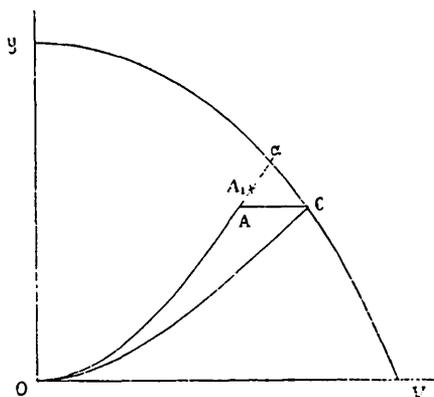


Fig. 5.

de A ne peut même pas s'infléchir suivant AC; elle continue à monter jusqu'en A₁, par exemple, mais il est alors *a fortiori* impossible au point figuratif de A d'atteindre la courbe critique passant par C, puisque cela nécessiterait une consommation encore supérieure à celle de OAC.

2° Si la fusée A se trouvait demeurer très longtemps à une altitude peu variable, il pourrait arriver que, s'étant ainsi consumée, elle atteigne une altitude ultérieure avec une masse restante plus faible que celle de la fusée cylindrique à la même altitude.

Nous considérerions alors qu'à chaque altitude où la fusée A tend à devenir plus légère que la fusée C, nous l'en empêcherions en faisant abandonner à la seconde des éléments de sa masse active de manière à conserver à toute altitude l'existence de l'inégalité

$$M_C \leq M_A ; \quad (I. 87)$$

la démonstration précédente demeurerait ainsi inaltérée, bien que l'efficacité de la fusée C ait été finalement diminuée.

Conclusion. — Si nous appelons coefficient d'utilisation d'une fusée le quotient

$$U = \frac{P}{M_0} \quad (I. 88)$$

nous pouvons dire que la fusée cylindrique a un meilleur coefficient d'utilisation que n'importe quelle fusée de même section maximum; ceci devant être compris en ce qu'elle peut aussi bien enlever à la même hauteur une masse finale plus grande ou enlever la même masse finale à une plus grande hauteur.

Comparaison des fusées cylindriques de même section entre elles. — Considérons une fusée cylindrique pour laquelle on ait

$$\Sigma > \sigma_{min} ; \quad (I. 89)$$

il en résultera

$$V_0 > g \quad (I. 90)$$

et l'appareil ne sera pas limite au décollage; il s'élèvera suivant une certaine loi.

Supposons maintenant que nous supprimons cette aisance au décollage en lui ajoutant un cylindre d'explosif de la même section Σ et de masse m_1 telle que

$$M_0 + m_1 = \frac{\mu v^2 \Sigma}{g} . \quad (I. 91)$$

Au moment où cette masse m_1 sera entièrement consommée et où l'appareil initialement considéré va seulement entrer en action, il aura déjà pris une certaine vitesse et atteint une certaine altitude, de telle façon que la combustion continuant maintenant dans l'appareil primitif, celui-ci aura à chaque instant et pour la même masse restante une altitude et une vitesse supérieures à celles qu'il aurait eues s'il avait quitté le sol par ses propres moyens.

On aura donc, ou bien augmenté l'altitude finale, ou bien augmenté la masse finale si l'on arrête la consommation au moment où le point figuratif du second appareil atteint la courbe critique de l'appareil primitif.

Conclusion : de toutes les fusées cylindriques de même section, c'est celle de masse initiale maximum qui élève le plus haut une même masse finale ou qui élève à la même hauteur une masse finale plus forte, *mais ceci au prix d'une diminution* de coefficient d'utilisation (M_0/p).

Courbe critique. — On a vu que pour atteindre une altitude donnée H, il suffit de laisser brûler jusqu'au moment où le point figuratif (V, y) atteint la courbe critique dont le point terminal est $V = 0, y = H$.

L'équation de cette courbe s'obtient immédiatement d'après (I. 52) et les deux valeurs ci-dessus; elle est

$$\frac{V^2}{2g} + \frac{y}{1 + \frac{y}{R}} = \frac{H}{1 + \frac{H}{R}} , \quad (I. 92)$$

ou

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{H}{1 + \frac{H}{R}} - \frac{y}{1 + \frac{y}{R}} . \quad (I. 93)$$

En faisant croître H indéfiniment, on obtient

$$\frac{V^2}{2g} = R - \frac{y}{1 + \frac{y}{R}} = \frac{R}{1 + \frac{y}{R}} . \quad (I. 94)$$

Telle est l'équation de la courbe de libération d'un projectile dans le vide.

Propriétés à la limite des fusées cylindriques et coniques.

Avant d'attaquer le problème complet avec résistance de l'air, il est intéressant de vérifier quelles sont les limites théoriques imposées à nos réalisations éventuelles.

Pour simplifier le langage, je m'exprimerai comme si les fusées considérées étaient réellement cylindriques, coniques ou d'une autre forme déterminée (voir p. 54), de section d'éjection S et de longueur l à l'instant t, et constituées d'une matière homogène de densité μ' dans laquelle la flamme se propage à la vitesse v' .

Ceci revient à dire que l'on a, à chaque instant

$$-\frac{dl}{dt} = v' ; \quad (I. 95)$$

on aura donc, à chaque instant également

$$-\frac{dM}{dt} = \mu v S = \mu' v' S , \quad (I. 96)$$

d'où

$$v' = v \frac{\mu}{\mu'} = \text{Constante} \quad (I. 97)$$

et (I. 95) s'intégrera

$$l = L - v' t . \quad (I. 98)$$

Si la longueur initiale L de la fusée est finie, il y aura un temps de combustion totale fini

$$T = \frac{L}{v'} = \frac{L}{v} \frac{\mu'}{\mu} , \quad (I. 99)$$

d'où

$$l = v' (T - t) . \quad (I. 100)$$

Fusées cylindriques. — L'équation du mouvement est

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = \mu v^2 S - Mg \frac{1}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} ; \quad (I. 101)$$

(I. 96) s'intègre

$$M = M_0 - \mu v S t \quad , \quad (\text{I. 102})$$

ou, si je pose

$$M_0 = \mu v S T \quad : \quad M = \mu v S (T - t); \quad (\text{I. 103, 104})$$

de là

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{v}{T-t} - \frac{g}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} \quad (\text{I. 105})$$

La condition de décolllement

$$\frac{M_0}{S} \leq \frac{\mu v^2}{g} \quad (\text{I. 106})$$

montre que l'on a

$$T \leq \frac{v}{g} \quad , \quad (\text{I. 107})$$

soit

$$T_{max} = \frac{v}{g} = \tau \quad . \quad (\text{I. 108})$$

Je poserai

$$T = k\tau = k \frac{v}{g} \quad (\text{I. 109})$$

où k représente, dans le langage adopté, la fraction de la longueur fictive maximum que représente la longueur fictive adoptée.

J'introduirai encore la variable

$$\lambda = \frac{t}{T} = 1 - \frac{T-t}{T} = 1 - \frac{M}{M_0} = \frac{M_0 - M}{M_0} \quad (\text{I. 110})$$

qui représente à chaque instant le rapport de la masse consommée à la masse totale initiale;

$$u = 1 - \lambda = \frac{T-t}{T} = \frac{M}{M_0} \quad , \quad (\text{I. 111})$$

sera ainsi le rapport de la masse totale actuelle à la masse totale initiale dont la valeur finale sera le coefficient d'utilisation

$$U = \frac{p}{M_0} \quad . \quad (\text{I. 112})$$

L'équation (I. 105) s'écrira ainsi

$$\frac{d^2 y}{d\lambda^2} = \frac{v T}{1-\lambda} - \frac{g T^2}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} \quad , \quad (\text{I. 113})$$

ou, en introduisant τ :

$$\frac{d^2 y}{d\lambda^2} = \frac{k v \tau}{1-\lambda} - \frac{k^2 g \tau^2}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} \quad , \quad (\text{I. 114})$$

$$= \frac{k v \tau}{1-\lambda} - \frac{k^2 v \tau}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} \quad , \quad (\text{I. 115})$$

que j'écrirai :

$$\frac{d^2y}{d\lambda^2} = kv\tau \left[\frac{1}{1-\lambda} - \frac{k}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} \right] \quad (1.116)$$

D'où en intégrant successivement :

$$\frac{dy}{d\lambda} = kv\tau \left[\xi \frac{1}{1-\lambda} - \frac{k\lambda}{\left(1 + \frac{y_i}{R}\right)^2} \right] = VT = k\tau V \quad (1.117)$$

et

$$y = kv\tau \left[\lambda - \frac{1}{2} \cdot \frac{k\lambda^2}{\left(1 + \frac{y_j}{R}\right)^2} - (1-\lambda) \xi \frac{1}{1-\lambda} \right] \quad (1.118)$$

où y_i et y_j désignent des valeurs moyennes qui dépendent de λ .

Dans le cas où l'on peut négliger y devant R , ces équations deviennent

$$V = v \left[\xi \frac{1}{1-\lambda} - k\lambda \right] \quad (1.119)$$

et

$$y = kv\tau \left[\lambda - \frac{1}{2} \cdot k\lambda^2 - (1-\lambda) \xi \frac{1}{1-\lambda} \right] \quad (1.120)$$

Si dans ces formules on fait $t = T$, c'est-à-dire $\lambda = 1$, on voit que la vitesse atteinte à l'instant de la consommation totale est infinie, *mais que cette consommation totale est atteinte pour une altitude finie*. Si dans (I. 120) on fait $\lambda = 1$ et $k = 1$, on obtient l'altitude maximum possible de fin de combustion pour une vitesse d'éjection déterminée, v . Si cette vitesse est prise égale à 2000 mètres/seconde (un peu moins que la valeur admise par GODDARD) on trouve pour les altitudes à fin de combustion (Tableau I) d'après la formule approchée (I. 120) :

TABLEAU I.

$\lambda \backslash k$	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	1
0	0 ^m					
0,25	138	666	1 269	2 694	3 795	1 218
0,4	378	1 824	3 486	7 493	10 908	5 506
0,5	620	3 001	5 746	12 450	18 540	11 590
0,7	1 371	6 658	12 820	28 290	44 100	38 200
0,9	2 714	13 240	25 660	57 900	95 300	108 000
0,95	3 244	15 850	30 800	70 000	117 000	142 000
0,99	3 829	18 740	36 500	83 700	142 000	185 000
0,999	4 025	19 720	38 400	88 000	151 000	201 000
0,9999	4 053	19 860	38 700	89 000	153 000	203 000
1	4 057	19 880	38 700	89 000	153 000	204 000

On voit donc qu'une fusée cylindrique, c'est-à-dire en réalité une fusée à section d'éjection constante dont la vitesse d'éjection est de 2000 mètres/seconde, *ne saurait en aucun cas* brûler encore à une altitude supérieure à 204 kilomètres. La fusée limite au décollage et d'un coefficient d'utilisation de 1% brûlerait seulement jusqu'à 185 kilomètres et une fusée de demi-longueur de cette dernière jusqu'à 142 kilomètres.

De même (I. 119) donne les valeurs approchées des vitesses V à fin de combustion :

TABLEAU II

$\lambda \backslash k$	0	0,01	0,05	0,1	0,25	0,5	1
0	0 ^m						
0,25	575	570	550	525	450	325	75
0,4	1 020	1 010	982	942	822	622	222
0,5	1 390	1 380	1 340	1 290	1 136	886	386
0,7	2 410	2 400	2 340	2 270	2 060	1 710	1 010
0,9	4 600	4 600	4 510	4 420	4 150	3 700	2 800
0,95	6 000	6 000	5 900	5 800	5 520	5 040	4 090
0,99	9 200	9 200	9 100	9 010	8 710	8 220	7 230
0,999	13 800	13 800	13 700	13 600	13 300	12 800	11 800
0,9999	18 400	18 400	18 300	18 200	17 900	17 400	16 400
1	∞						

L'altitude à laquelle la fusée parvient ensuite en tant que projectile se déduit immédiatement de (I. 92) dont on tire

$$H = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2g} + \frac{y}{1 + \frac{y}{R}}} - 1} ; \quad (\text{I. 122})$$

un abaque de cette formule constitue la Planche III à la fin du volume.

La vitesse de libération à la surface de la Terre étant de 11 180 mètres par seconde, on voit en tout cas que les valeurs des trois lignes horizontales inférieures du Tableau II correspondent à plus que la libération.

Fusées coniques. — Ces fusées ont été définies page 54 par l'équation

$$S = S_0 \left(\frac{M}{M_0} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (\text{I. 123})$$

et leur masse totale a pour expression

$$M = \mu' \frac{S_l}{3} ; \quad (\text{I. 124})$$

donc, en particulier

$$M_0 = \mu' \frac{S_0 L}{3} . \quad (\text{I. 125})$$

On aura aussi par raison de similitude

$$\frac{l}{L} = \left(\frac{M}{M_0} \right)^{\frac{1}{3}} . \quad (\text{I. 126})$$

L'équation (I. 101) du mouvement demeure la même, mais elle va maintenant s'écrire

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = \mu v^2 S_0 \left(\frac{M}{M_0} \right)^{\frac{2}{3}} - Mg \frac{1}{\left(1 + \frac{y}{R} \right)^2} . \quad (\text{I. 127})$$

ou

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \mu v^2 \frac{S_0}{M_0} \left(\frac{M_0}{M} \right)^{\frac{1}{3}} - \frac{g}{\left(1 + \frac{y}{R} \right)^2} . \quad (\text{I. 128})$$

En vertu de (I. 125) et (I. 99) on a

$$\frac{S_0}{M_0} = \frac{3}{\mu' L} = \frac{3}{\mu' v' T_1} \quad (\text{I. 129})$$

et, en vertu de (I. 126), (I. 99) et (I. 100)

$$\left(\frac{M_0}{M} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{L}{l} = \frac{T_1}{T_1 - t} ; \quad (\text{I. 130})$$

enfin, en tenant compte aussi de (I. 97), (I. 128) s'écrit finalement

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{3v}{T_1 - t} - \frac{g}{\left(1 + \frac{y}{R} \right)^2} ; \quad (\text{I. 131})$$

équation identique à (I. 105), mais où v est remplacé par $3v$; j'appellerai cette vitesse fictive

$$v_1 = 3v . \quad (\text{I. 132})$$

En vertu de (I. 131) et (I. 132) la condition de décollement revient à

$$T_1 \leq \frac{3v}{g} = \frac{v_1}{g} . \quad (\text{I. 133})$$

Je poserai encore

$$T_{max} = k \tau_1 = k \frac{v_1}{g} \quad (\text{I. 134})$$

où k conserve la signification qu'il avait pour le cylindre.

La notation (I. 110) change en partie de signification; on a bien toujours

$$\lambda = \frac{l}{T_1} \quad (\text{I. 135})$$

mais la suite devient

$$\lambda = 1 - \frac{l}{L} = 1 - \left(\frac{M}{M_0}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{I. 136})$$

de telle sorte que $(1 - \lambda)$ représente seulement un coefficient d'*utilisation linéaire* qu'il représentait déjà, mais ne représente plus le coefficient d'*utilisation massique*, lequel devient

$$u = \frac{M}{M_0} = (1 - \lambda)^3 \quad (\text{I. 137})$$

Ceci posé, on aboutit naturellement aux mêmes intégrations que page 61, sauf que v est remplacé par $v_1 = 3v$; c'est-à-dire

$$V = v_1 \left[\frac{\tilde{x}}{1 - \lambda} - \frac{k\lambda}{\left(1 + \frac{y_i}{R}\right)^2} \right] \quad (\text{I. 138})$$

$$y = k v_1 \tau_1 \left[\lambda - \frac{1}{2} \frac{k\lambda^2}{\left(1 + \frac{y_i}{R}\right)^2} - (1 - \lambda) \frac{\tilde{x}}{(1 - \lambda)} \right] \quad (\text{I. 139})$$

Tant que y est négligeable devant R , les formules ne diffèrent de celles du cylindre qu'en ce qu'à λ égal, la vitesse du cône est triple de celle du cylindre et son altitude nonuple, mais il ressort de (I. 137) que le rapport d'*utilisation massique* u est plus petit pour le cône que pour le cylindre, ce qui revient à dire que le premier a consommé plus que le second.

Il résultait du théorème établi pages 57 et 58, qu'à section égale par unité de masse, le cylindre est plus économique que le cône; on peut le vérifier en comparant un cône à un cylindre pour une même consommation.

Pour la clarté de la démonstration, j'affecterai de l'indice i , les quantités se rapportant au cône, ne mettant pas d'indice à celles qui se rapportent au cylindre.

Ceci posé, il s'agit de comparer les vitesses et les altitudes atteintes par le cylindre et le cône avec le même rapport d'*utilisation massique*.

D'après (I. 111) et (I. 137) cette condition s'exprime par

$$1 - \lambda = (1 - \lambda_i)^3 \quad (\text{I. 140})$$

d'où

$$\lambda = 3\lambda_i - 3\lambda_i^2 + \lambda_i^3 \quad (\text{I. 141})$$

Je me donnerai alors arbitrairement λ_i , d'où le λ correspondant. Soit par exemple

$$\lambda_i = 0,5 \quad (\text{I. 142})$$

$$\lambda = 1 - \overline{0,5^3} = 1 - 0,125 = 0,875 \quad (\text{I. 143})$$

Pour avoir V et y relatifs au cône, il suffit de tripler et nonupler respectivement les V et y du cylindre de même $\lambda = 0,5$ puis de calculer ces valeurs pour un cylindre de $\lambda = 0,875$. On a ainsi

TABLEAU III
Cône de $\lambda_1 = 0,5$

k	0	0,01	0,05	0,1	0,5	1
y^m	0	5 580	27 000	51 700	167 000	104 000
$V_{m/s}$	4 159	4 128	4 008	3 858	2 658	1 158

TABLEAU IV
Cylindre de $\lambda = 0,875$

k	0	0,01	0,05	0,1	0,5	1
y^m	0	2 490	12 100	23 500	86 400	94 700
$V_{m/s}$	4 159	4 141	4 071	3 984	3 284	2 409

Il est facile de se rendre compte que l'excès de force vive de la masse restante du cylindre compense et bien au delà la différence d'énergie potentielle correspondant à la différence des altitudes de fin de combustion. Si, par exemple, cette masse restante était de 1 kilogramme et pour $k = 1$, l'excès de l'énergie cinétique du cylindre serait de 223 000 kilogrammètres et son manque d'énergie potentielle d'environ 9300 kilogrammètres; on voit d'après (I. 58) que le τ_1 du cylindre restant est considérablement supérieur à celui du cône restant, ceci en conformité de la démonstration générale donnée plus haut.

Fusée à propulsion constante ou « exponentielle ».

Page 54 j'ai donné de cette fusée une définition qui équivaut à la condition

$$\frac{S}{M} = \frac{S_0}{M_0} = \text{Constante} \quad . \quad (I. 144)$$

On peut appeler cette fusée « exponentielle » pour la raison suivante :

Posons

$$\frac{S_0 \mu v^2}{M_0} = \frac{g}{k} = \frac{v}{k\tau} \quad (\text{I. 145})$$

où τ conserve la signification qu'il avait pour le cylindre; c'est-à-dire :

$$\tau = \frac{v}{g} . \quad (\text{I. 146})$$

Écrivant alors (I. 144) sous la forme

$$S = \frac{1}{k\mu v\tau} M \quad (\text{I. 147})$$

et dérivant par rapport à t , j'aurai en vertu de (I. 96)

$$\frac{dS}{dt} = - \frac{\mu v S}{\mu k v\tau} = - \frac{1}{k\tau} S , \quad (\text{I. 148})$$

d'où

$$S = S_0 e^{-\frac{t}{k\tau}} ,$$

puis

$$M = M_0 e^{-\frac{t}{k\tau}} . \quad (\text{I. 149})$$

La fusée étant supposée de révolution autour de OZ, soient x et z les coordonnées d'un point de sa méridienne, on aura

$$S = \pi x^2 , \quad (\text{I. 150})$$

soit

$$x^2 = x_0^2 \cdot e^{-\frac{t}{k\tau}} , \quad (\text{I. 151})$$

et comme

$$z = v't , \quad (\text{I. 152})$$

$$x = x_0 \cdot e^{-\frac{z}{2v' \frac{1}{k\tau}}} . \quad (\text{I. 153})$$

Cette expression montre que, quand z croît indéfiniment, x tend vers zéro sans jamais l'atteindre de telle sorte que cette fusée a une longueur infinie et une durée de combustion totale également infinie.

D'après (I. 99) et (I. 109) je poserai

$$v' k\tau = L , \quad (\text{I. 154})$$

et si j'appelle l la longueur actuellement consommée de la fusée exponentielle, j'aurai

$$x = x_0 \cdot e^{-\frac{l}{2L}} \quad (\text{I. 155})$$

et

$$S = S_0 \cdot e^{-\frac{l}{L}} ; \quad (\text{I. 156})$$

en ce qui concerne la masse totale, (I. 149) s'écrira

$$M = M_0 \cdot e^{-\frac{l}{L}} , \quad (\text{I. 157})$$

montrant que dans cette fusée, non seulement le rayon et l'aire de chaque section droite, mais encore la masse restante, varient suivant une loi exponentielle en fonction de la longueur, ce qui justifie la seconde dénomination.

D'ailleurs, en tenant compte de (I. 154) et remplaçant $\mu \cdot v$ par $\mu' v'$, (I. 145) s'écrit

$$M_0 = S_0 \mu' v' k L ; \quad (\text{I. 158})$$

relation qui montre clairement que L représente la longueur d'une fusée cylindrique de même masse et de même section initiale que la fusée exponentielle considérée.

L'équation du mouvement

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\mu v^2 S}{M} - \frac{g}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} , \quad (\text{I. 159})$$

devient, d'après (I. 134) et (I. 135) :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{g}{k} - \frac{g}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} . \quad (\text{I. 160})$$

Pour que la condition de décollement

$$\frac{d^2 y}{dt^2} > 0 \quad (\text{I. 161})$$

soit remplie, il faut et il suffit que

$$k < 1 . \quad (\text{I. 162})$$

On voit de suite que, quand y part de 0 et croît indéfiniment, l'accélération part d'une certaine valeur initiale et croît en tendant vers la limite

$$\frac{g}{k} = \mu v^2 \frac{S_0}{M_0} \quad (\text{I. 163})$$

qui n'est autre chose que « l'accélération de propulsion » ; c'est pourquoi j'ai appelé cette fusée : « fusée à propulsion constante » et non pas « fusée à accélération constante », ceci ne devenant vrai qu'après que l'éloignement a réduit l'accélération de la pesanteur au point de la rendre négligeable devant l'accélération de propulsion.

En introduisant la vitesse V , l'équation (I. 160) s'écrit

$$V \frac{dV}{dy} = \frac{g}{k} - \frac{g}{(1 + y/R)^2} , \quad (\text{I. 164})$$

d'où

$$V^2 = 2g \left(\frac{y}{k} + \frac{R}{1 + y/R} - R \right) = 2gy \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{1 + y/R} \right) \quad (\text{I. 165})$$

$$V = \sqrt{2gy \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{1 + y/R} \right)} . \quad (\text{I. 166})$$

C'est l'équation de la courbe $(V, |y|)$ pendant la combustion indéfinie et l'on voit que V croît indéfiniment avec y et que ce dernier croît lui-même indéfiniment. Dans cette dernière catégorie de fusée, l'altitude de limite de combustion est donc rejetée à l'infini.

Allitude critique à laquelle une semblable fusée atteint sa vitesse de libération ou vitesse critique. — En éliminant $\frac{V^2}{2g}$ entre (I. 165) et (I. 94), on obtient

$$\frac{R}{1 + y/R} = \frac{y}{k} - \frac{y}{1 + y/R} , \quad (\text{I. 167})$$

soit

$$R = \frac{y}{k} , \quad (\text{I. 168})$$

d'où l'altitude critique

$$y_c = kR . \quad (\text{I. 168'})$$

Remarque. — Comme on a nécessairement $k < 1$, il en résulte $y_c < R$.

De (I. 165) et (I. 168), je tire

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{R}{1 + k} , \quad (\text{I. 169})$$

d'où

$$V_c = \frac{\sqrt{2gR}}{\sqrt{1 + k}} \quad (\text{I. 170})$$

Lorsque k croît de 0, $\left(\frac{g}{k} = \infty\right)$, à 1, $\left(\frac{g}{k} = g\right)$, V_c décroît donc de $\sqrt{2gR}$ à \sqrt{gR} .

Calcul du temps; temps critique. — L'équation (I. 121)

$$\frac{dy}{dt} = \sqrt{2g} \sqrt{y \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{1 + y/R} \right)} , \quad (\text{I. 121})$$

donne

$$t = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{y \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{1+y/R} \right)}} \quad (\text{I. 172})$$

C'est une intégrale elliptique.

N'étant pas astreint à une exactitude rigoureuse, je la résoudrai par un procédé approché :

Supposant tracée la portion (V, y) de la courbe de combustion définie par (I. 156) jusqu'à son intersection avec la courbe critique de libération, je diviserai y/R en intervalles successifs. Soient, pour l'un de ces intervalles :

y_0 et y_1 les valeurs initiale et finale de y ,

$\Delta y = y_1 - y_0$, l'amplitude,

V_0 et V_1 les valeurs initiale et finale de la vitesse,

$V_m = \frac{V_0 + V_1}{2}$, la vitesse moyenne,

Δt le temps nécessaire à parcourir l'intervalle.

J'emploierai la formule approchée

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{V_m} \quad . \quad (\text{I. 173})$$

On s'aperçoit vite que cette formule donne de mauvais résultats pour le premier intervalle ($y_0 = 0, y_1$) et j'emploierai pour cet intervalle une autre formule établie par le procédé suivant :

Soit un mouvement défini par

$$\frac{d^2y}{dt^2} = J(y) \quad . \quad (\text{I. 174})$$

avec

$$y = 0 \text{ et } \frac{dy}{dt} = 0 \text{ , pour } t = 0 \quad . \quad (\text{I. 175})$$

La fonction $J(y)$ sera supposée développable en série au voisinage de $y = 0$ et l'on supposera de plus

$$J(0) \neq 0 \quad \text{et} \quad J'(0) \neq 0 \quad . \quad (\text{I. 176})$$

Si l'on pose

$$y = \frac{1}{2} J(y) t^2 \quad , \quad (\text{I. 177})$$

on démontre que l'on a $y_i = \frac{y}{6}$ aux termes en t^6 près, ce qui donne

$$y = \frac{1}{2} J\left(\frac{y}{6}\right) t^2 \quad , \quad (\text{I. 178})$$

ou

$$= \sqrt{\frac{2y}{J\left(\frac{y}{6}\right)}} \quad , \quad (\text{I. 179})$$

soit, d'après (I. 160)

$$t = \sqrt{\frac{2}{g} \frac{y}{\frac{1}{k} - \frac{1}{(1 + y/6R)^2}}} . \quad (\text{I. 180})$$

Autre méthode d'approximation. — En repartant de l'équation (I. 151) et remarquant que, pendant toute la durée de la combustion, $y < R$, c'est-à-dire

$$\frac{y}{R} < 1 , \quad (\text{I. 181})$$

on peut écrire

$$\frac{1}{\left(1 + \frac{y}{R}\right)^2} = 1 - 2\frac{y}{R} + \dots , \quad (\text{I. 182})$$

soit

$$\frac{d^2y}{dt^2} = g \left(\frac{1}{k} - 1 + 2\frac{y}{R} - \dots \right) \quad (\text{I. 183})$$

et conserver les seuls termes écrits. Posant ensuite $\frac{y}{R} = z$ on a

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{g}{R} \left(\frac{1}{k} - 1 + 2z \dots \right) , \quad (\text{I. 184})$$

l'approximation étant d'autant meilleure que z est plus petit.

C'est une équation linéaire du deuxième ordre en z , dont la solution, compte tenu des conditions initiales $z_0 = 0$, $\frac{dz}{dt} = 0$, est

$$z = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - 1 \right) \left[\frac{e^{t\sqrt{\frac{2g}{R}}} + e^{-t\sqrt{\frac{2g}{R}}}}{2} - 1 \right] \quad (\text{I. 185})$$

On peut simplifier l'écriture en posant

$$u = e^{t\sqrt{\frac{2g}{R}}} . \quad (\text{I. 186})$$

On tire de là

$$z = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - 1 \right) \left[\frac{u + \frac{1}{u}}{2} - 1 \right] , \quad y = Rz , \quad (\text{I. 187})$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - 1 \right) \sqrt{\frac{2g}{R}} \left[\frac{u - \frac{1}{u}}{2} \right] , \quad v = R \frac{dz}{dt} , \quad (\text{I. 188})$$

$$\zeta \frac{M_0}{M} = \frac{t}{k\tau} = \frac{1}{kb} \sqrt{\frac{Rg}{2}} \zeta u . \quad (\text{I. 189})$$

Pour calculer les éléments critiques, il suffit de faire

$$z = z_c = k \tag{I. 191}$$

et l'on obtient des expressions assez simples.

Résultats numériques relatifs à la fusée exponentielle.

Cette fusée présente un intérêt particulier à cause de l'accélération à peu près constante à laquelle se trouvent soumis les appareils ou même éventuellement les êtres vivants qu'elle peut être appelée à transporter.

J'ai calculé des résultats numériques relatifs à trois valeurs de l'accélération choisies pour des raisons qui seront ultérieurement développées; les valeurs de y'_c , V'_c et t'_c qui leur correspondent sont les suivantes :

$\Gamma = 10 \text{ g}$	$k = 0,1$	$y'_c = 637 \text{ km}$	$V'_c = 10\,660 \text{ m/s}$	$t'_c = 120 \text{ sec}$
$\Gamma = 2 \text{ g}$	$k = 0,5$	$y'_c = 3\,185 \text{ km}$	$V'_c = 9\,133 \text{ m/s}$	$t'_c = 750 \text{ sec}$
$\Gamma = 1,1 \text{ g}$	$k = 0,91$	$y'_c = 5\,800 \text{ km}$	$V'_c = 8\,080 \text{ m/s}$	$t'_c = 36 \text{ m } 40 \text{ s}$

Les inverses $\frac{M_0}{p}$ du coefficient d'utilisation sont donnés ci-après pour différentes valeurs de v :

TABLEAU V

$v \text{ m/s}$	$\Gamma = 1,1 \text{ g}$	$\Gamma = 2 \text{ g}$	$\Gamma = 10 \text{ g}$
2 000	143 000	1 574	358,5
2 500	13 270	361,3	110,6
3 000	2 700	135,2	50,5
3 500	883	67,1	28,8
4 000	378	39,7	18,9
4 500	196	26,3	13,6
5 000	115	19,1	10,5
6 000	52,2	11,6	7,10
7 000	29,7	8,19	5,37
8 000	19,4	6,30	4,35
9 000	14,0	5,13	3,69
10 000	10,7	4,36	3,24

3° Calculs graphiques.

Fusée cylindrique.

Les Tableaux I et II, établis vers 1920, se réfèrent à une vitesse d'éjection de 2000 mètres/seconde que l'on doit considérer maintenant comme très

faible. Je ne les ai conservés que pour donner directement au lecteur une idée de l'allure du phénomène que constitue le « démarrage » d'une fusée. On conçoit qu'il faudrait les répéter en autant d'exemplaires que l'on envisagerait de vitesses d'éjection et cela ferait tout un opuscule. Pour rendre les investigations plus faciles, j'ai établi deux nomogrammes que l'on trouvera à la fin de ce livre sous les titres de Planche I, correspondant à la formule (I. 120), et Planche II, correspondant à la formule (I. 119); ces deux nomogrammes fonctionnent de la manière suivante :

NOMOGRAMME Pl. I. — J'écrirai la formule (I. 120) sous la forme

$$y = k \frac{v^2}{g} [\lambda + (1 - \lambda) \xi (1 - \lambda)] - \frac{k^2 v^2 \lambda^2}{2g} \quad (\text{I. 120}')$$

soit

$$y = y_1 - y_2 \quad (\text{I. 120}''')$$

1° *Calcul de y_1 .* — Je prendrai un exemple concret : soit une fusée dont l'accélération de propulsion au départ soit le double de celle de la pesanteur, on aura $k = 0,5$ et l'on marquera ce point sur l'échelle de droite marquée k_1 . Si maintenant la vitesse d'éjection est de 4500 mètres/seconde, on marquera le point correspondant sur l'échelle v , on le joindra par une droite au précédent et l'on pointerà l'intersection de cette droite avec la droite verticale non graduée.

Si maintenant on veut voir la hauteur où sera parvenue une telle fusée après consommation des 9/10 de sa masse initiale, on joint le point susdit au point de 0,9 de l'échelle λ_1 et l'intersection avec l'échelle y donne la valeur de y_1 , soit 675 kilomètres.

2° *Calcul de y_2 .* — Une marche identique, mais utilisant les échelles k_2 et λ_2 donne $y_2 = 209$ kilomètres.

On déduit de là d'après (I. 120''')

$$y = 675 - 209 = 466 \text{ km.}$$

NOMOGRAMME Pl. II. — J'écrirai la formule (I. 119) sous la forme

$$V = v \xi \frac{1}{1 - \lambda} - vk\lambda \quad (\text{I. 119}')$$

soit

$$V = V_1 - V_2 \quad (\text{I. 119}''')$$

1° *Calcul de V_1 .* — Reprenant le même exemple que pour y , on aura encore $v = 4500$ mètres/seconde et $\lambda = 0,9$; on pointe ces deux valeurs sur les échelles v et λ_1 , on les joint par une droite dont l'intersection avec l'échelle des V donne V_1 qu'il faut avoir bien soin de lire sur la graduation V_1 , c'est-

à-dire à gauche, et dans le cas présent on a $V_1 = 10\ 250$ mètres/seconde.

2° *Calcul de V_2 .* — On pointe $\lambda = 0,9$ sur l'échelle λ_2 , $v = 4500$, on les joint par une droite qui coupe l'échelle λ_1 en un certain point dont la valeur importe peu, car ici cette échelle ne joue plus que le rôle de droite non graduée. On joint ce point à $k = 0,5$ et l'intersection avec l'échelle des V donne V_2 , qu'il faut avoir bien soin de lire sur la graduation V_2 , c'est-à-dire à droite; ici on a $V_2 = 2000$ mètres/seconde.

On déduit de là d'après (I. 119'')

$$V = 10\ 250 - 2000 = 8250 \text{ m/sec.}$$

ABaque Pl. III. — Si maintenant on veut savoir jusqu'à quelle hauteur va monter la fusée en tant que projectile, on peut le faire au moyen de l'abaque représentant la formule (I. 122).

Cet abaque porte deux graduations d'abscisses et deux graduations d'ordonnées; comme nous venons d'obtenir, non pas y/R ni V/V_0 , mais y et V , nous prendrons les deux graduations extérieures, mènerons l'abscisse et l'ordonnée correspondantes et lisant maintenant sur la graduation diagonale la cote de leur intersection, nous trouverons

$$H = \text{env. } 1,5 \text{ rayon terrestre,}$$

c'est-à-dire que le projectile restant va atteindre une altitude culminante de $1,5 \times 6\ 371\ 000 = 9\ 556\ 000$ mètres au-dessus de la surface terrestre. Cette grande hauteur n'a rien de surprenant puisque la vitesse finale atteinte est déjà supérieure aux $2/3$ de la vitesse de libération.

Remarque. — Il ne faut pas considérer ces résultats comme d'une rigueur absolue puisque les formules (I. 119) et (I. 120) ne sont qu'approchées, mais cela n'a pas d'importance, puisque la lecture d'abaques ou de nomogrammes comme ceux-ci ne saurait comporter elle-même une grande précision du fait surtout que, pour les deux nomogrammes I et II, on est obligé de faire ensuite la différence de deux quantités relativement peu différentes.

Ces graphiques seront néanmoins précieux pour guider le chercheur lorsqu'il voudra reconnaître à l'avance le sens des modifications qu'il doit faire et ce qu'il en peut attendre.

Fusée exponentielle.

Pour ce type de fusée, le problème n'est plus tout à fait le même que pour le précédent; la vitesse de libération et même une vitesse quelconque

peuvent toujours être atteintes moyennant un λ suffisamment voisin de 1, c'est-à-dire moyennant un rapport de masse suffisamment grand.

Ici, le coefficient k demeure constant pendant toute la combustion et à lui seul caractérise une fusée déterminée. Ceci ne veut pas dire que l'accélération du mouvement soit constante; elle va, au contraire, en augmentant puisque l'accélération retardatrice de la pesanteur diminue au fur et à mesure que l'altitude augmente. Ce qui demeure constant, c'est « l'accélération sensible » que percevraient par leur poids apparent des voyageurs placés dans la fusée.

PLANCHE IV. — Cette planche est constituée par un abaque où les abscisses sont les vitesses de la fusée, portées sur deux échelles; l'une où l'unité est la vitesse de libération au niveau du sol; l'autre, où l'unité est le mètre par seconde. Les ordonnées sont les altitudes comptées également sur deux échelles : sur l'une en rayons terrestres, sur l'autre en kilomètres.

On y voit en outre deux familles de courbes, les unes en trait plein correspondent chacune à une valeur de k , les autres en pointillé à un temps en secondes chacune.

On se sert de cet abaque de la manière suivante : soit une fusée exponentielle de $k = 0,5$, son point figuratif part de l'angle inférieur gauche puisque à l'instant initial $t = 0$, $V = 0$, $y = 0$. Il suit alors la courbe $k = 0,5$ en montant vers la droite et en un point quelconque de sa course on peut connaître V et t , par son ordonnée, son abscisse et sa position sur le réseau des courbes pointillées. Lorsque le point figuratif atteint la courbe qui part de l'angle inférieur droit en montant vers la gauche, la fusée considérée atteint sa vitesse de libération.

Comme nous avons choisi $k = 0,5$, on voit que ceci a lieu pour une altitude égale à un demi-rayon terrestre = 3185,5 kilomètres et au bout de 743 secondes; la vitesse atteinte étant de 9128 mètres par seconde.

On peut vérifier sur l'abaque Pl. III que cette altitude et cette vitesse correspondent bien à un point de la droite $H/R = \infty$, comme on peut également le vérifier par la formule (I. 122). Pour tout point situé à gauche de la courbe de libération, l'abaque Pl. III donnera la vitesse atteinte par la fusée consumée, en tant que projectile.

PLANCHE V. — Il faut maintenant connaître le rapport de masse qui est nécessaire à atteindre, soit une altitude donnée, soit la courbe de libération; pour ce faire on se sert de la formule (I. 189) suivant laquelle a été établi l'abaque de la Planche V.

Conservons le $k = 0,5$ que nous avons adopté et supposons une vitesse d'éjection de $v = 2500$ mètres/seconde telle que le Professeur GODDARD l'a obtenue. Joignons sur l'abaque les points correspondants qui nous donnent $kv = 1250$; joignons ce point à celui de l'échelle des t qui correspond à 743 secondes que vient de nous donner l'abaque IV et nous obtenons $M_0/M = 310$ environ.

Supposant que, conservant encore le même k , nous portions la vitesse d'éjection aux 4000 mètres/seconde d'Oberth, nous voyons que le rapport de masse tombe à 37,5; si l'on peut atteindre les 4500 mètres/seconde que j'espère, M_0/M descendrait à 23; si enfin, avec cette même vitesse on admettait $k = 0,2$ d'où $t = 252,5$ on aurait seulement $M_0/M = 15,5$. Il ne semble pas que l'on puisse espérer rien de mieux avec nos moyens actuels; ce serait déjà fort satisfaisant.

Ces quelques exemples ont bien fait comprendre la facilité et la rapidité d'investigation que permettent ces diagrammes. Quand on s'en sera ainsi servi pour « dégrossir un problème », il sera naturellement nécessaire, dans les cas requérant de la précision, de faire des calculs particuliers exacts qui seront, hélas, longs et fastidieux.

4° Procédés pour suraccélérer le jet gazeux.

Ces quelques exemples numériques ont rendu encore plus apparente l'énorme importance d'une vitesse d'éjection aussi grande que possible et cette importance, maintenant bien connue, a particulièrement excité l'esprit inventif des chercheurs. Une des idées les plus intéressantes à première vue fut présentée par M. l'Ingénieur L. GUSSALLI, de Brescia; elle se ramène en principe à ceci :

Rien n'empêche de concevoir que les gaz sortant d'une tuyère subissent ultérieurement une accélération supplémentaire par un procédé quelconque.

Dans le système GUSSALLI, le jet sortant de la tuyère est dirigé sur les aubes d'une roue de turbine, mais, au lieu que celle-ci emprunte de l'énergie aux gaz et les abandonne avec une vitesse réduite, elle tourne à contre-sens et les rejette avec une vitesse accrue en leur communiquant de l'énergie; cette énergie doit donc être fournie en supplément de celle qu'ont développée les gaz de la tuyère pour s'accélérer eux-mêmes.

Comme le « combustible » (au sens large comprenant le comburant), qui alimente cette tuyère, doit être le plus énergétique possible (voir plus

haut), il est naturel de penser que c'est encore lui qui alimentera la machine suraccélétratrice, afin de réduire au minimum la consommation massique.

Dans une lettre, M. GUSSALLI envisageait pourtant que cette dernière mission pourrait un jour être confiée à une source d'énergie beaucoup plus concentrée; il songeait probablement à l'énergie intra-atomique. Je dénommerai cette variante : *l'hypothèse GUSSALLI*, sans du reste préjuger en rien de la source énergétique à laquelle elle se réfère.

Étude du problème dans sa généralité.

Soient deux combustibles (au sens large) dont les énergies spécifiques respectives soient E et E' .

J'admettrai que l'appareil consomme pendant un temps élémentaire dt déterminé, une masse élémentaire déterminée Δm , de l'ensemble combustible-comburant; Δm sera donc composé de deux parties : une masse dm du combustible « principal » et une masse δm du combustible « auxiliaire » chargé par un procédé quelconque de « suraccélérer » le premier et rejeté par la fusée avec une vitesse relative nulle, tandis que le premier est expulsé avec la vitesse relative finale v_1 .

Nous aurons donc

$$dm + \delta m = \Delta m \quad (\text{I. 200})$$

et nous étudierons le phénomène en considérant Δm comme constant et en faisant varier de 0 à 1 le rapport $dm/\Delta m$.

Pour que l'analyse soit complète, j'admettrai que le mécanisme à « fonctionnement direct » possède un rendement énergétique ν et le mécanisme « auxiliaire » ou « suraccélérateur » un rendement ν' . Nous aurons alors la relation

$$\frac{1}{2} dm v_1^2 = E \nu dm + E' \nu' \delta m \quad , \quad (\text{I. 201})$$

d'où

$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{dm} (E \nu dm + E' \nu' \delta m)} \quad . \quad (\text{I. 202})$$

Soit maintenant l'impulsion élémentaire

$$di = v_1 dm \quad , \quad (\text{I. 203})$$

nous aurons

$$di = \sqrt{2 dm (E \nu dm + E' \nu' \delta m)} \quad , \quad (\text{I. 204})$$

ou, en vertu de (I. 200) et en mettant en évidence le rapport $dm/\Delta m$,

$$di = \sqrt{2 (\Delta m)^2 \left[(E \nu - E' \nu') \left(\frac{dm}{\Delta m}\right)^2 + E' \nu' \frac{dm}{\Delta m} \right]} \quad . \quad (\text{I. 205})$$

La quantité entre crochets est de la forme

$$A x^2 + Bx = P \quad , \quad (I. 206)$$

où $B > 0$ et $A \geq 0$.

Les deux racines de P sont $x' = 0$ et $x'' = -B/A$; le maximum ou le minimum de P a lieu pour $x = -B/2A$.

Premier cas. — $E_v \geq E'v'$; $A \geq 0$.

On voit immédiatement que P est une fonction croissante de x dans tout l'intervalle $0 < x < 1$, donc le maximum de P et, corrélativement, celui de di a lieu pour

$$dm = \Delta m \quad . \quad (I. 207)$$

Dans ce cas qui comprend le système GUSSALI, on peut affirmer que la fusée « à fonctionnement direct » sera toujours la plus avantageuse.

En effet, pour chaque élément Δm consommé, elle recevra un élément d'impulsion di plus grand que toute autre fusée. Si donc on compare deux fusées de même masse initiale au moment où elles ont consommé la même fraction de cette masse, la fusée à fonctionnement directe aura atteint une altitude plus grande que celle de toute autre fusée. Corrélativement, à altitude égale, la fusée à fonctionnement direct aura consommé moins de masse.

Deuxième cas. — $E_v < E'v'$; $A < 0$.

On a toujours, pour $x = 0$, $P = 0$ et de plus

$$\left(\frac{dP}{dx}\right)_0 = 2Ax + B = B > 0 \quad (I. 208)$$

donc P commence par croître avec x et passe par un maximum pour

$$x = -\frac{B}{2A} \quad ; \quad (I. 209)$$

il faut maintenant voir si ce maximum tombe dans l'intervalle $0 < x < 1$.

a) Le maximum tombe au delà : $-(B/2A) \geq 1$.

On voit en se reportant à (I. 205) qu'il en résulte

$$E_v \geq \frac{E'v'}{2} \quad ; \quad (I. 210)$$

le polynome P est constamment croissant dans l'intervalle $0 < x < 1$ et la condition optimum est encore (I. 207).

Même dans ce cas, un système suraccélérateur est nuisible ou au moins inefficace.

b) Le maximum tombe dans l'intervalle $0 < x < 1$; $-(B/2A) < 1$.

Il en résulte

$$E_v < \frac{E'v'}{2} \quad ; \quad (I. 211)$$

c'est seulement dans le cas (qui comprend l'hypothèse GUSSALLI) qu'un système accélérateur peut être avantageux.

Remarque I. — Dans ce dernier cas, il semble bien improbable que l'on ne puisse utiliser directement le plus énergétique des deux combustibles et l'on retomberait alors sur le premier cas. Ne nous berçons donc pas de l'espoir d'améliorer ainsi nos actuels moyens d'action; dans l'état présent, l'intervention de l'énergie intra-atomique n'est, hélas, qu'un rêve... espérons-la.

Remarque II. — Si les gaz suraccélérateurs étaient rejetés avec une vitesse notable, on aboutirait simplement à se rapprocher d'autant plus de la solution directe, que leur vitesse restante se rapprocherait davantage de leur vitesse propre d'éjection.

Je tiens à bien spécifier ici que ce résultat négatif regrettable ne saurait diminuer le mérite de l'ingéniosité de M. GUSSALLI qui, à mon avis, valait l'examen approfondi qui vient de lui être consacré et qui a tout au moins le mérite d'avoir suscité ce travail et ainsi contribué à éclairer une question délicate.

CHAPITRE II

Mouvement de la fusée dans l'air.

Période de propulsion.

Conservant les symboles du Chapitre premier j'y ajouterai simplement F pour la force de résistance de l'air au mouvement de l'appareil; c'est une fonction qui croît avec V , décroît quand l'altitude y croît et dépend en outre de la qualité de pénétration du projectile.

L'équation générale du mouvement est alors

$$M \frac{d^2y}{dt^2} = M\Gamma - MG - F, \quad (\text{II. 1})$$

soit

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{S\mu v^2 - F}{M} - \frac{g}{(1 + y/R)^2}. \quad (\text{II. 2})$$

J'admettrai que la section d'éjection est égale à celle du matre-couple de la fusée et j'écrirai

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{S}{M} \left[\mu v^2 - \frac{F}{S} \right] - \frac{g}{(1 + y/R)^2}. \quad (\text{II. 3})$$

1° Tout d'abord la notion de section minimum, c'est-à-dire

$$S_0 \geq \frac{M_0 g}{\mu^2 v} \quad (\text{II. 4})$$

subsiste;

2° Pendant toute la durée de la combustion, si M/S ne croît pas, l'accélération totale $\frac{d^2y}{dt^2}$ ne devient jamais négative.

En effet, par hypothèse, $\left(\frac{S_0 \mu v^2}{M_0} - g \right)$ est positif et M/S ne croît pas,

donc $\frac{S}{M} \mu v^2$ ne décroît pas. D'ailleurs $\frac{g}{(1 + y/R)^2}$ décroît quand l'altitude croît, donc la différence

$$\frac{S \mu v^2}{M} - \frac{g}{(1 + y/R)^2} \quad (\text{II. 5})$$

croît avec l'altitude.

Pour que l'accélération de mouvement

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\mu S v^2 - F}{M} - \frac{g}{(1 + y/R)^2} \quad (\text{II. 6})$$

devienne négative, il faudrait que F augmente, ce qui *exigerait* que V croisse et, par suite, que l'accélération de mouvement *soit positive*, ce qui est incompatible.

Corollaires. — Si pendant toute la durée de la combustion M/S est une constante (cas de la fusée exponentielle) ou une fonction du temps non croissante :

a) La vitesse et l'altitude vont constamment en croissant ;

b) On a constamment $\frac{F}{S} < \mu v^2$. (II. 7)

Cas du cylindre.

Nous avons vu que, dans le vide, à section maximum égale, le cylindre était plus économique que toute autre forme et que le cylindre de longueur maximum était le plus économique.

Il est évident que dans l'air nous ne pouvons comparer que des appareils de même pénétration.

J'admettrai que la retardation est de la forme

$$\frac{F}{M} = \frac{1}{\varpi} \cdot \varphi(V, y) \quad (\text{II. 8})$$

où ϖ est ce que j'appellerai « le coefficient de pénétration balistique » et où $\varphi(V, y)$, fonction croissante de V et décroissante de y , ne dépend que de ces deux variables.

J'énoncerai alors les résultats suivants :

De deux fusées cylindriques de même pénétration balistique, celle qui a la plus grande longueur (voir p. 58) (ou, ce qui revient au même, la plus grande masse par unité de section) ira plus haut ou élèvera à la même hauteur une masse finale plus grande.

Il suffit de répéter le raisonnement déjà fait dans le cas du vide, mais

ici la question de perte de vitesse par la résistance de l'air pourrait introduire une confusion dans l'esprit du lecteur et il est bon d'éclaircir la question en examinant d'abord le cas de deux *projectiles* P et P', de même pénétration balistique, lancés vers le haut au même instant et de la même altitude avec des vitesses initiales V_0 et V'_0 .

Supposant

$$V_0 > V'_0, \quad (\text{II. 9})$$

je dis que, malgré la résistance de l'air, le *projectile* P atteindra une altitude finale plus élevée que celle de P'. Cela paraît évident, mais il est bon de le démontrer pour faire connaître un procédé de raisonnement :

Considérons les deux *projectiles* au bout d'un temps très court après l'instant initial; le premier commence par monter plus haut. Mais la retardation due à la résistance de l'air étant plus grande pour P que pour P', le premier perd plus vite sa vitesse. Cependant le second ne peut le rattraper, car, quand sa vitesse tend à devenir égale à celle du premier, la retardation due à la résistance de l'air tend aussi à devenir égale et même supérieure puisqu'il est moins haut, alors que la pesanteur est au moins aussi favorable au premier qu'au second. Donc le premier *projectile* atteint une altitude finale plus grande.

Revenant aux fusées, nous considérerons maintenant deux fusées identiques Φ et Φ' de même pénétration balistique.

Supposons que, par un procédé quelconque, on ait fait acquérir à Φ une vitesse V_0 et une altitude y_0 et qu'alors que Φ' est encore au sol avec une vitesse nulle, nous allumions les deux appareils; on peut démontrer qu'à consommation égale, le premier appareil conservera son avance.

En effet, quand la vitesse du second appareil tend à devenir égale à celle du premier, la retardation due à la résistance de l'air tend à devenir, pour le second, égale (sinon plus grande) à ce qu'elle est pour le premier, l'action retardatrice de la pesanteur étant aussi plus grande pour le second que pour le premier; ce dernier conserve donc une certaine avance en vitesse et une avance plus accentuée encore en altitude.

Il résulte de là que, dans l'air comme dans le vide, la fusée cylindrique de longueur maximum est encore celle qui élève le plus haut une même masse ou qui élève à la même hauteur une masse plus grande.

Courbe de consommation totale. — Toujours dans le cas du cylindre, l'équation

$$\frac{F}{S} = \mu v^2 \quad (\text{II. 10})$$

représente, pour les cylindres de même π/S , une courbe (V, y) qui a une signification remarquable.

Nous avons vu en effet que, pendant la combustion, la vitesse va en croissant. Supposons que l'on prolonge cette combustion jusqu'à consommation totale, c'est-à-dire que l'on fasse tendre M vers 0. L'altitude de fin de combustion étant limitée (certainement $<$ que dans le cas du vide), si la vitesse devenait infinie, le rapport F/S deviendrait lui-même infini; il arriverait donc un moment où l'on aurait

$$\frac{F}{S} > \mu v^2 \quad (\text{II. 11})$$

et l'accélération deviendrait négative. *La vitesse ne peut donc pas augmenter au delà de toute limite.*

D'autre part, vers la fin de la combustion, M tendant vers 0, on peut démontrer que, si la différence $(\mu v^2 - F/S)$ demeurerait finie (c'est-à-dire supérieure à un nombre fixe donné, si petit soit-il), la vitesse augmenterait au delà de toute limite, ce qui serait en contradiction avec la première partie du raisonnement; la différence $\mu v^2 - F/S$ tend donc vers 0.

D'où la conclusion suivante : l'équation

$$\frac{F}{S} = \mu v^2 \quad (\text{II. 12})$$

représente la courbe de combustion totale; toutes les courbes de combustion vont se terminer sur cette courbe.

Dans le cas du cylindre, en introduisant les notations déjà employées dans le cas du vide, nous aurons

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{v - \frac{1}{\mu} \frac{F}{S}}{T - t} - \frac{g}{(1 + y/R)^2} \quad (\text{II. 13})$$

ou encore, en posant

$$t = \lambda T \quad ,$$

$$\frac{dV}{d\lambda} = \frac{v - \frac{1}{\mu} \frac{F}{S}}{1 - \lambda} - \frac{gT}{(1 + y/R)^2} \quad (\text{II. 14})$$

Nous pourrions introduire le coefficient k et poser

$$T = k\tau = k \frac{v}{g} \quad (0 \leq k \leq 1) \quad (\text{II. 15})$$

Résistance de l'air. — Valeur de F .

J'examinerai d'abord les formules consacrées des balisticiens et en proposerai ensuite une plus simple et surtout « plus parlante ».

Soit maintenant l'accélération de sens opposé au mouvement ou « retardation » due à la résistance de l'air, sur un projectile de masse p et d'angle ogival fictif $\sin \gamma$. Nous aurons

$$F = p\Gamma \quad , \quad (\text{II. 16})$$

avec (Loi de Gâvre) :

$$\Gamma = \Delta'_0 \frac{a'^2}{p} \sin \gamma \cdot e^{-hy} f(V) \times 100 \quad , \quad (\text{II. 17})$$

où :

$\Delta'_0 = 1,208$ masse en kilogrammes du mètre cube d'air au sol (Gâvre);

a' diamètre (calibre) en mètres,

p' masse en kilogrammes,

$h = 10^{-4}$.

Dans e^{-hy} et $f(V)$, y et V sont évalués en mètres et mètres/seconde; alors

$$\frac{F}{S} = \frac{400}{\pi} \left(\frac{p}{p'}\right) \left(\frac{a'}{a}\right)^2 \Delta'_0 \sin \gamma \cdot e^{-hy} f(V) \left\{ \begin{array}{l} S = \pi a^2/4 \\ S \text{ en centimètres carrés} \\ a \text{ en centimètres.} \end{array} \right.$$

Comme on a

$$a' = \frac{a}{100} \quad , \quad p = 1000 p' \quad ,$$

$$\frac{F}{S} = \frac{40}{\pi} \Delta'_0 \sin \gamma e^{-hy} f(V) \quad (\text{II. 18})$$

et notre équation s'écrira

$$\frac{dV}{d\lambda} = \frac{v - \frac{40}{\pi \mu v} \Delta'_0 \sin \gamma \cdot e^{-hy} f(V)}{1 - \lambda} - \frac{gT}{(1 + y/R)^2} \quad , \quad (\text{II. 19})$$

où tout est en c.g.s., sauf y et V dans e^{-hy} et $f(V)$ pour lesquels l'unité de longueur est le mètre.

Si nous voulons que partout y , v et V soient exprimés en mètres et mètres par seconde, il suffit d'écrire notre équation sous la forme

$$100 \frac{dV}{d\lambda} = \frac{100v - \frac{40}{100\pi\mu v} \Delta'_0 \sin \gamma \cdot e^{-hy} f(V)}{1 - \lambda} - 981 \frac{T}{(1 + y/R)^2} \quad . \quad (\text{II. 20})$$

On tire de là

$$\frac{dV}{d\lambda} = \frac{v - \frac{4}{1000\pi\mu v} \Delta'_0 \sin \gamma \cdot e^{-hy} f(V)}{1 - \lambda} - 9,81 \frac{T}{(1 + y/R)^2} \quad , \quad (\text{II. 21})$$

où μ est en c.g.s., $\Delta'_0 = 1,208$ (ou tout autre valeur en kilogrammes par mètre cube correspondant à $y = 0$), mais pour y , a et V l'unité de longueur est le mètre.

Pour $v = 2\,000$ mètres/seconde et $\mu = 1/4000^e$, le coefficient de $\sin \gamma \cdot e^{-\mu v} f(V)$ est

$$\frac{4}{1\,000\pi \mu v} \lambda_0 = \frac{4 \times 1,208}{1\,000\pi \times \frac{1}{4\,000} \times 2\,000} = \frac{8 \times 1,208 \times 10^{-3}}{\pi} = 3,0761 \times 10^{-3} .$$

Avec ces nombres

$$\frac{dV}{d\lambda} = \frac{2000 - 3,0761 \times 10^{-3} \sin \gamma \cdot e^{-\mu v} f(V)}{1 - \lambda} - 9,81 \frac{T}{(1 + y/R)^2} . \quad (\text{II. 22})$$

Voilà l'indication d'ordre général qu'il est possible de donner pour la fusée cylindrique. Je rappellerai que cette dénomination désigne simplement une fusée dans laquelle la section d'éjection est constante. De même l'expression fusée conique désigne une fusée où la section d'éjection est proportionnelle à la puissance deux tiers de la masse restante.

Même en considérant que, dans ce cas, le diamètre du corps du mobile demeure constant, il ne semble pas très utile d'établir des formules, car on ne voit pas comment la section d'éjection, ou, plus exactement, la section au col de la tuyère, pourrait varier d'une façon continue; cette observation s'applique également à la fusée exponentielle.

Au delà donc de ce qui vient d'être exposé, on tombe dans des cas particuliers qui pourront se rapprocher plus ou moins du type conique ou du type exponentiel, mais ceci seulement par fusées cylindriques successives ou « fusées gigognes ». Il semble que chacun de ces cas devra faire l'objet d'une étude particulière.

Les formules précédentes ont été établies selon les habitudes des balisticiens, la fonction $f(V)$ qui figure dans l'expression de F n'a pas été précisée. Il s'agit ici de vitesses encore bien plus grandes qu'en balistique et il ne serait pas légitime d'appliquer la formule usuelle de l'aviation

$$F = KSV^2 . \quad (\text{II. 23})$$

En réalité, du reste, ce n'est là que sa forme primitive; elle a depuis été perfectionnée et compliquée par l'introduction d'autres coefficients de manière à permettre de toujours rapporter les mesures à un air étalon (pression, température, degré hygrométrique déterminés). Malheureusement on introduit également un autre coefficient tout à fait arbitraire qui a pour but de comparer toute carène à un plan carré de même surface que le maître couple de la carène considérée et se déplaçant orthogonalement dans l'air.

Cette base de comparaison me semble défectueuse, car les propriétés aérodynamiques d'un plan se déplaçant orthogonalement dépendent de ses

dimensions ainsi que de la forme du contour qui le limite et le choix du plan carré est purement arbitraire.

Je proposerai de toujours comparer la résistance de pénétration éprouvée par un mobile dans l'air à la quantité de mouvement par rapport à ce mobile de la colonne d'air ayant pour section le maître-couple du mobile et pour longueur sa vitesse dans l'air. On comprend immédiatement que cette résistance est égale à la force que développerait l'annulation rigoureuse de la quantité de mouvement relative de l'air qui frappe le mobile si toutes ses molécules étaient renvoyées transversalement par rapport au mouvement. Cette définition a l'avantage d'établir un coefficient de pénétration absolu, par rapport à la section transversale elle-même du mobile et indépendamment de toute forme prise pour étalon.

Supposant une telle carène effectivement réalisée, la résistance qu'elle éprouverait lors de son déplacement dans l'air aurait pour expression avec les unités habituelles de l'aéronautique (kilogramme-poids, mètre, seconde)

$$F = \frac{\alpha}{g} S V^2 \quad (\text{II. 24})$$

où $g = 9,81$ et α est le *poids* en kilogrammes du mètre cube d'air à l'endroit considéré. Comme ici j'exprime tout en c.g.s., cette formule devient simplement

$$f = a S V^2 \quad (\text{II. 25})$$

où a représente la *masse* en grammes du centimètre cube d'air à l'endroit considéré.

En réalité les balisticiens sont conduits à admettre que l'exposant de V augmente avec la vitesse et atteindrait près de 4 au voisinage de la vitesse du son ; je pense préférable de conserver la forme de (II. 25), et j'écrirai

$$f = k k' a S V^2 \quad (\text{II. 26})$$

Dans cette formule, k' sera un coefficient de vitesse égal à 1 pour les faibles vitesses et augmentant très peu jusqu'au voisinage de la vitesse du son pour laquelle il prend brusquement la valeur 2,5 environ. Lorsque V continue à croître, k' fait de même, mais, pour les projectiles ogivés, atteint un maximum vers $V = 1,7$ fois la vitesse du son et ce maximum est de l'ordre de 3,4 comme on peut le voir sur la figure 6, empruntée à un travail de M. RIABOUCHINSKY (C. R. 164 Janv. 1917). On voit également que, lorsque V croît indéfiniment, k' tend vers 2 selon une formule proposée par cet auteur et qui est en bonne concordance avec les points expérimentaux figurés.

L'autre coefficient, k , est le coefficient habituel de forme, sauf qu'il n'est plus fonction de V et que je le rapporte à la carène idéale qui, à faible vitesse, satisfait à l'équation (II. 25).

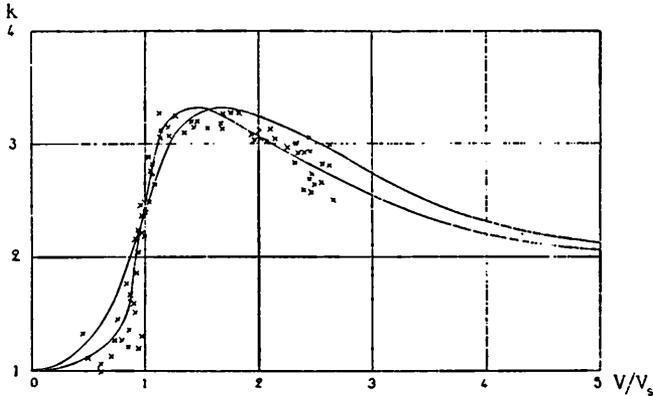


Fig. 6

La correspondance entre ce coefficient k et le $\sin \gamma$ de Gâvre se fait de la manière suivante :

TABLEAU VI.

Valable pour $V \sim 50^{\text{m/s}}$	B. P.	P. M.	Sphère	Plan	Parachute
$\sin \gamma$	0,31	0,45	0,5846		
k	0,0560	0,0816	0,1060	0,7000	1 à 2

(B. P. signifie *bon projectile* et P. M. *projectile de qualité moyenne.*)

Avec la formule (II. 26), l'équation (II. 14) devient

$$\frac{dV}{d\lambda} = \frac{v - \frac{k k' a V^2}{\mu v}}{1 - \lambda} - \frac{g T}{(1 + y/R)^2} \quad (\text{II. 27})$$

que j'adopterai définitivement.

Echauffement dû à la vitesse.

Si, comme ce sera généralement le cas ici, un projectile est animé d'une vitesse très supérieure à la vitesse moyenne d'agitation des molécules du gaz

qui l'entoure, d'une part $k' = 2$ et d'autre part on peut considérer qu'il existe à l'arrière un vide parfait et que la totalité de la force F résulte de la compression du gaz devant ce projectile. Il est alors facile d'exprimer la pression moyenne développée; d'après (II. 26) et ce qui vient d'être dit pour k' , son expression est

$$p_m = \frac{F}{S} = 2 k a V^2 . \quad (\text{II. 28})$$

Si l'on appelle p_a la pression ambiante, le rapport de compression sera

$$\frac{p_m}{p_a} = 2 \frac{a}{p_a} k V^2 , \quad (\text{II. 29})$$

où

$$\frac{a}{p_a} = \frac{1}{p_a v} = \frac{M}{R T_a} , \quad (\text{II. 30})$$

R étant la constante des gaz parfaits, M la masse moléculaire du gaz considéré et T_a la température absolue; on a alors,

$$\frac{p_m}{p_a} = \frac{2 k M V^2}{R T_a} . \quad (\text{II. 31})$$

Si l'on veut maintenant considérer la température que prend le gaz brusquement comprimé devant la tête du projectile, on a l'expression

$$\frac{T}{T_a} = \left[\frac{2 k M V^2}{R T_a} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} , \quad (\text{II. 32})$$

soit

$$T = T_a \left[\frac{2 k M V^2}{R} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} . \quad (\text{II. 33})$$

Cette formule, qui n'est valable qu'au delà du double environ de la vitesse moyenne d'agitation moléculaire, montre que la température de tête augmente avec la température ambiante, mais bien moins vite qu'elle, et que cette température de tête est indépendante de la pression ambiante; elle est donc indépendante de la densité, mais ceci seulement pour un même gaz puisqu'elle dépend de la masse moléculaire.

On comprend aussi combien il est injustifié de dire que le projectile s'échauffe par « frottement sur l'air », comme on le fait communément en parlant des bolides, puisque c'est l'air lui-même qui s'échauffe par compression devant le projectile.

Le frottement proprement dit ne saurait du reste produire des effets de la grandeur constatée puisque la viscosité, indépendante de la pression, est fonction de la vitesse elle-même et non de son carré; aux grandes vitesses,

son effet doit nécessairement disparaître devant celui de la force vive relative de l'air, proportionnelle à V^2 comme il vient d'être dit.

La compression de tête peut, par contre, rendre compte de l'échauffement des bolides. Considérons par exemple un mobile de $k = 0,1$ (un projectile convenablement ogivé aurait un peu moins, un bolide un peu plus) circulant à grande vitesse à une altitude supérieure à 11 000 mètres, c'est-à-dire dans la région appelée « stratosphère, » dont il sera parlé plus loin et dont la température est constante et égale à $-54^{\circ}\text{C} = 219^{\circ}\text{A}$; la température *centigrade* de l'air comprimé devant ce projectile sera en fonction de la vitesse :

TABLEAU VII

Nature du gaz	k	V en km/sec.									
		1	2	3	4	6	8	10	12	15	20
Air. . .	0,1	35	189	311	417	606	765	907	1042	1227	1502
Hydrogène .	0,1	»	»	- 5	+46	132	202	270	329	422	541
Air. . .	1	329	625	869	1082	1410	1752	2023	2292	6237	3167
Hydrogène .	1	+ 2	141	246	346	513	653	781	907	1077	1327

Ce tableau ne représente que les cas extrêmes de l'air et de l'hydrogène; on trouvera plus loin une formule de la variation de la masse moléculaire M avec l'altitude, permettant de calculer l'échauffement à cette altitude au moyen du nomogramme de la Planche VI. Ce nomogramme fonctionne de la manière suivante : on pointe les valeurs de k et M et on les joint par une droite. Le point ainsi déterminé sur l'axe médian non gradué est joint à son tour au point représentatif de V ; l'intersection avec l'axe des T donne la température *absolue* de l'air comprimé en tête.

On voit que dès la vitesse de 2 kilomètres par seconde, l'échauffement devient inacceptable dans l'air pour un projectile habitable; il est vrai que l'action de cet échauffement ne durerait pas très longtemps, la question de quantité d'énergie mise en jeu et de capacité calorifique de l'enveloppe du projectile interviendrait donc. Sa conductibilité interviendrait aussi, le projectile pouvant se refroidir par l'arrière où l'air détendu est plus froid.

Remarque I. — Sur l'abaque dont il vient d'être parlé, je ne suis pas

descendu au-dessous de $k = 0,1$ pour deux raisons : 1° un astroncf ne sera pas un simple projectile, mais devra comporter deux ailerons lui permettant d'atterrir et même probablement de partir comme un aéroplane, son k sera donc supérieur à celui d'un simple projectile ogivé; 2° la loi de variation de k' n'est connue que jusque vers 1500 m/s et n'est elle-même applicable qu'à un projectile ogivé; on sait que pour un cylindre à extrémités planes, k' , loin de décroître pour les vitesses supérieures à celles du son, continue à croître; on ignore comment il se comportera pour un véhicule muni d'ailerons.

Remarque II. — Sur le même abaque, la graduation T s'arrête naturellement à sa partie inférieure à la valeur $T = 219^\circ \text{A}$, température de la stratosphère. Si la construction venait à donner un point inférieur, il faudrait simplement considérer que l'on est en dehors de la zone d'application de l'abaque et que l'échauffement est négligeable; il ne saurait, en effet, être question d'un refroidissement par compression.

Remarque III. — Le mode de calcul qui a été employé est nécessairement trop favorable puisqu'il n'indique qu'une température *moyenne*, entraînant la nécessité que les régions du gaz portées à une pression supérieure à la pression moyenne calculée soient également à une température supérieure à la température moyenne calculée.

Remarque IV. — L'abaque a été établi avec un γ constant et égal à 1,41; la variation de ce coefficient avec la température n'apporte pas, pour l'hydrogène, de variation notable dans le résultat; par contre, pour l'hélium dont le $\gamma = 1,652$, les températures seraient beaucoup plus élevées que l'abaque ne l'indique; pour l'azote, elles seraient un peu plus faibles.

On voit, en tout cas, que les chiffres obtenus pour la vitesse de 20 km/s dans l'hydrogène ne correspondraient pas, pour une sphère, à la volatilisation des matières qui composent les bolides; nous savons cependant *par expérience* qu'ils se volatilisent dans la stratosphère.

Cela peut tenir à trois raisons :

1° A la présence dans cette zone d'une importante proportion d'hélium (voir Chap. II, « stratosphère »);

2° A ce que l'azote existerait dans la stratosphère, plus haut que ne l'indique la théorie cinétique (*ibid.*);

3° A un phénomène particulier qui est le suivant:

Dans ces régions élevées, la pression est extrêmement faible, donc le libre parcours moléculaire augmente avec l'altitude au point de pouvoir atteindre l'ordre de grandeur des dimensions mêmes du mobile; à ce moment il ne se forme plus de matelas protecteur de gaz comprimé devant la tête du projectile et celle-ci reçoit directement les chocs moléculaires individuels sous une vitesse qui est de l'ordre de sa propre vitesse de circulation. Chaque choc représente alors une température proportionnelle au carré de la vitesse d'impact et l'on doit écrire

$$T = 273 \frac{V^2}{V_0^2} \quad (\text{II. 34})$$

où V_0 est la vitesse carrée moyenne de translation moléculaire à 273°A , soit 1838 m/s pour l'Hydrogène et 492 m/s pour l'Azote. Les températures absolues de choc dans ces deux gaz seraient ainsi en fonction de la vitesse :

TABLEAU VIII

V Km/s	1	2	3	4	6
Azote	1 128°	4 511°	10 150°	18 045°	40 601°
Hydrogène.	81°	323°	727°	1293°	2 909°
V Km/s	8	10	12	15	20
Azote	72 179°	112 780°	162 403°	253 775°	451 120°
Hydrogène.	5 172°	8 081°	11 637°	18 183°	32 324°

Évidemment les températures dépassant $10\,000^\circ \text{A}$ ne représentent plus grand'chose à notre esprit et, d'autre part, il ne serait pas légitime d'assimiler complètement ces chocs moléculaires à une température telle que nous la connaissons par ses effets. Pour ces raisons, je n'ai pas pris la peine d'un calcul long et délicat pour déterminer la vitesse moyenne de choc en tenant compte de la loi de répartition de MAXWELL; il semble du reste qu'il faudrait tenir compte de la forme de la proue, et alors le problème deviendrait inextricable. Les chiffres ci-dessus indiquent donc seulement que, dans les régions très raréfiées, la température de l'air comprimé en tête sera *certainement très supérieure* à celles du Tableau VII et ce n'est pas précisément rassurant!

Remarque V. — Le fait que dans la formule (II. 33) la température T est indépendante de la pression ambiante donnerait à croire qu'aucun véhicule-fusée ne pourra jamais être expulsé de la Terre sans être volatilisé. S'il en était ainsi, les bolides devraient eux-mêmes être incandescents depuis l'infini et ils ne le deviennent pourtant qu'à 120 kilomètres d'altitude en moyenne; cela provient de ce qu'une température n'est pas à elle seule un agent suffisant à produire l'échauffement, il faut qu'elle soit liée à une quantité de chaleur appréciable.

On verra plus loin que l'énergie mise en jeu dans le freinage d'un projectile revenant vers la Terre ne devient sensible que vers 120 kilomètres, ce qui est précisément l'altitude d'apparition des étoiles filantes; au delà, énergie et corrélativement quantité de chaleur sont absolument inexistantes; si donc, en fait, le bolide ou le projectile y sont très légèrement échauffés, ils rayonnent immédiatement dans l'espace environnant une quantité de chaleur égale à celle qu'ils reçoivent et ne s'échauffent pas davantage.

L'expérience des bolides doit donc entièrement nous rassurer; seule la fusée cylindrique qui prend nécessairement sa vitesse maximum au-dessous de 200 kilomètres d'altitude *peut* se trouver exposée à un accident; la fusée conique qui peut n'atteindre sa vitesse maximum qu'à une altitude nonuple, soit 1800 kilomètres, peut y échapper ainsi que la fusée exponentielle, sauf cependant si cette dernière fonctionne avec $v \geq 10g$, ce qui donne une raison de plus d'éviter de telles accélérations déjà inquiétantes au point de vue physiologique.

Sous ces réserves on peut dire que l'intervention de la résistance de l'air ne modifie pas considérablement les résultats établis pour le vide. Ceci provient de ce qu'une fusée, contrairement à un canon, ne communique pas instantanément la vitesse maximum au projectile, mais lui communique une vitesse graduellement croissante; sauf dans les deux cas indiqués, celle-ci ne prend donc une très grande valeur qu'au delà de la zone dangereuse de 120 kilomètres, c'est-à-dire à un endroit où la densité, donc la résistance de pénétration, sont tellement faibles que le travail absorbé est, malgré la vitesse, insignifiant.

On voit par cela que la fusée est bien le véhicule par excellence des explorations interplanétaires.

Densité et composition de la très haute atmosphère.

Considérations générales.

La formule (II. 27) met en jeu la densité et la formule (II. 33) la masse moléculaire de l'air au point considéré. Dans mon travail de 1927 j'ai traité ces questions par un procédé simpliste dont l'unique but était de me « faire une idée » de la résistance rencontrée par un astronef dans son mouvement à travers l'atmosphère.

Depuis, j'ai essayé de serrer la vérité de plus près et vais développer ci-après les idées qui m'ont guidé dans l'établissement d'une nouvelle formule de la densité atmosphérique en fonction de l'altitude. Ces idées ont, du reste, été déjà publiées (C.R. 186, 25 juin et 187, 27 juillet 1928, et *Aéro-philie*, 1^{er}-15 octobre 1929).

Les mouvements atmosphériques seront considérés comme assez lents pour ne pas faire écarter appréciablement la loi de pression de ce qu'elle serait en atmosphère immobile.

En un point considéré, j'appellerai y l'altitude au-dessus du niveau de la mer, p la pression, a la masse spécifique, M la masse moléculaire et T la température absolue. Au niveau de la mer on aura $p_0 = 760 \text{ mm} = 1033 \text{ gr/cm}^2$ et $a_0 = 0,35312/T_0$; la constante des gaz parfaits $R = 8,3156 \cdot 10^{-7}$; toutes les écritures sont en c.g.s.

Avec ces notations, l'équilibre d'une tranche horizontale d'épaisseur dy s'écrit

$$dp = -g a dy \quad (\text{II. 50})$$

et la loi des gaz parfaits donne la relation

$$\frac{p}{a} = \frac{RT}{M} \quad (\text{II. 51})$$

Ici, deux cas extrêmes sont à envisager :

1° Le gaz est réellement dans un repos parfait et sa température se met en équilibre radiatif et devient pratiquement uniforme; (II. 51) différentiée, donne avec (II. 50) l'équation

$$\frac{da}{a} = -\frac{gM}{RT} dy \quad (\text{II. 52})$$

qui s'intègre

$$\frac{a}{a_0} = e^{-\frac{gM}{RT} y} \quad (\text{II. 53})$$

j'y reviendrai plus tard.

2° Les courants internes, sans suffire à troubler d'une façon appréciable l'état de pression, suffisent cependant à rapprocher celui-ci de l'état d'équilibre adiabatique, les masses qui s'élèvent se refroidissant par détente et inversement.

Si l'état adiabatique est pour un instant supposé parfait, la masse spécifique et la température absolue sont liées par la relation

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{a}{a_0}\right)^{(\gamma-1)}, \quad (\text{II. 54})$$

qui, introduite dans (II 51) et différenciée, donne

$$dp = \gamma \frac{RT_0}{M} \left(\frac{a}{a_0}\right)^{(\gamma-1)} da; \quad (\text{II. 55})$$

cette expression, introduite à son tour dans (II. 50), donne

$$\gamma \frac{RT_0}{M} \frac{a^{(\gamma-2)}}{a_0^{(\gamma-1)}} da = -g dy. \quad (\text{II. 56})$$

Avec la condition $a = a_0$ pour $y = 0$, cette dernière équation s'intègre

$$\frac{a}{a_0} = \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{gM}{RT_0} y\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}. \quad (\text{II. 57})$$

La discussion des conditions de possibilité de ces deux états est fort compliquée, elle fait l'objet de nombreuses études (JEANS, « The dynamical Theory of gases ». Chap. XV. — GOLD, « Proc. of Roy. Soc. » LXXXII. A (1909), p. 43), qui aboutissent à la conclusion que l'équilibre adiabatique existe nécessairement au moins jusqu'à l'altitude où $p = 1/2 p_0$ (5,5 km env.), mais ne saurait exister au delà de celle où $p = 1/4 p_0$ (10,5 km env.). L'expérience a, du reste, depuis longtemps confirmé que la température atmosphérique diminue quand l'altitude augmente, mais ceci seulement jusqu'à une valeur de cette dernière qui varie selon les latitudes et les saisons, mais demeure toujours voisine de 10 à 11 km (TESSERENC DE BORT, 1899).

Pour mon étude, je diviserai donc l'atmosphère en deux couches distinctes : la couche adiabatique s'étendant depuis le sol jusqu'à une hauteur de 10,5 km et la couche isothermique s'étendant au delà.

Couche adiabatique ou Troposphère.

Je commencerai par l'étude de cette couche, non seulement parce qu'elle nous baigne, mais encore parce que son état : pression et composition à sa limite supérieure, détermine entièrement l'état de la couche isothermique

qui la surmonte, comme il sera dit plus loin. Comme elle ne s'étend que jusqu'à 10,5 km d'altitude je négligerai la variation de l'intensité de la pesanteur qui n'excède pas 0,3 %.

Si l'état adiabatique était parfait, la chute de température s'exprimerait facilement en fonction de l'altitude : (II. 54) et (II. 57) donnent immédiatement

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{gM}{RT_0} y \quad , \quad (\text{II. 58})$$

d'où

$$\frac{dT}{dy} = - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{gM}{R} \quad . \quad (\text{II. 59})$$

Cette formule donne une diminution de 10° par km alors qu'en réalité, près du sol, la variation adoptée comme moyenne, par le Comité Météorologique International, est de 5° et qu'elle augmente graduellement jusque vers 8° par km au sommet de la couche *adiabatique*; ce qualitatif est, comme on le voit, assez imparfait, ce qui n'a rien de surprenant si l'on songe à l'énorme surface de frottement mutuel que s'offrent les courants ascendants et descendants qui doivent ainsi se mélanger dans une forte proportion.

L'équation (II. 59) montre que l'utilisation d'un exposant *polytropique* constant $\alpha \neq \gamma$ ne serait d'aucun secours pour représenter le phénomène (ce genre d'exposants est utilisé dans la théorie des moteurs à explosion).

Ne pouvant plus considérer dT/dy comme constant, mais comme fonction de y , nous le représenterons par les premiers termes de son développement en série, selon la méthode classique; l'intégration de ce développement va nous donner alors

$$T = A + B.y + C.y^2 + D.y^3 \quad (\text{II. 60})$$

et nous allons déterminer les quatre coefficients A, B, C, D, à l'aide des quatre données expérimentales que nous possédons, à savoir :

$$\left. \begin{array}{l} \text{la température au sol } (y = 0) : T_0 = 289^\circ\text{A ou } 16^\circ\text{C,} \\ \text{la température au sommet de la couche adiabatique } (y = 1,05 \cdot 10^6) \\ T = 219^\circ\text{A} \\ dT/dy \text{ au sol : } \quad -5 \cdot 10^{-5}. \\ dT/dy \text{ au sommet : } -8 \cdot 10^{-5}. \end{array} \right\} (\text{II. 61})$$

On voit de suite que

$$\left. \begin{array}{l} A = T_0 = 289^\circ\text{A} \\ B = \left(\frac{dT}{dy}\right)_0 = -5 \cdot 10^{-5} \quad ; \end{array} \right\} (\text{II. 62})$$

C et D seront déterminés au moyen des valeurs correspondantes au sommet, et, tout calcul fait, il vient

$$T = 289 - 5 \cdot 10^{-5} y - 1,904\ 762 \cdot 10^{-11} y^2 + 3,023\ 419 \cdot 10^{-18} y^3 \quad . \quad (\text{II 63})$$

Nous allons calculer maintenant la masse spécifique en fonction de l'altitude; nous supposons, comme il a été dit, que les courants verticaux ont une vitesse insuffisante à troubler sensiblement l'équilibre hydrostatique moyen, ce qui nous permet de joindre à (II. 63)

$$dp = -agdy \quad , \quad (\text{II. 50})$$

ainsi que l'équation des gaz parfaits

$$\frac{p}{a} = \frac{RT}{M} \quad , \quad (\text{II. 51})$$

qui donnent

$$\frac{dp}{p} = -\frac{gM}{RT} dy \quad . \quad (\text{II. 64})$$

De (II. 51), je tire, par différentiation logarithmique :

$$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} + \frac{da}{a} \quad , \quad (\text{II. 65})$$

d'où

$$\frac{da}{a} = -\frac{dT}{T} - \frac{gM}{R} dy \quad (\text{II. 66})$$

et en intégrant

$$\text{Ln} \frac{a}{a_0} = \text{Ln} \frac{T_0}{T} - \frac{gM}{R} \cdot \int_{y_0}^{y_1} \frac{dy}{T} \quad . \quad (\text{II. 67})$$

Prenant

$$\left. \begin{aligned} g &= 980,940 \quad , \\ M &= 28,95 \quad , \quad (0 = 16) \quad , \\ R &= 8,3156 \cdot 10^7 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II. 68})$$

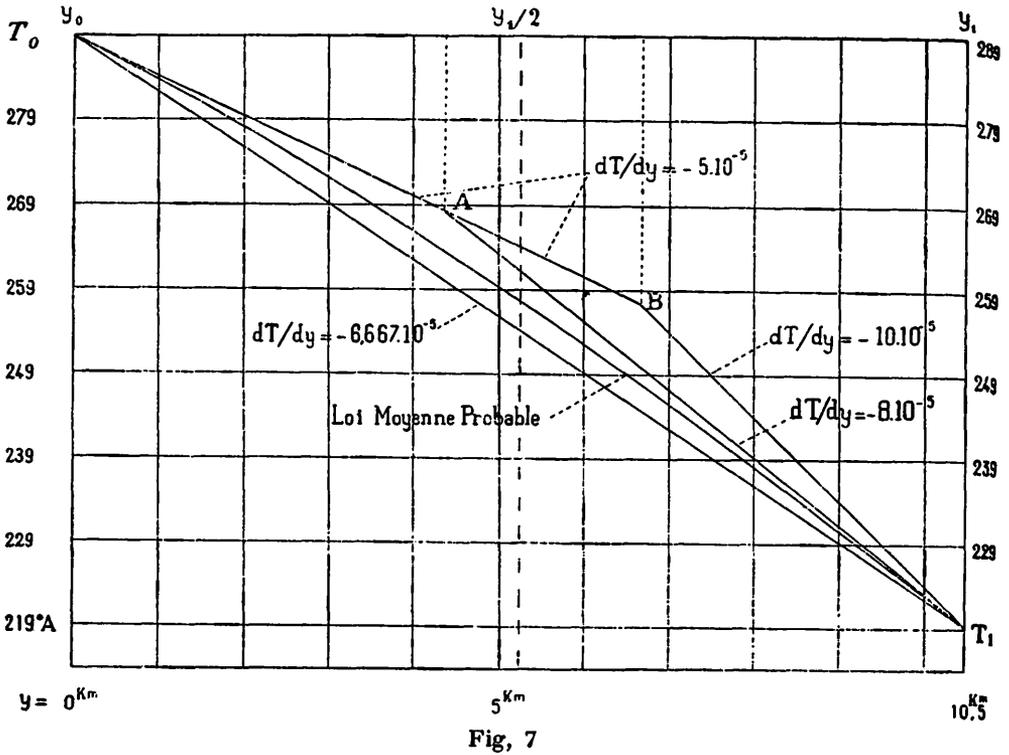
et, passant aux log. décimaux, l'équation (II. 67) s'écrit

$$\log \frac{a}{a_0} = \log \frac{T_0}{T} - 1,4831 \cdot 10^{-4} \int_{y_0}^{y_1} \frac{dy}{T} \quad . \quad (\text{II. 69})$$

Remarque importante. — Pour continuer le calcul, nous n'aurions qu'à remplacer T par sa valeur (II. 63), mais la détermination de cette fonction peut sembler assez arbitraire comme n'étant basée que sur les données expérimentales aux seules deux limites de la couche; aussi nous semble-t-il bon d'examiner maintenant comment les résultats sont affectés par le choix plus ou moins judicieux de la loi représentant les variations de T en fonction de y.

Toutes les lois que nous pouvons raisonnablement admettre doivent être comprises entre les deux lois limites suivantes : supposons d'abord que les conditions $dT/dy = -5 \cdot 10^{-5}$ et $-8 \cdot 10^{-5}$ ne se réalisent respectivement

aux limites de la couche adiabatique que sur une hauteur négligeable et que la fonction soit représentée pratiquement par la droite T_0T_1 de la figure 7, puis nous supposons maintenant que la loi passe à l'extrême inverse et la fonction sera représentée par l'ensemble des deux droites T_0AT_1 . On pourrait même à la rigueur, et contre toute vraisemblance, admettre un dT/dy



Fig, 7

au sommet de $- 10 \cdot 10^{-5}$, ce qui nous donnerait alors les deux droites T_0BT_1 ; contre toute vraisemblance, avons-nous dit, car ce gradient de $- 10^{\circ}$ par km correspondrait à une détente adiabatique parfaite, jamais réalisée, puisqu'elle nécessiterait des courants verticaux sans brassage entre les masses montantes et descendantes.

Généralisation.

Dans tous les cas, la courbe représentative de toute loi acceptable se trouvera comprise dans l'aire du triangle T_0BT_1 , et aura donc une courbure suffisamment peu accentuée pour que nous puissions appliquer à l'intégrale du deuxième membre de (II. 69) la formule de SIMPSON, dite aussi « des

trois niveaux », ce qui nous dispense de toute hypothèse sur la nature de la fonction représentative et donne

$$\log \frac{a}{a_0} = \log \frac{T_0}{T} - 1,4831 \cdot 10^{-5} \frac{y_1 - y_0}{6} \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{T_1} + \frac{4}{T_m} \right) \quad ; \quad (II. 70)$$

T_m étant la température correspondant à l'altitude $\frac{y_0 + y_1}{2}$.

C'est par la variation de cette valeur T_m que le choix de la loi va influencer le résultat final; or le diagramme (fig. 7) nous montre que T_m peut « raisonnablement » varier de 254 à 266, entraînant pour a/a_0 une variation de 0,3187 à 0,3269. Ce dernier chiffre a été calculé par la formule (II. 70), sa valeur exacte est 0,3266; la loi extrême T_0BT_1 donnerait 0,3293 (0,3288 par la formule II. 70).

En résumé, selon la loi choisie, la valeur du rapport a/a_0 varie seulement de 0,3187 à 0,3293, soit de 3%; il est donc loisible d'adopter la loi (II. 63) qui nous donne

$$T_m = 257,94 \quad \text{et} \quad a/a_0 = 0,3233 \quad . \quad (II. 71)$$

En outre, au cours de nos recherches, nous avons été amenés à essayer les fonctions les plus simples possédant des dérivées continues, la croissance de la température devant être « régulière » (en temps normal, s'entend); nous avons essayé plusieurs exposants, l'exposant 0,4074 répondant seul parfaitement aux conditions aux limites.

Tous les résultats sont récapitulés dans le tableau ci-dessous :

TABLEAU IX.

Loi adoptée	$\left(\frac{dT}{dy} \right)_0$	$\left(\frac{dT}{dy} \right)_1$	$\frac{a_1}{a_0}$
1. Loi linéaire simple	— 6,667.10 ⁻⁵	— 6,667.10 ⁻⁵	0,3187
2. Loi (II. 63)	— 5.10 ⁻⁵	— 8,000.10 ⁻⁵	0,3233
3. Loi $\frac{dT}{dy} = k(y + h)^{1/3}$	»	— 7,902.10 ⁻⁵	0,3232
4. Loi $\frac{dT}{dy} = k(y + h)^{0,4074}$	»	— 8,000.10 ⁻⁵	0,3233
5. Loi $\frac{dT}{dy} = k(y + h)^{1/2}$	»	— 8,09.10 ⁻⁵	0,3233
6. Loi $\frac{dT}{dy} = k(y + h)$	»	— 8,33.10 ⁻⁵	0,3238
7. Loi $\frac{dT}{dy} = k(y + h)^2$	»	— 8,48.10 ⁻⁵	0,3243
8. Loi bilinéaire T_0AT_1	»	— 8,000.10 ⁻⁵	0,3266
9. Loi bilinéaire T_0BT_1	»	— 10,000.10 ⁻⁵	0,3293

Les chiffres admis par les différents Auteurs qui font autorité en la matière sont les suivants :

La loi de LAPLACE, avec son coefficient habituel $z = 18\,400$, donne 0,269; la formule de GAVRE non corrigée : 0,44 et corrigée : 0,303 025; LINDENBERG, RATEAU (C.R. 174, p. 1599-13/6/22) et SOREAU (C.R. 175, p. 1041-27/11/22) : 0,305; SERVICE TECHNIQUE DE L'AÉRONAUTIQUE : 0,3163; SOREAU (C.R. 176-29/1/23) : 0,295.

Ils semblent inconciliables avec ceux du tableau précédent; pour des raisons exposées plus loin (p. 100), nous n'avons pas cru devoir nous arrêter à cette difficulté et avons adopté la loi (II. 63) comme la plus vraisemblable.

Avant de pousser plus loin, faisons quelques remarques :

1° En tout temps, on est conduit à considérer T_1 comme pratiquement constant et égal à 219°A (-54°C); il en est de même pour y_1 : $1,050 \cdot 10^6 \text{ cm}$.

2° Au contraire, $\left(\frac{dT}{dy}\right)_0$ varie avec les saisons, sans relation cependant avec les variations correspondantes de T_0 ; nous tirons en effet du *Recueil des Constantes Physiques*, tableau 293 et 293a :

TABLEAU X.

Mois	1	2	3	4	5	6
$\left(\frac{dT}{dy}\right)^{0,1^m}$	4	5	6,3	7	7	6,6
T_0 moy.	2,5	3,9	6,2	10,3	13,4	16,9
Mois	7	8	9	10	11	12
$\left(\frac{dT}{dy}\right)^{0,1^m}$	6,1	5,8	5,5	4,9	4,1	3,7
T_0 moy.	18,6	18	15	10,3	6	2,9

Tout au plus peut-on dire que ces deux quantités varient en gros dans le même sens;

3° Dans le cas où la distribution des températures en altitude présente de fortes anomalies, les jours par exemple où il y a des inversions ($dT/dy > 0$), la formule (II. 70) présente encore l'avantage de se prêter à une sommation par tranches sans aucune modification; sa précision sera suffisante pourvu que la courbe $T(y)$ ne soit pas trop « courbée » dans chaque tranche; en

fait, en temps normal, son application aux fonctions ci-dessus envisagées en une seule tranche pour la totalité de la couche adiabatique donne quatre chiffres exacts (sauf toutefois pour les lois bilinéaires).

Nous allons étudier maintenant l'influence des fluctuations de la température au sol T_0 .

Influence des variations de la température au sol.

T_1 et γ_1 restant fixes, les variations de T_0 entraînent nécessairement en chaque point une variation correspondante du gradient dT/dy ; malheureusement, la météorologie ne donne rien de précis à cet égard; tout au plus, et seulement pour le gradient au sol, donne-t-elle des moyennes saisonnières analogues à celles du Tableau X, duquel, comme on l'a vu, nous ne pouvons rien tirer. D'ailleurs, il nous faudrait aussi connaître les variations du gradient au sommet de la couche, et rien n'a été publié à ce sujet, à notre connaissance du moins. Il ne faut pas en particulier conclure de la fixité de T_1 à celle de son gradient, quoiqu'on puisse être tenté de le faire.

Mais, fort heureusement, la variation de ce gradient influe très peu sur la valeur résultante de a/a_0 ; on s'en rend compte aisément sur la loi linéaire T_0T_1 du diagramme : elle ne dépend que de T_0 et T_1 et pas du tout des valeurs de leurs gradients; pour les autres lois, ces valeurs vont agir, très légèrement d'ailleurs, sur celle de la température T_m et, partant, sur celle de a/a_0 tiré de la formule (II. 70); mais le Tableau IX montre que toutes ces autres lois sont pratiquement équivalentes à la loi linéaire : celle-ci donne en effet 0,3187 pour valeur de a/a_0 , alors que la valeur la plus probable de ce rapport est de 0,3233, soit une différence inférieure à 0,005; les grandeurs en jeu étant loin d'être déterminées avec cette précision, nous nous estimons autorisés à adopter dans la suite cette loi particulièrement simple. Dans cette hypothèse, nous tirons de l'équation (II. 70) la relation

$$\log \frac{a_1}{a_0} = \log \frac{T_0}{T_1} - 25,954 \left(\frac{1}{T_0} + \frac{1}{219} + \frac{8}{T_0 + 219} \right) \quad (\text{II. 72})$$

Faisant varier T_0 de cinq en cinq degrés depuis $-5_0 = 268^\circ \text{A}$, jusqu'à $+30_0 = 303^\circ \text{A}$ inclusivement, nous obtenons :

TABLEAU XI.

$T_0 =$	268°	273°	278°	283°	288°	293°	298°	303°
$\frac{a_1}{a_0} =$	0,2792	0,2885	0,2979	0,3073	0,3169	0,3265	0,3362	0,3460

Il ressort de là que a_1/a_0 , si peu sensible aux variations de $f(y)$ quand cette fonction demeure dans des limites physiquement raisonnables, varie au contraire de 25 % en fonction de variations normalement possibles de T_0 .

Faire des moyennes générales de mesures non classées en fonction de T_0 , comme il semble qu'on l'ait fait jusqu'à présent, paraît donc bien aléatoire et peut-être même quelque peu privé de signification physique.

Les seules expériences mentionnant la température au sol, que j'aie jusqu'à présent eues en mains, sont celles du Professeur GAMBA, de Pavie, qui m'ont été aimablement communiquées par M. MAURAIN, Doyen de la Faculté des Sciences de Paris, que je remercie de son amabilité; elles accusent les résultats suivants :

TABLEAU XII.

a_0 (ramené au niveau de la mer) . . .	1,2434	1,2560
T_0 (déduit de cette densité à 760) . . .	284° A = + 11°	281° A = + 8°
a_1/a_0 (mesures Gamba)	0,313	0,309
$a_1 a_0$ (d'après II. 72)	0,3113	0,3053

Il pourrait ici sembler plus légitime de tenter un ajustement des coefficients de la formule (II .63) de manière à tenir compte de ces derniers chiffres; il ne nous a pas encore semblé judicieux de le faire avant d'avoir de plus nombreux résultats expérimentaux de *différents* auteurs et avec l'indication des températures mesurées avec toutes garanties d'exactitude .

Variations de a en fonction de y et de T_0 .

Tout ce qui vient d'être dit ne concerne que le rapport a/a_0 ; il faut maintenant analyser ce qui se passe pour a lui-même, comme étant en réalité la quantité qui intéresse directement l'ingénieur astronaute.

Ajoutant $\text{Ln } a_0$ à chacun des membres de (II. 70), et lui appliquant la méthode de SIMPSON, on obtient

$$\text{Ln } a = \text{Ln } \frac{a_0 T_0}{T} - \frac{gM}{R} \left(\frac{y-y_0}{6} \right) \left(\frac{1}{T_0} + \frac{4}{T_m} + \frac{1}{T} \right) \quad \text{(II. 73)}$$

or il faut remarquer que, d'après (II. 51)

$$a_0 T_0 = p_0 \frac{M}{R} \quad \text{(II. 74)}$$

de telle sorte que (II. 73) peut s'écrire

$$\text{Ln } a = \text{Ln } p_0 \frac{M}{R} - \text{Ln } T - 1,4831 \cdot 10^{-4} \left(\frac{y - y_0}{6} \right) \left(\frac{1}{T_0} + \frac{4}{T_m} + \frac{1}{T} \right) \cdot \quad (\text{II. 73}')$$

Des oscillations de p_0 , de 3% de part et d'autre de sa valeur moyenne sont extrêmement rares, de telle sorte que, dans une première approximation, on peut légitimement considérer $p_0 \frac{M}{R}$ comme un facteur constant égal à 0,353.

Dans ces conditions, (II. 74) donne

$$a_1 = 0,353 \frac{a_1/a_0}{T_0} \cdot \quad (\text{II. 75})$$

Du Tableau XI, nous tirons alors le suivant

TABLEAU XIII.

T_0	268	273	278	283	288	293	298	303
$10^5 \cdot a_1$	0,3675	0,3728	0,3780	0,3831	0,3882	0,3931	0,3980	0,4028

Il est extrêmement remarquable que la densité à 10 500 mètres *augmente* en même temps que T_0 , tandis que, naturellement, la densité au sol *diminue*; cette variation n'est nullement négligeable puisqu'elle excède légèrement 10 % pour des variations extrêmes mais normales de T_0 .

Comme la variation de a_1/a_0 , celle-ci est pratiquement linéaire et dans les limites considérées, il en est à peu près de même de a_0 , en fonction de T_0 ; il est donc permis de supposer qu'entre ces deux variations linéaires inverses il existe une altitude où a est indépendant de T_0 .

C'est là un problème des variations qui n'est pas algébriquement très compliqué, mais qui conduit à des écritures qui le sont passablement; j'ai donc préféré le traiter par un procédé mi-algébrique mi-graphique qui m'a montré l'existence mathématique de cette couche à densité indépendante de T_0 pour $y = y_0 + 5,17 \cdot 10^5$ cm, soit 5170 mètres au-dessus du sol, altitude pour laquelle le calcul donne :

$$a_{(T_0 = -5')} = 0,664 \quad , \quad a_{(T_0 = +10')} = 0,664 \quad , \quad a_{(T = +30')} = 0,663$$

Ainsi donc, la densité atmosphérique absolue, qui augmente au sol avec

le refroidissement hivernal et diminue avec l'échauffement estival, suit une variation inverse au sommet de la couche adiabatique et demeure invariable à 5170 mètres d'altitude, sauf les variations dues à p_0 qui sont toujours faibles, mais en tout cas indépendantes du cours des saisons.

J'ignore si cette particularité a déjà été indiquée; il y aurait intérêt à vérifier expérimentalement si elle se réalise.

Expression de la pression en fonction de y et de p_0 .

Intégrant (II. 65), j'obtiens

$$\text{Ln } \frac{p}{p_0} = \text{Ln } \frac{T}{T_0} + \text{Ln } \frac{a}{a_0} ; \quad (\text{II. 76})$$

cette équation, jointe à (II. 70), donne

$$\log \frac{p}{p_0} = -1,4831 \cdot 10^{-4} \left(\frac{y - y_1}{6} \right) \left(\frac{1}{T_0} + \frac{4}{T_m} + \frac{1}{T_1} \right) . \quad (\text{II. 76})$$

qui, appliquée à $x_1 = 1,05 \cdot 10^6$ cm, devient

$$\log \frac{p_1}{p_0} = -25,954 \left(\frac{1}{T_0} + \frac{4}{T_m} + \frac{1}{T_1} \right) \quad (\text{II. 77})$$

TABLEAU XIV.

$T_0 =$	268°	273°	278°	283°	288°	293°	298°	303°
$\frac{p_1}{p_0} =$	0,2281	0,2314	0,2347	0,2378	0,2410	0,2470	0,2471	0,2501

On voit que le rapport des pressions varie dans le même sens que la densité absolue à la même altitude y_1 , augmentant avec T_0 et ceci à peu près dans la même proportion de 10% entre les mêmes limites extrêmes.

Les valeurs données par les mêmes auteurs que ci-dessus sont 0,2389 (LINDENBERG, RATEAU, C.R. 174, p. 1599-13/6/22); 0,240 (LINDENBERG SOREAU, C.R. 175, p. 1041-27/11/22); elles correspondent respectivement à $T_0 = +9^{\circ},5$ et $+11^{\circ}$ selon ma formule; le SERVICE TECHNIQUE DE L'AÉRONAUTIQUE, qui par ailleurs semble admettre $+15^{\circ} = 288$ au sol, aboutit

pour le rapport des pressions à 11 500 et au sol à 0,2414 qui par ma formule correspondrait à $286^{\circ},2 = + 13,2$.

Toutes les considérations précédentes entraîneraient comme corollaires de longs développements relativement à l'établissement des records d'altitude en avion tels qu'ils se pratiquent actuellement; je me bornerai ici aux considérations qui intéressent l'aéronautique.

Conclusion. — La conclusion de ce paragraphe relatif à l'atmosphère « adiabatique » sera que, pour les calculs d'aéronautique, il est en général possible, par la formule (II. 73), de connaître la densité atmosphérique à la base de la stratosphère avec une approximation de quelques centièmes par la simple connaissance de la température au sol.

Pour le calcul de la densité moyenne dans la stratosphère, j'adopterai comme température moyenne au sol $16^{\circ} = 289^{\circ}$, c'est-à-dire une densité au sommet de l'atmosphère adiabatique de $0,389.10^{-3}$ c.g.s.

Atmosphère extérieure isothermique ou Stratosphère.

J'admettrai que la température uniforme de cette région est

$$- 54^{\circ} \text{ C} = 219^{\circ} \text{ A}$$

Reprenant les équations (II. 50), (II. 51) et (II. 52) :

$$dp = - g a dy \quad , \quad (\text{II. 100})$$

$$\frac{p}{a} = \frac{RT}{M} \quad , \quad (\text{II. 101})$$

$$\frac{da}{a} = - \frac{gM}{RT} dy \quad , \quad (\text{II. 102})$$

j'introduirai les conventions suivantes :

1^o Les altitudes seront comptées provisoirement à partir de la base de la stratosphère et je les appellerai z ;

2^o Il sera tenu compte de la variation de l'accélération de la pesanteur avec l'altitude :

$$g = g_0 \left(\frac{R'}{R' + z} \right)^2 \quad , \quad (\text{II. 103})$$

où

$$R' = R + 10,5 \text{ km} = 6382 \text{ km} \quad . \quad (\text{II. 104})$$

3° Il sera fait abstraction de la force centrifuge due à la rotation terrestre; elle est négligeable.

Dans ces conditions (II. 102) devient

$$\frac{da}{a} = - \frac{M}{RT} g_0 \left(\frac{R'}{R'+z} \right)^2 dz \quad . \quad (\text{II. 104})$$

qui s'intègre

$$a = a_0 \cdot e^{-\frac{M}{RT} g_0 R' \left(\frac{z}{R'+z} \right)} \quad . \quad (\text{II. 105})$$

D'après la théorie cinétique des gaz, cette équation s'applique séparément à chacun des gaz constituants de telle sorte que, si l'on connaît la constitution et la pression à la base de la stratosphère, on peut en déduire la composition, la pression et la densité à une altitude quelconque.

Composition à la base de la stratosphère. — J'admettrai, comme la plupart des auteurs, que les courants verticaux de la « troposphère » sous-jacente sont suffisants à maintenir dans cette région la même composition qu'au sol. Dans ces conditions il ne se pose de question que pour l'hydrogène et l'hélium, mais cette question présente un intérêt capital comme on le verra.

JEANS admet les proportions suivantes :

TABLEAU XV.

Élément	En volume	Masse moléculaire	Produit	Proportion en masse
H ₂	10 ⁻⁴	2	2.10 ⁻⁴	6,911.10 ⁻⁶
He	4.10 ⁻⁶	4	16.10 ⁻⁶	5,528.10 ⁻⁷
N ₂	0,7803	28	21,855	0,7549
O ₂	0,2099	32	6,720	0,2321
Ar	0,94.10 ⁻²	40	0,376	0,0130
Masse moléc. app. 28,951			Total 1,0000.	

(Ne, Kr et Xe qui, grâce à leur poids atomique élevé et à leur faible proportion initiale disparaissent rapidement avec l'altitude, n'ont pas été considérés.)

Comptant, non en masse spécifique, mais en nombre de molécules, il obtient les chiffres suivants :

TABLEAU XVI (Jeans)

Gaz	Mas. mol.	Nombre de molécules par cc. à l'altitude z (en Kilomètres)				
		z = 0	z = 20	z = 80	z = 160	z = 800
Hydr. .	2	100×10^{15}	80×10^{15}	4300×10^{11}	1820×10^{11}	3×10^{11}
Hélium	4	4×10^{15}	$2,6 \times 10^{15}$	73×10^{11}	13×10^{11}	10^6
Néon . .	20	$12,5 \times 10^{15}$	$1,4 \times 10^{15}$	$0,3 \times 10^{11}$	$0,5 \times 10^7$	0
Azote. .	28	$780\ 300 \times 10^{15}$	$42\ 900 \times 10^{15}$	520×10^{11}	35×10^7	0
Oxygène	32	$209\ 900 \times 10^{15}$	$7\ 000 \times 10^{15}$	25×10^{11}	$0,3 \times 10^7$	0
Argon .	40	$9\ 400 \times 10^{15}$	139×10^{15}	$0,04 \times 10^{11}$	10^2	0
Krypt. .	83	$0,5 \times 10^{15}$	10^9	0	0	0
Xénon .	130	$0,06 \times 10^{15}$	10^5	0	0	0
Totaux .		10^{19}	5×10^{17}	5×10^{14}	2×10^{13}	3×10^{11}

On voit que, dès que $z = 80$ kilomètres, l'hydrogène aurait une large prépondérance, même sur l'azote.

Il faut remarquer que Lord RAYLEIGH indique pour H_2 une proportion moindre de $1/30\ 000^e$ en volume, soit moins de $2,3 \cdot 10^{-6}$ en masse et Georges CLAUDE moins de 10^{-6} en masse. Ces deux derniers chiffres sont du même ordre et, considérant les moyens expérimentaux dont disposait Georges CLAUDE, c'est le sien que j'adopterai. Je serai alors conduit aux masses spécifiques suivantes :

TABLEAU XVII.

Eléments	Masse moléc	Proportion masse	Masse spécifique à 10,5 km
H_2 JEANS	2	$6,911 \cdot 10^{-6}$	$2,6884 \cdot 10^{-9}$
H_2 CLAUDE	2	$1,000 \cdot 10^{-6}$	$3,8900 \cdot 10^{-10}$
He	4	$5,528 \cdot 10^{-7}$	$2,1504 \cdot 10^{-10}$
N_2	28,08	0,7549	$2,9365 \cdot 10^{-4}$
O_2	32	0,2321	$0,9029 \cdot 10^{-4}$
Ar	39,9	0,0130	$0,0506 \cdot 10^{-4}$
$M_{air} =$	29,02	Masse spécif. à 10,5 km =	$3,8900 \cdot 10^{-4}$

Partant de ces valeurs, on peut former le tableau ci-dessous des masses spécifiques des différents éléments en fonction de z :

TABLEAU XVIII.

z	20 ^{km}	40 ^{km}	60 ^{km}	80 ^{km}	100 ^{km}
H ₂ JE .	0,00022 . 10 ⁻⁵	0,0175 . 10 ⁻⁷	0,1420 . 10 ⁻⁸	1,1509 . 10 ⁻⁹	9,3402 . 10 ⁻¹⁰
H ₂ CL .	0,00003 . 10 ⁻⁵	0,0025 . 10 ⁻⁷	0,0205 . 10 ⁻⁸	0,1665 . 10 ⁻⁹	1,3515 . 10 ⁻¹⁰
He . . .	0,00001 . 10 ⁻⁵	0,0009 . 10 ⁻⁷	0,0060 . 10 ⁻⁸	0,0394 . 10 ⁻⁹	0,2596 . 10 ⁻¹⁰
N ₂ . . .	1,4537 . 10 ⁻⁶	7,3322 . 10 ⁻⁷	3,7665 . 10 ⁻⁸	1,9721 . 10 ⁻⁹	1,0508 . 10 ⁻¹⁰
O ₂ . . .	0,2938 . 10 ⁻⁵	0,9766 . 10 ⁻⁷	0,3315 . 10 ⁻⁸	0,1150 . 10 ⁻⁹	0,0407 . 10 ⁻¹⁰
Ar . . .	0,0071 . 10 ⁻⁵	0,0101 . 10 ⁻⁷	0,0015 . 10 ⁻⁸	0,0002 . 10 ⁻⁹	— 0 —
a tot. .	1,7546 . 10 ⁻⁵	8,3223 . 10 ⁻⁷	4,1260 . 10 ⁻⁸	2,2932 . 10 ⁻⁹	2,7026 . 10 ⁻¹⁰
M . . .	28,69	28,37	26,40	13,74	3,47

z	120 ^{km}	140 ^{km}	160 ^{km}	180 ^{km}	200 ^{km}
H ₂ JE .	7,5895 . 10 ⁻¹⁰	6,1750 . 10 ⁻¹⁰	5,0303 . 10 ⁻¹⁰	4,1031 . 10 ⁻¹⁰	3,3724 . 10 ⁻¹⁰
H ₂ CL .	1,0982 . 10 ⁻¹⁰	8,9349 . 10 ⁻¹¹	7,2786 . 10 ⁻¹¹	5,9370 . 10 ⁻¹¹	4,8718 . 10 ⁻¹¹
He . . .	0,1714 . 10 ⁻¹⁰	1,1345 . 10 ⁻¹¹	0,7529 . 10 ⁻¹¹	0,5009 . 10 ⁻¹¹	0,3372 . 10 ⁻¹¹
N ₂ . . .	0,0570 . 10 ⁻¹⁰	0,0315 . 10 ⁻¹¹	0,0018 . 10 ⁻¹¹	0,0001 . 10 ⁻¹¹	— 0 —
O ₂ . . .	0,0015 . 10 ⁻¹⁰	0,0005 . 10 ⁻¹¹	— 0 —	— 0 —	— 0 —
Ar . . .	— 0 —	— 0 —	— 0 —	— 0 —	— 0 —
a tot. .	1,3281 . 10 ⁻¹⁰	1,0101 . 10 ⁻¹¹	8,0333 . 10 ⁻¹¹	6,4380 . 10 ⁻¹¹	5,2090 . 10 ⁻¹¹
M . . .	2,24	2,13	2,10	2,08	2,07

M, à la dernière ligne de ce tableau, représente la masse moléculaire de l'air; on l'obtient en écrivant que le volume moléculaire du mélange est égal à la somme de ceux de ces composants.

On voit ici qu'avec le chiffre de JEANS, l'hydrogène a déjà une prépondérance énorme à 100 km, tandis qu'avec le chiffre de G. CLAUDE il excède

à peine l'azote; mais, ce qui est beaucoup plus important de notre point de vue actuel, c'est que la masse moléculaire, inaltérée aux faibles z , se trouve fortement diminuée par le chiffre de Georges CLAUDE à partir de $z = 100$ km (environ quatre fois) et réduite à environ $1/7^e$ de sa valeur JEANS au delà de $z = 140$ à 160 km.

Les seules indications que l'on ait à présent sont les sondages par ballons non montés, qui seuls ont pénétré de 15 à 20 km dans la stratosphère; ils indiquent, paraît-il, que la composition de l'air n'est pas encore altérée à ces altitudes, mais il faut remarquer que la pression y étant déjà très basse, les prises ne portent que sur des masses extrêmement faibles qui rendent les analyses très délicates.

Il n'y a eu, je crois, qu'une ascension atteignant 30 km. ($z = 19,5$ km), et il y a lieu de croire que les prises n'ont été effectuées que vers 20 km ($z = 9,5$ km), altitude où la loi cinétique n'indique qu'une très faible altération de la composition. Seule l'exploration par fusées permettra de fixer la réalité en allant beaucoup plus haut.

Pour ces raisons, je crois prudent de me borner jusqu'à nouvel ordre à appliquer la loi cinétique et j'ai cherché à représenter la densité de la stratosphère en fonction de l'altitude par une formule adéquate aux besoins de l'aéronautique et aussi peu compliquée que possible.

Il n'y a, dans la stratosphère, que quatre gaz qui comptent, ce sont, par ordre d'altitude : l'oxygène, l'azote, l'hélium et l'hydrogène; on pourrait donc traiter la question au moyen d'une somme de quatre exponentielles conformes à (II. 105). Par contre, le problème de la masse moléculaire, d'où dérive le calcul de l'échauffement, si important pour nous, serait à peu près inextricable.

Cherchant à représenter cette masse moléculaire en fonction des puissances croissantes de y (et non de z), je me suis aperçu qu'il faut pratiquement diviser la stratosphère en deux zones : la zone inférieure où l'azote prédomine et la zone supérieure où c'est l'hydrogène qui règne; elles se joignent à une altitude $y = 80,5$ km.

Pour faciliter les calculs qui seront faits au Chapitre IV pour la rentrée du projectile dans l'atmosphère, il est désirable d'exprimer a par une fonction analogue.

Conclusions.

J'adopterai les formules suivantes :

Troposphère.

Altitude variant de $y = 0$ à $y = 10,5$ km,

$$\log a = \log \frac{a_0 T_0}{T} - 1,4831 \cdot 10^{-4} \left(\frac{y - y_0}{6} \right) \left(\frac{1}{T_0} + \frac{4}{T_m} + \frac{1}{T} \right) \quad (II. 106)$$

$$M = \text{Cte} = 29,05 \quad (II. 107)$$

Nota. — A un endroit, je suis parti des poids moléculaires « ronds » Az = 28, Ar = 40 et à un autre des poids exacts et très peu différents d'où, pour l'air, deux masses moléculaires : 28,95 et 29,05; je m'excuse de cette petite différence, elle ne me semble pas justifier la reprise d'un travail long et fastidieux eu égard aux autres aléas bien plus grands des calculs ultérieurs.

Stratosphère.

Densité. — La variation de la composition avec l'altitude et l'énorme variation de la densité rendent impossible la représentation de cette densité par une seule formule; il faut subdiviser la stratosphère en trois zones :

1° *Zone à azote.* — Altitude variant de $y = 10,5$ km à $y = 50$ km;
 $a = 8,401\,780 \cdot 10^{-3} - 5,362\,872 \cdot 10^{-4}y + 1,089\,296 \cdot 10^{-5}y^2 - 7,058\,696 \cdot 10^{-8}y^3$

2° *Zone mixte.* — Altitude variant de 50 km à 90 km;
 $a = 1,097\,598 \cdot 10^{-4} - 3,694\,569 \cdot 10^{-6}y + 4,090\,734 \cdot 10^{-8}y^2 - 1,489\,707 \cdot 10^{-10}y^3$

3° *Zone à hydrogène.* — S'étendant de $y = 90$ km à $y = 130$ km;
 $a = 6,482\,44 \cdot 10^{-7} - 1,402\,418 \cdot 10^{-8}y + 9,928\,612 \cdot 10^{-11}y^2 - 2,284\,087 \cdot 10^{-13}y^3$

Masse moléculaire. — Les variations numériques étant ici infiniment plus réduites, deux zones suffisent à une représentation convenable :

1° *Zone azolée.* — Altitude variant de 10,5 km à 80,5 km;

$$M = 29,734 - 9,8182 \cdot 10^{-2}y + 3,1453 \cdot 10^{-3}y^2 - 3,4375 \cdot 10^{-5}y^3$$

2° *Zone hydrogénée.* — S'étendant de 80,5 km jusqu'à 130 km;

$$M = 310,7597 - 6,603\,371y + 4,623\,872 \cdot 10^{-2}y^2 - 1,053\,958 \cdot 10^{-4}y^3$$

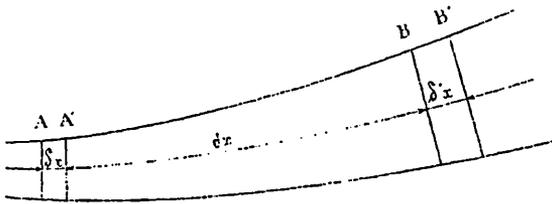
Remarque. — L'altitude limite de 130 km est amplement suffisante pour nos besoins, car, dès 120 km, l'atmosphère atteint une telle ténuité qu'aucune résistance ni aucun échauffement ne se manifestent plus, même pour des bolides animés de vitesses très supérieures à celle d'un astronef.

CHAPITRE III

Détente des gaz de la combustion dans une tuyère.

Equation de Saint-Venant.

Soit une veine gazeuse en état d'écoulement permanent et, dans cette veine, un élément de volume de longueur dx qui, à l'instant t , se trouve compris entre les surfaces isobares A et B. A l'instant $t + dt$, la masse de gaz que renfermait cet élément va s'être déplacée en A',B'. Le temps dt



Fig, 8,

est choisi assez petit pour que δx et $\delta'x$ soient infiniment petits par rapport à dx , de telle sorte que l'on puisse considérer l'état en AA' comme étant p, v, T, w (pression, volume, température, vitesse) et l'état en BB' comme étant $(p + dp), (v + dv), (T + dT), (w + dw)$.

Je supposerai la veine considérée comme assez peu courbée pour que l'action de la force centrifuge soit négligeable.

Tout d'abord le régime permanent implique à la fois que l'état de la région A'B est demeuré inchangé et que la masse comprise entre A et A' est égale à la masse comprise entre B et B'. Le travail fourni au gaz par sa propre détente se limite donc au terme $p.dv$ appliqué à celle masse AA' = dm , mais il a encore fallu que le gaz reçoive le travail nécessaire à faire pénétrer le volume AA' = v dans le volume A'B sous la pression p et fournisse le travail nécessaire à faire sortir de ce volume A'B, le volume BB' = $v + dv$ sous la pression $p + dp$.

Le travail communiqué au gaz s'écrit donc finalement

$$d\mathcal{E} = dm [p.dv + pv - (p + dp)(v + dv)] = - dm.v.dp \quad . \quad (\text{III. 1})$$

Il sera tout d'abord admis naturellement que la totalité de ce travail est transformée en force vive, ce qui s'écrit

$$w \cdot dw = -v \cdot dp \quad . \quad (\text{III. 2})$$

Remarque. — Pour bien éclairer la question, il m'a semblé désirable d'appeler le travail ainsi mis en jeu : « travail de détente d'un gaz avec transvasement » par opposition à la « détente sans transvasement » qui a lieu par exemple dans les moteurs thermiques à pistons et dont le travail est seulement égal à $p \cdot dv$.

Nous allons maintenant considérer le gaz comme parfait ; pour l'unité de masse nous avons

$$pv = \frac{R}{M} T \quad , \quad (\text{III. 3})$$

où R est la constante des gaz parfaits (1), M la masse moléculaire du gaz considéré, T la température absolue et v le volume spécifique.

Si la détente est parfaitement adiabatique

$$pv^\gamma = p_0v_0^\gamma + \text{Cte} \quad , \quad (\text{III. 4})$$

où γ est, comme d'usage, le rapport c_p/c_v des chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant.

On tire de là sans peine

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dv}{v} \quad , \quad (\text{III. 5})$$

$$-(\gamma - 1) \frac{dv}{v} = \frac{dT}{T} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dp}{p} \quad , \quad (\text{III. 6})$$

$$w \cdot dw = \frac{RT}{M} \gamma \frac{dv}{v} = -\frac{RT}{M} \frac{dp}{p} \quad (\text{III. 7})$$

et, par intégration, les formules classiques

$$\left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T}{T_0} \quad , \quad (\text{III. 8})$$

$$\frac{w^2}{2} = \frac{RT_0}{M} \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma-1}\right] \quad , \quad (\text{III. 9})$$

$$= \frac{RT_0}{M} \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \quad , \quad (\text{III. 10})$$

$$= \frac{RT_0}{M} \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{T}{T_0}\right)\right] = \frac{R}{M} \frac{\gamma}{\gamma-1} (T_0 - T) \quad . \quad (\text{III. 11})$$

(1) Dans mon précédent ouvrage j'avais appelé R la constante spécifique du gaz considéré ; cette notation ayant présenté des inconvénients, je l'ai modifiée.

Soient maintenant deux transformations de l'unité de masse d'un même gaz parfait; l'une à volume constant donne lieu à une variation d'énergie interne

$$dU = c_v dT \quad , \quad (III. 12)$$

l'autre, à pression constante, donne lieu à une variation

$$dU = c_p dT - A p dv \quad , \quad (III. 13)$$

où A est, comme d'usage, l'inverse 1/J de l'équivalent mécanique de la calorie.

Comme l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température, il s'ensuit que si l'on choisit pour ces deux transformations le même dT, les deux dU seront aussi égaux. Si maintenant nous dérivons par rapport à T, il vient

$$\frac{dU}{dT} = c_v = c_p - A p \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{p=Cte} \quad . \quad (III. 14)$$

Mais (III. 3) nous donne

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_{p=Cte} = \frac{R}{M p} \quad , \quad (III. 15)$$

soit

$$J (c_p - c_v) = \frac{R}{M} \quad .$$

ou, en passant aux chaleurs moléculaires C,

$$J (C_p - C_v) = R \quad (III. 16)$$

et enfin

$$C_p = \frac{R}{J} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_v = \frac{R}{J} \frac{1}{\gamma - 1} \quad . \quad (III. 17, 18)$$

La première portée dans (III. 11) en donne une forme nouvelle

$$\frac{w^2}{2} = \frac{J}{M} C_p (T_0 - T) \quad , \quad (III. 19)$$

qui présentera pour nous une importance particulière comme on le verra par la suite.

(Tout ceci est élémentaire, mais il m'a paru désirable de partir du début afin de présenter un édifice complet.)

Tuyère de Laval.

Jusqu'ici, nous avons simplement supposé que toute l'énergie interne du gaz était intégralement transformée en force vive, mais cela est-il possible et, dans l'affirmative, moyennant quelles conditions?

Si nous appelons s une section quelconque considérée de la tuyère et μ la masse spécifique du gaz dans cette section, l'équation de continuité s'écrit

$$\frac{dm}{dt} = s\mu w = s \frac{w}{v} = \text{Cte} \quad , \quad (\text{III. 20})$$

où v est le volume spécifique du gaz dans la tranche élémentaire considérée; de là, en différentiant logarithmiquement

$$\frac{ds}{s} + \frac{dw}{w} - \frac{dv}{v} = 0 \quad . \quad (\text{III. 21})$$

Cette équation, jointe à (III. 7) et (III. 11), donne

$$\frac{ds}{s} = \frac{dv}{v} \left(1 - \frac{\gamma-1}{2} \frac{T}{T_0-T} \right) \quad . \quad (\text{III. 22})$$

où s , v et T sont positifs par essence avec $T_0 > T$.

Pour que la détente soit continue, la pression doit constamment décroître au fur et à mesure que l'élément de masse considéré progresse dans la tuyère; (III. 8) montre alors que la température décroît aussi constamment et que le volume spécifique doit croître, de telle sorte que dv est constamment positif.

Il résulte de l'ensemble de ces conditions qu'au début de la détente où $T = T_0$, ds est négatif et que la section doit commencer par aller en décroissant dans le sens de l'écoulement.

Lorsque

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2}{\gamma+1} \quad , \quad (\text{III. 23})$$

ds s'annule et la section cesse de décroître; quand T continue à décroître ds devient positif et la section doit croître. La section minimum s'appelle « le col » de la tuyère et je la représenterai par S . La température, la pression, le volume spécifique et la vitesse y sont par rapport à leurs valeurs initiales

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2}{\gamma+1} \quad , \quad \frac{P}{P_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad , \quad \frac{v_0}{v} = \frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{III. 24})$$

et

$$w^2 = \frac{R}{M} T_0 \frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(1 - \frac{2}{\gamma+1} \right) = \frac{R}{M} T_0 \frac{2\gamma}{\gamma+1} \quad . \quad (\text{III. 25})$$

On démontre que cette vitesse est celle du son dans le gaz et cette démonstration rend clair que l'on ne saurait, au moyen d'un orifice simplement cylindrique ou convergent, faire dépasser à un gaz cette vitesse qui ne correspond qu'à un rapport de détente assez faible, perdant ainsi une part importante de l'énergie qu'il contenait. La découverte de LAVAL consiste à avoir

donné cette démonstration et reconnu que la vitesse du son pouvait être dépassée au moyen d'une tuyère « convergente-divergente », laquelle a reçu avec justice le nom de son inventeur.

C'est la section au col qui, jointe aux conditions initiales, va déterminer le débit de la tuyère.

Ce dernier exprimé en masse a pour expression, en vertu de (III. 24) et (III. 25),

$$\frac{dM}{dt} = S w_{\mu} = S \mu_0 \sqrt{\frac{RT_0}{M} \gamma \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (\text{III. 26})$$

Tout ce qui vient d'être dit s'applique à un gaz parfait bien défini; je l'appliquerai aux gaz réels se détendant dans les tuyères d'un astronef pour trois raisons :

1° Dans l'état où ils s'y trouveront, ils s'écarteront fort peu de l'état parfait;

2° La détente durera dans tous les cas un temps si court qu'il ne semble pas admissible qu'une réaction chimique quelconque ait le temps de se produire;

3° La découverte de OBERTH qu'un excès de l'un des gaz réagissants réduit considérablement le degré de dissociation tout en pouvant favoriser l'obtention de plus grandes vitesses d'éjection, rend, en tout cas, ces réactions chimiques négligeables pendant la détente.

J'appliquerai donc la formule (III. 19) différenciée, soit

$$w \cdot dw = -\frac{J}{M} C_p dT \quad ; \quad (\text{III. 27})$$

mais en remarquant qu'aux températures à envisager on n'a plus le droit de l'intégrer comme si C_p était constant, puisqu'on sait qu'il varie au contraire dans de larges limites. Il faut donc considérer C_p comme une fonction de T et le prendre dans les auteurs qui en donnent par exemple un développement par rapport aux puissances croissantes de T .

Paradoxe des Austro-Allemands.

Un curieux paradoxe a été soulevé au cours des discussions de la « GESELLSCHAFT FÜR WELTRAUMFAHRT UND HOHENFORSCHUNG »; il m'a été signalé par M. l'Ingénieur Guido von PIRQUET, de Vienne. Ce paradoxe est le suivant :

Si l'on considère la vitesse quadratique moyenne de translation des molécules d'un gaz dans un certain état initial et sa vitesse d'éjection donnée

par la formule de SAINT-VENANT, on constate que, pour un rapport de détente suffisant *et toujours possible*, la seconde peut excéder la première. Certains membres de la Société ci-dessus contestaient cette possibilité, d'autres l'admettaient et M. Guido von PIRQUET me demandait mon avis.

Dans ma réponse, je lui fis observer qu'il n'était pas correct de tenir compte uniquement de la vitesse quadratique moyenne de translation et qu'il fallait encore porter en ligne de compte l'énergie contenue dans les vitesses de rotation *et les autres degrés de liberté* des molécules ; l'existence de ces derniers semble avoir été oublié.

Au cours de la détente, la vitesse quadratique moyenne de translation diminue; mais, en vertu du principe d'équipartition de l'énergie entre tous les degrés de liberté, il se produit immédiatement une répartition du prélevement d'énergie entre eux tous; ils doivent donc tous entrer en ligne de compte.

Comme on gagne toujours à dissiper une équivoque, et un paradoxe n'est pas autre chose, examinons donc la question à fond :

La vitesse quadratique moyenne de translation a pour expression

$$\frac{1}{3} M \cdot V^2 = RT \quad , \quad (\text{III. 28})$$

soit

$$V \cdot dV = \frac{3}{2} \frac{R}{M} dT \quad . \quad (\text{III. 29})$$

D'autre part, la théorie cinétique donne pour expression des chaleurs moléculaires des gaz monoatomiques

$$C_r = \frac{3}{2} \frac{R}{J} \quad \text{et} \quad C_p = \frac{5}{2} \frac{R}{J} \quad (\text{III. 30})$$

et pour les gaz diatomiques

$$C_r = \frac{5}{2} \frac{R}{J} \quad \text{et} \quad C_p = \frac{7}{2} \frac{R}{J} \quad . \quad (\text{III. 31})$$

D'une manière générale et en appelant n le nombre des degrés de liberté des molécules considérées, on a

$$C_r = \frac{n}{2} \frac{R}{J} \quad \text{et} \quad C_p = \frac{n+2}{2} \frac{R}{J} \quad . \quad (\text{III. 32})$$

Pour des molécules polyatomiques on a $n > 5$ et cela se produit même pour les molécules diatomiques lorsque la température augmente. Il y a lieu de remarquer ici que le nombre de degrés de liberté à considérer est un nombre *moyen* et qu'il n'est donc pas nécessairement entier, certaines molécules en ayant un ou plusieurs de plus que d'autres au même instant, mais

leur valeur moyenne se maintenant constante à une température donnée par la loi des probabilités et des grands nombres.

Si nous introduisons la valeur (III. 32) de C_p dans (III. 27) il vient

$$w \cdot dw = -\frac{n+2}{2} \frac{R}{M} dT \quad (\text{III. 33})$$

et l'on voit bien nettement que la vitesse d'éjection *doit toujours* être plus grande que la vitesse carrée moyenne lorsqu'on détend le gaz jusqu'à $p = 0$, $T = 0$, ceci même pour les gaz monoatomiques.

Le paradoxe n'est cependant pas encore complètement levé, car le numérateur de la fraction en facteur est $n + 2$ et non pas n , de telle sorte qu'il y a en apparence deux degrés supplémentaires de liberté dont la provenance demeure obscure.

Pour éclairer cette nouvelle difficulté, je considérerai d'abord un réservoir illimité contenant le gaz dans son état initial p_0, v_0, T_0 avec $w_0 = 0$. Ce réservoir étant infini, le prélèvement continu de gaz n'y produit pas de variation d'état et comme, d'autre part, il constitue une réserve infinie d'énergie, il peut malgré cela fournir constamment le travail nécessaire à l'introduction du gaz dans la tuyère sous la pression p_0 . Ce travail a pour expression

$$p_0 v_0 = RT_0 = 2 \frac{R}{2} T_0 \quad (\text{III. 34})$$

justement équivalent aux deux degrés de liberté supplémentaires apparents.

Dans une chambre de combustion finie, ce travail ne saurait naturellement provenir de cette source imaginaire; il est alors emprunté à la chaleur de combustion par le fait que les gaz sont échauffés à pression constante et que C_p contient précisément deux degrés de liberté apparents en plus de ceux afférents à l'énergie interne proprement dite C_v .

Le prétendu paradoxe est maintenant complètement évanoui.

Il faudrait pourtant se garder de prétendre qu'un gaz acquiert *par sa détente même* une température supérieure à sa température initiale. Ce serait un peu trop simpliste : un tel mouvement global de translation *n'est pas en lui-même* une température, pas plus, par exemple, que le mouvement de translation du globe terrestre. Si l'on projette le jet gazeux contre un obstacle que l'on veut échauffer, les molécules gazeuses forment un matelas protecteur devant cet obstacle et, se heurtant les unes les autres, restituent à chaque degré de liberté la part d'énergie qui lui revient. Ce mécanisme renversé limitera donc la température à sa valeur initiale d'avant détente (sauf naturellement les pertes qui se seraient produites en route).

Remarque. — Il y a lieu de faire ici une observation qui est par certains côtés analogue à celle qui fut faite pour l'échauffement lors de la traversée de l'atmosphère à grande vitesse; par d'autres, elle est du reste entièrement différente

Si le gaz se détendait jusqu'à une pression suffisamment basse pour que le libre parcours moyen de ses molécules devienne de l'ordre des dimensions de l'obstacle, il se pourrait qu'un seul choc ne suffise pas à restituer leur part d'énergie à tous les degrés de liberté et que le gaz puisse ainsi communiquer aux molécules de l'obstacle une température supérieure à sa propre température initiale. Comme il faut fournir au gaz l'énergie mécanique correspondant à $(pv - p_0v_0)$ (énergie que j'ai appelée « de transvasement »), il n'y a pas là, en fait, de contradiction avec le principe de Carnot-Clausius. Le principe ne semblerait en défaut que dans le cas où l'on disposerait du vide interplanétaire pour absorber indéfiniment le gaz détendu et le phénomène deviendrait alors tout à fait analogue à celui que considérait Henri POINCARÉ dans sa discussion de certaines conceptions d'ARRHÉNIUS (Hypothèses cosmogoniques, §§ 190 à 193).

Propriétés et rôle de la section terminale de la tuyère.

Nous avons vu plus haut que la section au col, jointe aux conditions initiales, suffit à déterminer le débit de la tuyère dont nous avons donné l'expression dans la formule (III. 26); nous allons voir que le rapport de la section terminale à la section au col va maintenant déterminer la pression dans la section terminale; *cette pression sera donc indépendante de la pression du milieu ambiant*, ce qui a une grosse importance dans le cas particulier de l'aéronautique.

Remontant à l'équation (III. 22), nous en tirons en vertu de (III. 5) et de (III. 8)

$$\frac{ds}{s} = \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{p} \left[\frac{\gamma-1}{2} \frac{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{p_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} - 1 \right] , \quad (\text{III. 50})$$

conduisant à

$$d \ln s = -\frac{1}{2} d \ln \left(p_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) - \frac{1}{\gamma} d \ln p , \quad (\text{III. 51})$$

qui s'intègre

$$s = \frac{A}{\left(p_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{\gamma}}} , \quad (\text{III. 52})$$

et, par différentiation, donne

$$ds = A \left[-\frac{1}{\gamma} \left(p_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{-\frac{1}{2}} p^{-\frac{\gamma+1}{\gamma}} + \left(\frac{\gamma-1}{2\gamma} \right) \left(p_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{-\frac{3}{2}} p^{-\frac{2}{\gamma}} \right] dp \quad (\text{III.53})$$

qui, comme on le vérifie, s'annule bien pour $p = P$.

La condition $s = S$ pour $p = P$ conduit, d'après (III. 24), à

$$A = S \left(p_0^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)^{\frac{1}{2}} P^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{\gamma-1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} P^{\frac{\gamma+1}{2\gamma}} S \quad (\text{III. 54})$$

Pour calculer la force de réaction développée par la tuyère, il suffit de sommer $p.ds$ entre les limites convenables, mais une difficulté se présente du fait que la section d'entrée s_0 est théoriquement infinie et que l'on obtien-

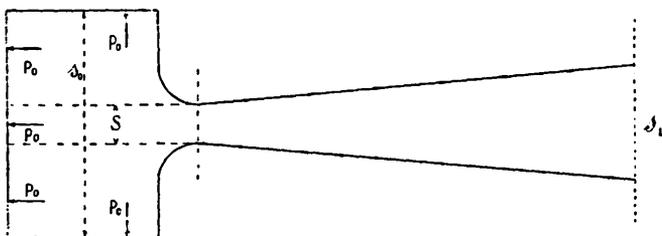


Fig. 9.

drait de ce chef pour le terme négatif entrant dans cette force une valeur infinie.

Pour lever cette difficulté je considérerai une chambre de combustion et une tuyère de révolution, la section s_0 étant assez grande pour que l'on puisse considérer que la pression p_0 y règne et je sommerai simultanément les deux éléments qui ont même rayon et même surface élémentaire annulaire ds , l'un sur le fond de la chambre, l'autre sur la face comprise entre s_0 et S . De cette manière on obtient une différence de forces qui tend, non pas vers l'infini, mais vers 0 quand s_0 augmente indéfiniment.

Comme s diminue d'abord jusqu'à S , puis augmente à nouveau, ce mode opératoire conduit à faire une première sommation pour la chambre et la partie convergente de la tuyère et à y ajouter $p_0 S$ pour la portion du fond qui n'est pas comprise dans l'intégration. Dans une seconde opération, on intègre la poussée sur la partie divergente de la tuyère et on l'ajoute à la première :

1° *Chambre et partie convergente.* On a d'après ce qui vient d'être dit

$$df = (p_0 - p) ds \quad , \quad (ds < 0) \quad (\text{III. 55})$$

Pour intégrer cette expression, on remarque que

$$p \cdot ds = d(ps) - A \left(p_0 \frac{\gamma-1}{\gamma} - p \frac{\gamma-1}{\gamma} \right)^{-\frac{1}{2}} p^{-\frac{1}{\gamma}} dp, \quad (\text{III. 56})$$

expression qui, multipliée et divisée par $-\frac{\gamma-1}{\gamma}$, prend la forme $\frac{dx}{x^{1/2}}$ et s'intègre sans difficulté. On parvient ainsi à l'équation

$$f'_{p_0} = p_0 S - p_0 (S - s_c) + PS - p_0 s_c + \frac{2\gamma}{\gamma-1} A \left(p_0 \frac{\gamma-1}{\gamma} - p \frac{\gamma-1}{\gamma} \right)^{\frac{1}{2}} \Big|_{p_0} \quad (\text{III. 57})$$

qui, après toutes réductions d'exposants et de facteurs et compte tenu de (III. 24), devient

$$f'_{p_0} = (1 + \gamma) PS. \quad (\text{III. 58})$$

Pour savoir ce que signifie cette expression, voyons comment s'écrit la force de réaction telle que la donne le théorème des projections des quantités de mouvement :

$$f' = W \frac{dM}{dt} = S \mu W^2, \quad (\text{III. 60})$$

donne après application des formules (III. 24) et réductions

$$f' = \gamma PS. \quad (\text{III. 61})$$

La force de pression développée par une tuyère convergente est donc égale à l'impulsion résultant de l'accélération du jet gazeux *augmentée du produit de la section de sortie par la pression qui règne dans cette section.*

2° Partie divergente de la tuyère.

On a simplement par application de (III. 53)

$$p \cdot ds = A \left[\left(p_0 \frac{\gamma-1}{\gamma} - p \frac{\gamma-1}{\gamma} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{\gamma} \right) p^{-\frac{1}{\gamma}} + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left(p_0 \frac{\gamma-1}{\gamma} - p \frac{\gamma-1}{\gamma} \right)^{-\frac{3}{2}} p^{\frac{\gamma-2}{\gamma}} \right] dp$$

et $p \cdot ds$ se remplace par $d(ps)$ par le même mécanisme que précédemment de telle sorte que, toutes réductions faites, on aboutit à

$$f'_{p_1} = p_1 s_1 - (1 + \gamma) PS + \frac{2\gamma}{\gamma-1} p_1^{\frac{1}{\gamma}} s_1 \left(p_0 \frac{\gamma-1}{\gamma} - p_1 \frac{\gamma-1}{\gamma} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{III. 63})$$

Si l'on ajoute cette expression à celle donnée par (III. 58), on voit que le terme en PS disparaît et si, de plus, on calcule la force de réaction proprement dite

$$f'' = s_1 \mu_1 w_1^2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1} p_1^{\frac{1}{\gamma}} s_1 \left(p_0 \frac{\gamma-1}{\gamma} - p_1 \frac{\gamma-1}{\gamma} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{III. 64})$$

on voit que l'on peut énoncer le théorème général suivant :

THÉORÈME. La force de propulsion développée par une tuyère est égale à la force d'impulsion résultant de l'accélération du jet gazeux *augmentée du produit de la section de sortie par la pression qui y règne.*

Au point de vue des applications astronautiques, ce théorème appelle quelques observations complémentaires :

Considérons l'ensemble de la surface d'un astronef, comprenant non seulement la surface extérieure mais encore la surface interne de la chambre de

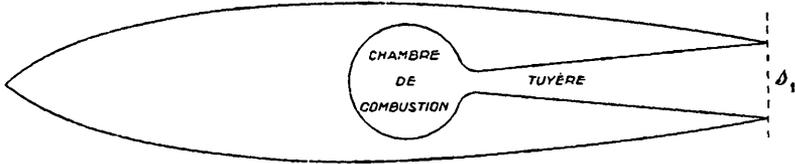


Fig. 10.

combustion et de la tuyère. Appelons p_a la pression ambiante; cette pression va agir statiquement sur toute la surface externe, mais celle-ci n'est pas fermée; il lui manque l'aire de sortie s_1 de la tuyère. L'ensemble de l'appareil reçoit donc une poussée dirigée vers l'arrière et égale à $-p_a s_1$ et finalement la poussée accélératrice aura pour expression

$$F = f' + s_1 (p_1 - p_a) \tag{III. 65}$$

Si donc la tuyère est établie de telle sorte qu'au départ dans l'atmosphère la pression de sortie des gaz soit précisément égale à p_a , l'astronef ne subira à l'origine que la répulsion d'accélération des gaz. Au fur et à mesure qu'il s'élèvera dans une atmosphère de plus en plus raréfiée, p_a diminuera et une force supplémentaire de propulsion viendra s'ajouter à la force d'impulsion des gaz, force supplémentaire qui tendra vers $p_a s_1$ lorsque la pression ambiante tendra vers 0.

Remarque. — La tuyère pourrait fonctionner avec une pression de sortie inférieure à la pression atmosphérique, mais il y aurait alors choc sur l'air à la sortie ou plutôt un peu avant (STODOLA 1906) et le fonctionnement serait défectueux avec de fortes vibrations portant préjudice au rendement.

Apport de propulsion qu'apporte la pression de sortie.

Je commencerai par considérer un gaz parfait à chaleurs spécifiques constantes et, remontant à l'équation (III. 19), constaterai que la portion inutilisable de son énergie initiale a pour expression

$$\frac{J}{M} C_p T_1 \tag{III. 72}$$

où T_1 est la température absolue à laquelle le gaz se trouve dans la section terminale de la tuyère.

Si nous pouvions détendre le gaz indéfiniment, c'est-à-dire jusqu'au zéro absolu, nous transformerions en force vive la totalité de l'énergie qu'il contenait initialement. J'appellerai *vitesse limite* la vitesse théorique correspondant à l'énergie

$$\frac{w_{lim}^2}{2} = \frac{J}{M} C_p T_0 . \quad (\text{III. 73})$$

Considérant, pour l'instant, C_p comme constant, l'énergie inutilisable représente une fraction T_1/T_0 de l'énergie totale; j'appellerai cette fraction « *énergie inutilisable proportionnelle* ».

Avant d'aller plus loin, il me semble désirable de répéter ici la définition : « *L'Astronautique n'est pas un problème de quantités de travail, mais un problème de quantités de mouvement* ». Ce qui nous importe n'est donc pas de comparer les forces vives, mais les vitesses, et, pour nous, la quantité intéressante est la *perte proportionnelle de vitesse*. Nous avons par (III. 19) et (III. 73)

$$w_1 = w_{lim} \sqrt{\frac{T_0 - T_1}{T_0}} , \quad (\text{III. 74})$$

d'où cette perte

$$\frac{w_{lim} - w_1}{w_{lim}} = 1 - \sqrt{\frac{T_0 - T_1}{T_0}} . \quad (\text{III. 75})$$

Pour pouvoir maintenant établir une comparaison en introduisant la poussée due à la pression de sortie, je vais calculer la vitesse fictive qui donnerait une force d'impulsion égale à la force d'impulsion théorique proprement dite augmentée de la poussée due à la pression de sortie. Afin que la comparaison soit exacte, il ne faut naturellement pas considérer que cette vitesse, nécessairement supérieure à w_1 , entraîne une augmentation corrélative de W dans (III. 60); cela correspondrait à une augmentation de débit-masse qui fausserait la comparaison. Il faut supposer au contraire que ce débit-masse est inchangé et l'on a alors

$$\frac{w_e}{w_1} = \frac{f}{f'} . \quad \text{soit} \quad w_e = w_1 \frac{f' + p_1 s_1}{f'} , \quad (\text{III. 76})$$

où w_e représente cette vitesse fictive que j'appellerai *vitesse effective*.

Nous reportant à (III. 64) et remplaçant les $p \frac{\gamma-1}{\gamma}$ par les T correspondants, nous obtenons finalement

$$w_e = w_1 \left[1 + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \left(\frac{T_1}{T_0 - T_1} \right) \right] . \quad (\text{III. 77})$$

Remplaçant w , par sa valeur (III. 74), il vient

$$w_e = w_{lim} \sqrt{\frac{T_0 - T_1}{T_0}} \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \left(\frac{T_1}{T_0 - T_1} \right) \right] \quad (\text{III. 78})$$

Comme le rapport minimum possible des températures correspond à une tuyère simplement convergente et est

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{T}{T_0} = \frac{2}{\gamma + 1} \quad (\text{III. 79})$$

on voit que l'on a

$$W_e = W \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right) \quad (\text{III. 80})$$

et

$$W_e = W_{lim} \sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}} \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right) = W_{lim} \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \quad (\text{III. 81})$$

montrant que W_e , toujours supérieur à W , part de la valeur (III. 81) inférieure à W_{lim} (environ 0,6 W_{lim} pour les mélanges à considérer) et croît en tendant vers W_{lim} au fur et à mesure que T_1 décroît.

Pour pouvoir maintenant nous faire une idée de la récupération que procure la poussée à la sortie de la tuyère, nous l'exprimerons *en vitesse*, ou, plus exactement, *en fraction de la vitesse limite*.

(III. 74) et (III. 78) nous donnent pour cela

$$\frac{w_e - w_t}{w_{lim}} = \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \frac{T_1}{T_0} \sqrt{\frac{T_0}{T_0 - T_1}} \quad (\text{III. 82})$$

qui, par (III. 24) (III. 25) et (III. 73), donne pour la tuyère convergente

$$\frac{W_e - W}{W_{lim}} = \frac{1}{\gamma} \sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}} \quad (\text{III. 83})$$

Pour les mélanges gazeux que nous pouvons envisager on a à peu près $\gamma = 1,29$; soit, pour la tuyère convergente

$$\frac{W_e - W}{W_{lim}} = 0,2778 \quad (\text{III. 84})$$

ce qui est considérable, mais malheureusement appliqué à un W si faible que W_e n'en prend pas pour cela une valeur utilisable.

Dans le cas où l'on a

$$T_1 = 0,2 T_0 \quad , \quad \frac{w_e - w_t}{w_{lim}} = 0,0257 \quad (\text{III. 85})$$

et pour

$$T_1 = 0,1 T_0 \quad , \quad \frac{w_e - w_t}{w_{lim}} = 0,0122 \quad (\text{III. 86})$$

On voit que la « récupération », quoique baissant beaucoup, est encore appréciable; elle l'est d'autant plus que, dans le premier cas

$$\frac{w_{lim} - w_1}{w_{lim}} = 0,1055 \text{ et dans le second } = 0,0513 \quad , \quad (\text{III. 87})$$

de telle sorte que, dans les deux, la perte proportionnelle de vitesse est réduite d'environ 20 % de sa valeur grâce à la poussée de sortie des gaz dans la section terminale de la tuyère.

Action de la variation de la chaleur spécifique avec la température.

Les considérations du paragraphe précédent ont fait abstraction de la variation de C_p en fonction de T . On peut évaluer l'action de cette variation en la rapportant aux résultats obtenus, à C_p constant et l'exprimer également sous la forme d'une « récupération » par rapport aux pertes qui correspondraient à une détente à C_p constant.

La variation de C_p intervient alors de la manière suivante :

Prenant pour point de départ (III. 27), j'écris

$$\int_0^{T_0} C_p dT = \int_0^{T_1} C_p dT + \int_{T_1}^{T_0} C_p dT \quad , \quad (\text{III. 90})$$

laquelle, en considérant les C_p moyens, est identique terme à terme avec

$$C_{m_0}^{T_0} (T_0 - 0) = C_{m_0}^{T_1} (T_1 - 0) + C_{m_{T_1}}^{T_0} (T_0 - T_1) \quad (\text{III. 91})$$

En multipliant par J , le premier membre représente $1/2.w_{lim}^2$ et le second terme du second membre représente $1/2.w_1^2$; or, C augmentant avec T , il en résulte que $C_{m_0}^{T_1}$ est plus petit que $C_{T_1}^{T_0}$ et que par suite w_1/w_{lim} est plus grand que si C était constant.

Ici intervient toutefois une grosse difficulté : l'évaluation de C_p entre T_0 et 0. Naturellement il ne saurait être question que d'une évaluation théorique, un gaz réel ne pouvant se détendre jusqu'au zéro absolu puisqu'il se condenserait; il s'agit en somme de remplacer le gaz réel par un gaz fictif incondensable nous permettant d'obtenir des indications qui ne s'éloignent pas trop des réalités.

Pour les gaz presque parfaits, la difficulté n'est pas encore trop grande; on connaît leur chaleur spécifique sur une large étendue de températures et, par la théorie cinétique, on a encore comme point de repère leurs degrés de

liberté. Par exemple, pour H_2 , on sait qu'à $0^\circ C$, $C_p = 6,84$ correspondant à un peu moins que les 5 degrés de liberté d'une molécule diatomique (voir III. 32); ces 5 degrés de liberté ne sont atteints qu'à $130^\circ C$ ($C_p = 6,93$), puis dépassés suivant une fonction pratiquement linéaire de T jusque vers $2000^\circ C$. A par-

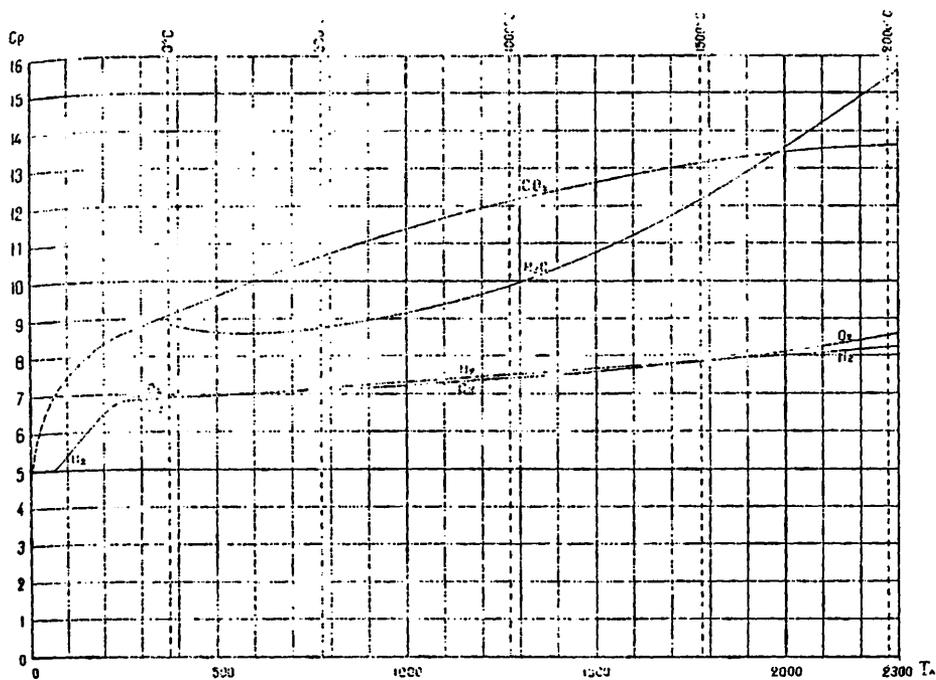


Fig. 11.

tir de là entre en jeu la dissociation et les C augmentent rapidement; il semble toutefois que, lorsque la molécule d'hydrogène est dissociée en ses deux protons et ses deux électrons, acquérant ainsi 12 degrés de liberté, la limite du possible est atteinte. On aurait alors

$$C_{v,lim} = 11,88 \quad \text{et} \quad C_{p,lim} = 13,88 \quad . \quad (\text{III. 92})$$

Malheureusement, au delà de $2500^\circ C$, la concordance des différents auteurs cesse d'être parfaite et au delà de $3500^\circ C$ les divergences deviennent difficilement acceptables, de telle sorte que, dans l'état actuel de la question, il faut savoir borner nos ambitions à $3500^\circ C$.

Au-dessous de $0^\circ C$, la courbe tombe comme on le voit sur la figure et semble d'abord tendre vers la limite $C_p = 4,95$ correspondant à trois degrés de liberté, ceci pour tous les gaz, puis brusquement intervient, avec la conden-

sation, la diminution brutale de la chaleur spécifique des solides tombant à zéro avec T.

CO₂ donne une courbe de même allure générale; seule H₂O présente (selon son habitude) une forte anomalie.

Si l'on considère l'aire des courbes ci-dessus entre 0° C et 2000° C, on voit immédiatement que $C_{m,0^{\circ}A}^{2275}$ va fort peu différer de $C_{m,275}^{2275}$, mais ce dont il s'agit, c'est, comme précédemment, d'évaluer une économie sur une perte faible; il faut donc, pour en apprécier la valeur, faire la différence entre la perte théorique précédemment admise et la perte réelle. Ceci revient à dire qu'il faut faire la différence entre le premier terme du second membre de (III. 91) et ce qu'il serait si l'on y remplaçait $C_{m,i}^{T_1}$ par $C_{m,i}^{T_2}$, ce qui revient simplement à faire le rapport

$$\rho = C_{m,i}^{T_1}/C_{m,i}^{T_2} \quad ; \quad (\text{III. 92})$$

ce rapport retranché de un, nous donne l'économie obtenue *en énergie*, qu'il faudra ensuite transformer en économie *en vitesse*.

On trouve ainsi

$$\rho_{H_2,N_2,O_2,CO} = 0,79, \quad \rho_{CO_2} = 0,61 \quad \text{et} \quad \rho_{H_2O} = 0,66 \quad , \quad (\text{III. 93})$$

ce dernier chiffre étant évidemment un peu aléatoire. Pour être pessimiste j'adopterai, pour les mélanges à considérer en astronautique,

$$\rho = 0,8 \quad (\text{III. 94})$$

qui réduirait ainsi de 20 % l'énergie inutilisée.

Si, selon la méthode déjà employée, j'introduis une nouvelle vitesse w' ; cela revient à écrire

$$\frac{w_0^2 - w_1'^2}{w_0^2 - w_1^2} = 0,8 \quad (\text{III. 95})$$

j'ai besoin de connaître maintenant le rapport

$$\frac{w_0 - w_1'}{w_0 - w_1} = x \quad . \quad (\text{III. 96})$$

Le calcul montre que pour des valeurs de $(w_0^2 - w_1'^2)/w_0^2$ de 20 % et 10 %, $x = 0,792$ et $0,795$ respectivement, valeurs peu différentes de celle de ρ . On peut donc estimer que la variation de C_p en f(T) amènera encore un bénéfice supplémentaire de quelque 20 % sur la perte-vitesse.

Perte « hydraulique » dans une tuyère.

La détente dans une tuyère est bien à peu près adiabatique, même à haute température, en raison du temps extraordinairement court qu'emploient les gaz à la traverser et du temps plus court encore durant lequel leur température demeure élevée *puisqu'elle s'abaisse par la détente même*. Il n'y en a pas moins une dissipation d'énergie sensible pendant ce trajet en raison des frottements et tourbillons qui sont d'autant plus violents que la vitesse est plus grande; il est bon d'analyser le mécanisme de leur action :

Équation de l'hydrodynamique.

Lorsque j'ai écrit l'équation

$$w.dw = -v.dp \quad , \quad (\text{III. } 2)$$

j'ai fait abstraction de toute énergie dissipée et de tout travail mécanique produit (autre que la force-vive, que les thermodynamistes classent généralement à part).

L'équation complète appliquée à l'unité de masse est

$$w.dw + v.dp + d\bar{\mathcal{E}}_m + d\bar{\mathcal{E}}_d = 0 \quad (\text{III. } 101)$$

où $d\bar{\mathcal{E}}_m$ est l'élément de travail mécanique fourni à l'extérieur, par exemple à une machine, et $d\bar{\mathcal{E}}_d$ l'élément d'énergie ou de travail dissipé; les autres notations sont usuelles

Le travail dissipé se transformant en chaleur, je le remplacerai par son équivalent calorifique $J.Q_{irr}$, où Q_{irr} sera appelé chaleur *irréversible*.

Équation de l'équivalence.

On a par unité de masse passant d'un état déterminé à un état qui en diffère infiniment peu

$$dU = J.dQ - d.pv - w.dw - d.\bar{\mathcal{E}}_m \quad (\text{III. } 102)$$

où dU est la variation de l'énergie interne, dQ l'élément de quantité de chaleur échangée avec l'extérieur et J l'équivalent mécanique de la calorie.

Gas de la tuyère.

Il n'y a ni travail mécanique ni chaleur mis en jeu ; les équations deviennent donc

$$w.dw + v.dp + J.dQ_{irr} = 0 \quad , \quad (\text{III. } 103)$$

$$w.dw + d.pv + dU = 0 \quad . \quad (\text{III. } 104)$$

Cas des gaz parfaits. — Nous avons

$$dU = J c_v dT \quad \text{et} \quad d.pv = \frac{R}{M} dT = J (c_p - c_v) dT \quad , \quad (\text{III. 105})$$

d'où le système

$$w.dw + v.dp + J.dQ_{irr} = 0 \quad , \quad (\text{III. 106})$$

$$w.dw + J.c_p dT = 0 \quad ; \quad (\text{III. 107})$$

cette seconde équation s'applique comme (III. 104) aussi bien aux transformations irréversibles qu'aux transformations réversibles.

Remarque I. — Soit une détente irréversible AB et une détente réversible AB' de même origine A et de même pression finale. Les équations

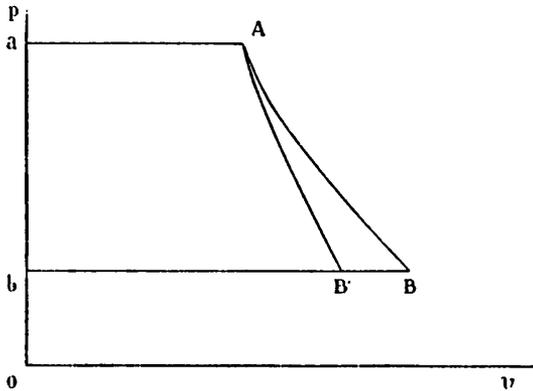


Fig. 12.

précédentes permettent de démontrer facilement que la ligne figurative AB est tout entière à droite de AB'; il en résulte que le point B correspond à une température supérieure à celle du point B' et (III. 104) intégrée nous montre que la vitesse finale de l'adiabatique irréversible sera inférieure à celle de l'adiabatique réversible (les vitesses initiales étant supposées égales et généralement même nulles).

Remarque II. — L'aire aABb est supérieure à l'aire aAB'b cependant que les énergies cinétiques engendrées sont dans un rapport inverse; cette anomalie tient à l'irréversibilité de AB.

Remarque III. — Si, en passant de (III. 102) à (III. 104) et (III. 107), on avait maintenu le terme $J.dQ$, on aurait abouti à

$$w.dw + J.c_p dT - J.dQ = 0 \quad , \quad (\text{III. 108})$$

qui, retranchée de (III. 103), donne

$$J(dQ + dQ_{irr}) = J.c_p dT - v.dp \quad . \quad (\text{III. 109})$$

Cette équation montre que la chaleur irréversible produit sur la variation d'état (p, v, T) du gaz, dans une détente adiabatique irréversible, le même effet que la même quantité de chaleur échangée dans une détente réversible de même ligne figurative. La seule différence réside en ce que, dans le premier cas, dQ_{irr} est prélevé sur l'énergie cinétique et la diminue d'autant, tandis que dans le second, dQ est prélevé sur le milieu extérieur et ne porte pas préjudice à l'énergie cinétique.

Je m'excuse de mon insistance, mais elle était, je crois, nécessaire à la claire compréhension de ce qui va suivre :

Rendement. — Il est d'usage de comparer l'énergie cinétique d'une détente adiabatique irréversible à celle qu'eût engendrée une détente adiabatique réversible de même état initial et de même pression finale. Si pour cette dernière j'écris

$$w'dw' = -J.c_p dT' \quad , \quad (\text{III. 110})$$

le rendement ainsi compris s'exprime par

$$\eta = \frac{T_0 - T}{T_0 - T'} \quad . \quad (\text{III. 111})$$

dont les notations se comprennent d'elles-mêmes. La remarque I ci-dessus nous ayant donné $T > T'$, il résulte de (III. 110) que $\eta < 1$, ce qui est bien correct.

On devrait logiquement supposer que cette manière d'exprimer le rendement entraîne que la perte soit égale à $J.Q_{irr}$; quelle est donc l'expression de cette perte?

C'est

$$(1 - \eta) J.c_p (T_0 - T') = J.c_p (T - T') \quad (\text{III. 112})$$

et l'on voit que cette valeur est différente de celle de $J.Q_{irr}$ que l'on peut tirer de (III. 105) et (III. 106) combinées et intégrées. La définition habituellement choisie pour le rendement est donc défectueuse.

J'appellerai « rendement vrai » d'une détente adiabatique irréversible le quotient de l'accroissement de force-vive qu'elle produit par celui que produirait une détente réversible de même ligne figurative, c'est-à-dire d'après (III. 106)

$$\varphi = \frac{\int_{\Lambda}^{B'} v \cdot dp + J \cdot dQ_{irr}}{\int_{\Lambda}^{B'} v \cdot dp} = \frac{J \cdot c_p (T_0 - T)}{\int_{\Lambda}^{B'} v \cdot dp} ; \quad (\text{III. 113})$$

on y voit bien manifestement que

$$(1 - \varphi) \int_{\Lambda}^{B'} v \cdot dp = J \cdot dQ_{irr} \quad (\text{III. 114})$$

(ne pas oublier qu'il s'agit d'une détente et que $dp < 0$).

Comme on a

$$\frac{\eta_i}{\varphi} = \frac{\int_{\Lambda}^{B'} v \cdot dp}{\int_{\Lambda}^{B'} v \cdot dp} > 1 , \quad (\text{III. 115})$$

le rendement apparent d'une détente adiabatique irréversible est plus grand que son rendement vrai.

Cette circonstance s'explique de la manière suivante :

Chaque élément dQ_{irr} demeure dans le gaz comme il a été dit et fait que sa température s'abaisse moins que s'il se détendait suivant une adiabatique réversible; il conserve donc, pour ainsi dire, « une plus grande aptitude » à travailler ultérieurement comme le fait comprendre la formule de Saint-Venant; finalement la perte n'est pas aussi grande « qu'elle devrait l'être ».

Remarque. — Pour mieux faire comprendre la réalité de ces conceptions je me permettrai une courte digression sur les *diffuseurs* qui sont simplement des tuyères fonctionnant à contre-sens. Un calcul identique aboutit à ce que le rendement apparent est, dans leur cas, inférieur au rendement vrai. Or il n'y a pas de raison pour que des appareils identiques n'aient pas le même rendement. Si l'on suppose cette égalité pour leurs rendements vrais, on voit immédiatement que leurs rendements apparents, c'est-à-dire comptés à la manière habituelle, doivent être inégaux au désavantage des diffuseurs.

Cette inégalité est réelle et bien connue de ceux qui s'occupent de ces matières.

Ces considérations avaient pour but de conclure que, même en n'admettant pas pour les tuyères un bon rendement vrai, leur rendement apparent peut rester de l'ordre de quelq. 90 %, même avec des rapports de pression

élevés et comme nous avons fait tous nos calculs théoriques sur des transformations adiabatiques réversibles de même état initial, c'est bien ce rendement apparent qu'il faut introduire. Mais c'est là le *rendement énergétique* et ce qui nous intéresse en astronautique, c'est le *rendement-vitesse* qui doit alors être de l'ordre de 95 % à condition, naturellement, de porter en compte ailleurs les pertes de chaleur de la chambre de combustion; c'est ce qui sera fait.

Pour nous permettre d'avoir une idée de ce que pourront être les rendements-vitesse réalisables, j'établirai un Tableau des différents rapports de détente qui correspondent à des pertes théoriques de vitesse variant à peu près de 10 % à 20 % de la vitesse théorique maximum correspondant à la combustion complète. De cette perte, je retrancherai 20 % récupérables par l'action de la pression de sortie et 20 % récupérables par l'action de la variation de C_p en $f(T)$.

La perte-vitesse ainsi réduite à 60 % de sa valeur ne tient pas compte de l'énergie dissipée en tourbillonnements et frottements; selon ce qui a été dit plus haut, je lui ajouterai donc 5 % de la vitesse maximum théorique.

Pour que le Tableau soit complet, j'y ajouterai encore le rapport s/S tiré des équations (III. 52) (III. 54) (III. 24) et (III. 8), qui conduisent à

$$\frac{s_1}{S} = \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{T_0}{T_0-T_1}\right)^{\frac{1}{2}} \quad ; \quad \text{(III. 116)}$$

relation dont les résultats peuvent être admis du fait de la faible variation de γ_{moy} avec T.

TABLEAU XIX.

p_0/p_1	T_0/T_1	T_1/T_0	w/w_0	Perte vitesse	Perte réduite	Perte totale	s_1/S	d_1/D
1000	4,925	0,2030	0,8927	0,1073	0,0650	0,1150	51,58	7,18
700	4,535	0,2205	0,8829	0,1171	0,0703	0,1203	39,64	6,30
500	4,200	0,2381	0,8729	0,1271	0,0762	0,1262	30,96	5,56
300	3,731	0,2680	0,8556	0,1444	0,0866	0,1366	21,32	4,62
200	3,406	0,2936	0,8405	0,1595	0,0957	0,1457	15,90	3,99
100	2,895	0,3454	0,8091	0,1909	0,1145	0,1645	9,68	3,11

Ces chiffres ne doivent être considérés que comme des indications, un calcul exact devant être fait pour chaque cas particulier; leur principal

intérêt est de montrer combien les deux récupérations de perte-vitesse diminuent les rapports de pressions nécessaires et ceci est important. On verra plus loin deux exemples de calculs exacts appliqués à $2\text{H}_2 + \text{O}_2 = 2\text{H}_2\text{O}$ et $2\text{CO} + \text{O}_2 = 2\text{CO}_2$; il est d'ores et déjà permis d'estimer de 90 et 85 % le rendement-vitesse que l'on peut espérer.

CHAPITRE IV

Combustion dans une chambre.

Le Chapitre précédent vient de nous montrer suivant quelles lois les gaz de la combustion se détendent dans une tuyère et quel « rendement-vitesse » on peut attendre de cette opération, c'est-à-dire quel est le rapport liant la vitesse réelle à la vitesse théorique qui correspond aux conditions de la détente; il reste à fixer quelle sera cette vitesse théorique.

Il eût peut-être semblé plus logique de présenter cet exposé en sens inverse, la combustion avant la détente, suivant ainsi l'ordre naturel des évolutions des gaz; j'ai préféré l'ordre inverse pour éviter de renvoyer plusieurs fois le lecteur à des passages d'un chapitre non encore lu.

Une chambre de combustion est par essence un appareil fonctionnant en régime permanent; j'y ajouterai la condition qu'il y règne une pression non seulement constante (ce qui résulte du régime permanent), mais encore uniforme. Lors donc que nous raisonnerons sur les transformations subies par un élément de masse qui traverse la chambre, ces transformations auront lieu à *pression constante*.

Les éléments de la combustion (combustible et comburant) seront, dans le cas qui nous occupe, nécessairement emmagasinés sous la forme liquide ou solide; ils subiront donc un premier échauffement suivi d'un changement d'état (deux s'ils sont solides), puis un nouvel échauffement et enfin ils se combineront avec dégagement de chaleur.

Ce problème thermodynamique complexe peut être étudié assez simplement grâce aux considérations qui vont suivre :

Théorie de la combustion sous pression constante.

Principe de l'état initial et l'état final.

Reprenons l'équation générale de l'équivalence (III. 102) et intégrons-la en faisant passer dans le premier membre le terme en $p\nu$; il vient

$$(U - U_0) + (p\nu - p_0\nu_0) = J \cdot Q - \frac{w^2 - w_0^2}{2} - \mathfrak{E}_m \quad (\text{IV. 1})$$

Pour tout état déterminé du système, l'énergie interne, la pression et le volume sont bien déterminés, donc pour toutes les transformations de mêmes états initial et final, le premier membre de cette équation est le même. On peut alors énoncer le principe suivant :

Lorsque, dans deux transformations de mêmes états initial et final, deux des termes correspondants du second membre de (IV. 1) sont égaux, les troisièmes le sont également et il est loisible, dans les raisonnements, de remplacer l'une de ces transformations par l'autre. On peut, du reste, considérer en bloc la somme des deux derniers termes sous le nom « d'énergie actualisée » et dire : Lorsque deux transformations de mêmes états initial et final ont même énergie actualisée, elles ont même chaleur échangée avec l'extérieur et inversement.

Application à notre cas particulier. — Dans une chambre de combustion, le terme travail mécanique n'existe pas et la vitesse des gaz est toujours assez faible pour que le terme énergie cinétique puisse être négligé. Le principe qui vient d'être établi nous donne la liberté de reporter la chaleur échangée Q dans telle portion de la transformation qui nous conviendra, le reste étant considéré comme adiabatique; et l'équation (IV. 1), s'appliquant indifféremment aux transformations réversibles et irréversibles, nous permet aussi de transposer la dissipation d'énergie dans telle portion que nous désirerons.

Dans la transformation réelle, il faudra, comme il a été dit, fournir les chaleurs latentes de changement d'état; on pourra prendre à volonté pour état initial l'état liquide ou solide dans les réservoirs ou l'état gazeux à l'entrée de la chambre. Dans ce dernier cas, les chaleurs latentes devront être considérées comme fournies à l'extérieur par les gaz de la combustion. Ce second mode opératoire a semblé préférable comme se prêtant à une étude théorique plus claire. Dans une étude préalable, la transformation réelle sera tout d'abord considérée comme adiabatique; la transformation fictive par laquelle on la remplacera pour le raisonnement devra donc comporter une chaleur échangée nulle *dans son ensemble*.

Étude théorique — marche de la réaction — température atteinte.

Quelque rapide que soit une réaction, elle ne peut jamais, physiquement, être instantanée au sens mathématique du mot; nous pouvons donc toujours raisonner sur des temps assez petits pour que cette marche devienne pour nous progressive.

Pour l'exprimer, je ne me servirai cependant pas du temps, mais d'un

paramètre τ qui sera proportionnel au nombre des molécules *qui ont réagi* depuis le début jusqu'à l'instant considéré et choisi de telle sorte qu'il devienne égal à 1 au moment où la réaction est consommée.

J'appellerai Q la quantité de chaleur dégagée *sous pression constante et à la température initiale* par la réaction complète.

En vertu du principe énoncé, je vais remplacer la réaction adiabatique considérée par deux transformations fictives successives : dans la première la réaction a lieu isothermiquement à partir de l'état initial; le milieu extérieur doit donc, dans cette première phase, absorber la chaleur de réaction au fur et à mesure qu'elle se produit; lorsqu'un certain taux de combinaison, égal ou non à l'unité, est atteint, la réaction est arrêtée. Dans une seconde transformation, le milieu extérieur, restituant intégralement la chaleur qu'il vient d'absorber, chauffe le mélange gazeux sans altération de sa composition chimique.

On voit que l'ensemble des deux transformations fictives comporte bien une chaleur échangée *totale* nulle comme il était requis, elles sont thermodynamiquement équivalentes et la température finale obtenue sera donc bien la même que si le mélange initial avait brûlé adiabatiquement à partir de l'état initial et jusqu'au taux considéré. Nous avons ainsi un moyen simple de calculer cette élévation de température reportée tout entière sur la seconde transformation fictive.

Au cours de cette dernière, τ demeure constant et l'on aura à chaque instant

$$\tau dQ = \Sigma C_p dT \quad (IV. 2)$$

où ΣC_p représente la somme des fractions des chaleurs moléculaires à pression constante respectivement afférentes à chacun des composants du mélange. Comme des expériences bien connues donnent chacun des C_p en fonction de T , et comme, dans chacun des calculs, τ est constant, on connaît Σ et l'on a finalement

$$\tau Q = \Sigma \int_{T_0}^T C_p dT \quad (IV. 3)$$

Remarque. --- Si l'on veut suivre directement la marche de la combustion, on peut aussi le faire à condition de tenir compte de la variation de la chaleur de combinaison en fonction de T d'après la loi de Kirchoff et c'est en fait ainsi qu'ont été calculés les chiffres relatifs à H_2O ; mais, pour CO_2 , ce procédé plus direct a entraîné des difficultés qui ont fait préférer la méthode ci-dessus; la loi de Kirchoff, qui n'est qu'une application du principe à l'état initial et de l'état final, y intervient du reste comme dans la première.

Ceci ne résout toutefois qu'une partie du problème en donnant la température atteinte pour un taux de réaction déterminé, mais le taux ne saurait croître ainsi jusqu'à 1, car l'élévation même de la température va faire apparaître une limitation de la combinaison par dissociation ou, plus exactement, par l'obtention d'un état d'équilibre chimique qui ne saurait être dépassé.

Nous sommes donc ainsi conduits à l'étude des équilibres chimiques.

Équilibres chimiques.

Dans un grand nombre de réactions chimiques, la vitesse de réaction diminue avec le temps en demeurant à chaque instant proportionnelle au produit des quantités restantes des différents corps initialement présents. Lorsque l'un d'eux au moins est épuisé, cette vitesse s'éteint et la réaction s'arrête.

Si les proportions initiales correspondent exactement au premier membre de l'équation chimique, la composition du mélange s'écarte graduellement de ces proportions en tendant asymptotiquement vers la composition correspondant au second membre. La réaction ne s'arrête que quand les dernières traces des corps du premier membre s'évanouissent simultanément.

Il n'en est pas toujours ainsi et, dans certains cas, la vitesse de réaction décroît plus vite que le produit des quantités restantes de telle sorte que la réaction s'arrête avant qu'aucun des composants initiaux n'ait disparu. Si alors on s'écarte de cet état dans un sens ou dans l'autre, le mélange y revient de lui-même; cet état limite s'appelle *équilibre chimique* et de semblables réactions sont nommées *réversibles*.

Si l'on partait successivement des compositions exactes de chacun des deux membres de l'équation chimique, on aboutirait par ces voies inverses à la même composition limite, au même état d'équilibre pour une même température et une même pression.

Loi d'action de masse. — Comme d'usage, je prendrai pour unité de quantité des corps en présence la molécule-gramme, ce qui permet de se reporter directement à l'équation chimique de la réaction que l'on considère; comme il s'agit ici de gaz parfaits, je prendrai comme unité de concentration le nombre de molécules-gramme par unité de volume moléculaire normal ($22\ 412\text{ cm}^3$) et comme unité de pression la pression atmosphérique normale à 0° et 760 mm, soit $1033\text{ kg/cm}^2 = 1\ 013\ 260$ baryes.

Si, de plus, je prends pour unité de température la température de 273,10° A, l'équation classique d'un gaz parfait

$$p\nu = \frac{R}{M} T \quad (\text{IV. 4})$$

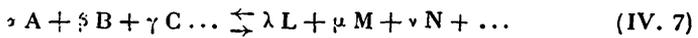
devient simplement

$$p\nu = \frac{T}{M} \quad , \quad (\text{IV. 5})$$

ou, en appelant a la concentration moléculaire, c'est-à-dire l'inverse du volume moléculaire νM ,

$$p = aT \quad . \quad (\text{IV. 6})$$

Ceci posé, considérons une réaction réversible



où A, B, C, sont les symboles chimiques des corps réagissants, L, M, N ceux des corps engendrés et $\alpha, \beta, \gamma \dots, \lambda, \mu, \nu$ les coefficients respectifs de chacun de ces symboles dans l'équation chimique de la réaction. On démontre que ces différentes grandeurs sont liées par la relation

$$K_c = \frac{(l + \lambda x)^\lambda (m + \mu x)^\mu (n + \nu x)^\nu}{(a - \alpha x)^\alpha (b - \beta x)^\beta (c - \gamma x)^\gamma} \quad , \quad (\text{IV. 8})$$

où $a, b, c, \dots l, m, n, \dots$ représentent les concentrations moléculaires initiales respectives de chacun des corps et x le nombre entier ou fractionnaire de molécules qui ont réagi depuis l'état initial jusqu'à l'état d'équilibre chimique. L'équation (IV. 8) exprime ce qu'on appelle la loi d'action de masse.

Le coefficient K_c jouit de la propriété d'être uniquement fonction de la température, c'est-à-dire indépendant de la pression totale du mélange en équilibre; l'indice c qui lui est affecté indique qu'il est écrit par rapport aux concentrations moléculaires.

Nous savons par les lois des mélanges gazeux que, dans un tel mélange, chacun des composants se comporte *en apparence* comme s'il occupait seul la totalité de l'enceinte commune, ce qui permet de parler de la *pression partielle* de chacun.

Considérons la pression partielle initiale de A :

$$p_A = aT \quad (\text{IV. 9})$$

et sa pression partielle dans le mélange en équilibre :

$$P_A = (a - \alpha x) T \quad , \quad (\text{IV. 10})$$

Nous voyons alors paraître un nouveau coefficient,

$$K_p = \frac{(p_l + \lambda \pi)^\lambda (p_m + \mu \pi)^\mu \dots}{(p_a - \alpha \pi)^\alpha (p_b - \beta \pi)^\beta \dots} = \frac{P_l P_m \dots}{P_A^\alpha P_B^\beta \dots} = K_c T^\alpha \quad , \quad (\text{IV. 11})$$

où $\varpi = xT$, représente la pression partielle correspondant à une concentration moléculaire x et

$$n = \lambda + \mu + \nu \dots - \alpha - \beta - \gamma \dots \quad (IV. 12)$$

Aussitôt que ces formules s'appliquent à des équations chimiques tant soit peu compliquées, elles deviennent difficilement maniables; pour plus de clarté, je vais les appliquer à la réaction



et le raisonnement subsistera sans changement pour la réaction



puisque les coefficients α , β et λ ne vont pas changer de l'une à l'autre.

Je vais ici modifier les symboles en ce qui concerne les concentrations initiales en écrivant celle de l'oxygène y et celle de l'hydrogène $2ay$, de telle sorte que, pour les proportions initiales exactes, $a = 1$ et que l'on a un excès d'hydrogène croissant avec a .

Considérant la réaction (IV. 13) comme évoluant de gauche à droite et débutant sans trace de vapeur d'eau, on a $l = 0$ et

$$K_c = \frac{4 \cdot x^2}{(2ay - 2x)^2 (y - x)} = \frac{x^2}{(ay - x)^2 (y - x)} \quad (IV. 15)$$

Avec ces écritures

$$\tau = \frac{x}{y} \quad , \quad (IV. 16)$$

d'où

$$K_c = \frac{\tau^2}{y (a - \tau)^2 (1 - \tau)} \quad (IV. 17)$$

Introduisons la pression d'équilibre égale à la somme des pressions partielles :

$$P = (p_{\text{H}_2} - 2\varpi) + (p_{\text{O}_2} - \varpi) + 2\varpi = T(2ay + y - y\tau) \quad , \quad (IV. 18)$$

(IV. 17) devient

$$K_c = \frac{T \tau^2 (2a + 1 - \tau)}{P (a - \tau)^2 (1 - \tau)} \quad (IV. 19)$$

ou, en vertu de (IV. 11) appliqué à (IV.13) :

$$K_p = \frac{1}{P} \frac{\tau^2 (2a + 1 - \tau)}{(a - \tau)^2 (1 - \tau)} \quad (IV. 20)$$

**Détermination de la température et du taux
auxquels la réaction se limite.**

Pour pouvoir utiliser (IV. 3) et (IV. 20), il faut maintenant exprimer K_p en $f(T)$; c'est ce que je ferai au moyen de la formule de Van t'Hoff :

$$\frac{d \text{Ln } K_p}{dT} = - \frac{JQ}{T^2} \quad (\text{IV. 21})$$

où Q est la chaleur de réaction *sous pression constante* à la température considérée T . La loi de Kirchoff nous donne cette chaleur de réaction en fonction des C_p des composants du mélange :

$$dQ = (z C_A + \zeta C_B + \gamma C_C + \dots - \lambda C_D - \mu C_N - \nu C_X - \dots) dT \quad (\text{IV. 22})$$

Les C , pouvant être considérés comme pratiquement indépendants de P , sont fonction de T seul et cela revient à connaître $\text{Ln } K_p$ en fonction de T pourvu que l'on connaisse les fonctions C de T .

Pour ce faire, on dispose de deux formules représentant l'énergie qu'absorbe chaque degré de liberté (1) du gaz considéré pour une élévation de température dT . Ces formules renferment toutes le rapport $h\nu/kT$ que j'appellerai x pour plus de simplicité où $h = 6,55.10^{-27}$ c.g.s. est la constante de PLANCK, ν la fréquence infra-rouge caractéristique du corps considéré, k la constante de BOLTZMANN = $13,7.10^{-17}$ et T la température absolue; ce sont :

1° La formule d'EINSTEIN qui fut la première application de la théorie des quanta à ces questions :

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{R}{2} \frac{x^2 e^x}{(e^x - 1)^2} \quad (\text{IV. 23})$$

2° La formule de NERNST-LINDEMANN qui est une modification de la précédente :

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{R}{2} \frac{x^2 e^x}{(e^x - 1)^2} + \frac{(x/2)^2 e^{x/2}}{(e^{x/2} - 1)^2} \quad (\text{IV. 25})$$

La première s'accorde moins bien avec l'expérience, mais la seconde est empirique; l'une et l'autre, du reste, ne se plient aux études qui nous intéressent que moyennant un développement en série et ces deux formules pourraient avoir l'intérêt d'indiquer la forme de ce développement. Malheureusement, il faut ensuite faire la somme des énergies absorbées respectivement par chaque degré de liberté, ce qui nécessite la connaissance du nombre

(1) On a vu ce qu'étaient ces degrés de liberté au Chap. III p. 114.

de ceux-ci et l'on doit, pour se renseigner, retourner aux chaleurs spécifiques expérimentales. Celles-ci s'expriment généralement en fonction des puissances croissantes de T et leur introduction dans la formule de Van t'Hoff conduit finalement pour $\text{Ln } K$ à des formes développées identiques à celles qu'indiquent les formules d'EINSTEIN ou de NERNST-LINDEMANN :

$$\text{Ln } K_p = A + B T^{-1} + C \text{Ln } T + D T + E T^2 + \dots \quad (\text{IV. 26})$$

Il m'a semblé préférable de m'adresser directement aux chaleurs spécifiques mesurées afin d'éviter des complications qui n'augmentent pas la sécurité du résultat, au contraire.

Remarque. — On peut partir de la simple considération du potentiel thermodynamique appliquée aux équilibres chimiques pour en tirer d'un seul coup la loi d'action de masse et la loi de Van t'Hoff; le procédé plus long et moins élégant qui a été suivi ici m'a semblé présenter l'avantage d'être moins abstrait.

Si l'on faisait ainsi le calcul en sens inverse on aboutirait comme conséquence de la loi d'action de masse à celle des vitesses de réaction proportionnelles aux nombres de molécules actives en présence dont je suis parti.

Représentation graphique.

Les relations (IV. 20), (IV. 21) et (IV. 22) nous donnent τ en fonction de P , de a et de T par l'intermédiaire de K_p .

(IV. 3) est une autre relation qui donne τ en fonction de a et de T , puisque nous considérerons les chaleurs spécifiques comme indépendantes de la pression; ceci apporte une simplification matérielle importante, comme on le verra, et ne nuit pas à la précision dans les limites de ce qu'on peut espérer ici. Si cette hypothèse n'était pas faite, le problème demeurerait du reste soluble de la même manière.

En résumé, nous avons quatre variables : a , P , τ , et T et deux équations seulement pour les relier.

Je choisirai arbitrairement des couples de valeurs de a et P puisque ces deux grandeurs demeurent constantes au cours d'une même réaction et je porterai τ en abscisses et T en ordonnées. Les deux équations ci-dessus me donneront donc deux familles de courbes, celles de l'une coupant celles de l'autre. Je pointerai les intersections de chacune des courbes d'une famille avec celle de l'autre qui lui correspond et inscrirai en chacun de ces points la valeur de a et celle de P . Effaçant le réseau qui a ainsi servi, je joindrai

par de nouvelles courbes tous les points de même a et ceux de même P , obtenant ainsi deux nouvelles familles, l'une en a , l'autre en P .

Lors donc que l'on considérera une réaction se produisant sous une pression déterminée et avec une composition initiale déterminée, on cherchera sur le diagramme l'intersection des deux courbes correspondantes; ce point donnera par son abscisse et son ordonnée les valeurs de T et de τ auxquelles la réaction va se limiter.

Remarque. — On peut naturellement construire cet abaque en prenant pour abscisses et ordonnées a et P ; on obtiendrait alors deux familles de courbes, l'une en τ , l'autre en T et l'usage en serait le même.

Deux abaques construits suivant la première disposition constituent les planches VII et VIII à la fin de cet ouvrage; l'un est relatif à la réaction $2H_2 + O_2 = 2H_2O$, l'autre à la réaction $2CO + O_2 = 2CO_2$.

Calculs numériques appliqués à H_2O et CO_2 .

Sources d'information. — Il nous a été particulièrement difficile à mes collaborateurs et à moi de parvenir à discriminer les résultats expérimentaux assez dignes de foi pour servir de base à de fastidieux calculs numériques. Les sources sont de deux ordres :

1° *Constante K ou valeurs de τ en f(T,P).* — A première vue, nous fûmes submergés sous un nombre important de documents :

RECUEIL DE CONSTANTES PHYSIQUES. — Tableau 158a donnant les valeurs de τ obtenues par NERNST et WARTENBERG de 1000°A à 2500°A (1906).

MEMORIAL DE L'ARTILLERIE FRANCAISE. — Tome III, étude de M. MURAOUR, Ingénieur en chef des Poudres : Tableau des τ de H_2O et CO_2 jusqu'à 5000°A (extrapolés à partir de 4000°A incl.) d'après BJERRUM, 1912.

PHYSIKALISCHE CHEMISCHE TABELLEN, VON LANDOLT UND BÖRNSTEIN. Donnant des chiffres de BJERRUM (1912) et SIEGEL (1914).

THE SPECIFIC HEAT OF GASES, PARTINGTON AND SCHILLING. — (Londres, 1924, p. 179.) Tableaux de τ pour H_2O et CO_2 identiques à ceux du Mémorial, d'après NERNST et WARTENBERG.

THEORETISCHE CHEMIE, WALTHER NERNST. — (15te Auflage, 1926.) Tableaux analogues allant de 1000°A à 3500°A, « calculés par Bjerrum » (Zeitsch. der Phys. Chemie, 79-537, 1912).

A première vue, la plupart de ces documents diffèrent; un examen approfondi montre que le MÉMORIAL contient des erreurs d'impression, que le livre de PARTINGTON et SCHILLING appelle centigrades des températures absolues...

Bref, qu'il ne reste de tout ceci, comme travaux *originaux*, que ceux de NERNST et WARTENBERG, 1906, et ceux de NERNST « calculés » par BJERRUM en 1912; ce sont ces derniers dont nous adoptâmes les résultats.

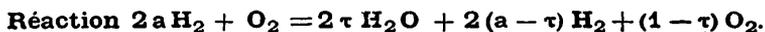
2^o Chaleurs spécifiques à P constant. —

TABLES ANNUELLES DE CONSTANTES PHYSIQUES. — Vol. I, p. 56, (1910); Vol. III, p. 56 (1912); Vol. IV, p. 151 (1921); Vol. V, p. 83 (1925).

INTERNATIONAL CRITICAL TABLES, Vol. V, p. 81-83 (1929).

THE SPECIFIC HEAT OF GASES. — PARTINGTON et SCHILLING (1924), qui examine à fond une quantité de sources, en fait la critique et choisit celles qui semblent les plus dignes de foi, p. 204 et suivantes.

Ici les différents documents de date récente concordent d'une façon satisfaisante, notre choix s'est fixé sur le dernier ouvrage dont nous avons exprimé les résultats par un développement suivant les puissances croissantes de T qui conduit ensuite à la forme (IV. 26) identique, comme il a été dit, à celle que l'on obtiendrait en partant des formules d'Einstein ou de Nernst-Lindemann.



Abaque Planche — VII —.

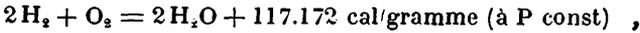
Le paramètre a détermine la composition initiale du mélange considéré; le réseau des courbes $a = f(T)$ montre la progression que suit l'élévation de la température de chaque mélange au fur et à mesure de sa combustion.

Le réseau des courbes P, coupant les précédentes, indique pour chaque valeur de la pression totale du mélange entre 0,1 et 1000 atmosphères la valeur de τ à laquelle la réaction est limitée par la dissociation. On juge ainsi d'un coup l'action d'un excès d'hydrogène (effet OBERTH) et l'action d'une élévation de pression que je préconisais dans mon précédent livre. L'action de cette dernière ne permet pas, même à 1000 atmosphères, d'atteindre la combustion complète, tandis que l'effet OBERTH le permet même sous la pression réduite de 1/10^e d'atmosphère moyennant un excès d'hydrogène égal à 1,5 fois la quantité exacte.

On voit supplémentaires que l'utilisation des deux effets permet d'arriver à la combustion complète avec des excès d'hydrogène beaucoup moindres; si par exemple on admet 100 atmosphères, un excès de 30% suffit.

Ce qui toutefois nous intéresse actuellement n'est pas d'obtenir une combustion complète, mais de pouvoir en tirer la vitesse d'éjection maximum possible. On peut se rendre compte de la vitesse obtenue de la manière suivante :

Considérant la chaleur Q dégagée à la température initiale par la réaction complète



j'appellerai τQ celle qu'a dégagée la portion combinée de ces gaz et M la masse de $(2aH_2 + O_2)$. Si je suppose que les gaz se détendent dans la tuyère jusqu'à revenir à peu près à la température ambiante, je puis, en vertu du principe de l'état initial et de l'état final, me dispenser de considérer la variation de Q en fonction de T et prendre sa valeur telle que les donnent les tables, mais à *pression constante*. Comme je l'ai déjà fait, j'admettrai pour cette étude théorique que toute la chaleur est transformée en force-vive, après avoir toutefois déduit de la chaleur de réaction ci-dessus : 1° la chaleur de vaporisation de l'hydrogène et de l'oxygène emmagasinés à l'état liquide; 2° la quantité de chaleur nécessaire à les amener tous deux de leur température d'ébullition (-252 pour H_2 et -183 pour O_2) à $288^\circ A$; 3° l'équivalent, en chaleur, du travail qui correspond à leur introduction dans la chambre; je supposerai que ce travail est appliqué à des pompes agissant sur les liquides, ce qui procure une économie dans la puissance absorbée.

Si j'appelle Q_1 la chaleur qu'il faut, des trois chefs ci-dessus, retrancher pour l'introduction de $2H_2 + O_2$, la vitesse d'éjection est donnée par l'équation

$$M \frac{w^2}{2} = J(\tau Q - Q_1) \quad , \quad (IV. 27)$$

où J a pour valeur en c.g.s. $4,184.10^7$.

Les valeurs de M sont les suivantes en fonction de a :

TABLEAU XX.

$a = 1$	1,1	1,2	1,3	1,5	1,7	2	2,2	2,5	3
$M = 36$	36,4	36,8	37,2	38,0	38,8	40,0	40,8	42	44

La chaleur moléculaire de l'hydrogène est de 4,84 depuis sa température de vaporisation jusqu'à -220° ; elle croît alors rapidement, puis de moins en moins jusqu'à 0° où elle est de 6,84 (fig. 11, p. 123). L'allure de la courbe est telle que l'on peut prendre pour sa valeur moyenne la moyenne arithmétique des deux valeurs ci-dessus, soit 5,84. Pour l'oxygène qui passe de 4,98 à -183° à 6,97 à 0° , je prendrai la moyenne de la même manière, ce qui donne 5,97. L'échauffement de $2H_2$ absorbe ainsi 3123 c/g° et celle de O_2 1168 c/g° .

La chaleur de vaporisation de $2H_2$ est de 492 c/g° et celle de O_2 est de 1629 c/g° .

La densité (par rapport à l'eau à 4°) de l'hydrogène liquide étant de 0,07 et celle de l'oxygène liquide de 1,25, les volumes de $2H_2$ et de O_2 sont respectivement de 57,2 et 25,6 cm^3 ; les travaux de refoulement par atmosphère évalués en calories /gramme sont donc 1,385 et 0,620. On déduit de là l'énergie absorbée pour le pompage, la vaporisation et le réchauffage :

TABLEAU XXI.

P =	0,1	1	10	100	atm
$2H_2$	3615	3616	3629	3753	$c/g\ ^\circ$
O_2	2797	2798	2799	2859	$c/g\ ^\circ$

De même que M a été calculé pour chaque valeur de a , il faut maintenant calculer l'énergie relative à $2aH_2$, à partir des valeurs ci-dessus et leur ajouter celle qui correspond à O_2 . Ayant ainsi obtenu Q_1 , on le retranche de τQ tiré de l'abaque Planche VII et par (IV. 27), on obtient pour v les valeurs suivantes :

TABLEAU XXII.

$a \backslash P =$	0,1 atm	1 atm	10 atm	100 atm
1	4278	4557	4773	4943
1,1	4375	4670	4877	4988
1,2	4477	4746	4920	4984
1,3	4555	4800	4930	4958
1,5	4665	4837	4888	4887
1,7	4720	4815	4820	4812
2	4700	4727	4728	4718
2,2	4660	4670	4667	4660
2,5	4576	4578	4576	4567

Les courbes en traits pleins du diagramme (Fig. 1, Pl. IX) représentent ces valeurs; on y voit que les vitesses maxima pour une pression donnée correspondent à une combinaison incomplète; elles comportent une dissociation de 2,3 % sous 0,1 atm, 2 % sous 1 atm, 1,85 % sous 10 atm et seulement 0,9 % sous 100 atm, comme on peut s'en rendre compte par l'abaque Planche VII.

Si l'on voulait, pour une cause ou pour une autre, réaliser la combustion

complète, il faudrait augmenter la proportion initiale d'hydrogène, ce qui repousserait le point figuratif vers la droite jusqu'à l'endroit où la courbe correspondant à la pression utilisée rejoint la courbe de combinaison totale; on voit que cela augmente d'autant plus l'excès d'hydrogène que la pression est moins élevée, sans beaucoup abaisser la vitesse.

Conclusions.

Les vitesses théoriques auxquelles il faut appliquer les défalcatons prévues au Chapitre III sont donc celles qui viennent d'être déterminées. Se reportant au Tableau XIX page 129, on voit que c'est un abattement de 11 à 16 % qu'il faut leur faire subir, de telle sorte qu'on ne doit pas espérer dépasser 4450 m/s dans le cas optimum où $P = 100$ atm et $P_0/P = 1000$. Lorsque P descend à 10 atm et P_0/P à 100, la vitesse tombe à 4150 m/s.

Si l'on admet une accélération égale à 2 g, cela représente un rapport de masses de 24 à 31, mais si les voyageurs peuvent, sans troubles physiologiques, subir 5 g, ce rapport tomberait à 16 ou 20 selon celle des vitesses ci-dessus que l'on réaliserait.

On verra plus loin les craintes que l'on doit éprouver en ce qui concerne l'échauffement à l'atterrissage, de telle sorte que le seul procédé actuellement envisageable est celui du freinage au retour par la fusée même. On doit alors élever au carré les rapports de masse ci-dessus, aboutissant ainsi à 256 et 400 respectivement.

Je n'ose pas encore affirmer que le problème soit soluble, mais je n'ose plus affirmer que nous n'assisterons pas au voyage de la Lune... l'optimisme des Allemands peut avoir raison.



L'abaque de la Planche VIII montre combien le phénomène se présente différemment de ce qu'il était pour la combustion de l'hydrogène. Les courbes a sont ici presque rectilignes et passent toutes par le même point $\tau = 0,188$, $T = 3414^\circ$. Cette singularité provient de ce qu'en réalité la combustion a lieu en deux phases qui présentent des propriétés entièrement distinctes :

1° Le carbone se combine à l'oxygène pour former de l'oxyde de carbone : $C + O = CO \mp 25\,814$ cal/gr (à P const.);

2° L'oxyde de carbone brûle à son tour en donnant du gaz carbonique
 $\text{CO} + \text{O} = \text{CO}_2 + 68\,486 \text{ cal/gr}$ (à P const.).

La première de ces deux réactions n'est soumise aux températures envisagées à aucune dissociation appréciable, tandis que l'autre l'est considérablement. Il résulte de là que les tables traduisant les résultats d'expériences donnent comme taux de combinaison celui de la seconde réaction, c'est-à-dire la quantité d'oxyde de carbone transformée en acide carbonique par rapport à la quantité initiale d'oxyde de carbone, et c'est également ce taux τ que j'ai adopté pour les calculs et la construction de l'abaque.

La température critique de 3414°A est celle qui serait obtenue par la première réaction seule; par exemple le point figuratif de cette réaction suivrait, au fur et à mesure que celle-ci progresse, l'axe $\tau = 0$ de gauche à droite jusqu'à $T = 3414^\circ\text{A}$ et il n'y aurait naturellement pas formation de gaz carbonique puisqu'il n'y aurait pas d'excès d'oxygène.

Si, au contraire, $a = 10$, ce qui indique un excès d'oxygène de $1/11^e$, le point figuratif ne suit l'axe $\tau = \text{zéro}$ que jusqu'à 3300°A , température à laquelle il n'y a pas encore formation d'acide carbonique; à partir de là il suit la courbe $a = 10$, passe par le point critique et continue au delà.

Pour $a = 1$ qui représente le mélange initial de proportion exacte $\text{C} + \text{O}_2 = \text{CO}_2$, le point figuratif quitte l'axe $\tau = 0$ aux environs de 2500°A et suit la ligne $a = 1$.

Pour chaque composition initiale déterminée, la réaction est toutefois limitée à une température qui dépend simultanément de cette composition initiale et de la pression. Ces points d'arrêt sont donnés par les courbes P de l'abaque.

On y voit, par exemple, pour $a = 1$, que sous une atmosphère la réaction s'arrête à $\tau = 0,185$ à la température de 3400°A , que pour 10 atmosphères elle monte jusqu'à $\tau = 0,248$ à 3676°A ; enfin que pour $P = 100$ atmosphères le degré d'association atteint $0,320$ pour 3996°A .

Si l'on suit maintenant le réseau de ces courbes P à travers le réseau des courbes a , on voit qu'un excès d'oxyde de carbone compris entre le double et le triple de la quantité exacte fait passer la température atteinte par un maximum et qu'ensuite cette température décroît à nouveau.

Nous pouvons nous rendre compte de la vitesse maxima obtenue par le même procédé qui a été utilisé pour la combustion de l'hydrogène et aboutissons ainsi au graphique de la fig. 2, Planche IX, où les courbes pleines indiquent les vitesses théoriques d'éjection, compte tenu de l'absorption de la chaleur de vaporisation de l'oxygène liquide.

On voit que ces vitesses théoriques, tout en étant ici très inférieures à celles que produit l'hydrogène, peuvent encore atteindre 3000 mètres par seconde à condition d'utiliser une pression élevée.

Comme dans le cas de la réaction $2\text{H}_2 + \text{O}_2 = 2\text{H}_2\text{O}$, les vitesses ci-dessus ne sont que théoriques et doivent subir les abattements du Chapitre III, c'est-à-dire de 11 à 16 % selon le rapport de détente, pour représenter les vitesses effectivement réalisables.

L'abaque Pl. VIII montre toutefois que les températures atteintes sont beaucoup plus élevées qu'avec l'hydrogène de telle sorte qu'aucune matière ne permettrait de constituer les parois de la chambre et de la tuyère.

Il résulte de là que si l'on peut envisager l'usage de produits carburés pour des fusées destinées à explorer la très haute atmosphère ou à expédier des projectiles à quelques centaines de kilomètres, il faudra néanmoins que ces produits contiennent une quantité élevée d'hydrogène, faute de quoi on courrait à un échec.

Comparaison des différents combustibles.

Deux cas concrets de réactions simples viennent d'être examinés à fond et l'on a pu se rendre compte de la complication de ces études. S'il fallait les refaire pour toutes les réactions possibles, le travail serait inextricable; il m'a donc paru désirable d'établir une méthode de comparaison rapide.

Dans ce but, j'ai tracé en pointillé sur les deux diagrammes de la Planche IX les courbes qui correspondraient aux vitesses théoriques, abstraction faite de la vaporisation et de l'échauffement préalable des corps réagissants; on peut ainsi se rendre compte des abattements à effectuer sur les vitesses théoriques *maxima*, tant pour fournir ces chaleurs que du fait de la dissociation ou de la nécessité d'introduire l'un des corps en excès. Le Tableau XIX montrant les abattements à faire pour tenir compte du rendement de la tuyère, il est possible de se faire, par analogie, une idée *approximative* de la vitesse d'éjection que l'on pourra réellement tirer, dans telle ou telle condition, d'un mélange réagissant déterminé dont on connaît la chaleur de réaction. Cette dernière se trouve dans les tables, qui les donnent à *volume et température constants* (celle-ci étant la température ambiante).

Voici le raisonnement par lequel je me propose d'utiliser ces données :

Considérons un système initial A de gaz à la température T_0 ; la réaction chimique a lieu et amène le système à un état B de composition différente,

puis on le détend sans nouveau changement de composition jusqu'à la température initiale. La température atteinte dans l'intervalle est inconnue, *mais toutes les opérations ont eu lieu adiabatiquement*. Le principe des états initial et final (voir début du présent Chapitre) indique que le travail développé est équivalent à la variation d'énergie interne qui, dans ce cas, est précisément la chaleur de combinaison que nous fournissent les tables.

Remarques. — Ces mesures de chaleur de combinaison à volume et température constants sont basées sur le même principe mais avec échange de chaleur et travail mécanique nul (voir équation IV. 1); le fait que nous détendons jusqu'à $T = 0$ n'est pas susceptible de modifier appréciablement les résultats.

Si la chaleur de combustion à volume constant est Q , nous écrirons donc simplement

$$\frac{w_{lim}^2}{2} = \frac{JQ}{M}, \quad w_{lim} = \sqrt{\frac{2JQ}{M}}, \quad (\text{IV. 28})$$

où M est, comme précédemment, la somme des masses moléculaires des corps entrant en réaction.

Dans les réactions complexes, il sera naturellement tenu compte de la chaleur nécessaire à décomposer les corps initiaux. On aboutit ainsi au tableau suivant où les dégagements de chaleurs sont exprimés en grandes calories et les vitesses théoriques d'éjection correspondantes en mètres par seconde.

TABLEAU XXIII

	m/s
$\text{H}_2 + \text{O} = \text{H}_2\text{O vap} + 58,3$	5200
$\text{H}_3 + \text{O} = \text{H}_3\text{O} + \text{H} + \text{id.}$	5060
$\text{H}_4 + \text{O} = \text{H}_4\text{O} + \text{H}_2 + \text{id.}$	4930
$\text{H}_5 + \text{O} = \text{H}_5\text{O} + \text{H}_3 + \text{id.}$	4810
$\text{H}_6 + \text{O} = \text{H}_6\text{O} + \text{H}_4 + \text{id.}$	4700
$\text{C} + \text{O}^2 = \text{CO}_2 + 94,3$	4230
$\text{C}_2 + \text{O}_3 = \text{CO}_2 + \text{CO} + 94,3 + 26,1$	3740
$\text{C}_3 + \text{O}_4 = \text{CO}_2 + 2 \text{CO} + 94,3 + 52,2$	3490
$2 \text{NH}_3 + \text{O}_3 = \text{N}_2 + 3 \text{H}_2\text{O} + 174,9 - 33,2$	3800
$4 \text{NH}_3 + 3 \text{NO}_2 = 7 \text{N} + 6 \text{H}_2\text{O} + 349,8 - 66,4 - 7,8$	3340
$2 \text{NH}_3 + \text{NO}_2 = \text{N}_2 + 2 \text{H}_2\text{O} + \text{H}_2 + 116,6 - 27,0 - 2,6$	3010
$2 \text{NH}_3\text{O} + \text{O} = \text{N}_2 + 3 \text{H}_2\text{O} + 174,9 - 40$	3710
$\text{NH}_3\text{O} = \text{N} + \text{H}_2\text{O} + \text{H} + 58,3 - 20$	3110
id vaporisé par les chaleurs perdues, $58,3 - 10$	3490
$4 \text{NH}_3\text{O} + \text{NO}_2 = \text{N}_2 + 6 \text{H}_2\text{O} + 349,8 - 80 - 2,6$	3540
$2 \text{NH}_2\text{CH}_3 + 9 \text{O} = \text{N}_2 + 5 \text{H}_2\text{O} + 2 \text{CO}_2 + 291,5 + 188,6 - 11,2$	4360

2 NH ₂ CH ₃ + 3 O ₂ = N ₂ + 3 H ₂ O + 2 H ₂ + CO ₂ + CO + 174,9 + 94,3 + 26,1 - 9,9	3880
2 NH (CH ₃) ₂ + 15 O = N ₂ + 7 H ₂ O + 4 CO ₂ + 408,1 + 377,2 - 28,0	4380
2 NH (CH ₃) ₂ + 11 O = N ₂ + 5 H ₂ O + 2 H ₂ + 2 CO ₂ + 2 CO + 291,5 + 188,6 + 52,2 - 8,2	4060
2 N (CH ₃) ₃ + 21 O = N ₂ + 9 H ₂ O + 6 CO ₂ + 525,7 + 565,8 - 2,8	4470
4 N (CH ₃) ₃ + 21 NO ₂ = 25 N + 18 H ₂ O + 12 CO ₂ + 1051,4 + 1131,6 - 5,6 - 54,6	3840
4 N (CH ₃) ₃ + 16 NO ₂ = 10 N ₂ + 12 H ₂ O + 6 H ₂ + 8 CO ₂ + 4 CO + 699,6 + 755,6 + 104,4 - 5,6 - 41,6	3600
CH ₂ OH + O ₂ = 2 H ₂ O + CO ₂ + 116,6 + 94,3 - 53,3	4050
2 CH ₂ OH + 2 O ₂ = 3 H ₂ O + H ₂ + CO ₂ + CO + 174,9 + 94,3 + 26,1 - 106,6	3510
4 CH ₂ OH + 4 NO ₂ = 2 N ₂ + 6 H ₂ O + 2 H ₂ + 2 CO ₂ + 2 CO + 349,8 + 188,6 + 52,2 - 213,2 - 10,4	2120
C ₂ H ₅ OH + 3 O ₂ = 3 H ₂ O + 2 CO ₂ + 174,9 + 188,6 - 59,8	4230
C ₂ H ₅ OH + 2 O ₂ = 2 H ₂ O + H ₂ + CO ₂ + CO + 116,6 + 94,3 + 26,1 - 59,8	3660
C ₂ H ₅ OH + 2 NO ₂ = N ₂ + 2 H ₂ O + H ₂ + CO + CO + 116,6 + 94,3 + 26,1 - 59,8	3270
C ₃ H ₇ (OH) ₂ + O ₂ = 4 H ₂ O + 3 CO ₂ + 233,2 + 282,9 - 161,7	3810
C ₃ H ₇ (OH) ₂ + O ₂ = 3 H ₂ O + H ₂ + 2 CO ₂ + CO + 174,9 + 188,6 + 26,1 - 161,7	3290
2 C ₃ H ₇ (OH) ₂ + 5 NO ₂ = 4 N ₂ + 6 H ₂ O + 2 H ₂ + 4 CO ₂ + 2 CO + 349,8 + 377,2 + 52,2 - 323,4 - 20,8	2960
CH ₄ + 2 O ₂ = 2 H ₂ O + CO ₂ + 116,6 + 94,3 - 18,9	4480
2 CH ₄ + 3 O ₂ = 3 H ₂ O + H ₂ + CO ₂ + CO + 174,9 + 94,3 + 26,1 - 37,8	4100
C ₂ H ₆ + O ₂ = 2 H ₂ O + H ₂ + CO ₂ + CO + 116,6 + 94,3 + 26,1 - 23,3	4030
C ₆ H ₁₄ + O ₂ = 5 H ₂ O + 2 H ₂ + 4 CO ₂ + 2 CO + 291,5 + 377,2 + 52,2 - 45 (7)	4160

Cette liste comporte des réactions théoriques : celles qui sont intégrales sans dissociation ; elles sont, comme il a été vu irréalisables. Celles qui comportent dans leur produit un excès de l'un des corps réagissants sont, au contraire, utilisables ; on voit qu'il y en a toutefois très peu qui procurent des vitesses suffisantes. Elles ne sont, du reste, données qu'à titre indicatif car elles ne satisfont pas nécessairement aux lois des équilibres chimiques.

Gas de l'hydrogène atomique.

Si je n'ai pas mis en tête de la liste précédente

2H = H ₂ + 98,560 Cal.	20 290 m/s
4H + H ₂ = 3H ₂ + 197,12	16 570
2H + H ₂ = 2H ₂ + 98,560	14 340

c'est tout d'abord parce que la première est une réaction intégrale impossible en tous cas, mais que, de plus, la seconde et la troisième, elles-mêmes, ne le seraient que si l'hydrogène atomique pouvait se conserver, ce qui paraît de la plus haute improbabilité.

Il est beaucoup plus vraisemblable que ce corps ne pourra être utilisé que moyennant une production continue, au fur et à mesure des besoins. Celle-ci n'est du reste pas impossible en principe et il est même vraisemblable que la découverte d'un procédé d'emmagasinage de l'énergie électrique sous une forme pratiquement non pesante sera tout d'abord utilisée en astronautique à la production d'hydrogène atomique à haute température qui prendra ainsi par détente une vitesse considérable.

Pour pouvoir faire un calcul exact, il faudrait connaître le K_p de ce corps, ce qui serait possible par la formule de VAN T'HOFF (IV. 21) jointe au fait qu'à 3600° C il y a nombre égal de molécules dissociées et de molécules non dissociées d'après LANGMUIR. Malheureusement, il faudrait connaître la chaleur spécifique de l'hydrogène atomique à haute température et ici se pose un point d'interrogation. En effet, la chaleur spécifique des corps monoatomiques est constante lorsqu'il s'agit des gaz nobles, mais ceux-ci sont uniquement formés d'un noyau qui a les propriétés d'une sphère électriquement neutre et inattaquable, tandis que l'hydrogène atomique comporte non seulement un proton, mais un électron et s'il n'y a aucun doute que sa chaleur spécifique à basse température soit égale à celle des autres corps monoatomiques, comme celle du mercure l'est elle-même, il n'est nullement certain qu'à haute température l'électron ne prenne pas des degrés de liberté, faisant ainsi graduellement passer leur nombre de trois à six et C_p de 4,95 à 7,90. Il serait intéressant d'avoir pour guide des mesures à haute température sur le mercure.

Si l'on applique à la formule (III. 19) la première de ces valeurs, on trouve

TABLEAU XXIV

T_0	$w_{lim} H$	$w_{lim} (2H + H_2)$
4000° A	12 840 m/s	11 110 m/s
3500	12 000	10 390
3000	11 120	9 640

Au cas où la seconde valeur de C_p serait valable, ces vitesses devraient être multipliées par 1,262, mais cela ne peut pas être et le maximum que l'on puisse envisager serait une valeur intermédiaire.

Il y a toutefois lieu de remarquer que $11\ 110 \times 1,262 = 14\ 020$, valeur très voisine de la dernière du tableau précédent qui correspond précisément à la même composition de mélange et que, d'après LANGMUIR, cette composition correspond à peu près à la température de 4000°A.

En résumé, il ne semble pas que l'hydrogène atomique puisse jamais permettre par aucun moyen de dépasser la vitesse d'éjection de 10 000 m/s; les 20 000 m/s qui figurent en haut du premier tableau ne seront atteints que par projection anodique directe, c'est-à-dire par un processus tout à fait différent et dont la place n'est pas encore ici.

Cas de mélanges gazeux complexes.

1° Influence d'un gaz inerte.

Supposons les composants d'une des deux réactions précédemment envisagées dilués dans un gaz inerte. Nous allons voir que les constantes d'équilibre n'en seront pas altérées. Seule, la pression d'équilibre à une température donnée changera : elle sera augmentée de la pression exercée par le gaz inerte :

Soit en effet un mélange de deux gaz; la fréquence des chocs d'une molécule A avec des molécules B a pour expression :

$$v = c_A n_B \pi \left(\frac{\sigma_A + \sigma_B}{2} \right)^2 \sqrt{1 + \frac{m_A}{m_B}} ; \quad (\text{IV. 29})$$

(formule 25 de la Cinétique de gaz de BLOCH) où :

$$\left. \begin{array}{l} c_A = \text{vitesse de la molécule A considérée;} \\ n_B = \text{densité moléculaire de B;} \\ \sigma = \text{diamètre des molécules;} \\ m = \text{masse des molécules.} \end{array} \right\}$$

Le nombre des chocs AB par unités de volume et de temps sera donc

$$N_{AB} = \int_{c=0}^{c=\infty} v dn_A = \pi n_B \left(\frac{\sigma_A + \sigma_B}{2} \right)^2 \sqrt{1 + \frac{m_A}{m_B}} \int_{c=0}^{c=\infty} c_A \cdot dn_A . \quad (\text{IV. 30})$$

La formule (8) de BLOCH donne pour valeur de l'intégrale

$$\frac{2n_A}{\sqrt{\pi h m_A}} ,$$

d'où

$$N_{AB} = 2\sqrt{\frac{\pi}{h}} n_A n_B \sqrt{\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B}} \left(\frac{\sigma_A + \sigma_B}{2}\right)^2 \quad (\text{IV. 31})$$

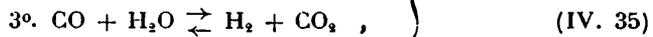
Introduisons alors un troisième gaz I; cela ne pourrait influer que sur h ; mais, d'après les lois sur le mélange des gaz et sur l'équipartition de l'énergie cinétique (BLOCH, p. 16 et 17), h est une constante universelle :

$$h = \frac{3}{2m_A C_A^2} = \frac{3}{2m_B C_B^2} = \frac{3}{2m_I C_I^2} = \frac{3\tau}{2RT} \quad (\text{IV. 32})$$

L'introduction du gaz I ne modifie donc pas le nombre N des chocs AB ni, comme nous l'avons avancé, la valeur des constantes K ; la pression totale se trouve simplement augmentée de la pression partielle du gaz inerte. *A pression totale égale, la dissociation est augmentée et devient celle que subirait les gaz actifs s'ils étaient seuls sous une pression égale à la somme de leurs pressions partielles dans le mélange.*

2° Mélange de trois gaz pouvant se combiner deux à deux.

Soit un mélange de concentrations moléculaires initiales a en O_2 , b en H_2 , c en CO ; ce mélange va donner lieu aux réactions



qui se seront effectuées respectivement x , y et z fois avant que l'état d'équilibre ne soit atteint; les concentrations d'équilibre seront alors

$$\left. \begin{array}{l} a - x - y \quad \text{en } O_2 \quad , \\ b - 2x + z \quad \text{en } H_2 \quad , \\ c - 2y - z \quad \text{en } CO \quad , \\ 2x - z \quad \text{en } H_2O \quad , \\ 2y + z \quad \text{en } CO_2 \quad , \end{array} \right\} \quad (\text{IV. 36})$$

et l'on aura

$$K_1 = \frac{(2x - z)^2}{(b - 2x + z)^2 (a - x - y)} \quad (\text{IV. 37})$$

$$K_2 = \frac{(2y + z)^2}{(c - 2y - z)^2 (a - x - y)} \quad (\text{IV. 38})$$

$$K_3 = \frac{(b - 2x + z)(2y + z)}{(c - 2y - z)(2x - z)} \quad (\text{IV. 39})$$

les K étant les constantes d'équilibre respectivement attachées aux trois réactions considérées.

Ces dernières relations sont faciles à justifier; si nous considérons en effet l'une de ces réactions entre des molécules A, B, C, les autres réactions possibles vont dégager autant de ces molécules A, B, C, qu'elles vont en absorber, puisqu'il y a équilibre statistique, de sorte que les autres molécules se comportent en fait comme des molécules inertes, sans influence sur la fréquence des chocs A, B, C ni, par conséquent, sur la constante d'équilibre correspondante K qui reste seulement fonction des concentrations d'équilibre des gaz A, B, C à l'exclusion de celles des autres gaz.

Les relations précédentes nous montrent d'ailleurs que ces trois constantes K ne sont pas indépendantes, mais que

$$K_3 = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}} \quad (IV. 40)$$

Il en est de même des trois variables de réaction x, y, z et les concentrations d'équilibre doivent pouvoir s'exprimer en fonction de deux variables seulement : u et v .

Il est assez naturel de prendre pour ces nouvelles variables les concentrations d'équilibre des deux corps engendrés : H_2O et CO_2 .

Posons donc :

$$\begin{aligned} C_{H_2O} &= 2x - z = 2u & , & \quad \} \\ C_{CO_2} &= 2y + z = 2v & ; & \quad \} \end{aligned} \quad (IV. 41)$$

il vient alors

$$\begin{aligned} C_{O_2} &= a - x - y = a - u - v & , \\ C_{H_2} &= b - 2y + z = b - 2v & , \\ C_{CO} &= c - 2y - z = c - 2v \end{aligned} \quad (IV. 42)$$

et tout se passe comme si les deux premières réactions s'étaient effectuées u et v fois respectivement, la réaction (IV. 35) jouant le rôle d'une réaction intermédiaire comme on en rencontre dans les phénomènes de catalyse. La dissymétrie du résultat tient à ce qu'initialement, on n'a introduit que trois des cinq corps qui concourent à l'équilibre final.

Le problème se ramène donc à la résolution des deux équations

$$K_1 = \frac{4u^2}{(b - 2u)^2 (a - u - v)} \quad , \quad (IV. 43)$$

$$K_2 = \frac{4v^2}{(c - 2v)^2 (a - u - v)} \quad (IV. 44)$$

CHAPITRE V

Utilisation possible des fusées.

Exploration de la très haute atmosphère.

L'exploration de l'atmosphère en altitude ne fut longtemps possible que par le moyen des ballons montés, avec lesquels CROCÉ-SPINELLI, SIVEL et Gaston TISSANDIER atteignirent 8700 mètres (1875). On n'a guère fait mieux depuis et il ne semble pas que l'on doive espérer, par ce moyen, dépasser beaucoup 9000 mètres (BERSON, 1894). Les perfectionnements des appareils enregistreurs ont toutefois permis de pousser plus haut par le moyen de ballons-sonde non montés qui ont exceptionnellement atteint 30 000 mètres. Les aéroplanes ont également apporté leur contribution ces dernières années où leur record de l'altitude fut porté à quelque 12 000 mètres et pourra certainement augmenter encore.

Les fusées, elles, pourront atteindre une altitude quelconque, comme on l'a compris par la lecture des Chapitres I et II, des nomogrammes (Pl. I et II) et de l'abaque (Pl. III).

L'étude expérimentale de la très haute atmosphère présente de multiples intérêts :

1° Couche de Heaviside.

Lorsque la télégraphie et la téléphonie sans fil atteignirent de grandes portées, des anomalies d'un caractère spécial se manifestèrent ; notamment des émissions qui cessaient d'être perceptibles à une certaine distance, le redevenaient plus loin. C'est ainsi que la réception fut possible aux antipodes avant de l'être à mi-distance.

HEAVISIDE émit l'hypothèse que le phénomène était dû à l'existence dans la haute atmosphère, d'une région que les ondes de la T.S.F. ne pouvaient franchir ; on acquit depuis la preuve que ce « plafond électrique » entoure notre globe à une altitude variant de 50 à 70 kilomètres.

On sait que les gaz raréfiés sont conducteurs de l'électricité. Le phénomène commence à se manifester lorsque la pression tombe à quelques millimètres de mercure; il est tout à fait net sous 1 millimètre (tubes de GESSLER). Or la pression est de cet ordre aux altitudes qui viennent d'être indiquées; c'est cette zone conductrice qui est opaque aux radiations électromagnétiques (1) et les réfléchit comme un miroir.

Il serait instructif de vérifier au moyen de fusées munies d'un émetteur musical de T.S.F., l'altitude où la réception disparaît et les variations de cette altitude avec les saisons, la température et le temps qu'il fait.

Mais cette zone présente un autre intérêt : il est actuellement certain que nous sommes enveloppés d'une couche d'ozone se manifestant par l'interception des rayons ultra-violet qui existent nécessairement dans la radiation pure du Soleil eu égard à sa température, mais qui ne parviennent jamais jusqu'à nous. Seule la présence d'ozone peut en être la cause et l'étude de la loi suivant laquelle l'absorption de l'ultra-violet varie lorsque le Soleil descend sur l'horizon, indique que cet ozone se trouve à peu près à l'altitude de la couche de Heaviside.

Si, du reste, celle-ci est le siège de courants électriques, il est tout naturel que de l'ozone soit engendré; des produits nitrés ou de l'ammoniaque peuvent même prendre naissance, sans qu'aucune propriété particulière nous les révèle.

Des prélèvements effectués entre 50 et 80 kilomètres d'altitude nous fixeraient sur tous ces points.

2° Zone à aurores boréales.

Au delà de ces hauteurs, les propriétés d'une atmosphère toujours plus ténue changent encore; elles se rapprochent d'abord de celles des tubes à rayons X de nos laboratoires, puis les dépassent en tendant vers celles du vide absolu. Au-dessous de 200 kilomètres cette zone comprend la région des aurores boréales dont l'altitude varie du reste considérablement et qui semblent dues au bombardement cathodique du Soleil.

(1) Cette expression n'est pas tout à fait correcte, puisque la lumière est également une radiation électromagnétique, mais cette portion du livre étant rédigée plutôt pour les profanes, je n'ai pas voulu la compliquer en y introduisant la notion de longueur d'onde.

Autrefois, on avait cru que leur spectre était caractéristique d'un élément inconnu : le *géocoronium*, plus léger que l'hydrogène, mais son existence serait en contradiction formelle avec la classification périodique de MENDELÉIEFF, dont la valeur n'est plus à démontrer et qui ne possède aucune case libre pour ce nouveau venu. Ces dernières années, on a pensé trouver dans ces spectres les raies caractéristiques de l'azote solide, mais ceci poserait simultanément plusieurs questions qui sont les suivantes :

3° Température de l'atmosphère.

On la connaît par les sondages actuellement effectués jusqu'à 30 kilomètres et l'on constate, comme je l'ai exposé au Chapitre II, que l'atmosphère doit être divisée en deux zones : la « troposphère » inférieure en équilibre *partiellement* adiabatique grâce aux courants qui y règnent et s'étendant jusque vers 10 500 mètres de haut ; la « stratosphère » supérieure où la température se relève très lentement avec l'altitude, si lentement qu'on peut, dans une première approximation, la considérer comme uniforme. Les fusées permettront de connaître cette température jusqu'à une altitude quelconque.

4° Composition de la très haute atmosphère.

Il a été expliqué que, grâce aux courants qui la traversent, la troposphère doit avoir une composition constante dans toute sa hauteur et les sondages l'ont, en effet, confirmé. Mais la stratosphère en repos devrait, au contraire, obéir aux lois de la théorie cinétique qui exigent que chacun des gaz composants se raréfie avec l'altitude selon sa loi propre et sans que les autres gaz présents aient la moindre influence sur le taux de cette raréfaction (Chap. II, atmosphère isothermique).

Or les rares sondages effectués dans cette région semblent montrer que la loi n'est pas obéie et que la composition n'est pas encore altérée à 30 kilomètres alors que le Tableau XVIII montre que la proportion d'oxygène devrait y être diminuée d'un tiers par rapport à sa valeur au niveau du sol.

D'autre part, la découverte que les bandes des aurores boréales seraient celles de l'azote solide, impliquerait la présence de cet élément à des altitudes énormes où l'on s'attendrait à ne trouver que de l'hydrogène presque pur.

Cette question de la composition est d'un intérêt capital, car on a vu, également au Chapitre II, l'influence de la loi de variation de la densité avec l'altitude sur la retardation du véhicule lors de son retour vers la terre et surtout l'influence *énorme* de la masse moléculaire sur l'échauffement du véhicule. Si la théorie cinétique avait raison, les ellipses successives de retour de HOHMANN seraient *peut-être* possibles moyennant quelque artifice; si l'azote s'étend réellement jusque dans ces régions, il n'y a plus aucun espoir... tout appareil sera instantanément grillé dès qu'il *effleurer*a une atmosphère azotée à des vitesses semblables.

5° Propriétés de l'espace vide intersidéral.

Lorsqu'on pourra *sortir de l'atmosphère*, ce qui ne tardera guère, il sera possible de mesurer directement la constante de radiation solaire, et ce sera d'un grand intérêt pour les physiciens. On pourra également déterminer avec précision jusqu'où s'étend, dans l'ultra-violet, le spectre du Soleil et surtout connaître l'intensité de son bombardement cathodique sur lequel nous n'avons actuellement aucun renseignement tout en étant certains qu'il existe.

Ce dernier point est peut-être même le plus important de tous.

Envoi d'un projectile sur la Lune (Goddard 1913).

Le Professeur GODDARD se proposait, dès 1913, d'envoyer jusque sur la Lune un projectile dont la charge eût été d'une livre (454 grammes) de poudre au magnésium. Il s'était assuré que la lueur produite *dans le vide* eût été visible de la Terre au télescope.

En 1913 et même en 1919, lorsque son travail fut publié, on ne pouvait envisager que des vitesses d'éjection de 2000 à 2500 m/s et c'est ce qui avait conduit le Professeur à admettre un rapport de masse de 600.

Il ne faudrait pourtant pas croire que cela veuille dire qu'une masse initiale de 600 livres, soit environ 270 kgs, eût suffi. En effet, le rapport de masse ci-dessus implique que le projectile initial soit composé de 599 livres de poudre et de cartouches (que GODDARD considéraient comme évacuées au fur et à mesure que leur contenu était consommé) et de *une livre* seulement de masse finale (poudre au magnésium). Naturellement, un tel projectile ne correspond à aucune réalisation possible

GODDARD l'admettait et c'est pourquoi il avait envisagé son système de *fusées gigognes* déjà conçu par le Dr BING et ayant chacune un rapport de masse bien plus faible, par exemple de l'ordre de $\sqrt{600}$ soit environ 24 à 25 seulement.

Comme, en tout cas, la seconde fusée n'eût pu se réduire *in fine* à la dernière livre de poudre au magnésium, mais qu'avec cette poudre devaient subsister la carcasse et la tuyère, il n'est certainement pas « *unfair* » d'admettre que ce poids final eût été de 10 kgs, portant le poids initial de cette seconde fusée à 245 kgs. Ici encore on ne saurait admettre que la masse finale de la première fusée soit simplement constituée par la seconde fusée; une masse triple, soit 735 kgs, n'aurait rien d'excessif et le poids initial eût alors été de 18 tonnes. Il faut avouer que si un engin de cette taille n'est pas absolument inexécutable, il est à tout le moins quelque chose de fort délicat à réaliser.

Au surplus, il ne semble pas que le résultat obtenu eût justifié la mise de fonds nécessaire et, du reste, malgré l'enthousiasme bien connu des compatriotes du Professeur pour toute idée nouvelle, il ne semble pas qu'il s'en soit encore trouvé pour financer une telle entreprise.

Il faut du reste ajouter que l'on ne voit pas bien l'intérêt scientifique ou quelconque de cette performance; elle n'apporterait à la Science le bénéfice d'aucune connaissance nouvelle, même (pas la certitude que la performance soit possible, car *nous l'avons d'avance par le calcul*); pour ceux qui s'occupent de la question, il n'y a là aucun doute. D'autant que maintenant, avec le mélange hydrogène-oxygène et le bénéfice de l'effet OBERTH, on pourrait abaisser le rapport de masse à 20 ou 25 tout compris (Chap. premier); chacune des fusées gigognes pourrait avoir seulement un rapport de masse égal à 5, ce qui conduirait à des réalisations tout à fait accessibles.

Quoi qu'il en soit, une difficulté d'un ordre différent subsiste, que GODDARD ne semble jamais avoir envisagée; c'est celle de la *précision* du tir au départ, tant comme direction que *comme vitesse atteinte en fin de combustion*.

Le champ gravitant lunaire est considérablement plus faible que le champ terrestre; à la surface de la Lune, il vaut seulement 0,165 de ce dernier, mais le rayon lunaire lui-même ne vaut que 0,273 du rayon terrestre, de telle sorte qu'à un rayon terrestre du centre, l'accélération lunaire est seulement

$$0,165 \times \overline{0,273^2} = 0,01229 \quad ,$$

à peine plus du centième du champ terrestre à distance égale, chiffre qui représente naturellement le rapport des masses des deux astres.

Si une erreur relative, même très faible se produit, soit dans l'angle de tir, soit surtout, dans la vitesse de fin de combustion, la trajectoire désirée ne sera pas suivie. S'il s'agit du tir sur la Lune et si la précision angulaire au départ est suffisante, une erreur sur la vitesse finale sera pratiquement sans importance, pourvu qu'elle soit par excès. Il faut toutefois remarquer que la précision angulaire serait extrêmement difficile à obtenir, même si le point de départ était choisi de telle sorte qu'il suffise de pointer au zénith, car un lieu satisfaisant à cette condition sera nécessairement dans la zone équatoriale où la vitesse tangentielle due à la rotation de la Terre est voisine de 463 mètres par seconde. Cette circonstance introduit la nécessité d'une nouvelle précision : celle de l'instant initial dans le temps et ceci est délicat, mais il faut encore compter avec les perturbations qu'apporteront les courants aériens. Le tout semble devoir rendre assez précaire la précision angulaire du tir.

Dans le cas où un tir non zénithal serait effectué à partir de latitudes plus élevées, le moindre excès dans la vitesse finale pourra faire que le projectile, manquant la Lune, passe derrière et s'échappe vers l'infini ou même revienne frapper notre satellite sur l'hémisphère qui nous est opposé.

En tout cas le point de chute sur la Lune ne semble pas, même dans les conditions les plus favorables, pouvoir être déterminé à l'avance avec précision ; il n'aurait donc que peu de chances de se trouver dans le champ des télescopes d'observation prévus par le Professeur GODDARD.

Dans une lettre que je lui adressais le 16 juin 1920, je lui signalais combien il semblerait plus intéressant d'envoyer un projectile, non pas *sur* la Lune, mais *autour* de la Lune.

Dans ce cas, on rencontrerait la même nécessité de précision qui sera chiffrée au Chapitre VI car elle relève plus directement des voyages interplanétaires.

Transports circumterrestres à grande vitesse.

On me pardonnera de débiter par une courte digression d'ordre philosophique : l'homme, ne sachant pas encore prolonger son existence, fait des efforts désespérés pour entasser dans la courte durée dont il dispose le plus d'actes et de sensations possible. Ceci exige naturellement

qu'il se déplace le plus rapidement possible à la surface de sa planète; là git la cause profonde du développement des différentes locomotions accélérant leur vitesse au fur et à mesure que se développent les moyens disponibles.

Actuellement, la fusée nous fait entrevoir la possibilité de communications intercontinentales à des rapidités hier encore inimaginées. Nous reportant au début du Chapitre premier, où fut traitée la question des trajectoires elliptiques autour de la Terre, nous allons étudier maintenant

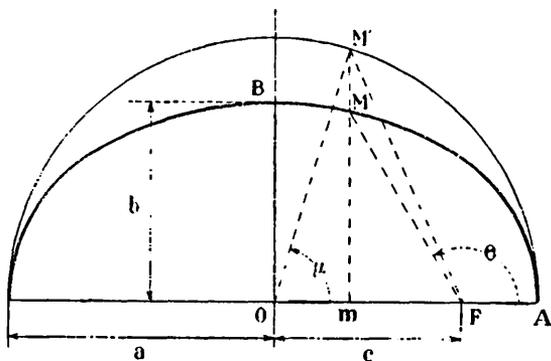


Fig. 13.

à quelles durées ces trajectoires correspondraient pour aller d'un point à un autre de la surface terrestre, étant admis que l'angle de tir soit toujours celui qui rend minimum la vitesse initiale.

Pour les points écartés de plus de 180°, où la trajectoire emprunte, comme nous l'avons vu, un arc de cercle ayant pour centre le centre de la Terre, nous supposerons que le début de la trajectoire soit effectué suivant la vitesse la plus favorable de OBERTH, mais de tels points peuvent toujours être joints par un arc de grand cercle de moins de 180°, comme je l'ai fait remarquer au Chapitre premier.

Loi des temps. — Equation de Kepler (1).

Nous examinerons le cas du mouvement elliptique; on sait que l'ellipse est la projection d'un cercle égal à son cercle principal et situé dans un plan incliné sur le sien propre d'un angle

$$\varphi = \arccos \frac{b}{a} \quad (V. 1)$$

(1) D'après le cours professé par M. LECORNU à l'Ecole Polytechnique (1928),

On sait, d'autre part, que l'aire FAM est proportionnelle au temps; T étant la durée d'une révolution et l'aire de l'ellipse étant πab , on peut donc écrire

$$\frac{\text{aire FAM}}{\pi ab} = \frac{t}{T} \quad , \quad (\text{V. 2})$$

mais

$$\text{aire FAM} = \frac{b}{a} \text{aire FAM}' \quad , \quad (\text{V. 3})$$

or

$$\text{aire FAM}' = \text{aire OAM}' - \text{aire OFM}' = \frac{1}{2} \mu a^2 - \frac{1}{2} ac \sin \mu \quad , \quad (\text{V. 4})$$

μ étant l'angle AOM', angle dénommé « anomalie excentrique »;
 θ étant appelé « anomalie vraie ».

Il vient alors :

$$\text{aire FAM} = \frac{1}{2} \mu a b - \frac{1}{2} bc \sin \mu \quad , \quad (\text{V. 5})$$

d'où enfin,

$$2 \pi \frac{t}{T} = \mu - e \sin \mu \quad , \quad (\text{V. 6})$$

qui constitue l'équation de KEPLER.

Remarque. — On passe de θ à μ par la relation

$$\cos \theta = \frac{\cos \mu - e}{1 - e \cdot \cos \mu} \quad . \quad (\text{V. 7})$$

Variation de T. — 3^e Loi de Kepler.

De (I. 24) nous tirons

$$C^2 = u p = u \frac{b^2}{a} \quad . \quad (\text{V. 8})$$

Ecrivant, d'autre part, que le double de l'aire balayée pendant une période est $2 \pi ab$, il vient

$$2 \pi ab = CT \quad , \quad (\text{V. 9})$$

soit

$$4 \pi^2 a^2 b^2 = T^2 u \frac{b^2}{a} \quad , \quad (\text{V. 10})$$

d'où

$$T^2 = \frac{4 \pi^2 a^3}{u} \quad . \quad (\text{V. 11})$$

C'est la troisième loi de KEPLER : Les carrés des temps de révolution sont proportionnels aux cubes des grands axes.

Détermination de la durée d'un trajet circumterrestre.

Revenons au problème traité page 159; pour ne pas faire intervenir la résistance de l'air, nous supposons les points de départ et d'arrivée situés à une altitude de 100 kilomètres. Les portions de trajectoires reliant ces points au sol devront être étudiées séparément. Il ne faudra pourtant pas oublier ici de prendre les valeurs de R et g qui correspondent à l'altitude choisie.

L'angle polaire θ variant de $(\pi - \zeta)$ à $(\pi + \zeta)$, (fig. 13, revoir aussi fig. 3) les anomalies excentriques correspondantes seront $(\pi - \mu)$ et $(\pi + \mu)$ et μ sera déterminé d'après (V. 7), par

$$\cos(\pi - \mu) = \frac{e + \cos(\pi - \zeta)}{1 + e \cdot \cos(\pi - \zeta)} \quad (V. 12)$$

ou

$$\cos \mu = \frac{e - \cos \zeta}{1 - e \cdot \cos \zeta} \quad (V. 13)$$

et la durée du trajet, d'après (V. 6), sera, toutes réductions faites,

$$\tau = \frac{T}{c} (\mu + e \cdot \sin \mu) \quad (V. 14)$$

Il nous faut maintenant exprimer T et e en fonction de l'écart angulaire 2ζ des points de départ et d'arrivée; T sera tiré de (V. 11), le grand axe s'exprimant par

$$a = \frac{p}{1 - e^2} = -\frac{u}{h} \quad (V. 15)$$

d'après les formules (I. 24).

Mais

$$u = g R^2 \quad (V. 17)$$

et, d'après (I. 39) et (I. 36),

$$h = -\frac{2gR}{1 + \sin \zeta} \quad (V. 17)$$

de sorte que

$$\frac{T}{c} = \sqrt{\frac{R}{2g}} (1 + \sin \zeta) \quad (V. 18)$$

Des équations (I. 24), nous tirons encore

$$e = \sqrt{1 + \frac{hC^2}{u^2}} \quad \text{et} \quad C = RV_0 \sin \tau_0 \quad (V. 19)$$

mais, d'après (I. 38)

$$\sin \tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{\zeta}{2} + \sin \frac{\zeta}{2} \right) \quad (V. 20)$$

ou

$$\sin^2 \tau_0 = \frac{1}{2} (1 + \sin \zeta) \quad (V. 21)$$

D'après (I. 39), on a donc

$$e = \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \frac{\zeta}{2}}{1 + \sin^2 \frac{\zeta}{2}}} \quad (\text{V. 22})$$

Les équations (V. 17) et (V. 21), jointes à (V. 12) et (V. 13), résolvent le problème.

Considérant les trajectoires effectuées avec l'angle de départ (et d'arrivée) optimum (Chap. I, p. 48), le Tableau ci-dessous donne en fonction de l'angle sous-tendu ζ , l'angle α de départ et d'arrivée *compté à partir de l'horizon*, la distance en kilomètres, la vitesse de départ et d'arrivée (à 100 kilomètres d'altitude), la durée du trajet et l'altitude maximum H_{max} .

TABLEAU XXV.

ζ	α	Dist. km	V_0 m/s	Durées	H_{max} km
15°	41°15'	1 667	3772	10 ^m 47 ^s .4	495
30°	37°30'	3 333	5033	16 ^m 09 ^s .0	827
45°	33°45'	5 000	5839	20 ^m 18 ^s .6	1093
60°	30°00'	6 666	6408	25 ^m 29 ^s .8	1286
75°	26°15'	8 333	6828	29 ^m 27 ^s .5	1402
90°	22°30'	10 000	7144	32 ^m 59 ^s .7	1441
105°	18°45'	11 667	7383	36 ^m 11 ^s .8	1402
120°	15°00'	13 333	7562	38 ^m 37 ^s .4	1286
135°	11°15'	15 000	7692	40 ^m 38 ^s .2	1093
150°	7°30'	16 667	7780	42 ^m 04 ^s .6	827
165°	3°45'	18 333	7832	42 ^m 56 ^s .1	495
180°	0°00'	20 000	7849	43 ^m 13 ^s .1	100

Voici maintenant les durées des trajets entre Paris et quelques villes en minutes et fractions décimales de minute :

TABLEAU XXVI.

Bruxelles	269 ^{km}	3 ^{min}	New-York	5 739 ^{km}	23 ^m .8
Londres	345	3,5	Calcutta	8 000	28,7
Berlin	905	6,8	San Francisco. . .	8 888	30,7
Madrid. . . .	1016	7,3	Tananarive. . . .	8 903	30,8
Rome	1166	8	Tokio	9 750	32,5
Moscou. . . .	2450	13	Saïgon	10 290	33,6
Dakar	4227	18,7	Buenos-Ayres. . .	10 950	34,9

Remarque. — Ces durées ne sont qu'approximatives, car les distances ci-dessus ont été simplement mesurées sur une mappemonde et sont pour la plupart entachées d'erreurs qui peuvent atteindre quelques centièmes. Il ne m'a pas semblé désirable de perdre un temps important à faire des calculs exacts pour des durées auxquelles il faudra ajouter celles qui correspondent aux portions de trajectoires à l'arrivée et au départ, qui varient dans chaque cas particulier.

Les durées indiquées suffisent amplement à se faire une idée de la rapidité de ce moyen de transport; ils sont enthousiasmants à première vue... attendons les considérations qui vont suivre; elles ne sont en apparence qu'accessoires, mais on va voir qu'elles soulèvent des problèmes délicats à la solution desquels toute possibilité de réalisation est entièrement subordonnée.

Lorsqu'on en arrive à emprunter des portions de trajectoire circulaire, il est ensuite nécessaire de développer une accélération de sens opposée au mouvement pour faire redescendre le projectile; autrement, il tournerait indéfiniment autour de la Terre dont il deviendrait un satellite artificiel. Le *tour de Terre* serait effectué à une vitesse et en un temps variables selon l'altitude à laquelle il aurait lieu; le tableau ci-dessous donne ces vitesses et ces temps à partir d'une altitude nulle, la Terre étant supposée dénuée d'atmosphère; ces chiffres sont naturellement purement théoriques pour l'altitude 0 et même pour $y = 100$ km où cette atmosphère existe en fait, mais la théorie devient identique à la réalité à partir de 120 kilomètres, la résistance, de l'air au mouvement devenant alors inappréciable (même pour des bolides animés de vitesses très supérieures à celle de notre véhicule-projectile). Il est fait abstraction de la rotation de la Terre; si le projectile tourne en sens inverse de celle-ci ces durées apparentes seront abrégées.

TABLEAU XXVII.

Altitude en km	0	100	200	300	500	1000
1 tour de Terre en. .	1 ^h 24 ^m 24 ^s	1 ^h 26 ^m 26 ^s	1 ^h 28 ^m 37 ^s	1 ^h 30 ^m 26 ^s	1 ^h 34 ^m 32 ^s	1 ^h 45 ^m 25 ^s

Observatoires dans le vide.

Le Professeur OBERTH a émis une idée particulièrement hardie : celle de constituer de semblables satellites artificiels et de les utiliser comme laboratoires dans le vide interplanétaire. Je dois avouer que, personnellement, je ne vois pas très bien l'utilité de semblables « stations ». Le Professeur démontre il est vrai que, si l'on commence par créer une telle station, il est plus facile ensuite d'en partir que de partir de la surface terrestre même. C'est exact en ce sens qu'il est plus facile (et même probablement *faisable dès maintenant*) de créer une telle station n'exigeant qu'une vitesse de 7,906 km/s que de réaliser les 11 180 kilomètres qu'il faut pour quitter la Terre directement.

Si l'on veut ensuite partir de là pour les espaces interplanétaires, on possède déjà cette vitesse de 7,906 km/s et l'on n'a plus qu'à fournir un supplément de

$$11,180 - 7,906 = 3,274 \text{ km/s.}$$

ce qui ne semble plus « qu'un jeu d'enfant »... mais appellerait cependant quelques commentaires.

Quoi qu'il en soit, je pense que ces voyages ne se réaliseront que lorsqu'on aura le moyen de partir directement, de même que la traversée de l'Atlantique ne s'effectuera pas régulièrement tant que l'on n'aura pas des avions capables de la faire d'une seule traite avec sécurité; les îles flottantes dont on parle de temps en temps ne seront jamais qu'un pis aller *insuffisant à rendre les réalisations vraiment pratiques.*

Traversée de l'atmosphère.

1° Départ.

Ce problème relève de la balistique extérieure et ne peut se traiter que par arcs successifs pour chaque cas particulier, en partant des formules de résistance de l'air qui ont été données au Chapitre II. Il me semble inutile de traiter ici aucun exemple, qui n'aurait que peu de chances de se rapporter à telle ou telle application réelle et ne saurait, en tous cas, présenter aucun caractère de généralité.

2° Retour.

La force de résistance de l'air a pour expression (Chap. II) :

$$F = k k' a S \cdot V^2, \quad (\text{II. 26})$$

où j'ai admis pour la stratosphère

$$a = B + C y + D y^2 + E y^3 =: f(y) ; \quad (\text{V. 23})$$

je limiterai pour l'instant mon étude à cette stratosphère, où, comme on le verra, s'évanouit pratiquement la vitesse de retour lorsqu'elle possède une valeur de quelques kilomètres par seconde.

Mouvement radial. — C'est le cas du retour selon la verticale; je négligerai la rotation terrestre. La force totale de retardation a pour valeur dans ce cas

$$\mathfrak{R} = F - \frac{Mg}{(1 + y/R)^2} \quad (\text{V. 24})$$

où le second terme représente le poids de l'appareil; les signes sont ceux du Chapitre II.

Pour simplifier les écritures, je poserai

$$k k' \frac{S}{M} =: A, \quad (\text{V. 25})$$

soit, pour les grandes vitesses, seules considérées ici (Chap. II),

$$A =: 2k \frac{S}{M}. \quad (\text{V. 26})$$

L'équation du mouvement est alors

$$\frac{d^2y}{dt^2} = A V^2 f(y) - \frac{g}{(1 + y/R)^2} \quad (\text{V. 27})$$

Cette équation est intégrable, mais par des opérations compliquées; on pourrait simplifier en considérant la pesanteur comme constante et égale à sa valeur moyenne sur la hauteur considérée. Comme il ne s'agit ici que de très grandes vitesses et si l'on se contente d'une première approximation on peut négliger le terme pesanteur, mais il ne faut pas oublier que le résultat ne sera valable qu'autant que l'une des deux

grandeurs au moins, vitesse ou « retardation », conservera une valeur élevée.

La formule (V. 27) se réduit alors à

$$\frac{d^2y}{dt^2} = A V^2 f(y) . \quad (\text{V. 28})$$

Cas de trajectoires inclinées. — Cette formule a l'avantage de permettre l'étude de ce qui se passe quand la trajectoire est inclinée et d'évaluer dans quelle proportion cette inclinaison permet de réduire la retardation. Je considérerai d'abord de telles trajectoires comme rectilignes et faisant avec l'horizon un angle α .

En appelant, comme d'usage, ds l'élément de longueur parcouru sur le trajectoire, on a d'abord

$$ds = \frac{dy}{\sin \alpha} , \quad (\text{V. 29})$$

puis, d'après (V. 27) réduite comme (V. 28)

$$\frac{d^2s}{dt^2} = A V^2 f(y) . \quad (\text{V. 30})$$

Multipliant les deux membres par ds , les divisant par V^2 et tenant compte de ce que

$$V = \frac{ds}{dt} , \quad (\text{V. 31})$$

on aboutit à

$$\frac{d(V^2)}{V^2} = \frac{2 A}{\sin \alpha} f(y) dy , \quad (\text{V. 32})$$

d'où

$$V^2 = V_0^2 . e^{\frac{2 A}{\sin \alpha} \int_{y_0}^y f(y) dy} . \quad (\text{V. 33})$$

Portant cette valeur dans (V. 30), on obtient enfin

$$\frac{d^2s}{dt^2} = A V_0^2 f(y) . e^{\frac{2 A}{\sin \alpha} \int_{y_0}^y f(y) dy} . \quad (\text{V. 34})$$

On voit que la retardation passe par un maximum pour

$$\frac{d}{dy} f(y) = - \frac{2 A}{\sin \alpha} [f(y)]^2 ; \quad (\text{V. 35})$$

es valeurs que l'on en tire pour y , portées dans (V. 34), donnent la valeur de ce maximum.

Remarque. — Aux restrictions déjà faites, il faut ajouter celle que

ce calcul ne peut donner une idée approchée de la réalité qu'autant que l'obliquité de la trajectoire n'allonge pas celle-ci au point que la courbure de la surface terrestre ne puisse plus être négligée. J'admettrai que l'on doive toujours avoir $\alpha \ll 20^\circ$.

Conclusions.

On ne peut chiffrer la diminution de la retardation maximum que dans chaque cas particulier, puisque $\sin \alpha$ n'intervient que dans l'exposant de e .

J'ai voulu me rendre compte de ce qui se passerait pour un véhicule de 1000 kgs ayant un diamètre de 1 m 50 et un coefficient $k = 0,1$ (voir Chapitre II).

Si tout d'abord ce véhicule tombe radialement vers la Terre et y arrive avec une vitesse de quelque 11 000 m/s, comme cela aurait lieu s'il revenait de la Lune, il ne peut être freiné que sur les derniers 100 kilomètres qui correspondent à la hauteur de l'atmosphère.

Supposons pour un instant que toute cette hauteur soit utilisable dans les conditions optimum, c'est-à-dire en utilisant une force de freinage constante; la retardation correspondante serait égale à 62 fois l'accélération de la pesanteur et les voyageurs auraient la sensation de peser 63 fois leur poids normal; cette sensation ne durerait pas longtemps, car l'organisme n'y saurait résister.

Le calcul montre malheureusement que, même ce minimum inacceptable ne saurait être approché, et de loin, car le véhicule ci-dessus ne subirait qu'un freinage tout à fait insignifiant jusque vers 20 kilomètres d'altitude. Ce freinage deviendrait de l'ordre de 10 g à 10 km⁵ et grandirait alors de telle sorte que les voyageurs viendraient s'écraser sur les couches supérieures de la troposphère (voir Chap. II, Composition de l'atmosphère). Cela n'empêcherait du reste que le véhicule conserve une vitesse restante de plusieurs kilomètres à la seconde avec laquelle il irait s'écraser une seconde fois sur le sol.

Si l'on adapte un parachute à l'appareil, il faudra lui donner une énorme surface pour que le freinage commence plus tôt, mais là encore, ce freinage grandira si vite que l'écrasement se reproduira. Il faudrait combiner un parachute à surface automatiquement réductible avec une trajectoire très inclinée augmentant énormément la longueur disponible pour le ralentissement.

C'est ce qu'a conçu HOHMANN, avec une série de parachutes qui se succèdent au fur et à mesure qu'ils brûlent, car il faut encore songer à l'échauffement calculé au Chapitre II. Il y a là un gros point noir qui, jusqu'à étude plus approfondie, semble devoir rendre la réalisation des voyages circumterrestres à grande distance presque aussi délicate que celle des voyages interplanétaires, s'ils devaient, comme ceux-ci, nécessiter un freinage de retour par la fusée elle-même. Il a été expliqué page 143 que cette nécessité entraînerait celle que le rapport de masse soit élevé au carré.

CHAPITRE VI

Voyages interplanétaires.

Voyage autour de la Lune.

Je prendrai ce voyage comme exemple puisqu'il est le plus simple. Il a été maintes fois répété que la difficulté capitale des voyages astronautiques résidait dans le rapport élevé de la masse initiale du véhicule à sa masse finale. On vient de voir combien il y a lieu de craindre que ce rapport doive être *élevé au carré* lorsqu'il s'agit, non plus seulement de quitter la Terre mais encore d'y revenir.

Pour atterrir sur la Lune privée d'atmosphère et en repartir, il faudrait un supplément de combustible qui compliquerait encore le problème. Donc, il s'agira tout d'abord de quitter la Terre, d'aller contourner la Lune en se servant de son attraction pour incurver la trajectoire et de revenir atterrir sans dommage; c'est déjà très suffisant pour nos moyens actuels.

Depuis que l'évolution a séparé l'homme des espèces anthropoïdes et que son cerveau a pris conscience de lui-même, jamais son œil n'a pu contempler la face que la Lune cache perpétuellement à la Terre.

Un jour exista pourtant où notre satellite tournait plus rapidement et où l'on pouvait, de notre planète, en observer toute la surface, mais la Terre n'était alors peuplée que d'êtres dont l'intelligence encore embrumée ne savait interpréter les images reçues.

Quelle revanche de notre cerveau si nous pouvions après tant de millénaires faire seulement le tour de notre satellite et en revenir avec l'aspect de sa face inconnue fixée sur une image !

On va rencontrer immédiatement ici la difficulté déjà signalée pour le tir sur la Lune : celui de la précision au départ de la trajectoire, non seule-

ment sous le rapport de la direction, mais encore et surtout sous celui de la vitesse en fin de combustion.

Ne considérant pour l'instant que des trajectoires symétriques analogues à celles représentées figure 14, trajectoires qui coupent le prolongement du rayon TL à angle droit en un point B, j'appellerai :

A le point de départ de la surface de la Terre;

α l'angle LTA;

l la distance qui sépare le point B de la surface lunaire;

V_0 la vitesse de départ que je supposerai instantanément atteinte au point A;

V_c la vitesse critique de libération au point A.

Pour que la trajectoire passe derrière la Lune, il faut que α soit compris entre des limites de l'ordre de 1° et 9° (la trajectoire sera donc beau-

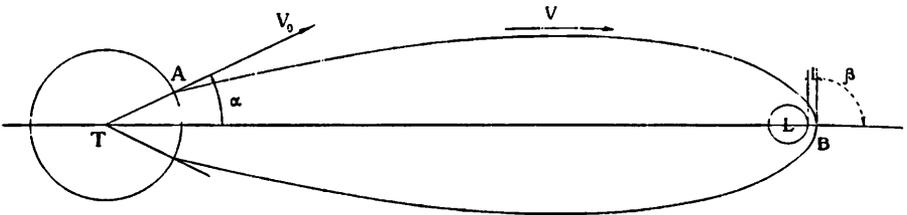


Fig. 14.

coup plus aplatie que sur la figure); les valeurs correspondantes de V_0 étant $0,99 V_c$ et $1,0001 V_c$, les limites correspondantes de l sont zéro et l'infini.

On voit ainsi que pour une variation d'angle de 8° et pour une variation de vitesse initiale de 1% , la distance à laquelle le projectile passe derrière la Lune varie de zéro à l'infini.

Naturellement, pour que la trajectoire soit symétrique autour de TB, il faut qu'à chaque valeur choisie pour l'angle α , la vitesse V_0 soit réalisée avec une précision rigoureuse.

La moindre erreur par excès sur cette vitesse aura pour résultat que la trajectoire ne se referme plus sur la Terre. La moindre erreur par défaut aura pour résultat une chute sur notre satellite.

Ces observations amènent à conclure à une difficulté considérable, sinon à une impossibilité pour envoyer un projectile autour de la Lune par le seul moyen d'une précision suffisante dans la direction et la vitesse au départ.

On est donc immédiatement conduit à envisager la possibilité de rectifier

en cours de route et par cela même à supposer le véhicule habité au moins par un pilote. Mais le problème de la rectification de trajectoire en comporte réellement deux : 1° Celui de pouvoir gouverner le projectile en dehors de tout appui matériel; 2° Celui de savoir dans quel sens et de quelle quantité il faut le dévier et si cette déviation s'effectue bien correctement.

Gouverne d'un astronef.

La gouverne inclut encore deux problèmes :

1° Communication d'une accélération au projectile.

Celui-ci n'est pas différent de l'accélération au départ qui a été étudiée à fond; il est plus simple en ce qu'il ne s'agit plus d'impartir au véhicule des vitesses énormes, mais seulement d'altérer ces vitesses, c'est-à-dire de leur ajouter ou retrancher des vitesses beaucoup moindres.

Cette possibilité de gouverner ne nécessitera donc vraisemblablement pas de réserve supplémentaire d'énergie par trop considérable.

Le gros propulseur de départ aura été abandonné avec ses annexes aussitôt la réserve de départ consommée; ce sera donc le propulseur beaucoup plus petit d'atterrissage qui sera utilisé pour agir sur l'astronef en cours de route. Pour pouvoir le faire dans la direction voulue, il suffira de pouvoir orienter ce propulseur. Comme il ne sera certainement pas très mobile par rapport au corps de l'astronef, le problème revient à savoir si et comment l'ensemble de l'appareil pourra être orienté.

2° Commande d'orientation du projectile.

Tout d'abord cela est-il possible? Beaucoup de gens et même d'ingénieurs, répondront certainement par la négative; ils seront dans l'erreur comme ils auraient pu s'en douter en songeant simplement à l'expérience indiscutable du chat qui retombe toujours sur ses pattes. Pendant longtemps ce phénomène a semblé paradoxal; il ne l'est plus maintenant et les lois en sont bien connues.

Pour agir sur l'orientation de leur véhicule, les astronautes disposeront de deux moyens :

a) Pour qu'un mobile suive une trajectoire rectiligne, il faut et il suffit que la résultante de toutes les forces extérieures qui agissent sur lui soit

dirigée constamment selon la direction de sa vitesse; pour que ces forces ne fassent pas tourner le mobile sur lui-même, leur résultante doit passer par son centre de gravité. Dans le cas présent, ceci veut dire simplement que la poussée de l'appareil à réaction de la fusée doit être dirigée dans le sens de la vitesse ou en sens inverse et passer constamment par le centre de gravité de l'astronef.

Si la poussée de la fusée ne passe pas par la direction de la vitesse à l'instant considéré, mais passe par le centre de gravité, la trajectoire s'incurve, sans que le mobile change d'orientation.

Pour changer l'orientation, il faut et il suffit que la poussée passe en dehors du centre de gravité; il suffira par exemple que la tuyère d'éjection soit articulée sur le véhicule et que le pilote ait la possibilité de la désaxer à volonté; comme il faut pouvoir agir dans tous les azimuts, la tuyère devra être articulée à la cardan. Elle pourra être reliée à un « manche à balai » par des connexions telles que le pilote n'ait à faire que des mouvements simples et instinctifs.

On a également proposé d'utiliser quatre ailerons placés dans le jet des gaz d'éjection; ce procédé simple aurait l'inconvénient d'abaisser la vitesse d'éjection effective.

Dans le cas présent et contrairement à ce qui se passe pour les avions, on pourra du reste commander le manche à balai automatiquement au moyen d'un système à pendule. Celui-ci devra être réglé de façon à agir de telle manière que, si le véhicule vient à s'écarter de l'orientation choisie, des contacts électriques provoquent un déplacement de l'appareil à réaction tendant à ramener l'ensemble de la fusée à son orientation primitive.

On pourra obtenir une variation angulaire continue en déplaçant sur le côté, dans la direction voulue, les contacts électriques du pendule de façon que la position d'équilibre de celui-ci ne corresponde plus à une direction passant par le centre de gravité de l'appareil.

Ce déplacement par contacts électriques me semble avantageux pour permettre l'obtention de l'effet désiré avec correction automatique ramenant l'appareil de lui-même à l'*intensité d'action* qui a été voulue. Une commande directe risquerait de produire trop facilement des effets désordonnés en raison de la sensibilité angulaire d'un appareil qui flotte ainsi sans aucun point d'appui. La commande automatique serait surtout précieuse pour corriger à chaque instant les déplacements du centre de gravité dus aux déplacements des voyageurs dans l'appareil.

b) Ce qui vient d'être dit s'applique au cas où le pilote désire changer

d'orientation pendant que *le propulseur fonctionne*, mais il peut être nécessaire de changer d'orientation lorsque le propulseur ne fonctionne pas, soit pour faire une observation astronomique, soit pour une autre raison qui sera indiquée au paragraphe « conditions d'habitabilité ».

Il ne faut pas s'imaginer que, dans ce cas, le pilote soit dépourvu d'action; il pourrait disposer par exemple de petites fusées adventives convenablement placées qu'il actionnerait à volonté, mais cela consommerait un combustible précieux et il est plus simple de copier le « tour de reins » du chat ne consommant qu'une énergie infime. En fait, il suffira de munir l'appareil de trois petits moteurs électriques munis chacun d'un volant de moment d'inertie suffisant et ayant leurs axes à angle droit. Aussitôt l'un de ces moteurs mis en route, le véhicule tout entier tournera en sens inverse, les deux vitesses angulaires étant inversement proportionnelles aux moments d'inertie respectifs et chacun de ces mouvements angulaires prenant fin simultanément dès l'arrêt du moteur correspondant. Dans cette opération, les frottements n'ont pas à intervenir, l'arrêt final est rigoureux, dans tous les cas, lorsqu'il n'y avait pas de rotation initiale.

Appareils de navigation.

Naturellement, pour se rendre compte de sa position, l'astronaute devra viser différents astres; seules les planètes pourront lui servir dans ce but, mais au sein de l'immensité, cette position ne sera jamais connue qu'avec une certaine approximation surtout si l'on tient compte de la difficulté de mesures effectuées à partir d'un observatoire aussi mobile.

Mes réflexions m'ont conduit à me demander s'il ne serait pas possible de concevoir un appareil automatique, indiquant à chaque instant au pilote sa situation par rapport à son point de départ.

D'un point de vue général et purement théorique, le problème est le suivant : *Étant donné un point m mobile à partir d'une position que l'on prend comme origine et par rapport à trois axes de coordonnées considérés comme fixes, est-il possible de réaliser un appareil qui, sans aucune liaison matérielle ni immatérielle entre le point mobile et une partie quelconque du système de coordonnées fixes, puisse indiquer à chaque instant la position dudit point mobile par rapport aux axes.*

Le point parti de l'origine au temps zéro, se trouve au temps t défini par ses trois coordonnées x, y, z et nous avons la relation :

$$c^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad . \quad (\text{VI. 1})$$

Supposons tout d'abord, que nous possédions un moyen de lier au point mobile m un système auxiliaire d'axes de coordonnées mx' , my' , mz' , qui, tout en suivant le point dans son mouvement, demeurent parallèles aux trois axes fixes x , y , z et ensuite que nous ayons trois appareils liés à ce second système de coordonnées et qui soient chacun susceptibles de mesurer à chaque instant les accélérations respectives suivant chacun des trois axes x' , y' , z' .

Nous connaissons ainsi à chaque instant les trois quantités :

$$\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{d^2z}{dt^2} \quad (\text{VI. 2})$$

Supposons que nous ayons un procédé nous permettant d'intégrer deux fois de suite chacune de ces expressions par rapport à dt ; nous pourrions en tirer :

$$\rho^2 = \left[\int \int \frac{d^2x}{dt^2} dt^2 \right]^2 + \left[\int \int \frac{d^2y}{dt^2} dt^2 \right]^2 + \left[\int \int \frac{d^2z}{dt^2} dt^2 \right]^2 \quad (\text{VI. 3})$$

Il est donc ainsi théoriquement possible de connaître à chaque instant la position d'un point mobile par rapport à un système de coordonnées considéré comme fixe. Reste à voir si cette indication théorique est susceptible de réalisation pratique.

1° Solution par viscosité.

Considérons un dispositif quelconque dans lequel une masse p puisse se déplacer rectilignement par rapport à l'un des axes solidaires du mobile, mx' par exemple.

Supposons que cette masse, lors de son déplacement par rapport audit axe, subisse un freinage assez énergique pour que ces déplacements par rapport au mobile restent très petits par rapport au chemin parcouru qu'il s'agit de mesurer.

Dans ces conditions, nous pourrions nous servir de l'inertie de cette masse p pour créer une force de viscosité φ , proportionnelle à la vitesse relative de p par rapport à m :

$$\varphi = -n \frac{dx'}{dt} \quad (\text{VI. 4})$$

où n est un coefficient constant caractéristique de l'appareil.

Le mobile m , subissant une accélération $\frac{d^2x}{dt^2}$, la masse p subira l'accé-

lération $\left(\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2x'}{dt^2}\right)$ et sera soumise à la force φ . Il y aura entre ces accélérations et cette force la relation classique :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{d^2x'}{dt^2} + \frac{n}{p} \frac{dx'}{dt} = 0 \quad . \quad (\text{VI. 5})$$

Prenons comme conditions à l'origine

$$\frac{dx}{dt} = 0 \quad , \quad \frac{dx'}{dt} = 0 \quad , \quad x' = 0 \quad ;$$

en intégrant nous aurons

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dx'}{dt} + \frac{n}{p} x' = 0 \quad (\text{VI. 5 bis})$$

et une seconde intégration avec les conditions initiales $x = 0$, $x' = 0$, $t = 0$ nous donnera

$$x + x' + \frac{n}{p} \int_0^t x' dt = 0 \quad (\text{VI. 5 ter})$$

ou

$$x = -\frac{n}{p} \int_0^t x' dt - x' \quad . \quad (\text{VI. 6})$$

En prenant

$$x = -\frac{n}{p} \int_0^t x' dt \quad (\text{VI. 6 bis})$$

nous commettons donc une erreur absolue égale à x' et une erreur relative égale à $\frac{x'}{x}$; on voit que, dans tous les cas relevant de l'astronautique, cette erreur est absolument négligeable.

Par ce procédé nous obtenons donc des élongations de la masse p par rapport à la masse m , qui sont proportionnelles aux vitesses de cette masse m selon Ox et par rapport à son état initial; il nous sera possible alors de faire inscrire ces élongations sur un tambour enregistreur et de mesurer la coordonnée x par intégration de la courbe $u = f(t)$ ainsi obtenue. Deux autres dispositifs identiques permettraient de connaître v et w , puis de même y et z .

Cette disposition ne semble pas pratiquement réalisable par l'utilisation de la viscosité de liquides, car celle-ci est beaucoup trop variable en fonction de la température, mais par contre on peut facilement imaginer que la masse mobile, portée par un balancier assez long pour que son déplacement soit pratiquement rectiligne, agisse sur un train d'engrenages de façon à faire tourner un disque métallique dans un champ magnétique rigoureusement constant.

Bien d'autres mécanismes du reste permettraient d'obtenir le même résultat (crémaillère et engrenage, etc.).

2° Solution gyroscopique.

Considérons un gyroscope de moment d'inertie polaire I , animé autour de son axe de figure d'une vitesse angulaire constante ω . On sait que si l'on fait agir sur ce gyroscope un moment ρ autour d'un axe perpendiculaire

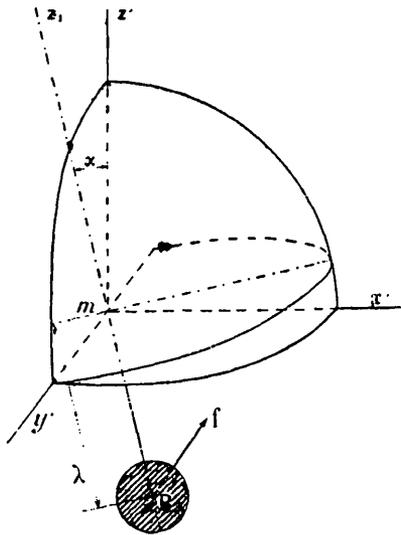


Fig. 15.

à son axe de rotation, celui-ci prend autour d'un axe perpendiculaire aux deux précédents une vitesse angulaire ω' telle que

$$\mu = I\omega\omega' \quad , \quad \omega' = \frac{\mu}{I\omega} \quad (\text{VI. 7})$$

Supposons maintenant que nous liions au point mobile m un semblable gyroscope dont l'axe soit porté par un cercle articulé originellement lui-même autour de l'axe my' , mais porté par un autre cercle articulé autour de mx' .

Si nous nous arrangeons pour que le premier cercle porte une masse additionnelle p à la distance λ du centre, il adviendra que chaque fois que le système x', y', z' acquerra une accélération dans le sens des y il se déve-

lopera au centre de gravité de la masse additionnelle p une force dont l'expression est

$$f = p \frac{d^2y}{dt^2} - p \frac{dv}{dt} \quad (\text{VI. 8})$$

et cette force donnera naissance à un moment

$$\mu = \lambda f .$$

Ce moment communiquera au gyroscope une vitesse angulaire dans le plan des $x' z'$, telle que l'on ait la relation

$$\frac{\lambda p dv}{dt} = I \omega \omega' , \quad (\text{VI. 9})$$

ou, en posant

$$\omega' dt = dz , \quad (\text{VI. 10})$$

$$\lambda p dv = I \omega dz \quad (\text{VI. 11})$$

et par intégration

$$\lambda p v = I \omega z . \quad (\text{VI. 11'})$$

Il est visible que, par ce procédé, on obtiendra la proportionnalité de l'angle dont se déplace le gyroscope autour de l'axe my' avec la composante suivant ledit axe, de la vitesse du système de coordonnées mobiles.

Pour l'inscription de cette grandeur et surtout à cause du moment perturbateur provenant de ce que la masse p ne demeure pas dans le plan $y'mz'$, cette proportionnalité n'est peut-être pas la mieux choisie et il serait préférable d'agir autrement.

Au lieu que la masse additionnelle p soit portée par le premier cercle et suive ainsi le gyroscope dans son mouvement en demeurant dans le plan $y'mz_1$, il serait avantageux de lier cette masse au second cercle de telle sorte qu'elle reste constamment dans le plan d'orientation fixe $y'mz'$.

Il est facile de se rendre compte que, dans de semblables conditions, aussitôt que l'axe mz_1 s'éloignera de l'axe mz' , un moment prendra naissance sur les paliers fixes du second cercle qui coïncident avec mx' et que ce moment se composera avec le moment μ . Finalement l'axe du gyroscope sera soumis, dans le plan $y'mz_1$, à un moment

$$\mu_1 = \frac{\mu}{\cos \alpha} . \quad (\text{VI. 13})$$

Dans ces conditions, l'expression (VI. 11) se transforme et devient, après remplacement de μ_1 par sa valeur,

$$\lambda p dv = I \omega \cos \alpha dz ; \quad (\text{VI. 14})$$

en intégrant, et compte tenu des conditions à l'origine,

$$\lambda p v = I \omega \sin z \quad . \quad (VI. 15)$$

La vitesse n'est plus proportionnelle à l'angle dont se déplace le gyroscope, mais à son sinus; il suffira de choisir les grandeurs qui déterminent

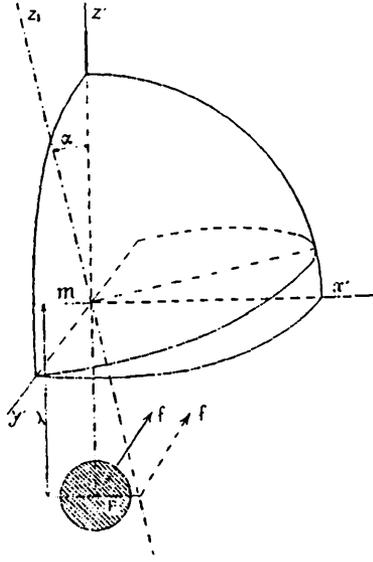


Fig. 16.

le rapport de proportionnalité de telle sorte que la vitesse maximum du mobile ne puisse jamais faire dépasser à ce sinus une certaine fraction de 1, laissant ainsi une marge de sécurité.

Il suffit alors de faire porter au premier cercle un stylet se déplaçant sur un enregistreur, pour que l'élongation de ce stylet donne à chaque instant la valeur de la vitesse du mobile par rapport à l'origine et suivant l'un des axes de coordonnées.

En appelant β et γ les angles dont tourneraient de façon analogue deux gyroscopes identiques au précédent et orientés de façon à être sensibles aux accélérations suivant les axes x et z , on aurait

$$\rho^2 = \left[\frac{I \omega}{\lambda p} \right]^2 \left\{ \left[\int_0^t \sin z \, dt \right]^2 + \left[\int_0^t \sin \beta \, dt \right]^2 + \left[\int_0^t \sin \gamma \, dt \right]^2 \right\} \quad (VI. 16)$$

En résumé, nous pouvons conclure que s'il était possible de conserver à l'intérieur d'un mobile, un système à orientation constante, et de faire

porter par ce système trois gyroscopes, chacun d'eux indiquerait la vitesse à chaque instant suivant un axe de coordonnées choisi au départ. Si cette vitesse s'inscrivait sur des rouleaux enregistreurs tournant à vitesse constante, il suffirait d'intégrer les surfaces ainsi obtenues pour en déduire les trois coordonnées x, y, z et par suite la position du mobile à chaque instant.

Il faut pourtant observer que ce système serait d'une réalisation mécanique extrêmement compliquée car il faudrait, en dehors des trois gyroscopes de mesure, au moins deux gyroscopes de stabilisation de position. D'autre part, la précision des mesures dépendrait de la constance de la vitesse angulaire des gyroscopes, et cette condition semble délicate à réaliser.

3° Solution pendulaire.

Considérons une masse oscillant autour d'un axe par rapport auquel elle possède un moment d'inertie polaire I . Supposons que cette masse soit liée à un ressort qui développe un moment proportionnel à l'angle dont tourne la masse autour de sa position d'équilibre, soit

$$\mu = \mu_0 x \tag{VI. 17}$$

l'équation du mouvement sera alors

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{\mu}{I} = - \frac{\mu_0}{I} x ; \tag{VI. 18}$$

d'où

$$x = \cos \Omega t , \text{ avec } \Omega = \sqrt{\frac{\mu_0}{I}} . \tag{VI. 19}$$

Supposons que cette masse oscillante au lieu d'avoir une forme symétrique autour de son axe ait la forme d'un pendule ou mieux encore qu'elle soit constituée entièrement par une masse ponctuelle p à une distance λ de son axe de rotation. Si elle est soumise à l'action d'une force extérieure F de direction constante, si f est la composante de cette force qui est normale au rayon λ et ν le moment qui, de ce chef, agit à chaque instant sur la masse, nous aurons

$$f = F \sin x, \quad \lambda f = \nu, \quad \lambda F = \nu_0 \tag{VI. 20}$$

et l'équation du mouvement sera

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{\nu}{I} = - \frac{\nu_0}{I} \sin x . \tag{VI. 21}$$

Nous savons que, pour des angles assez petits, l'on pourra confondre α avec $\sin \alpha$ et que le mouvement sera pendulaire :

$$\alpha = \cos \Omega_1 t, \quad \text{avec} \quad \Omega_1 = \sqrt{\frac{\nu_0}{I}} . \quad (\text{VI. 22})$$

Si les deux actions précédentes s'ajoutent sur notre pendule, nous aurons une pulsation résultante

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu_0 + \nu_0}{I}} . \quad (\text{VI. 23})$$

Considérons maintenant un second système identique au premier, sauf en ce que l'axe de l'oscillation pendulaire est dirigé d'une façon diamétralement opposée. Une force extérieure égale à la précédente agira sur ce second pendule en sens inverse du premier, et il en résultera pour sa pulsation l'expression

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{\mu_0 - \nu_0}{I}} \quad (1) . \quad (\text{VI. 24})$$

Supposons que chacun de ces deux pendules commande un système à échappement à la manière d'un balancier de chronomètre et que les trains de pignons dont la vitesse est réglée par ces deux échappements agissent *en sens inverse* sur un différentiel : l'arbre de ce différentiel va, à chaque instant, avoir une vitesse angulaire proportionnelle à

$$\frac{\omega - \omega_1}{2} , \quad (\text{VI. 25})$$

c'est-à-dire que nous mesurerons une quantité proportionnelle à

$$\omega - \omega_1 = \sqrt{\frac{\mu_0 + \nu_0}{I}} - \sqrt{\frac{\mu_0 - \nu_0}{I}} . \quad (\text{VI. 26})$$

ou, en multipliant les deux membres par $\sqrt{\frac{I}{\mu_0}}$,

$$\sqrt{\frac{I}{\mu_0}} (\omega - \omega_1) = \sqrt{1 + \frac{\nu_0}{\mu_0}} - \sqrt{1 - \frac{\nu_0}{\mu_0}} . \quad (\text{VI. 27})$$

Posons

$$\frac{\nu_0}{\mu_0} = \varepsilon , \quad (\text{VI. 28})$$

(1) Pour que le régime soit stable il faut naturellement : $\nu_0 < \mu_0$.

nous avons

$$\left. \begin{aligned} (1 + \varepsilon)^{\frac{1}{2}} &= 1 + \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon^2}{8} + \frac{\varepsilon^3}{16} - \frac{5}{128} \varepsilon^4 + \frac{7}{256} \varepsilon^5 \dots \\ (1 - \varepsilon)^{\frac{1}{2}} &= 1 - \frac{\varepsilon}{2} - \frac{\varepsilon^2}{8} - \frac{\varepsilon^3}{16} - \frac{5}{128} \varepsilon^4 - \frac{7}{256} \varepsilon^5 \dots \end{aligned} \right\} \text{(VI. 29)}$$

d'où une différence

$$(1 + \varepsilon)^{\frac{1}{2}} - (1 - \varepsilon)^{\frac{1}{2}} = \varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{8} + \frac{7}{128} \varepsilon^5 \dots \quad \text{(VI. 30)}$$

En mesurant sur l'arbre du différentiel un nombre proportionnel à ε , nous aurons donc une erreur égale à

$$\frac{\varepsilon^3}{8} + \frac{7}{128} \varepsilon^5 + \dots \quad \text{(VI. 31)}$$

Pour fixer les idées, prenons $\varepsilon = 0,01$; nous voyons que notre mesure nous donne

$$\sqrt{1 + \varepsilon} - \sqrt{1 - \varepsilon} = 0,01000012500$$

et que, par conséquent, si nous remplaçons (VI. 27) par

$$\sqrt{\frac{1}{\mu_0}} (\omega - \omega_1) = \varepsilon = \frac{v_0}{\mu_0} \quad \text{(VI. 32)}$$

où

$$v_0 = \sqrt{\mu_0 I} (\omega - \omega_1) \quad \text{(VI. 33)}$$

notre résultat n'est affecté que d'une erreur de 1/80 000^e.

Si donc la force extérieure qui agit sur les masses oscillantes pendulaires est une force d'inertie due à l'accélération du système de coordonnées mobiles dans la direction de l'une de ces coordonnées, $m x'$ par exemple, il en résulte

$$F = p \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \text{(VI. 34)}$$

et, d'après (VI. 20),

$$v_0 = \lambda p \frac{d^2 x}{dt^2} = \sqrt{\mu_0 I} (\omega - \omega_1) \quad \text{(VI. 35)}$$

Appelant Θ la vitesse angulaire de la boîte du différentiel, nous avons

$$(\omega - \omega') = 2 \Theta, \quad \text{(VI. 36)}$$

et si nous intégrons par rapport à dt ,

$$\frac{dx}{dt} = 2 \frac{\sqrt{\mu_0 I}}{\lambda p} \int_0^t \Theta dt \quad \text{(VI. 37)}$$

Cette somme n'est autre que l'angle Δ dont a tourné l'arbre du différentiel pendant le temps considéré et cet angle est proportionnel à la

vitesse u du système de coordonnées mobiles, par rapport au système fixe, selon l'axe Ox .

L'expression (VI. 37) peut donc s'écrire :

$$u = 2 \frac{\sqrt{\lambda_1 l}}{\lambda p} \Delta \quad . \quad (\text{VI. 38})$$

Comme précédemment, il faudra intégrer cette vitesse par rapport au temps, sur les diagrammes obtenus, pour en déduire le chemin parcouru selon chaque axe de coordonnées.

Intégration mécanique de $u dt$, $v dt$, $w dt$.

Par l'un des trois procédés qui viennent d'être indiqués, il a été possible d'obtenir les trois vitesses

$$u = f(t), \quad v = f_1(t), \quad w = f_2(t) \quad (\text{VI. 39})$$

et nous avons constaté que les trois coordonnées pouvaient s'en déduire par intégration de la surface de chacun des trois diagrammes inscrits sur un enregistreur. Il est évident que ce procédé serait à la fois peu pratique et peu précis. Il y a donc intérêt à rechercher si un système mécanique pourrait effectuer cette opération avec la précision convenable.

Ce procédé est d'ores et déjà à notre disposition, car c'est celui-là même que nous venons d'employer sous le titre « *Solution pendulaire* ».

1^{re} *Solution*. — Raisonnons par exemple sur la vitesse $u = \frac{dx}{dt}$ et supposons que nous soyons arrivés à réaliser mécaniquement la variation d'un certain paramètre l , suivant la relation :

$$l = k_1 u \quad . \quad (\text{VI. 40})$$

Supposons que la variation de l agisse sur un ressort qui, par rapport à un système pendulaire analogue à celui qui a été décrit page 179, joue le rôle de la force F (par exemple un ressort à boudin suffisamment long pour que sa tension soit rigoureusement proportionnelle à sa variation de longueur et qui tire sur le pendule soit pour accélérer sa fréquence, soit pour la réduire). Dans ces conditions, si nous appelons Φ cette force, nous aurons

$$\Phi = k_2 l = k u \quad , \quad (\text{VI. 41})$$

correspondant à un couple fondamental

$$\nu_1 = \lambda_1 \Phi \quad , \quad (\text{VI. 42})$$

de telle sorte que l'équation du mouvement sera

$$\frac{d^2 \zeta_1}{dt^2} = - \frac{\nu_1}{I_1} \sin \zeta_1, \quad (\text{VI. 43})$$

d'où

$$\zeta_1 = \cos \omega_1 t, \quad \text{avec } \omega_1 = \sqrt{\frac{\nu_1}{I_1}}. \quad (\text{VI. 44})$$

Si, comme précédemment, un autre système élastique nous donne une période fondamentale constante à laquelle correspond

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu_1}{I_1}}, \quad (\text{VI. 45})$$

nous pourrons avoir deux groupes de systèmes, l'un additif et l'autre soustractif dont les vitesses angulaires soient respectivement proportionnelles à

$$\omega' = \omega_0 + \omega_1 = \sqrt{\frac{\mu_1 + \nu_1}{I_1}}, \quad (\text{VI. 46})$$

$$\omega'' = \omega_0 - \omega_1 = \sqrt{\frac{\mu_1 - \nu_1}{I_1}}. \quad (\text{VI. 47})$$

Comme précédemment encore, nous mesurerons par un différentiel

$$2 \theta_1 = \omega' - \omega'' = \sqrt{\frac{\mu_1 + \nu_1}{I_1}} - \sqrt{\frac{\mu_1 - \nu_1}{I_1}} \quad (\text{VI. 48})$$

et avec le même degré d'approximation nous pourrons poser

$$2 \theta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{I_1}} \cdot \frac{\nu_1}{\mu_1}. \quad (\text{VI. 49})$$

Remplaçant alors ν_1 , par sa valeur tirée de (VI. 42) et (VI. 41), on obtient

$$2 \theta_1 \sqrt{I_1 \mu_1} = \lambda_1 k \frac{dx}{dt}, \quad (\text{VI. 50})$$

d'où

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2 \sqrt{I_1 \mu_1}}{\lambda_1 k} \theta_1; \quad (\text{VI. 51})$$

enfin, posant $\theta_1 dt = d \Delta_1$, et intégrant il vient

$$x = \frac{2 \sqrt{I_1 \mu_1}}{\lambda_1 k} \Delta_1 \quad (\text{VI. 52})$$

et de même pour y et z . Ces dernières intégrations s'effectuant à leur tour par deux systèmes analogues à celui qui vient d'être décrit.

Nous aurions ainsi non plus les trois composantes de la vitesse instantanée, mais les trois coordonnées de notre mobile par rapport à un état

initial considéré comme le repos et le problème serait résolu. Il faut malheureusement remarquer que si, d'une part, un ressort à boudin comportant un nombre de spires suffisant et travaillant très loin de sa limite élastique peut développer une force rigoureusement proportionnelle à sa déformation, que si, en employant l'acier élinvar il est possible de le soustraire aux effets de variation de la température ambiante, il sera malheureusement impossible de le faire travailler sur une masse qui oscille transversalement à sa

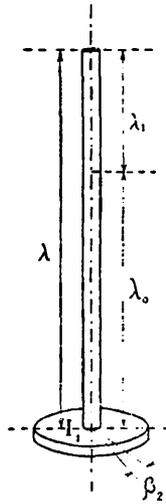


Fig. 17.

longueur sans provoquer dans son intérieur des oscillations transversales qui troubleront toute sa fonction; il faut donc chercher un autre procédé.

2^e Solution. — On pourrait, par exemple, suspendre la masse oscillante à un bifilaire dans le prolongement duquel agirait le ressort à boudin, les équations seraient les mêmes.

3^e Solution. — Supposons maintenant que notre masse oscillante de moment d'inertie I_1 (fig. 17) oscille sur un ressort de torsion disposé suivant son axe de rotation et développant un moment

$$C = k_2 \frac{\theta_2}{\lambda} \quad , \quad (\text{VI. 53})$$

en appelant λ la longueur du ressort de torsion.

Considérons que cette longueur se compose de deux parties, l'une constante et l'autre variable, nous aurons donc à chaque instant

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 \tag{VI. 54}$$

et

$$C = k_2 \frac{\rho_2}{\lambda_0 + \lambda_1} \tag{VI. 55}$$

Admettons maintenant que, par un système mécanique approprié, nous fassions varier λ_1 proportionnellement à l (voir VI. 40), nous aurons

$$\lambda_1 = j_1 l = j \frac{dx}{dt} \tag{VI. 56}$$

En vertu de (VI. 53) l'équation du mouvement va être

$$\frac{d^2 \rho_2}{dt^2} = - \frac{C}{I_1} = - \frac{k_2}{\lambda I_1} \rho_2 \tag{VI. 57}$$

d'où

$$\rho_2 = \cos \sigma_2 t \text{ avec } \sigma_2 = \sqrt{\frac{k_2}{I_1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_0 + \lambda_1}} \tag{VI. 58}$$

Si encore une fois, au système additif précédent, nous ajoutons un système identique, mais soustractif, dans lequel

$$\lambda' = \lambda_0 - \lambda_1 \tag{VI. 59}$$

nous aurons pour ce second système

$$\rho_3 = \cos \sigma_3 t \text{ avec } \sigma_3 = \sqrt{\frac{k_2}{I_1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_0 - \lambda_1}} \tag{VI. 60}$$

et par différence avec le premier :

$$\sigma_2 - \sigma_3 = \sqrt{\frac{k_2}{I_1}} \left[(\lambda_0 + \lambda_1)^{-\frac{1}{2}} - (\lambda_0 - \lambda_1)^{-\frac{1}{2}} \right] \tag{VI. 61}$$

$$= \sqrt{\frac{k_2}{I_1}} \lambda_0^{-\frac{1}{2}} \left[\left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^{-\frac{1}{2}} - \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^{-\frac{1}{2}} \right] \tag{VI. 62}$$

Or, en posant comme précédemment

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \varepsilon \tag{VI. 63}$$

nous avons

$$\left. \begin{aligned} (1 + \varepsilon)^{-\frac{1}{2}} &= 1 - \frac{\varepsilon}{2} + \frac{3}{8} \varepsilon^2 - \frac{5}{16} \varepsilon^3 + \frac{35}{128} \varepsilon^4 - \frac{63}{256} \varepsilon^5 \ , \\ (1 - \varepsilon)^{-\frac{1}{2}} &= 1 + \frac{\varepsilon}{2} + \frac{3}{8} \varepsilon^2 + \frac{5}{16} \varepsilon^3 + \frac{35}{128} \varepsilon^4 + \frac{63}{256} \varepsilon^5 \ , \end{aligned} \right\} \tag{VI. 64}$$

d'où la différence

$$(1 + \varepsilon)^{-\frac{1}{2}} - (1 - \varepsilon)^{-\frac{1}{2}} = - \varepsilon - \frac{5}{8} \varepsilon^3 - \frac{63}{128} \varepsilon^5 \ . \tag{VI. 65}$$

Sauf que le sens de la mesure est inversé, nous obtenons comme précédemment et avec une erreur de l'ordre de 1/16 000^e la proportionnalité entre la différence des vitesses angulaires et une quantité proportionnelle à

$$u = \frac{dx}{dt} :$$

$$(\omega_2 \dots \omega_n) = \sqrt{\frac{k_2}{I_1 \lambda_0}} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{k_2}{I_1}} \frac{j}{\lambda_0^{\frac{3}{2}}} u . \quad (\text{VI. 66})$$

Comme précédemment encore, en appelant θ_2 la vitesse angulaire de l'axe du différentiel et Δ_2 son déplacement angulaire,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2\lambda_0^{\frac{5}{2}}}{j} \sqrt{\frac{I_1}{k_2}} \theta_2 \quad (\text{VI. 67})$$

$$x = \frac{2\lambda_0^{\frac{3}{2}}}{j} \sqrt{\frac{I_1}{k_2}} \Delta_2 . \quad (\text{VI. 68})$$

Ce procédé permettrait vraisemblablement d'obtenir toute la précision désirable, car il semble possible de se servir d'un ressort de torsion de section suffisamment aplatie pour qu'il puisse être serré entre deux mâchoires qui seraient déplacées proportionnellement à la variation de l avec une grande précision, au moyen d'une vis micrométrique par exemple, et qui feraient ainsi varier sa longueur l de la manière désirée.

Ainsi donc nous disposons maintenant de procédés mécaniques qui, sous les réserves qui vont être faites plus loin, nous permettront de connaître les coordonnées d'un mobile isolé dans l'espace, à partir de sa position initiale considérée comme le repos, et ceci avec une précision très suffisante puisque nous ne ferions que deux erreurs dont la somme serait inférieure à 1/20 000^e.

Il faut, naturellement, au point de vue de la précision, utiliser des oscillations assez rapides pour que l'accélération puisse être considérée comme constante pendant une demi-période, mais cette condition est facile à remplir.

Malheureusement, nous allons voir plus loin surgir d'autres difficultés bien plus difficiles à surmonter.

Réalisation d'une orientation constante.

Toutes les considérations ci-dessus entraînent la nécessité que l'on sache conserver dans l'astronef un système à orientation constante en dépit de toutes les variations d'orientation de l'appareil lui-même.

Le gyroscope offre naturellement les moyens d'une telle réalisation, mais au prix d'une énorme complication, puisqu'il en faudrait au moins deux qui soient maintenus en rotation constante et qu'il ne faut leur demander que la commande électrique de mouvements de correction qui, eux, prendront point d'appui sur la masse du véhicule.

Il semble du reste à craindre que la constance de position ne puisse être obtenue avec une rigueur suffisante, c'est pourquoi une autre solution sera suggérée plus loin, mais elle ne sera que suggérée car son étude seule entraînerait à des développements trop étendus.

Causes d'erreur.

1° Dans un espace vide. a) Admettant d'abord que $\frac{d^2y}{dt^2}$ et $\frac{d^2z}{dz^2}$ sont nuls, nous supposons que l'axe mx' s'écarte de sa position correcte d'un petit angle ξ ; l'accélération mesurée aura pour expression

$$\gamma = \frac{d^2x}{dt^2} \cos \xi \quad , \quad (\text{VI. 69})$$

d'où l'erreur relative

$$\frac{\frac{d^2x}{dt^2} - \gamma}{\frac{d^2x}{dt^2}} = 1 - \cos \xi = \frac{\xi^2}{2!} - \frac{\xi^4}{4!} + \frac{\xi^6}{6!} \dots \quad (\text{VI. 70})$$

c'est-à-dire pour de très petits angles $\frac{\xi^2}{2}$. (VI. 71)

Si l'on a

$$\xi = \text{tg } \xi = \frac{1}{100} \quad , \quad (\text{VI. 72})$$

alors

$$\frac{\xi^2}{2} = \frac{1}{20000} \quad (\text{VI. 73})$$

Il semble probable que le maintien d'une orientation fixe à moins de 1/100^e soit réalisable, et le problème doit être soluble pour un véhicule interplanétaire, lorsqu'il se trouve suffisamment éloigné de tout astre.

b) Cas où il y aurait des composantes d'accélération normales à celles que l'on considère. Elles rendraient alors l'erreur proportionnellement à

$\sin \xi$, c'est-à-dire, dans l'exemple considéré, de l'ordre de $1/100^e$, et ce ne serait plus acceptable.

Il faut cependant considérer qu'un véhicule interplanétaire serait soumis à une accélération propulsive dirigée et qu'en choisissant cette direction pour l'un des axes, mx' par exemple, toute accélération suivant my' , ou mz' serait nécessairement nulle et n'entraverait pas la mesure.

Il y aurait donc avantage à mesurer en réalité une seule accélération : suivant l'axe de la tuyère, et les trois cosinus directeurs instantanés de sa direction, ou mieux encore deux accélérations angulaires dans deux plans rectangulaires passant par l'axe de la tuyère.

C'est ce problème de l'application des coordonnées de PLUCKER auquel je faisais allusion plus haut et qui ne sera pas développé ici.

2° *Dans le champ gravitant d'un astre.* — Considérons le cas concret où un astronef quitte la Terre suivant une trajectoire radiale : l'équation du mouvement est

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \gamma - G - \frac{F}{M} \quad (\text{VI. 74})$$

où je rappellerai que r est la distance du mobile au centre de la Terre, γ l'accélération du propulseur, F/M la retardation due à la résistance de l'air et que l'accélération de la pesanteur à l'endroit considéré a pour expression

$$G = g \frac{R^2}{r^2} \quad (\text{VI. 75})$$

où R est le rayon de la Terre, y l'altitude actuelle du mobile et g l'accélération de la pesanteur au sol, c'est-à-dire pour $y_0 = 0$.

A l'intérieur du véhicule, un voyageur perçoit, et un appareil mesure, l'accélération « sensible »

$$\gamma = \gamma - \frac{F}{M} = \frac{d^2r}{dt^2} + G \quad ; \quad (\text{VI. 76})$$

il faut trouver un moyen de tirer de cette indication

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \gamma - G \quad . \quad (\text{VI. 77})$$

Je supposerai le problème résolu : un astronef est parvenu au temps t en un point de l'espace dont son « astronavigraphe » lui donne la distance r ; cet appareil doit être capable de lui donner à l'instant $t + \Delta t$ et avec une précision suffisante

$$\left(\frac{d^2r}{dt^2} \right)_{r+\Delta r} = \gamma_{r+\Delta r} - \frac{G}{\left(1 + \frac{\Delta r}{r} \right)^2} \quad (\text{VI. 78})$$

Si les intervalles d'intégration de l'appareil sont assez petits, on pourra développer le second terme du second membre et ne conserver que le premier terme de ce développement. Cela donne

$$\left(\frac{d^2r}{dt^2}\right)_{r+\Delta r} = \gamma_{r+\Delta r} - G \left(1 - 2 \frac{\Delta r}{r}\right) . \tag{VI. 79}$$

Comme Δr est très petit par rapport à r , je puis l'écrire

$$\Delta r = \frac{dr}{dt} \Delta t \tag{VI. 80}$$

et, me reportant à (VI. 75), (VI. 79) devient

$$\left(\frac{d^2r}{dt^2}\right)_{r+\Delta r} = \gamma_{r+\Delta r} - g R^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{2}{r^3} \frac{dr}{dt} \Delta t\right) . \tag{VI. 81}$$

Si donc, l'appareil a été capable d'intégrer, depuis le début dr/dt , puis dr/dt , toutes les quantités contenues dans la parenthèse sont connues et il doit être possible de réaliser automatiquement la correction à chaque instant.

Dans le cas où la trajectoire de départ n'est pas radiale, on peut conserver une direction radiale fixe par le moyen d'un gyroscope et mesurer seulement la composante d'accélération suivant cette direction radiale.

Cas d'une altitude assez faible pour que G puisse être considéré comme constant. — Ce serait par exemple le cas des fusées, destinées à l'exploration de la très haute atmosphère.

Il suffit d'appliquer à (VI. 77) la valeur moyenne de G sur la hauteur envisagée et l'appareil ne serait pas difficile à réaliser.

Cas où la distance atteinte est très grande par rapport au rayon terrestre. — La double intégration de (VI. 77) s'écrit

$$\iint \frac{d^2r}{dt^2} dt^2 = \iint \gamma dt^2 - \iint g R^2 \frac{dt^2}{r^2} + At + B , \tag{VI. 82}$$

où A et B sont deux constantes d'intégration.

On voit que les éléments différentiels sous le dernier signe \int tendent vers 0 quand r croît indéfiniment, de telle sorte que, pour une distance assez grande, ce terme finit par se fondre dans la constante B. Il suffira, dans ce cas, de mesurer et d'intégrer l'accélération sensible γ , puis, lorsqu'on sera assez loin, de faire deux mesures successives du diamètre terrestre, pour déterminer les corrections à apporter ensuite aux lectures.

Le mouvement a encore été supposé radial; s'il ne l'était pas, les mêmes observations que ci-dessus s'appliqueraient.

Conditions d'habitabilité.

Maintien d'une température acceptable.

Il n'y a de température que là où il y a de la matière; les espaces inter-sidéraux ne sont nullement glacés comme on le dit trop souvent. Cette illusion provient de notre connaissance des basses températures auxquelles se trouvent les couches supérieures de notre atmosphère mais, si raréfiées soient-elles, elles sont encore de la matière et *le vide absolu n'a et ne peut avoir aucune température ni basse, ni élevée.*

Nous savons du reste maintenant que la chaleur est simplement la manifestation statistique de l'agitation moléculaire et là où il n'y a pas de molécules, il ne saurait y avoir d'agitation moléculaire ni grande ni petite.

Dans ma communication de 1912, je n'avais même pas eu la place de développer ces brèves explications et j'avais simplement signalé que l'on pourrait agir sur la température de l'appareil en noircissant une moitié de sa surface et polissant l'autre, puis en présentant à la radiation solaire plus ou moins de l'une ou de l'autre de ces deux portions.

L'échauffement et le refroidissement auraient lieu de part et d'autre d'une température moyenne qui serait celle obtenue en exposant simultanément à la radiation solaire moitié de chacune des deux régions. Cette température moyenne est du reste celle que prendrait au même endroit un corps parfaitement conducteur dont toute la surface posséderait un même pouvoir émissif, quel que soit du reste ce dernier.

Le corps noir étant un cas particulier dans cette catégorie, je simplifierai le langage en appelant cette température « température du corps noir sphérique et conducteur plongé dans la radiation solaire à l'endroit considéré »; c'est cette température qui remplace pour nous la température inexistante du vide et l'on verra qu'elle est, dans nos régions, fort éloignée du zéro absolu.

Calcul de la température du corps noir et des températures extrêmes du véhicule. — Soit un corps sphérique conducteur de la chaleur (fig. 18) de diamètre D et de pouvoir émissif k plongé dans la radiation solaire qu'il reçoit suivant la direction z_0 .

Soit ds un élément de la surface de cette sphère déterminé par les angles α , $(\alpha+d\alpha)$ et β , $(\beta+d\beta)$; on a

$$ds = \frac{D}{2} d\alpha \cdot \frac{D}{2} d\beta \cdot \cos \alpha \quad , \quad (\text{VI. 100})$$

soit

$$ds = \frac{D^2}{4} \cos \alpha \, d\alpha \, d\beta \quad . \quad (\text{VI. 101})$$

Si j'appelle σ la constante de Stefan et θ la température absolue du Soleil, la quantité de chaleur que l'élément ds absorberait si l'astre, de pouvoir

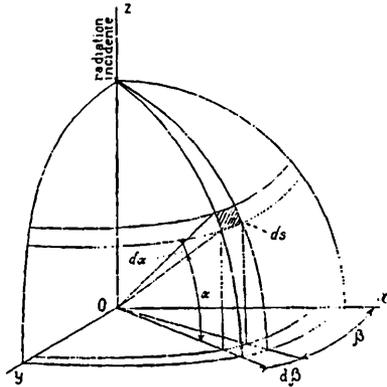


Fig. 18.

émisif supposé égal à 1, occupait toute la demi-calotte sphérique lui faisant face, serait

$$dQ = k \sigma \, ds \, \theta^4 \quad ; \quad (\text{VI. 102})$$

il réfléchirait ou diffuserait dans l'espace environnant

$$dQ_n = (1 - k) \sigma \, ds \, \theta^4 \quad (\text{VI. 103})$$

Soit maintenant γ l'angle solide sous lequel le Soleil est vu de la sphère; l'élément de surface va absorber seulement

$$dq = dQ \frac{\gamma}{\pi} \sin \alpha = k \sigma \theta^4 \frac{\gamma}{\pi} \frac{D^2}{4} \sin \alpha \cos \alpha \, d\alpha \, d\beta \quad ; \quad (\text{VI. 104})$$

ou, en intégrant α de 0 à $\frac{\pi}{2}$ et β de 0 à 2π :

$$q = k \sigma \theta^4 \frac{\gamma}{\pi} \frac{D^2}{4} \left(\frac{\sin^2 \alpha}{2} \right)_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi \quad , \quad (\text{VI. 106})$$

$$q = \frac{\pi D^2}{4} k \sigma \theta^4 \frac{\gamma}{\pi} \quad . \quad (\text{VI. 107})$$

représentant naturellement la même quantité qu'absorberait un disque plan de diamètre D recevant normalement la même radiation.

Si, maintenant, la température absolue de cette sphère est T , elle va rayonner par toute sa surface une quantité de chaleur

$$q' = \pi D^2 k \sigma T^4 \quad (\text{VI. 108})$$

et elle sera en équilibre de température lorsque

$$q' = q \quad , \quad (\text{VI. 109})$$

c'est-à-dire pour

$$T^4 = \frac{\gamma}{4\pi} \theta^4 \quad \text{ou} \quad T = \sqrt[4]{\frac{\gamma}{4\pi} \theta} \quad . \quad (\text{VI. 110})$$

Voisinage de la Terre. — Si la sphère est au voisinage de la Terre, elle voit le Soleil sous un diamètre apparent d'environ $32'$, soit sous un angle solide

$$\gamma = \frac{\pi}{4} 32'^2 = 804,8'^2 = 0,2235^{\text{sr}} \quad ; \quad (\text{VI. 110})$$

d'autre part, l'angle solide 4π , égal à l'espace total, vaut $41\,253^{\text{sr}}$ de telle sorte que

$$\frac{\gamma}{4\pi} = \frac{0,2235}{41\,253} = 5,418 \cdot 10^{-6} \quad . \quad (\text{VI. 111})$$

Considérant les dernières valeurs adoptées, d'une part pour la constante solaire : $0,032$ cal.-gr.-sec. (Tables Internationales, Vol. II, p. 410) et, d'autre part pour la constante de Stefan : $1,41 \cdot 10^{-12}$ cal.-gr.-sec. (*Ibid.*, Vol. III, p. 130), la température du corps noir équivalent au Soleil serait

$$\theta^4 = \frac{a^2}{R^2} \frac{0,032}{1,41} \cdot 10^{12} \quad , \quad (\text{VI. 112})$$

où $\frac{a}{R} = 215$, est le rapport du rayon de l'orbite terrestre au rayon du Soleil, de telle sorte que

$$\theta^4 = \frac{46\,225 \times 0,032}{1,41} \cdot 10^{12} = 1,049 \cdot 10^{15} \quad (\text{VI. 112}')$$

et

$$\theta = 5\,691^{\circ}\text{A}. \quad (\text{VI. 113})$$

Enfin

$$T^4 = 5,418 \cdot 10^{-6} \times 1,049 \cdot 10^{15} = 5,684 \cdot 10^9 \quad (\text{VI. 114})$$

d'où

$$T = 274^{\circ},6 + 1^{\circ},6 \quad . \quad (\text{VI. 114}')$$

Ce raisonnement peut naturellement s'appliquer au globe terrestre tout entier et si l'on admet que sa température moyenne soit de $16^{\circ} = 289^{\circ}$ absolus, on voit que, sur cette température, le feu central et la différence

d'absorption atmosphérique entre l'infra-rouge et la lumière visible ne fournissent que la faible part de 14^o,4. Les conditions de notre existence et la vie à la surface de notre planète dépendent donc bien davantage du Soleil que des propriétés de notre atmosphère (le feu central ne fournit au grand maximum que 1^o).

Soit maintenant un disque plan de diamètre D, constamment et normalement exposé à la radiation solaire et s'appuyant par derrière à un support parfaitement athermane; il recevra comme il vient d'être dit

$$q = \frac{\pi D^2}{4} k \tau \theta^4 \frac{\gamma}{\pi} \quad (\text{VI. 115})$$

et rayonnera

$$q_1 = \frac{\pi D^2}{4} k \tau \tau_M^4 \quad ; \quad (\text{VI. 116})$$

il sera donc en équilibre de température lorsque

$$\tau_M^4 = \frac{\gamma}{\pi} \theta^4 \quad , \quad (\text{VI. 117})$$

c'est-à-dire que l'on aura

$$\tau_M^4 = 4 T^4 \quad . \quad (\text{VI. 118})$$

A la distance de la Terre, ceci donnerait

$$\tau_M = \sqrt[4]{2} T = 388^{\circ},3 = + 115^{\circ},3 \quad . \quad (\text{VI. 119})$$

Si donc la Terre présentait toujours la même face au Soleil, le point pour lequel il serait éternellement au zénith prendrait une température au moins égale à 115^o, et la mer y entrerait en ébullition.

On peut se faire une idée de la température τ_m que prendrait la région opposée :

Quand on s'enfonce à l'intérieur du globe, la température monte en moyenne de 1^o par 30 mètres et la conductibilité moyenne des roches de surface est de $3 \cdot 10^{-5}$ c.g.s., d'où un flux de chaleur par centimètre carré de

$$q = \frac{3 \cdot 10^{-5}}{3000} = 10^{-8} \text{ cal-gr-sec.} \quad (\text{VI. 120})$$

La loi de Stefan donnera donc

$$\tau^4 = \frac{q}{\sigma} = \frac{10^{-8}}{1,41 \cdot 10^{-12}} = 709200 \quad , \quad (\text{VI. 121})$$

d'où résulte

$$\tau = 29^{\circ},02 = - 244^{\circ} \text{ env.}$$

et toute l'atmosphère viendrait s'y congeler (sauf l'hélium et l'hydrogène) rendant la planète impropre à aucune manifestation vitale.

Remarque. — Ces chiffres de + 115 et — 244 devraient représenter à peu près les températures extrêmes des points de la Lune qui sont face au Soleil et diamétralement opposés, eu égard à l'extrême lenteur de rotation de notre satellite.

Soit maintenant une sphère dont une moitié est recouverte d'une couche de cuivre oxydé d'un pouvoir émissif $k = 0,85$ et dont l'autre moitié est d'aluminium poli pour lequel $k' = 0,13$.

Si la face polie est tournée vers le Soleil, elle absorbera

$$q = \frac{\pi D^2}{4} k' \sigma \theta^4 \frac{\gamma}{\pi} \quad (\text{VI. 122})$$

et en même temps rayonnera

$$q'_1 = \frac{\pi D^2}{2} k' \sigma T_m^4 ; \quad (\text{VI. 123})$$

l'autre moitié rayonnant

$$q'_2 = \frac{\pi D^2}{2} k \sigma T_m^4 \quad (\text{VI. 124})$$

La condition d'équilibre sera

$$q = q'_1 + q'_2 , \quad (\text{VI. 125})$$

soit

$$T_m^4 = \frac{2k'}{k + k'} \theta^4 \frac{\gamma}{4\pi} = \frac{2k'}{k + k'} T^4 , \quad (\text{VI. 126})$$

d'où

$$T_m = T \sqrt[4]{\frac{2k'}{k + k'}} . \quad (\text{VI. 127})$$

Dans le cas présent, donc

$$T_m = 0,7178 T = 197^\circ = - 76^\circ . \quad (\text{VI. 128})$$

Si la face noircie est tournée vers le Soleil, il suffit d'invertir k et k' et l'on trouve

$$T_m = 1,1478 T = 315^\circ = + 42^\circ . \quad (\text{VI. 129})$$

On voit qu'au voisinage de la Terre, il sera plus aisé de se rafraîchir que de se réchauffer, bien que cette dernière alternative soit encore facile.

Voisinage de Vénus. — Si l'on considère maintenant le véhicule sphérique au voisinage de Vénus dont la distance moyenne au Soleil est 0,72 de celle de la Terre, on voit que l'angle solide sous lequel le Soleil apparaît est devenu

$$\gamma_v = \gamma_T \left(\frac{1}{0,72} \right)^2 = 1,3887^2 \gamma_T \quad (\text{VI. 130})$$

de telle sorte qu'en se reportant à la formule (VI. 110), on a simplement

$$T_v = \sqrt[4]{1,3887} T_T = 1,1787 T_T = 323,5 = + 50,5 \quad (\text{VI. 131})$$

Même si la température moyenne à la surface de la planète est maintenue à une valeur inférieure grâce à la couche de nuages qui l'entoure, cette température suffit certainement à provoquer une forte vaporisation des masses d'eau liquide et, ipso facto, à l'entretien même de cette couche de nuages; cette conclusion cadre tout à fait avec l'aspect télescopique de l'astre et notamment avec son albedo.

En passant, je remarquerai qu'il est impossible que la planète tourne constamment la même face vers le Soleil comme on l'avança ces derniers temps. Si, en effet, on multiplie la température τ_m correspondant à la distance terrestre par le même coefficient 1,1787, on obtient $458^\circ = 185^\circ$ auxquels il conviendrait probablement d'ajouter comme ci-dessus quelque 14° , ce qui donne finalement pour température vraisemblable du point pour lequel le Soleil serait constamment au zénith

$$+ 185^\circ < \tau_m < + 199^\circ \quad (\text{VI. 132})$$

ce qui est encore bien autre chose que pour la Terre !

Pour la température du point diamétralement opposé, il est assez difficile de faire une évaluation, car tout dépend du flux de chaleur qu'il pourrait recevoir du feu central de l'astre; en supposant même celui-ci double de la valeur maximum probable pour la Terre, on n'arriverait encore qu'à une température de quelque $32^\circ = - 241^\circ$.

Ici encore, presque toute l'atmosphère de la planète serait depuis longtemps condensée et solidifiée sur la face opposée au Soleil; or, d'après des observations faites lors du passage de Vénus devant le disque solaire, il est indiscutable qu'elle possède une atmosphère et même une atmosphère plus importante que la nôtre et capable de produire une réfraction presque double.

Si d'autre part on considère l'albedo de la planète, albedo qui n'est égalé que par celui de la neige fraîchement tombée ou des nuages, il semble bien improbable que la surface offerte à notre œil puisse être autre chose qu'une couche nuageuse presque continue. Notre globe vu de l'extérieur doit, du reste, présenter un aspect très voisin.

Ces déductions rendent donc invraisemblable l'égalité du jour et de l'année de Vénus; pour présenter l'aspect qu'elle a, la planète doit, au contraire, tourner sur elle-même à une vitesse comparable à celle de la Terre et fort possiblement supérieure.

Revenant au véhicule, je calculerai ses températures minimum et maximum par les formules (VI. 128) et (VI. 129) où je remplacerai seulement T par T_v , ce qui donne :

$$T_{v_m} = 232^{\circ},2 = - 40^{\circ},8 \quad \text{et} \quad T_{v_M} = 371^{\circ} = + 98^{\circ} . \quad (\text{VI. 133})$$

Cette fois les voyageurs auront toute facilité pour se chauffer et ils devront même prendre garde de ne pas se cuire.

Voisinage de Mars. — Au voisinage de Mars, dont la distance au Soleil est égale à 1,52 fois celle de la Terre, un calcul analogue donne :

$$\begin{aligned} T_M &= 222^{\circ},7 = - 50^{\circ},3 \\ T_{Mm} &= 159^{\circ},8 = - 113^{\circ},2 \\ T_{MM} &= 255^{\circ},5 = - 17^{\circ},5 \end{aligned} \quad (\text{VI. 134})$$

et cette fois l'unique préoccupation des voyageurs intersidéraux sera de n'être pas gelés; il est vrai qu'il sera facile de munir le véhicule de parois calorifuges ou d'appareils de chauffage; il n'y a donc pas là de difficulté.

Mars ayant une atmosphère bien plus réduite que la nôtre, les conditions de la vie doivent y dépendre *uniquement* de la radiation solaire et la température moyenne doit s'y rapprocher de 50° au-dessous de zéro. Il y aurait donc lieu de se demander si les calottes polaires ne sont pas plutôt constituées de neige carbonique que de neige d'eau, car il est possible encore qu'en raison de la plus faible gravité à la surface, les constituants légers de l'atmosphère se soient déjà dissipés dans l'espace et la vapeur d'eau est un des gaz les plus légers. Si Mars ne tournait pas, le point faisant face au Soleil atteindrait une température de :

$$315^{\circ} = + 42^{\circ} ; \quad (\text{VI. 135})$$

la planète tournant en $24^{\text{h}}37^{\text{m}}$, les plus récentes mesures donnent pour ce point

$$+ 7^{\circ} . \quad (\text{VI. 136})$$

Voisinage de Mercure. — A titre de simple indication, j'ajouterai qu'au voisinage de Mercure, on aurait

$$\begin{aligned} T_{\text{Merc.}M} &= 441^{\circ} = + 168^{\circ} \\ T_{\text{Merc.}m} &= 316^{\circ},5 = + 43^{\circ} , \end{aligned} \quad (\text{VI. 137})$$

et le véhicule pourrait à la rigueur y aller à la condition de toujours tourner sa face polie vers le Soleil; il est vrai qu'il serait alors possible de tourner

vers l'astre une section plus réduite, la pointe par exemple, si l'appareil était en forme d'obus. On pourrait donc s'approcher encore davantage de l'astre du jour, mais avec quelque précaution comme on pouvait s'en douter.

Action physiologique de la suppression du champ gravitant normal terrestre : maintien d'un champ gravitant artificiel.

Dans ma communication de 1912, j'avais fait allusion à la possibilité de troubles physiologiques par suppression ou diminution du champ gravitant dans lequel les voyageurs se trouveront.

Il y a lieu d'observer ici l'erreur considérable qu'a faite Jules Verne dans son livre *De la Terre à la Lune* où il suppose que des voyageurs ont la sensation d'une pesanteur normale pendant presque tout le voyage et que c'est seulement en arrivant au « point neutre » où l'attraction de la Terre et de la Lune se neutralise qu'ils tombent brusquement à l'autre bout de l'appareil.

En réalité, les voyageurs d'un astronef auront, *dès l'arrêt du propulseur et bien qu'encore animés d'une vitesse considérable vers le haut*, la sensation d'une chute dans le vide.

Cette sensation de chute n'a rien à voir avec la vitesse, elle ne dépend que de l'accélération sensible, et quand un corps est en chute libre, c'est-à-dire n'est soumis à aucune force extérieure, les êtres qui y sont liés éprouvent cette sensation de chute quelles que soient la direction et la grandeur de la vitesse dont ils sont animés.

Sans même avoir jamais eu l'occasion de nous évader de la zone où la pesanteur terrestre nous impose sa loi, nous connaissons tous la sensation pénible qui se produit au moment d'une chute ou plus simplement même, du démarrage rapide d'un ascenseur en descente; la respiration s'arrête et nous ignorons si, cette sensation se prolongeant, le cœur ne viendrait pas à s'arrêter lui-même. Les voyageurs sidéraux ne se trouveraient pas, du reste, en meilleure posture si leur cœur continuait à fonctionner, leur respiration étant arrêtée.

Dans les chutes de grande hauteur dans l'atmosphère (par exemple au cas où un parachute tarde à s'ouvrir), la sensation de chute ne peut jamais durer très longtemps parce qu'on atteint rapidement une vitesse pour laquelle la résistance de l'air contre-balance le poids du corps. Bien que la chute se continue, celui qui en est victime n'en a plus la sensation, *parce qu'elle n'est plus accélérée* : il a l'impression d'être sou-

tenu sur un jet d'air violent, à la manière d'un œuf sur un jet d'eau, et dans cette seconde période, la sensation d'étouffement provient simplement de la vitesse relative de l'air et non plus de l'absence de champ gravitant.

On connaît également les troubles considérables que provoquent souvent dans l'organisme de simples variations de grandeur de l'accélération lorsqu'on se trouve vers les extrémités d'un bateau qui tangue.

Il n'est peut-être pas mauvais d'entrer ici dans plus de détails sur l'origine de la sensation normale de pesanteur éprouvée lorsque chacune des molécules de notre corps étant sollicitée dans un sens déterminé par un champ gravitant, elle n'obéit pas à cette sollicitation et pour cela prend appui sur les molécules voisines.

En langage vulgaire, la sensation de pesanteur consiste pour nous à sentir que notre tête pèse sur nos épaules, nos épaules sur nos reins, nos reins sur nos jambes, nos jambes sur nos pieds et nos pieds sur le sol qui développe une force extérieure s'opposant à ce que l'accélération de la pesanteur imprime à l'ensemble de notre corps une variation de mouvement vers le bas.

Si le point d'appui manque, chaque molécule et chacun des organes qu'elles composent devient libre d'obéir à l'accélération gravitationnelle, tous prennent individuellement la même variation de vitesse, se suivent les uns les autres dans leur mouvement et conséquemment cessent de développer les uns sur les autres aucune force interne, de telle sorte qu'en langage vulgaire la tête ne pèse plus sur les épaules, les épaules sur les reins, etc., et les pieds ne pèsent plus sur le sol qui vient de se dérober.

Il semble, du reste, que le trouble de l'organisme provienne plus particulièrement de la suppression des pressions hydrostatiques existant normalement dans les canaux semi-circulaires de l'oreille qui sont, comme on le sait maintenant, l'organe de l'orientation et paraissent avoir une relation très directe avec le système du grand sympathique.

Il est permis, dans ces conditions, d'avoir quelque inquiétude sur les résultats organiques de la suppression ou de la forte diminution prolongée du champ gravitant normal; on peut toutefois espérer que les personnes résistant au mal de mer et qui résistent aussi au « mal de l'air », résisteront également au « mal intersidéral ».

Dès 1912, j'avais songé à supprimer tout risque d'accident en suppléant à l'absence de champ gravitant par un champ d'accélération suffisant dû au propulseur même de l'appareil; les voyageurs auraient pu conserver ainsi une sensation de pesanteur normale. J'ignorais du reste à cette époque les

travaux d'EINSTEIN, dont le principe de relativité généralisée repose précisément sur l'équivalence complète d'un champ gravitant et d'un champ d'accélération.

Il est assez curieux de remarquer qu'en passant des moyens de locomotion terrestres à l'aviation, puis à l'astronautique, on passe de moyens de locomotion à vitesse variable à volonté à un moyen à vitesse constante et que l'on aboutit enfin à un moyen à *accélération constante*.

J'avais déjà fait remarquer que ce moyen à accélération constante entraînait une dépense d'énergie très supérieure au minimum nécessaire pour se libérer de l'attraction terrestre, et que l'on pourrait être conduit à envisager qu'une fois le véhicule lancé à une certaine vitesse, on supprimerait l'accélération propulsive en le laissant courir sur son erre. C'est à ce moment que j'avais exprimé quelques craintes sur l'action physiologique de cette brusque suppression, mais je n'avais pas eu la place d'exposer une solution éventuelle consistant à diminuer graduellement l'accélération artificielle du propulseur; il est très possible en effet que l'on puisse ainsi amener l'organisme à s'habituer à une condition anormale qui, brusquement appliquée, y causerait des troubles profonds. Ceci ne pourra naturellement être vérifié que le jour où nous pourrons effectuer les premières trajectoires en « chute libre ».

M. Noel DEISCH, de Washington, concurrent du Prix REP-HIRSCH pour 1928, avait particulièrement étudié cette question et proposé une solution qui aurait sur la mienne l'avantage d'éviter une dépense permanente d'énergie : il remplaçait l'accélération de la pesanteur absente par une accélération centripète... pour les non initiés, je dirai « par une force centrifuge ». L'idée n'était pas nouvelle en soi, car les Allemands avaient déjà songé à faire tourner le véhicule dans ce même but, mais l'idée de M. DEISCH présentait une remarquable originalité que je vais expliquer :

Si, comme les Allemands, on fait tourner un véhicule tel quel, il faudra le faire à une vitesse assez grande pour obtenir une accélération égale à g , mais alors cette accélération variera très vite d'un point à un autre en raison des courts rayons de gyration et les voyageurs éprouveront une sensation de rotation et un étourdissement probablement insoutenables.

Si l'on fait un vaste véhicule en forme de tore, comme l'ont aussi proposé les Allemands, on corrigera ce défaut, mais on aura un engin inmaniable au départ à cause de sa forme défectueuse de pénétration dans l'air.

M. DEISCH tourne la difficulté de la manière suivante : au départ, son

véhicule a la forme d'un projectile normal, donc une bonne pénétration. Une fois qu'il est hors de l'atmosphère, cette forme n'a plus aucune importance; il le scinde alors en deux parties qui peuvent s'écarter et être mises en rotation relative par de petits propulseurs auxiliaires. Cette rotation a lieu de telle manière que les deux portions tendent à s'écarter l'une de l'autre, mais elles demeurent fiées par un câble que l'on file graduellement.

Comme ce câble peut, sans inconvénient, avoir 200 mètres de long et même plus, le champ d'accélération ne varie que peu d'un point à l'autre de chaque demi-véhicule et varie encore bien moins d'un point à l'autre des canaux semi-circulaires de l'oreille des voyageurs, il est donc permis d'espérer que ceux-ci seront à l'abri de tout trouble pour un laps de temps quelconque et sans dépense supplémentaire d'énergie.

Examen des conditions dans lesquelles les voyages s'effectueront.

Premiers voyages.

On peut dès maintenant se faire une idée de ce que seront les premiers trajets de la Terre à la Lune et retour :

En admettant l'accélération $\Gamma = 2$, on atteindrait la vitesse de libération de 9 kilomètres par seconde à une altitude de 3185 kilomètres, ceci au bout de douze minutes trente secondes, puis le véhicule continuerait sa course en vertu de la vitesse acquise.

C'est en ce point que la suppression brusque de toute sensation de pesantueur par suite de l'arrêt du propulseur pose la question physiologique ci-dessus examinée; je supposerai pour l'instant qu'elle se résolve favorablement.

Maintenant le véhicule est devenu un simple projectile obéissant passivement aux lois de l'attraction universelle comme n'importe quel autre corps céleste. La durée de son trajet sera plus ou moins longue selon qu'il passera plus loin ou plus près de la Lune, le demi-trajet sera nécessairement plus long que le temps qu'il faudrait pour atteindre la Lune en ligne droite.

L'étude de ce trajet direct donne quelques précisions sur les phases du parcours qui se rapprocheront d'autant plus des chiffres qui vont être donnés que la trajectoire sera plus tendue.

A partir du moment où le véhicule cesse d'être propulsé, son mouvement se ralentit graduellement suivant la loi

$$v = \sqrt{2 \left(g \frac{R^2}{x} + 0,165 g \frac{z^2}{y} + 0,820 \cdot 10^6 \right)} \quad (\text{VI. 150})$$

Au point où l'attraction de la Terre et de la Lune s'annulent, cette vitesse tombe à

$$V = 2\,030 \text{ mètres par seconde; } \quad (\text{VI. 151})$$

c'est la vitesse la plus faible.

A l'arrivée à la surface lunaire, elle redeviendra environ

$$V = 3\,060 \text{ mètres par seconde. } \quad (\text{VI. 152})$$

La vitesse en chute libre de l'infini sur la Lune serait

$$V_x = 2\,373 \text{ mètres par seconde. } \quad (\text{VI. 153})$$

Le temps employé à parcourir la seconde phase peut être approximativement calculé en faisant abstraction de l'action de la Lune qui est pratiquement insensible sur le trajet total; il serait le même que le temps employé par un mobile en chute libre pour revenir de la distance de la Lune au point où le moteur a été arrêté :

$$t = 48^{\text{h}}30^{\text{m}} \quad . \quad (\text{VI. 154})$$

Il résulte de là que, pour effectuer la moitié aller du trajet, le véhicule-projectile mettra un temps nécessairement supérieur à

$$12^{\text{m}} + 48^{\text{h}}30^{\text{m}} = 48^{\text{h}}42^{\text{m}} \quad , \quad (\text{VI. 154'})$$

de telle sorte que l'aller et retour dureraient probablement quatre jours et demi environ.

Les vitesses atteintes semblent énormes par rapport à celles auxquelles nous sommes habitués; elles sont très modestes par rapport à celles de la plupart des corps célestes. La vitesse maximum a du reste lieu à la fin de la période de propulsion, elle représente 33 000 kilomètres à l'heure; dans la région de la Lune, cette vitesse sera réduite à quelque 7 000 kilomètres à l'heure, ce qui est fort modeste comme on le verra.

Au retour, les voyageurs devront commencer à freiner vers l'altitude où ils ont cessé de propulser, c'est-à-dire vers 3200 kilomètres. Ils ne pourront user d'un parachute que tout à fait au moment de l'atterrissage (j'entends, dans les derniers 10 kilomètres).

Tant que nous ne disposerons que des réactions de la chimie moléculaire, même de celle à énergie extrêmement condensée $\text{H} + \text{H} = \text{H}^2$, nous serons limités à l'exploration lunaire.

Les progrès accomplis ces deux dernières années par la Science astronautique sont tels qu'il me faut aujourd'hui adhérer à l'opinion des Allemands : même avec le mélange oxygène-hydrogène, le voyage de la Lune

et retour est juste à la limite de nos possibilités. Je pense maintenant que c'est plutôt une question de fonds à réunir qu'autre chose.

Cette réalisation formidable ne serait encore que bien précaire et soumise au terrible aléa d'un séjour prolongé hors de tout champ gravitant; il me semble en effet difficile que la solution DEISCH puisse être appliquée lors d'un début. L'espoir demeure cependant que la suppression du champ gravitant cause probablement moins de troubles physiologiques que son augmentation au-dessus de la valeur normale, cette dernière provoquant (en station verticale) l'anémie du cerveau... mais ce n'est là qu'un espoir, rien de plus.

Pour pouvoir songer à des solutions plus confortables ou plus étendues, il nous faut attendre que les physiciens aient progressé dans leur connaissance de l'atome et surtout dans leurs moyens d'action sur lui, moyens d'action qui ne sont même pas encore rudimentaires, mais rigoureusement nuls si l'on en excepte l'expérience de RUTHERFORD où il a pu disloquer quelques atomes d'azote.

Ce résultat est déjà fort remarquable en lui, mais il y a loin de là à l'utilisation de l'énergie intra-atomique en quantités notables. L'atome d'azote qui a été ainsi démoli a un diamètre de

0^m,000 000 028

et une masse de

0^{gr},000 000 000 000 000 000 000 023 3 ;

même en admettant que l'on ait réussi à en briser quelques milliards, on voit le chemin qui reste à parcourir pour atteindre des ordres de grandeur utilisables !

Il est du reste assez difficile de prévoir sous quelle forme il nous sera possible de mettre en œuvre cette énergie atomique.

Y a-t-il réellement là un réservoir presque illimité d'énergie auquel nous pourrions puiser pratiquement sans fin? Cette énergie est-elle au contraire sous une forme si stable que nous ne pourrions agir sur elle, en quelque sorte, « qu'à titre de prêt », j'entends par là emmagasiner le travail à un degré de condensation qui n'a rien de commun avec nos possibilités actuelles, mais à condition de fournir d'abord ce travail en le prenant à nos sources actuelles? Je ne crois pas que nul le sache encore... et pourtant on ne peut s'empêcher d'espérer que l'énergie cinétique de ces corpuscules circulant à des vitesses énormes, parfois voisines de celle de la lumière, soit actualisable.

Il n'y aurait encore là probablement pour nous que des énergies de l'ordre de celle du radium; il ne semble pas probable que nous soyons jamais en état d'utiliser celle dix mille fois plus considérable encore qui constitue la matière elle-même, mais nous allons déjà voir à quelles possibilités nous conduirait l'usage de la première.

Je supposerai que le véhicule soit d'abord propulsé avec une accélération $l' = 1,1 g$ pendant quelque trente-sept minutes et qu'ensuite on le laisse continuer par la vitesse acquise, mais je supposerai de plus que les voyageurs le dirigent droit sur la Lune; il passera à peu près par les vitesses précédemment indiquées.

Pour qu'il n'aille pas se briser sur notre satellite, un calcul approximatif montre qu'il suffira de le retourner à quelque 250 kilomètres de la surface lunaire et de faire agir le propulseur à contre-vitesse; il a été exposé plus haut par quels moyens ce retournement peut être effectué. La durée du freinage sera seulement de quelques minutes et les présents calculs n'ayant aucun caractère de rigueur on peut évaluer la durée du trajet à

49^h 11^m environ.

Le retour peut s'effectuer en ordre inverse; il faut toutefois remarquer qu'il sera bien plus aisé que l'aller, puisque la pesanteur à la surface de notre satellite n'est que 0,165 de la pesanteur terrestre. Ceci veut dire qu'un véhicule de 1000 kilogrammes à la surface de la Terre ne pèsera que 165 kilogrammes à la surface de la Lune; le propulseur qui était obligé de développer plus d'une tonne pour l'arracher à la Terre devra simplement développer plus de 165 kilogrammes pour l'arracher à la Lune.

Vers la fin du trajet de retour, on retournera de nouveau le projectile et l'on freinera au moyen du propulseur comme il a été dit. Un parachute ne sera utilisable que tout à fait à la fin quand la vitesse aura été considérablement réduite.

Si je suppose que le moteur doive seulement marcher soixante-quinze minutes et que le véhicule, pesant 1000 kilogrammes au départ, dispose d'une réserve consommable de 300 kilogrammes, le calcul montre que la vitesse d'éjection devrait atteindre 165 000 mètres à la seconde.

On voit combien nous sommes loin de compte, même avec l'hydrogène atomique, car il faut songer que ce sont les carrés des vitesses qui sont proportionnels à l'énergie mise en jeu !

Au passage, je remarquerai que l'on aurait pu supposer que le propulseur atomique soit simplement un propulseur matériel où l'énergie intra-

atomique servirait uniquement à porter le gaz éjecté à une température suffisante... mais, même pour le plus léger des corps : l'hydrogène atomique, la vitesse ci-dessus ne pourrait être obtenue que moyennant une température initiale de 315 000°, il y a de quoi nous rendre perplexes ! Avec d'autres corps, ce serait bien pis, il faudrait dépasser 2 000 000°.

Il est donc plus vraisemblable que le moteur atomique éjectera directement des électrons ou des ions positifs par répulsion électrique; il est intéressant de nous rendre compte de la puissance correspondant à ces chiffres : elle serait de 120 000 chevaux. Le problème se ramène donc dans le cas le plus favorable à loger un moteur de cette puissance dans un appareil d'un poids *total* de 1000 kilogrammes. Quant au rendement de ce moteur, il ne serait pas fameux : de l'ordre de 3 %, ce qui n'est pourtant pas encore tout à fait aussi mauvais qu'on aurait pu le craindre.

Dans le cas du propulseur atomique projetant directement des électrons ou des ions, la vitesse de projection étant infiniment supérieure aux 165 000 mètres/seconde ci-dessus considérés, un véhicule de 1000 kilogrammes n'aurait plus, de très loin, besoin de 300 kilogrammes consommables, mais aussi son rendement serait encore bien plus mauvais.

Voyages de l'avenir.

A titre d'indication, nous pourrions maintenant supposer que nous avons continué à faire fonctionner le moteur après l'instant de la vitesse critique, de telle sorte que l'astronef finisse par atteindre et conserver une vitesse voisine de 10 kilomètres par seconde, et que nous ayons dirigé le véhicule vers l'une des planètes les plus rapprochées au moment de leur conjonction avec la Terre; les durées des trajets seraient alors respectivement :

Pour Vénus : 42 000 000 de km en 48 j. 14 h.
 Pour Mars : 78 000 000 de km en 90 j. 8 h. (1)

Il faut remarquer en passant que la quantité de travail à fournir pour effectuer ces voyages ne serait pas extrêmement plus considérable que le minimum nécessaire à détacher le mobile de la Terre. En effet, une fois le véhicule parvenu assez loin, il peut continuer sa route par inertie sans que

(1) Ceci n'est qu'un aperçu, car, en réalité, il faudrait calculer des orbites tenant compte de l'attraction solaire; ce travail a été effectué par MM. HOHMANN et von PIRQUET, relativement à différentes conditions de parcours; les durées sont beaucoup plus longues.

l'attraction terrestre devenue très faible en ralentisse sensiblement la vitesse.

Ceci revient à dire, en somme, que la difficulté sera de vaincre l'attraction terrestre; mais si cette difficulté est un jour vaincue, il ne sera guère plus difficile d'atteindre une planète très éloignée qu'une planète très proche. *Sous réserve bien entendu que l'on parvienne à rendre habitable, pendant un temps suffisant, un véhicule exigü hermétiquement clos et sous réserve que l'absence prolongée de champ gravitant ne trouble pas gravement le fonctionnement de l'organisme.*

Pour ces grands trajets, je pense que l'on sera conduit à appliquer, soit le système DEISCH dont l'avantage est de ne réclamer qu'une dépense supplémentaire d'énergie insignifiante, soit mon système à accélération constante qui ne présente pas cet avantage, mais a, par contre, celui d'abrèger les parcours dans la proportion que l'on va voir.

Comme il ne me semble pas possible que l'on songe à aller jusqu'à Mars ou Vénus sans disposer de l'énergie atomique, il n'y aura pas plus de difficulté, et même moins, à appliquer mon système que celui de M. DEISCH.

Voyages à accélération constante.

Reprenant la formule qui représente la loi du déplacement d'un mobile soumis à une force de propulsion constante à partir de la Terre, je supposerai que, jusqu'à l'obtention de la vitesse maximum entre la Terre et la Lune, on utilise une accélération égale aux onze dixièmes de celle de la pesanteur, ensuite de quoi toutes les autres manœuvres seront effectuées avec une accélération égale à celle de la pesanteur. L'action de la Lune pouvant être négligée en raison de sa petitesse, le calcul montre que le véhicule doit être retourné à une distance du centre de la Terre égale à 29,5 rayons terrestres. La vitesse à cet instant atteindra 61 700 mètres/seconde, puis le véhicule retourné sera freiné avec une force égale à son poids terrestre.

Le temps employé pour atteindre ainsi la Lune tombe à

$$t = 3^{\text{h}}27^{\text{m}} ,$$

mais, dans ce nouveau cas, le travail à fournir, en reprenant l'hypothèse d'un véhicule de 1000 kilogrammes dont 300 consommables, atteint 67,2. 10⁶ Calories par kilogramme de combustible. C'est-à-dire cent trente et une fois plus que dans le premier cas.

La dynamite serait 47 300 fois trop peu puissante, mais le radium le serait encore 43,2 fois trop.

Quant à la puissance nécessaire, elle serait de l'ordre de 600 000 CV.

Si l'on supposait maintenant ce système à propulsion constante appliqué aux trajets aux planètes les plus proches, les durées des voyages seraient respectivement :

Pour Vénus : 42 000 000 de km en 35 h. 40 m.

Pour Mars : 78 000 000 de km en 49 h. 20 m.

et les vitesses maxima atteintes :

Pour Vénus : 643 kilomètres par seconde = 2 320 000 km /heure.

Pour Mars : 885 — = 3 180 000 —

Ces vitesses semblent évidemment un peu étonnantes au premier abord ; il faut cependant remarquer qu'il existe dans le système solaire lui-même un corps atteignant une vitesse comparable : c'est la comète de Halley.

Seules les forces et les énergies que contiennent les atomes pourront nous fournir les concentrations de puissance et de travail que nous venons d'envisager.

CHAPITRE VII

Intérêt de l'exploration planétaire.

Il ne faut pas nous attendre à trouver sur nos voisines de nouveaux corps. L'hélium, découvert sur le Soleil alors qu'il était inconnu sur la Terre, fut ultérieurement reconnu terrestre et l'astre du jour lui-même ne recèle plus d'espèce chimique que nous ne possédions en nos laboratoires. Du reste, ce que nous connaissons maintenant des lois de la radioactivité donne à croire que, sur des astres de même origine, la répartition des différents éléments doit être à peu près la même. Non seulement donc, il ne faut pas espérer trouver ailleurs des éléments nouveaux, mais il faut encore nous attendre à ce que les éléments rares ici le soient aussi là-bas où nous avons peu de chance de pouvoir mieux nous approvisionner de ceux dont nous aurions besoin⁽¹⁾.

Quel intérêt y aurait-il donc à pouvoir visiter d'autres astres?

Les sceptiques poseront naturellement cette question en la soulignant de leur éternel sourire supérieur, le même qu'ils arboraient à la naissance de la vapeur, de l'automobile et que j'ai si souvent essuyé aux débuts de l'aviation; ils trouveront encore que « cette fois-ci, ce n'est pas la même chose ». Évidemment, « ce n'est pas la même chose », sans quoi ce serait déjà fait.

A ces sceptiques, je ferai d'abord une réponse qu'il n'a déjà fallu faire que trop souvent; la recherche scientifique en apparence la plus abstraite s'est toujours, par la suite, révélée féconde et souvent sous des formes que nul n'aurait prévues; tous ceux qui s'y livrent l'ont constaté.

Mais en dehors de cet imprévu, un intérêt immense apparaît déjà à de telles explorations :

(1) Ceci n'est cependant pas rigoureux, la densité des planètes décroissant de Mercure vers l'extérieur comme si, dans la nébuleuse primitive, les corps les plus denses avaient déjà eu le temps de se condenser sensiblement vers le centre.

Les planètes sont-elles peuplées d'êtres vivants?

La vie est un problème qui nous touche de près, puisque nous sommes des êtres vivants et constamment en lutte avec d'autres êtres vivants qui tendent à nous détruire pour vivre de notre dépouille. Mais nous ne connaissons de cette vie que ses formes terrestres; si nous en connaissions des formes extra-terrestres, notre compréhension n'en serait-elle pas étendue? Ne trouverions-nous pas alors la réponse à bien des questions actuellement insolubles? Certainement oui.

Qu'est-ce que la vie?

Je pense qu'on peut en condenser la définition dans les mots suivants : *un processus par lequel certains composés chimiques dits « matières vivantes » augmentent constamment leur propre substance aux dépens d'un milieu extérieur de composition chimique différente.*

Il semble bien que le phénomène absolument fondamental de la vie soit en dernière analyse l'assimilation; les autres n'en sont que les accessoires. L'accroissement et la multiplication des cellules qui, à première vue, paraissent sembler également très importants, paraissent à la réflexion être plutôt une simple exigence des équilibres osmotiques et le Professeur LEDUC a pu provoquer des phénomènes absolument identiques dans des solutions qui, cependant, n'ont pas été considérées comme vivantes parce que ne présentant pas de phénomène d'assimilation réelle (!) ni de prolifération indéfinie.

Quand la chimie organique fut fondée, on lui donna ce nom pour marquer combien on la considérait comme différente de la chimie minérale. Aujourd'hui, elle n'est plus que la chimie du carbone, et, si compliquée soit-elle, il faut bien reconnaître qu'elle ne transgresse aucune des lois générales de la chimie, ni de la physico-chimie.

Le nombre des corps organiques naturels que l'on a su reconstituer *in vitro* est devenu considérable depuis que Marcelin BERTHELOT a, le premier, assuré en quelque sorte le terme initial par sa synthèse directe, dans l'arc électrique, de l'acétylène ultérieurement condensé en benzine, à partir de l'hydrogène et du carbone « minéraux ».

(1) Leur composition chimique totale change légèrement par l'absorption d'eau pure qui produit l'augmentation de volume ou « croissance ».

Il était réservé à l'un de ses fils, Daniel BERTHELOT, de donner une démonstration analogue avec la lumière ultra-violette.

Certains savants sont arrivés à considérer que l'origine de la vie pourrait être due à des réactions du même ordre qui se seraient produites sous l'influence de la lumière *d'une époque où les conditions physiques sur notre globe permettaient ces réactions aujourd'hui impossibles*. Et voici que, non seulement nous devons à l'astre du jour de pouvoir continuer à vivre, mais nous lui devrions même l'origine de notre existence.

Quoi qu'il en soit, cette conception regarde encore les phénomènes vitaux comme très particuliers, puisque résultant de conditions particulières ayant donné naissance à *une* matière particulière dont le développement ultérieur devait engendrer *tous* les êtres vivants. De ce point de vue résulterait une faible probabilité que des conditions si exceptionnelles se soient reproduites ailleurs et les explorateurs interplanétaires n'auraient pas grand'chance de rencontrer la vie sur les autres planètes.

Le dogme de la séparation complète des phénomènes vitaux d'avec ceux de la chimie et de la physique est encore si ancré dans les esprits que c'est toujours de ce point de vue que l'on a tenté d'expliquer le peuplement de la Terre, soit par des actes spéciaux d'une volonté supérieure, soit en admettant que la vie existe de toute éternité et se transmet d'un monde à l'autre et d'un système à l'autre comme l'a voulu Svante ARRHÉNIUS.

Sa théorie fut la première qui sembla résoudre la question, ou tout au moins lui proposer une solution plus scientifique, et je m'y arrêterai.

On sait que la lumière frappant un obstacle développe sur lui une pression proportionnelle à la quantité d'énergie reçue par seconde; à notre échelle, cette pression est très faible, mais si l'on considère des corps de plus en plus petits, dont corrélativement la surface augmente de plus en plus par rapport à la masse, il arrive un moment où l'action de la pression de radiation *devrait* égaler celle de la pesanteur et même, pour des petitesse plus extrêmes encore, la primer.

ARRHÉNIUS considère que des germes, spores ou kystes, transportés par les courants aériens dans les très hautes régions de l'atmosphère, peuvent être arrachés par ce mécanisme à la faveur de leur petitesse et, s'échappant vers les espaces sidéraux, aller ensemercer d'autres mondes; la vie éternelle se transporterait ainsi de monde en monde et de système en système sur un rayon de lumière.

Cette théorie, dont l'aspect poétique a peut-être été l'un des attraits,

affirme bien la conception de vitalisme séparatif que j'indiquais plus haut : la vie, ensemble de phénomènes particuliers et indépendants des autres quant à ses causes profondes, se développe parmi ceux-ci, mais pour son propre compte et séparément; elle ne leur est pas réductible, *elle n'a pas avec eux de commune mesure*.

Si l'hypothèse d'ARRHÉNIUS est soumise à l'analyse mathématique, de nombreuses objections se présentent immédiatement :

1° Considérons une particule sphérique constituée par une matière blanche réfléchissant 60 % de la lumière qu'elle reçoit et supposons qu'elle se trouve à une altitude de l'ordre de 200 kilomètres (ceci entraînera un commentaire ultérieur).

Le calcul montre que, pour que la radiation solaire, telle qu'elle parvient à la surface de notre atmosphère, développe sur cette particule une pression égale ou supérieure à son poids, son diamètre ne doit pas excéder 0^{mm},000 000 48 (1). Nous verrons plus loin que cette dimension est seulement de l'ordre de celle d'une molécule, d'une molécule assez grosse à la vérité, mais cependant pas encore bien compliquée (chloroforme, benzène). Les germes que nous connaissons et que nous pouvons voir au microscope sont environ trois cents fois plus gros en diamètre et ne subiraient dans ces conditions qu'une répulsion égale à un trois-centième de leur poids (même réserve que ci-dessus).

Or nous ne connaissons pas de germes de la taille d'une molécule de chloroforme *et il ne me semble pas admissible qu'il en existe*, une masse tellement réduite ne pouvant contenir le nombre d'atomes certainement nécessaires à constituer une seule molécule d'une manière organique aussi compliquée qu'un protoplasme;

2° Si nous considérons des spores de 0^{mm},000 2 de diamètre, elles peuvent être élevées dans l'atmosphère par deux moyens : l'agitation brownienne ou les courants aériens. Le calcul montre que si la surface entière du globe terrestre était recouverte des spores considérées à raison de une par millimètre carré, ce qui en représenterait $5,1 \cdot 10^{29}$ (soit 510 000 000 000 000 000 000), l'agitation brownienne en élèverait à un millimètre seulement 34 par million, ce qui représente encore le respectable chiffre de 17 300 000 000 000 000, mais la décroissance est si rapide qu'à 4^{mm},8, il n'y en aurait déjà plus qu'une; à un centimètre, $\cdot 10^{-22}$,

(1) En réalité, une semblable particule ne subirait qu'une répulsion infiniment plus faible, ses dimensions ne lui permettant plus de réfléchir ni d'absorber la lumière, mais seulement de la diffracter; je ferai abstraction de cette condition défavorable à la thèse d'Arrhénius.

soit 0,(23 zéros)1 et à 200 kilomètres $10^{-400\,000\,000}$, c'est-à-dire 0,(399.999.999 zéros)1.

On voit qu'il est plus que totalement inutile de compter sur le mouvement brownien pour élever dans l'atmosphère un seul germe de dimension normale.

Si l'on considère des particules trois cents fois plus petites en diamètre (donc 27 millions de fois plus petites en poids), on trouve une répartition en hauteur qui correspond à celle d'un gaz, ce qui est naturel, puisque la dimension considérée est de l'ordre de celles des molécules, mais, du point de vue qui nous occupe, cela n'a aucun intérêt, puisqu'il est *absolument impossible*, je le répète, que des germes vivants soient aussi petits.

Les courants aériens eux, peuvent élever très haut des germes de dimensions normales, mais leur nombre décroît très rapidement avec l'altitude. Je n'ai malheureusement pu avoir aucun document précis sur ce nombre par centimètre cube, mais il résulte des expériences de PASTEUR qu'à très faible altitude à la campagne, à 850 mètres dans le Jura et à 2000 mètres sur le Montanvert, à côté de la Mer de Glace, ces nombres sont à peu près proportionnels à 8, 5 et 1.

Si l'on suppose une loi exponentielle, qui serait alors

$$\frac{n}{n_0} = e^{-0.008 \cdot 10^{-2} H} \quad , \quad (\text{VII. 1})$$

on trouve qu'à 11 000 mètres, $\frac{n}{n_0} = 0,00125$ (on va voir pourquoi j'ai choisi cette altitude) et à 200 000 mètres $1,6 \cdot 10^{-25}$, c'est-à-dire 0,(52 zéros)16. Comme l'air de la campagne ne renferme pas beaucoup de germes par centimètre cube, on voit qu'à 200 kilomètres, il n'y en a, de bien loin, plus un seul sur toute la Terre (revoir les chiffres du mouvement brownien).

Il y a lieu de remarquer que PASTEUR signale que, lors de son expérience du Montanvert, un fort vent soufflait des vallées inférieures. La proportion indiquée doit donc être supérieure à la réalité et, très certainement, le nombre de germes par unité de volume en pleine atmosphère est fort inférieur à celui que l'on trouve à la même altitude en montagne.

Il faut pourtant encore ajouter ici les observations suivantes : jusque vers 11 000 mètres, la variation de la température avec l'altitude marque une tendance à suivre, d'assez loin d'ailleurs, la loi adiabatique; cela indique nécessairement d'importants échanges verticaux jusqu'à cette altitude, mais au delà la température demeure stationnaire, ce qui semble exclure toute existence de courants verticaux (Chap. II). Si donc des germes pou-

vaient, malgré les considérations précédentes, être élevés jusque vers 11 000 mètres, il semble problématique qu'ils puissent aller plus haut.

3° Bien que chacune des objections précédentes semble individuellement rédhitoire, je veux en faire abstraction et aller plus loin.

Considérant un germe, non pas d'une taille acceptable, mais mille fois plus petit, je le supposerai transporté vers 200 kilomètres d'altitude et en cet endroit soumis à la pression de la radiation solaire, et je supposerai cette pression du même ordre que son poids, ce qui n'est même pas exact, je le répète.

Si cette particule se trouve à l'endroit considéré, c'est que sa petitesse est suffisante à ce que son énorme surface relative la soutienne dans l'air malgré son poids; si ce dernier est impuissant à la mouvoir dans l'air, par quel miracle la pression de radiation supposée du même ordre le fera-t-elle?

Si la pression de radiation est assez forte pour mouvoir la particule, la pesanteur le sera également et la particule tendra simplement à tomber à 45° au lieu de tendre à tomber verticalement.

Pour que l'arrachement puisse se produire, il faudrait que la particule soit encore mille ou au moins cent fois plus petite en diamètre afin que la pression de radiation soit mille ou cent fois plus forte que la pesanteur, mais alors nous arrivons bien au-dessous des dimensions moléculaires et même atomiques *et la répulsion ne se produirait même plus.*

Il est curieux de constater qu'ARRHÉNIUS lui-même reconnaît cette difficulté. Aussi recourt-il à un intermédiaire entre le vent et la lumière : « Si, dit-il, une spore de 0^{mm},000 16 de diamètre est chargée de 5 . 10⁻¹⁰ unités électrostatiques, un champ de 140 volts par mètre est suffisant à vaincre l'action de la pesanteur et élever la spore. Un champ électrique d'une telle densité est souvent — presque normalement — observé à la surface de la Terre par temps clair. »

Ceci est fort bien, mais à une altitude de 200 kilomètres, la densité n'est plus qu'un demi-millionième environ de ce qu'elle est au niveau du sol et dès 60 kilomètres, l'air est suffisamment raréfié pour devenir conducteur; la dernière possibilité d'échappement s'évanouit donc.

4° Bien que l'objection précédente soit à elle seule aussi insurmontable que les précédentes, je ne veux pas encore m'y arrêter et supposerai un germe arraché à l'attraction terrestre par la lumière; celle-ci continue son action de répulsion et la vitesse s'accroît constamment. Le calcul montre que pour un germe chassé de la Terre par une répulsion initialement égale à son poids, elle tend vers une limite de 1700 kilomètres par seconde; en

arrivant à la distance de Mars, cette vitesse serait déjà de 1 000 kilomètres par seconde.

Que va-t-il se passer si, précisément, cette particule atteint l'atmosphère de la planète? On peut s'en rendre compte par la comparaison suivante.

Considérons une spore de 0^{mm},0002 de diamètre arrivant d'un autre système vers la Terre et *supposons que la radiation solaire ait abaissé sa vitesse à 170 kilomètres par seconde*; le calcul montre qu'elle commencera à être violemment freinée à 200 kilomètres d'altitude, le sera au maximum à 167 kilomètres où elle subira une « retardation » (accélération retardatrice) égale à 53 000 fois celle de la pesanteur, enfin elle sera complètement arrêtée à 156 kilomètres.

Pour donner une idée de la puissance du freinage, je dirai qu'à 171 kilomètres, il correspond à 60 000 *kilowatts*, soit 82 000 chevaux *par gramme*.

Une particule trois cents fois plus petite en diamètre subirait un sort comparable, sauf naturellement qu'elle pénétrerait moins avant dans l'atmosphère, mais le calcul déjà fait au moyen d'une extrapolation excessive (faute de mieux) dans le cas précédent n'aurait plus ici aucun sens. Je me propose de l'attaquer par une autre méthode quand j'en aurai le temps (1).

L'air se comprime à l'avant du projectile et, pour produire la retardation indiquée, il suffit à la vérité d'une pression excessivement faible en valeur absolue, mais elle est énorme en regard de celle qui règne à l'endroit considéré, de telle sorte que, par simple compression adiabatique, cet air atteindrait la température formidable de 45 000°.

On conçoit sans peine le sort qui est ainsi réservé au projectile, même si la majeure partie de la chaleur produite est absorbée par l'air lui-même.

Nous ne connaissons pas la densité de l'atmosphère martienne, mais le calcul ci-dessus montre que si elle a seulement celle de notre atmosphère à 100 kilomètres, c'est-à-dire 2,5 millièmes de la densité au sol, la spore sera grillée. Si la densité était moindre, ce qui n'est certainement pas, le germe pourrait, selon le cas, être grillé dans l'atmosphère ou venir s'écraser à la surface de la planète où le choc le volatiliserait.

On ne saurait, de toute manière, envisager par ce procédé la moindre possibilité de fécondation de la Terre par Vénus ou de Mars par la Terre ou Vénus; dans son mémoire, ARRHÉNIUS passe cette difficulté complètement sous silence;

5° On a déjà objecté que les radiations ultra-violettes du Soleil tueraient

(1) Depuis la publication de mon dernier livre, je ne l'ai pas encore eu.

immanquablement les germes non protégés par une atmosphère absorbante.

ARRHÉNIUS examine longuement cette question et conclut qu'en l'absence d'humidité et d'oxygène, *certain*s germes résistent. Les expériences sur le sujet ne semblent toutefois pas encore très abondantes et nous connaissons à la lumière ultra-violette une telle puissance de stérilisation qu'il faudrait une importante série de résultats concordants pour bien affirmer que, sous certaines conditions, elle perd cette puissance;

6° Pour le retour, ARRHÉNIUS n'admet pas, comme on le lui prête souvent, la possibilité de transport par les bolides dont la surface est grillée à l'arrivée, mais dont les fissures profondes n'ont pas le temps d'être chauffées. Je pense qu'il a raison d'autant que l'origine des bolides semble devoir être en tous cas catastrophique et que l'on ne voit pas comment ils se seraient initialement peuplés.

Supplémentairement, s'ils sont fissurés, ils éclateront immanquablement sous l'action de la formidable retardation qu'ils subissent et les surfaces mises à nu seront à leur tour grillées et stérilisées.

Ce qu'envisage ARRHÉNIUS c'est la possibilité que les germes chassés rencontrent des « grains de poussière mille fois plus gros » cheminant vers le Soleil en vertu de la gravité, qu'ils se collent à leur surface et qu'ils soient ainsi ramenés centripètement.

J'avoue ne pas me rendre compte comment un germe, cheminant au moins à 1 000 kilomètres par seconde, abordera le grain de poussière sans se volatiliser contre lui et même le volatiliser lui-même, car enfin, si l'un fuit le Soleil tandis que l'autre se précipite vers lui, fût-ce obliquement, ils ne sauraient avoir la même vitesse.

Il y a là dans la théorie un « trou » complet; donc pas de circulation centripète possible;

7° Lorsque les germes vont circuler d'un système à l'autre, ils vont, pendant *des millénaires entiers*, se trouver presque exactement à la température du zéro absolu (-273); que va-t-il alors leur advenir?

Là ARRHÉNIUS est optimiste; il lui semble prouvé que des êtres très simples et particulièrement des spores, peuvent résister à de très basses températures et il considère même que la vitesse des réactions chimiques diminuant très vite avec la température, la vie ralentie des germes sera encore plus ralentie de telle sorte qu'ils ne vieilliraient pas plus « en trois millions d'années à -220° qu'en un jour à 10° »...? Il cite des expériences faites à -252° pendant vingt heures et -200° pendant six mois, mais les derniers 20° de froid à franchir pour atteindre le zéro absolu représen-

tent proportionnellement beaucoup plus que les — 252° franchis; entre une agitation moléculaire réduite au douzième de sa valeur et une agitation moléculaire réduite rigoureusement à rien, *il y a une marge infinie* et entre six mois et trois millions d'années, il y a une marge bien grande encore!

8° Je présenterai enfin un dernier ordre d'objections qui ne semble pas avoir été envisagé :

En admettant que toutes les précédentes objections soient sans valeur, quelle est la probabilité pour que, parmi des germes couvrant la surface de la Terre à raison de un par millimètre carré, un seul parvienne victorieusement dans un autre monde.

J'ai indiqué plus haut la nullité de l'action d'élévation par l'agitation brownienne; bien que les courants aériens soient beaucoup plus efficaces, cela ne veut pas dire encore qu'ils puissent emporter à 200 kilomètres un grand nombre de germes puisqu'il ne semble plus exister de courants verticaux notables au delà de 11 kilomètres.

La probabilité que l'un de ces germes soit arraché par la radiation solaire me parait, elle, rigoureusement nulle. Quoi qu'il en soit, admettons une probabilité non nulle bien que très petite et voici une spore partie vers les espaces infinis.

Tout d'abord, elle ne peut féconder les astres du même système, je l'ai démontré; supposons qu'elle se dirige par coïncidence juste vers une étoile. Si l'on veut exprimer la probabilité de cette occurrence, il faut faire le quotient de la somme des angles solides de la totalité des étoiles vues de notre système par la totalité de l'espace, soit 4π .

On peut avoir une idée de ce rapport en comparant la lumière de la totalité des étoiles visibles la nuit à l'éclat qu'aurait le ciel si le Soleil le remplissait en entier. Ceci revient à peu près à comparer l'éclat de la totalité des étoiles d'un hémisphère à celui de 92 000 soleils; cette probabilité serait de l'ordre de $1,7 \cdot 10^{-15}$ à $4 \cdot 10^{-16}$, c'est-à-dire de deux dixièmes de milliardième de milliardième à quatre dix-milliardièmes de milliardième.

N'importe, supposons le cas favorable réalisé : la spore se dirigeant droit vers l'étoile s'en approche au bout de quelques millénaires de séjour à — 273°, la lumière de l'étoile la freine graduellement et, pour que le ralentissement puisse être considérable, il faut que la particule se dirige presque directement sur l'étoile, faute de quoi elle dévierait sur le côté en décrivant une hyperbole et repartirait pour d'autres millénaires vers les champs glacés des espaces interstellaires.

Que l'étoile considérée ait des satellites refroidis, ceci est par contre

très possible, mais que l'un d'eux soit juste en état d'offrir à la spore un habitat acceptable, voilà une nouvelle probabilité faible.

Ceci n'est rien encore, il faut maintenant que ce satellite ait d'abord le plan de son orbite passant presque exactement par la ligne d'arrivée du germe, nouvelle probabilité infime; il faut ensuite qu'il se trouve sur sa trajectoire juste au point vers lequel la spore se dirige *et ceci à l'instant même* où elle arrive, double probabilité dont chacune est infime.

Enfin il est nécessaire que la spore puisse aborder l'atmosphère du corps avec une vitesse assez réduite pour ne pas s'y griller. Pour cela, il faut qu'elle se soit dirigée non exactement sur le centre de l'étoile, mais *très légèrement* sur le côté, *juste* dans le plan de l'orbite de la planète hospitalière, dans le sens voulu et ceci avec une telle précision, *malgré la dispersion due à la répulsion de radiation*, qu'elle prenne une vitesse à peu près égale à celle de la planète sur son orbite !

Si l'on considère la probabilité totale de réussite de l'opération, qui est le *produit* des probabilités indépendantes ci-dessus, on doit arriver à quelque chose de pis encore que celle pour que nous voyions une brique s'élever toute seule par le mouvement brownien à la hauteur d'un second étage. Pour en donner une idée, je dirai que Jean PERRIN estime qu'il faudrait attendre 10^{100} années pour avoir une chance sur deux d'assister à ce phénomène. La durée ci-dessus est tellement formidable qu'à côté d'elle les temps géologiques et même la durée de formation du système solaire sont absolument négligeables.

Si le nombre de germes arrachés chaque seconde par la lumière à la surface d'un astre était énorme, et comme le nombre des astres peuplés est certainement énorme lui-même, on pourrait peut-être tout de même entrevoir une faible probabilité en faveur de la théorie d'ARRHÉNIUS, mais comme nous l'avons vu, ce nombre de germes arrachés *ne peut pas* être grand *si tant est même qu'il ne soit pas nul*, et la réalité de la panspermie devient aussi improbable que l'élévation automatique de la brique.

Supplémentairement, je remarquerai que l'explication d'ARRHÉNIUS n'explique rien; qu'en réalité elle esquive le problème sans le résoudre, qu'elle le recule vers l'infini du temps, enfin qu'elle laisse subsister une séparation absolue entre la matière vivante et la matière non vivante et, à cette séparation, personnellement, je ne crois pas.

Tout phénomène considéré dans une de ses formes les plus caractérisées semble nettement différent des autres; quand Thalès de Milet, frottant un morceau d'ambre, lui faisait attirer des brins de paille, il ne se doutait

nullement que d'autres matières possédaient la même propriété bien qu'à des degrés très divers. De même ces dernières années, la radioactivité sembla d'abord l'apanage exclusif du radium; maintenant on pense au contraire que toute matière est en réalité radioactive, même quand les moyens prodigieusement sensibles dont on dispose ne le révèlent pas. On a trouvé tous les degrés de radioactivité depuis des corps deux cent mille fois plus actifs encore que le radium (émanations) et d'autres encore davantage, jusqu'à des corps trois millions de fois moins actifs comme l'uranium, qui est lui-même encore des millions de fois plus actif que d'autres éléments.

Autrefois on crut distinguer nettement les animaux des végétaux, mais, sans même parler des mouvements de certaines plantes comme l'héliotrope ou le tournesol ou surtout la dionée dont les feuilles frôlées par une mouche se referment brusquement sur elle, la transpercent de leurs poils aigus et la digèrent, si l'on descend vers le bas de l'échelle on ne peut plus se baser sur aucun critère, ni celui du mouvement, ni celui de la chlorophylle, pour décider si un être est un animal ou une plante; tout ce que l'on voit est que c'est un être vivant: il possède la propriété d'assimiler.

C'est à mon avis du côté de ces êtres inférieurs que nous devons nous tourner pour trouver la clé du mystère.

Mon raisonnement procède par analogie avec ce que la Science nous a maintenant appris; il est le suivant: nous ne connaissons de relations entre les choses que par probabilité; certaines de ces probabilités sont si élevées qu'elles deviennent pour nous une certitude pratique.

Par exemple, je tiens un crayon à la main, si j'ouvre les doigts, tombera-t-il? La théorie cinétique des gaz répond: ce n'est pas sûr, mais la probabilité est si élevée qu'elle pourrait à peine s'écrire en chiffres décimaux. Je conclus que je puis ouvrir les doigts avec la « certitude pratique » que le crayon tombera.

Pour l'origine de la vie, je raisonnerai de même: la probabilité pour qu'un phénomène aussi répandu ait une origine accidentelle, c'est-à-dire improbable, est certainement très faible, donc j'admets avec peu de chances d'erreur que cette origine constitue un phénomène aussi peu exceptionnel que la vie elle-même.

Au fond, quel est l'état de la question?

Avant l'existence du microscope les hommes, croyant pouvoir se fier à leurs sens, admettaient la génération spontanée parce que leurs yeux ne leur révélaient pas l'existence des germes. Depuis la découverte du microscope et *se fiant encore à leurs sens sans s'en douter*, ils nient toute possibilité

de génération spontanée parce qu'ils ont *vu* les germes au microscope et parce qu'ils ne voient pas d'êtres vivants *visibles au microscope* prendre naissance en l'absence de germes. La question pourrait fort bien être beaucoup moins simple, ce qui la rendrait beaucoup plus claire.

Tout d'abord, quelle peut être la signification profonde de la constitution cellulaire de tous les êtres vivants?

Pour qui réfléchit, il est difficile de ne pas être frappé de l'analogie entre ces derniers et les cristaux : forme définie des espèces, développement d'un germe, accroissement d'une colonie; cette analogie est si impérative que c'est par l'étude des cristaux que PASTEUR fut conduit à celle des levures, puis à celle des autres êtres unicellulaires, vivant ou non en colonies.

Les analogies macroscopiques des espèces végétales et des espèces cristallines sont frappantes.

De ce point de vue la cellule semblerait pouvoir être la molécule de la matière protoplasmique, molécule géante, mais probablement bien définie dans son effroyable complication chimique, et celles d'une espèce déterminée seraient toutes fondées sur un groupement de base, caractéristique de l'espèce. Les cellules d'un même organe seraient caractérisées par des chaînes latérales particulières greffées sur le groupement fondamental et l'ensemble de l'être ne serait en somme qu'un cristal composé lui-même d'organes-cristaux; tout ceci étant naturellement fort schématique et devant peut-être se rapporter au noyau seul.

Les différences de volume pourraient résulter de ce que ces grosses molécules seraient pour ainsi dire « diluées » dans un liquide de support, en quelque sorte « en solution ». Au surplus la cellule ou le noyau pourraient être un « cristal » contenant un petit nombre de molécules, ce nombre pouvant varier entre deux limites assez voisines.

Le noyau cellulaire est-il électrisé positivement et le protoplasme qui l'entoure négativement, reproduisant ainsi la disposition atomique? Si des spermatozoïdes ou anthérozoïdes, presque uniquement nucléaires, sont chargés d'un seul ion positif et les ovules ou oosphères inversement, quelle intensité de champ communiquera un déplacement sensible à leur masse proportionnellement énorme? Quelles désorganisations chimiques un tel champ produira-t-il? Depuis le temps que j'y songe, je n'ai encore entrevu aucune possibilité expérimentale.

De toute façon des molécules aussi énormes que les cellules organiques doivent avoir sur certains points des propriétés fort différentes de celles des plus grosses molécules organiques dont la formule nous soit accessible.

On voit la lacune énorme qui existe entre la molécule d'acide oléique, par exemple, et le plus petit *Bacillus Influenzæ*, 20 000 000 de fois plus lourd.

Pour bien faire comprendre ce que représenterait comme complexité une cellule-molécule, je ne prendrai pas comme base de comparaison l'électron, ni même l'atome d'hydrogène 1835 fois plus pesant, mais l'atome d'azote quatorze fois plus pesant encore que l'atome d'hydrogène. Ce choix est justifié par l'égalité de poids atomique entre cet élément et le groupement C_2H_5 qui est un constituant si fréquent des composés organiques, l'oxygène $O = 16$, ayant lui-même un poids atomique très voisin.

Les différents bacilles ci-dessus considérés peuvent contenir les nombres suivants d'atomes ou groupements du poids atomique pris comme base :

<i>Bacillus Influenzæ</i> , min.	313 000 000
— max.	5 400 000 000
<i>Bacillus Putschlii</i> , min.	245 000 000 000
— max.	615 000 000 000 000

Si l'on ne voulait considérer que le noyau des cellules, il faudrait diviser ces chiffres à peu près par 10. Même dans ce cas, cherchons à imaginer le nombre de combinaisons possibles, par exemple entre 35 000 000 de groupes unitaires d'une dizaine seulement d'espèces différentes. Ce nombre serait encore plus affreux que ceux dont il a été parlé relativement au nombre d'années qu'il faut attendre pour avoir une chance sur deux de voir une brique monter toute seule au second étage.

Ainsi la complexité possible dans le plus petit microbe visible est si grande que l'esprit ne saurait même la saisir et une cellule-molécule peut et doit posséder des propriétés infiniment différentes de celles des plus grosses molécules organiques inanimées connues.

De même que les électrons du noyau des atomes légers sont liés par des forces invincibles, tandis que ceux des atomes lourds présentent une probabilité constante d'échappement et que les électrons extérieurs sont si libres qu'ils peuvent participer aux réactions chimiques ou aux courants électriques, de même probablement, dans un édifice aussi énorme qu'une cellule-molécule, les différents radicaux chimiques jouissent d'équilibres infiniment délicats et subtils, permettant aux liaisons de changer constamment et aboutissant finalement à un équilibre statistique ou équilibre mobile par lequel la vie se manifeste à nous, *équilibre mobile qui est la vie elle-même*.

Dans sa forme la plus élevée, il n'est plus discutable que la vie ne saurait

se transmettre que par filiation et la preuve est faite que ces énormes et délicats édifices chimiques ne se construisent pas spontanément à partir des éléments ni même à partir des composés organiques « inanimés »; ils s'engendrent ou se reproduisent.

Depuis quelque temps cependant, on a été conduit à envisager l'existence d'êtres vivants ultra-microscopiques, c'est-à-dire si petits qu'on ne peut les voir au microscope et assez petits pour traverser les filtres. Si l'on se reporte à l'échelle de grandeur ci-dessus, on voit que ses êtres tombent dans la lacune qui existe entre les plus petits de ceux que nous pouvons voir et les plus grosses molécules organiques inanimées.

Si le nombre des combinaisons possibles augmente formidablement avec le nombre des grandeurs combinables, il décroît de même et de tels êtres ne *peuvent pas* être aussi compliqués que les microbes visibles; plus leur taille diminue, plus leurs propriétés doivent *obligatoirement* se simplifier, plus leur vie devient *nécessairement* rudimentaire, plus elle se rapproche des phénomènes physico-chimiques proprement dits, notamment de ceux de la catalyse.

Cela est si vrai que, pour les bactériophages par exemple, la question « sont-ce des êtres vivants? » s'est immédiatement posée.

D'IIÉRELLE qui les a découverts dit « oui, car ils sont sécables *ad infinitum* sans rien perdre de leurs propriétés et ceci n'est possible que pour des êtres vivants qui se multiplient; cela ne se produit pas pour des pepsines ni des enzymes »; BRONFENBRENNER, de l'Institut Rockefeller, répond « non, car j'ai expérimentalement démontré qu'ils ne respirent pas ».

Pour ma part, je crois simplement que, plus les exemples se multiplieront dans cette région intermédiaire, plus on devra reconnaître qu'on se trouve là sur les confins où le passage du vivant à l'inerte se fait par degrés insensibles. Je suis convaincu que c'est *là* qu'il faut rechercher les origines de la vie, je suis convaincu que c'est *là* qu'elle a pris naissance par degrés également insensibles, je suis convaincu *que la vie*, par des enchaînements de phénomènes physico-chimiques purs, *continue tous les jours à naître de l'inerte sous nos yeux aveugles et nos microscopes impuissants*, et je nommerai cette théorie « l'aïdiogénèse physico-chimique » (ἀίδιος, éternel, perpétuel — γένεσις, génération, création).

D'innombrables corps doivent se produire ainsi, peut-être partiellement sous l'influence de la lumière; certains ne présentent que des propriétés osmotiques banales, d'autres une sensibilité plus particulière aux modifications des conditions extérieures; un embryon d'évolution s'ébauche, les

architectures chimiques se compliquent; sur les trillions de trillions de molécules qui se forment ainsi chaque seconde sur la Terre, la presque totalité se détruit, mais il suffit que, parmi cette multitude, quelques unités subsistent, dont la composition soit telle que l'évolution ébauchée aboutisse à une forme chimique douée du pouvoir d'assimilation et une nouvelle série vivante s'amorce....

Pour en revenir aux probabilités, je dirai que, même si de tels corps sont en petit nombre, la nature prodigue tant de milliards d'essais que la probabilité de leur formation devient appréciable. Dans ma pensée l'effort d'évolution dans cette zone intermédiaire doit être au moins comparable à celui qui peut exister pour passer des bactéries aux plantes ou aux animaux supérieurs; elle exige probablement des durées géologiques entières sans nous laisser la moindre trace.

Le mot « effort d'évolution » que je viens d'employer appelle une explication: je n'ai pas voulu parler d'un effort volontaire tendant vers un but prédéterminé. Je ne crois pas aux causes finales et la Science n'a fait un énorme bond en avant que lorsqu'on a abandonné cette hypothèse des causes finales et celle de la transmission des forces à distance.

L'apparence des choses nous rend très difficile de nous affranchir d'idées qui ont gouverné les conceptions humaines dès leur début par le fait de cette apparence même et qui ont graduellement façonné notre cerveau au cours de notre évolution ancestrale.

Il faut bien nous rendre compte de ceci : si un être donne naissance à deux êtres *a* et *b* qui, tout en ayant une même hérédité, présentent par variation individuelle une certaine propriété *P* à des degrés différents; si cette propriété *P* a une influence sur la probabilité de survie de *a* et *b*, mais si l'on ne considère que ces deux témoins comme on est tenté de le faire, il pourra parfaitement se trouver que ce soit précisément celui qui a le plus de chance de survie qui disparaisse le premier. Si au contraire on considère dans une espèce composée de millions (souvent de trillions) d'individus, l'ensemble *A* des êtres présentant le caractère *a* et de même l'ensemble *B* des êtres *b*, alors les choses changent, la loi des grands nombres joue, la classe *A* se développe par exemple et la classe *B* se réduit, puis s'éteint et nos yeux ont l'*illusion* que la propriété *P* a été délibérément *voulue* dans un but de perpétuation de l'espèce.

Si mes idées sont justes, des protomolécules organisées identiques, nées indépendamment, mais soumises aux mêmes influences de milieu, doivent pouvoir évoluer dans le même sens et donner séparément naissance à des

êtres de même espèce comme la combinaison de molécules distinctes de H_2 et de O_2 donnent naissance à des molécules identiques de H_2O . Ces êtres de même espèce et d'origine différente se développeraieut ensuite identiquement et paraîtraieut de la même souche. Ceci, cependant, ne serait plus possible pour les stades ultérieurs plus compliqués.

Selon ma conception, il n'est donc plus nécessaire d'attribuer la même origine à *tous* les êtres vivants.

Je ne veux pas dire par là que je discute des filiations indiscutables (celle des vertébrés par exemple) auxquelles la loi de Fritz MÜLLER : « l'Ontogénie est parallèle à la Phylogénie » s'applique sans discussion. Je ne veux même pas dire qu'il ne soit infiniment probable que tous les artiozoaires présentant au moins à une phase de leur développement des traces de métamérisation n'aient pour ancêtres communs des vers, mais je veux dire que les phytozoaires et les végétaux pourraient fort bien correspondre à d'autres origines et même à des origines multiples.

Si ma conception de « l'aïdiogénèse physico-chimique » est exacte, la probabilité que les astronautes rencontrent la vie sur Mars et sur Vénus équivaut pratiquement à une certitude. Les éléments chimiques dont cette vie peut disposer étant les mêmes, ils devront y trouver des êtres *analogues par leurs caractères profonds*, aux êtres terrestres, « fonctionnant en quelque sorte sur les mêmes principes généraux », bien que considérablement *différents par leur forme et leurs caractères secondaires*.

Pour être complet, je dois encore mentionner un mode d'ensemencement des mondes que je serais impardonnable d'oublier ici :

Dans l'état actuel de notre Science terrestre et en mettant les choses au pis, il semble bien que les hommes devraient être en état d'aller visiter leurs voisins au moins d'ici quelques siècles. Ils y porteront leurs microbes avec eux et si ce monde est stérile, il pourra être ainsi fécondé.

Mars semble plus avancé que nous dans son évolution... les Martiens n'auraient-ils pas été en état de nous rendre visite il y a quelque centaines de millions d'années? Ne serions-nous alors que leurs descendants ou plutôt les descendants de leurs microbes?

Il me faut avouer que cette explication de notre origine ne me semble pas présenter un haut degré de probabilité, et c'est pourquoi je l'ai reléguée à la fin. Elle serait même impossible selon les remarquables conceptions de M. Emile BÉLOR pour qui tous les satellites du Soleil et le Soleil lui-même se sont formés en un laps de temps très court.

CHAPITRE VIII

Conclusions.

Ceux qui auront le courage ou la bonté de lire ce livre, après avoir lu déjà celui que je publiais il y a deux ans, seront peut-être surpris de la rapide évolution de mes idées et de mes conclusions. Très franchement, j'avouerai que cela tient en grande partie à ce qu'il y a deux ans je n'étais pas au courant des travaux des Allemands et plus particulièrement de ceux de Hermann OBERTH. L'examen de son ouvrage devait être la cause première de cette évolution qui fut complétée par mes travaux personnels subséquents. J'espère que ceux-ci m'ont fait largement rattraper mes devanciers; mais de ceci, c'est le lecteur qui est juge et non moi.

Dans mes anciennes conclusions, je n'envisageais de solution que par l'hydrogène atomique, mais je n'étais pas précisément optimiste sur la possibilité de son usage. Même en admettant qu'il se laisse manier, qu'advient-il de chambres parcourues par des gaz à 6000° au moins et de tuyères où ces gaz prendraient une vitesse de quelque 10 kilomètres par seconde ?

Aujourd'hui, grâce aux indications d'OBERTH et aux déterminations précises auxquelles aboutissent mes Chapitres III et IV, tout est changé; plus n'est besoin de ce corps inquiétant ni de ces températures formidables; le simple mélange oxygène-hydrogène met le problème à portée de notre main sans dépasser 2800°C.

Quand je dis « à portée de notre main », je ne vais pas jusqu'à dire qu'il ne faudra pas tendre cette main, et même terriblement allonger le bras... mais, enfin, notre Science a maintenant le bras beaucoup plus long.

Bref ma conclusion est aujourd'hui que, si l'on pouvait réunir les fonds nécessaires, il est infiniment probable que le voyage de la Lune et retour serait effectué avant dix ans, comme je l'ai déjà dit plus haut.

La grosse crainte que je manifestais au sujet de la suppression prolongée

de tout champ gravitant n'est pas, elle, complètement évanouie. Il semble peu probable que l'on puisse appliquer l'ingénieuse idée de M. DEISCH à ces premiers astronefs dont la réalisation sera tellement à la limite de nos possibilités.

Avant d'effectuer le voyage de la Lune, on commencera du reste par des performances moins difficiles; il est hors de doute que leur succession sera à peu près la suivante : des fusées non montées, mais munies d'appareils enregistreurs, seront d'abord expédiées jusque vers 50 ou 70 kilomètres de haut (il semble du reste que le Professeur GODDARD ait déjà fait des tentatives de ce genre, mais il n'en a pas publié les résultats); elles nous renseigneront sur les propriétés et la composition de la couche de Heaviside; l'atterrissage aura lieu au moyen de parachutes.

Puis viendront des ascensions montées, au moyen de fusées munies de petits ailerons leur permettant de partir et d'atterrir en planant; au début, le pilote dirigera surtout son appareil en distance, puis il braquera de plus en plus son gouvernail à la montée et « tâtera » graduellement de la sensation que l'on éprouve « en chute libre ». De cette manière, la « chute libre » ne sera d'abord que partielle, le pilote subissant encore une fraction de la pesanteur normale, puis il accentuera sa lancée vers le haut et éprouvera enfin la sensation complète. Des appareils enregistreurs noteront les variations de fréquence de son pouls et de sa respiration; il rendra compte lui-même de ses impressions et l'on sera enfin fixé sur la nature et l'intensité de ce mal « astronautique » qui, dans notre ignorance actuelle, nous semble devoir être si redoutable.

Il est du reste très possible que les organismes qui résistent victorieusement au mal de mer ou au mal de l'air (comme PÉGOURD qui volait sans gêne la tête en bas !) résistent également bien au mal « de l'éther » et c'est même probable ; il est malheureusement probable aussi que ceux qui sont sujets aux premiers ne soient pas exempts du dernier et l'auteur regrette vivement de devoir se classer dans cette catégorie déshéritée.

Si ces pronostics physiologiques se vérifient, nous verrons alors le « record de hauteur » monter graduellement... jusqu'à la Lune. Notons du reste que, lorsqu'on aura atteint quelques milliers de kilomètres, « le plus fort sera fait » et que l'on pourra s'attaquer dès lors au voyage lunaire. Ensuite viendra la question de se poser sur la Lune, mais ceci aggrave beaucoup les difficultés en posant une quantité de problèmes supplémentaires sur lesquels je ne m'étendrai pas ici car ce serait vraiment un peu prématuré.

Quoi qu'il en soit, les voyages interplanétaires deviendront certain.e-

ment praticables, sans aucune sensation désagréable ni risque physiologique, le jour où nous saurons disposer à volonté de l'énergie intra-atomique. Alors une accélération artificielle remplacera constamment celle de la pesanteur absente et les voyages se feront plus confortablement qu'avec nos sleepings ou nos grands bateaux modernes puisque, dans les champs immenses de l'éther, aucune irrégularité de surface ne viendra secouer les voyageurs.

Malheureusement, quels que soient les admirables progrès faits dans la connaissance de l'architecture des atomes simples de l'hydrogène et de l'hélium, on se trouve arrêté déjà par la complication de celui du lithium; que sera-ce lorsqu'il faudra aborder celle des éléments de plus en plus lourds?

Il est possible que l'énergie intra-atomique qui, à notre échelle, *paraît* devoir se présenter sous une forme parfaitement désordonnée, comme l'énergie calorifique, ne soit utilisable que sous des conditions restrictives constituant en quelque sorte une extension du principe de Carnot.

Même en ce cas, nous pourrions avoir bon espoir du fait que cette énergie intra-atomique est en général quelque cent mille fois plus grande par unité de masse que celle de l'hydrogène atomique et ceci en ne considérant que l'énergie libérée dans les transmutations radioactives (par exemple par le radium pendant sa vie entière).

Si nous arrivions à disposer de la totalité de l'énergie qui constitue la matière, énergie que j'appellerai intra-corpusculaire et qui est elle-même presque dix mille fois plus grande encore, nous aurions devant nous des possibilités nouvelles, mais à condition de savoir non seulement extraire l'énergie des transmutations atomiques, mais de savoir encore détruire les deux corpuscules de l'atome d'hydrogène eux-mêmes jusqu'à leur dernier erg sans nous faire sauter, et avec nous le globe terrestre tout entier.

Quelle fraction de toutes ces hypothèses verrons-nous se réaliser? Il est impossible de le dire aujourd'hui, bien que, du train dont vont les choses me voici déjà conduit à admettre que nous avons de fortes chances d'assister à l'accomplissement du voyage de la Lune que je considérerais comme quasi-utopique il y a seulement deux ans.

Les physiciens ne chôment pas et, malgré la difficulté qui nous arrête dès que les atomes se compliquent, une première lueur vient de jaillir récemment, nous indiquant une propriété magnétique de ce noyau atomique qui nous était demeuré jusqu'ici un monde interdit. Les sourires sceptiques des ignorants n'arrêtent pas le progrès de la Science et cette nouvelle acquisition de connaissance sera suivie de bien d'autres.

Le prix REP-HIRSCH.

Pour provoquer dans le monde un mouvement d'intérêt et susciter le progrès dans la voie nouvelle, j'ai convié mon ami André HIRSCH à se joindre à moi pour fonder un *Prix International d'Astronautique* que nous avons prié la Société Astronomique de France de distribuer chaque année. Dans ce but la Société a créé dans son sein un « Comité d'Astronautique » dont la composition est la suivante :

<i>Président</i> : M. le Général G. FERRIÉ,	}	Membres de l'Institut.
<i>Vice-Présidents</i> : MM. JEAN PERRIN, E. FICHOT,		
<i>Membres</i> : MM. H. DESLANDRES, G. URBAIN, CH. FABRY,		
R. SOREAU, Ancien Président de la Société des Ingénieurs. Civils de France.		
CH. MAURAIN, Doyen de la Faculté des Sciences de Paris.		
J.-H. ROSNY aîné.		
J. BAILLAUD, Astronome à l'Observatoire de Paris.		
EM. BELOT.		
JOS. BETHENOD.		
CHARBONNIER, Ingénieur général de la Marine.		
H. CHRÉTIEN, Professeur à l'Institut d'Optique.		
E. ESCLANGON, Directeur de l'Observatoire de Strasbourg.		
LÉON GAUMONT.		
A. LAMBERT, Astronome à l'Observatoire de Paris.		
<i>Et les Donateurs</i> : MM. ROBERT ESNAULT-PELTERIE.		
ANDRÉ HIRSCH.		

Pour 1928, ce Comité décerna le prix à M. Hermann OBERTH, pour son travail « DIE RAKETE ZU DEN PLANETENRÄUMEN » et attribua deux mentions, l'une à M. Walter HOHMANN, pour son livre « DIE ERREICHBARKEIT DER HIMMELSKÖRPER », l'autre à M. DEISCH pour son étude approfondie des difficultés physiologiques du problème et de leur solution.

Nous espérons vivement que notre encouragement continuera à stimuler les recherches sérieuses et fera avancer la Science nouvelle aussi rapidement que celle de l'aviation née d'hier.

Ultimes anticipations.

Supposons maintenant que les physiciens viennent à bout de toutes les difficultés; que non seulement ils réussissent à maîtriser l'énergie intra-atomique, mais qu'ils apprennent à désintégrer, comme je le disais, les cor-

puscules positifs et négatifs jusqu'à leur dernier erg; quelles possibilités s'offriraient alors aux hommes?

Pourraient-ils prétendre à visiter tous les mondes du système solaire? Leur curiosité pourrait-elle s'étendre plus loin, jusqu'à d'autres systèmes stellaires de la Voie Lactée? Leur ambition serait-elle autorisée à pousser jusqu'à ces autres Voies Lactées, ces Galaxies imperceptibles et immenses qui flottent dans l'espace à des millions ou des milliards d'années de lumière de nous?

Ces dernières questions semblent absurdes eu égard à la brièveté d'existence du pauvre microbe humain perdu dans les immensités de l'espace et du temps; examinons-les cependant à la lumière de l'analyse mathématique et de la théorie de relativité d'EINSTEIN :

Considérons un premier système d'axes lié à l'observateur (système O), dont les symboles ne seront pas accentués, puis un système M mobile par rapport au premier et dont les symboles seront accentués.

Les axes seront disposés à la manière ordinaire, coïncidant à l'instant initial, $t = t' = 0$, $x = x' = 0$; la vitesse dont le système M est animé par rapport au système O sera dirigée suivant Ox , de telle sorte que les axes Ox et Ox' demeurent en coïncidence.

A l'instant t , je supposerai l'astronave animée, par rapport au système O, de la vitesse V dans le sens des x positifs et je donnerai précisément au système M une vitesse égale et constante.

Soit maintenant un point matériel immobile à l'instant t dans le système M; sa masse dans ce système sera sa masse au repos que j'appellerai m_0 . Si je lui applique une force qui, dans le système M ait pour grandeur F' et soit par exemple dirigée dans le sens des x et des x' positifs, j'aurai, dans le système M

$$m_0 \frac{d^2 x'}{dt'^2} = F' \quad . \quad (\text{VIII. } 0)$$

Je rappelle les équations de transformation de LORENTZ :

$$x' = \frac{1}{\alpha} (x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{1}{\alpha} \left(t - \frac{vx}{c^2} \right) \quad , \quad (\text{VIII. } (1) (2) (3) (4))$$

$$x = \frac{1}{\alpha} (x' + vt'), \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{1}{\alpha} \left(t' + \frac{vx'}{c^2} \right) \quad , \quad (\text{VIII. } (1') (2') (3') (4'))$$

ou v est la vitesse du mobile, c celle de la lumière, et où

$$\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad . \quad (\text{VIII. } 5)$$

De (VIII. 1) et (VIII. 4), je tire

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} \quad (\text{VIII. 6})$$

$$\frac{d^2x'}{dt'^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} \right) \frac{1}{x \left(1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt} \right)} = x^3 \frac{d^2x}{dt^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt} \right)^3} \quad (\text{VIII. 7})$$

Si je ne considère que ce qui se passe pendant l'intervalle de temps infiniment petit dt qui suit immédiatement l'instant t , j'ai à un infiniment petit près,

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (\text{VIII. 8})$$

et (VIII. 7) devient finalement

$$\frac{d^2x'}{dt'^2} = \frac{1}{x^3} \frac{d^2x}{dt^2} \quad (\text{VIII. 9})$$

On peut maintenant supposer que les astronautes ont choisi, pour des raisons physiologiques, une accélération constante égale à celle g de la pesanteur; pour simplifier le calcul, je supposerai qu'ils règlent constamment leur moteur à réaction de manière à conserver l'égalité

$$\frac{d^2y'}{dt'^2} = g = \text{Constante} \quad (\text{VIII. 10})$$

Ceci revient à dire qu'ils quitteraient la Terre avec une accélération initiale de propulsion égale à $2g$, leur donnant la sensation de peser le double de leur poids normal puisqu'ils feraient graduellement décroître l'action du propulseur de telle sorte que (VIII. 10) demeure constamment satisfaite malgré la diminution graduelle du champ gravitant terrestre.

Dans ces conditions et en vertu de (VIII. 9), on a

$$\frac{d^2x}{dt^2} = x^3 g \quad (\text{VIII. 11})$$

relation qui est valable pour un intervalle de temps dt , assez petit pour que la vitesse $\frac{dx}{dt}$ du mobile ne varie que d'un infiniment petit, c'est-à-dire qu'il n'ait pris dans le système M qu'une vitesse $\frac{dx'}{dt'}$ infiniment petite.

Ceci est toujours possible puisqu'on peut prendre dt aussi petit que l'on veut et, passant à la limite, on voit que la relation (VIII. 11) reste vraie

à chaque instant si le système M est maintenant lié à l'astronef; c'est ce dernier cas qui sera seul considéré dorénavant.

En se reportant à (VIII. 4) et (VIII. 4'), et comme maintenant $\frac{dx'}{dt'} = 0$, on voit que l'on a

$$\frac{dt'}{dt} = \alpha \quad \text{et} \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\alpha} . \quad (\text{VIII. 12})$$

Tenant compte de ce que α est devenu une fonction de t , on peut vérifier que l'on a

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\alpha} \frac{dx}{dt} \right) = \frac{1}{\alpha^3} \frac{d^2x}{dt^2} , \quad (\text{VIII. 13})$$

valable à chaque instant pour un système accéléré.

Il résulte de là que, pour un système M subissant une accélération g , constante dans ce système,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\alpha} \frac{dx}{dt} \right) = g , \quad \text{d'où} \quad \frac{dx}{dt} = g\alpha t + \text{Constante} . \quad (\text{VIII. 14})$$

Si je choisis comme conditions à l'origine $\frac{dx}{dt} = 0$, pour $t = 0$, la constante d'intégration est nulle; or, dans le cas où le système M est lié à l'astronef, $\frac{dx}{dt} = v$, de telle sorte que l'on a

$$v = g\alpha t . \quad (\text{VIII. 15})$$

Si l'on remonte à (VIII. 5), on voit que

$$t = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{c^2}}} , \quad (\text{VIII. 16})$$

ou

$$v = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{g^2 t^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{dx}{dt} . \quad (\text{VIII. 17})$$

De cette dernière équation l'on tire

$$dx = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{g^2 t^2} + \frac{1}{c^2}}} dt , \quad (\text{VIII. 18})$$

qui peut s'écrire

$$dx = \frac{c}{g} \frac{g^2 t}{\sqrt{c^2 + g^2 t^2}} dt . \quad (\text{VIII. 19})$$

De là, avec la condition initiale $x = 0$ pour $t = 0$,

$$x = \frac{c}{g} \left(\sqrt{c^2 + g^2 t^2} - c \right) \quad (\text{VIII. 20})$$

et l'on voit que pour t très grand x tend vers ct .

De (VIII. 5), (VIII. 12) et (VIII. 17), je tire maintenant

$$dt = \frac{c}{\sqrt{c^2 + g^2 t^2}} dt' \quad , \quad (\text{VIII. 21})$$

que j'écrirai

$$dt' = \frac{c}{g} \frac{d(gt)}{\sqrt{c^2 + g^2 t^2}} \quad , \quad (\text{VIII. 22})$$

d'où, avec les conditions initiales $t' = 0$, pour $t = 0$,

$$t' = \frac{c}{g} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{g}{c} t + \sqrt{1 + \frac{g^2}{c^2} t^2} \right) \quad . \quad (\text{VIII. 23})$$

Vérification. — L'élément d'intervalle d'univers mesuré dans les deux systèmes doit avoir la même valeur, c'est-à-dire que, dans le cas présent

$$ds^2 = -dx^2 + c^2 dt^2 \quad \text{doit évaluer} \quad ds'^2 = c^2 dt'^2 \quad , \quad (\text{VIII. 24})$$

on doit donc avoir

$$c^2 (dt^2 - dt'^2) = dx^2 \quad . \quad (\text{VIII. 25})$$

D'après (VIII. 24), ceci équivaut à

$$c^2 dt'^2 \left(1 - \frac{c^2}{c^2 + g^2 t^2} \right) = dx^2 \quad , \quad (\text{VIII. 26})$$

ou

$$dt' \frac{cgt}{\sqrt{c^2 + g^2 t^2}} = dx \quad , \quad (\text{VIII. 27})$$

ce qui est précisément l'équation (VIII. 19).

Supposons maintenant que les astronautes ignorent les lois de la relativité; sachant qu'ils sont soumis à l'accélération constante g , ils vont s'imaginer que leur mouvement suit la loi

$$v = gt \quad , \quad x = \frac{1}{2} g t^2 \quad . \quad (\text{VIII. 28})$$

Pour atteindre la distance X , ils s'imagineront donc employer un temps

$$T = \sqrt{\frac{2X}{g}} \quad . \quad (\text{VIII. 29})$$

Si le voyage est assez long, ils penseront avoir atteint la vitesse de la lumière au bout du temps $t' = c/g$ (presque un an : 354,2 jours avec $g = 981$ c.g.s.), puis l'avoir dépassée.

L'équation (VIII. 20) montre qu'en réalité, dans le système de l'observateur, ils emploieront un temps

$$t = \sqrt{\frac{X^2}{c^2} + 2 \frac{X}{g}} \quad , \quad (\text{VIII. 30})$$

c'est-à-dire, dans leur système propre, d'après (VIII. 23)

$$t' = \frac{c}{g} \mathcal{L} \left[\frac{g}{c} \sqrt{\frac{X^2}{c^2} + \frac{2X}{g}} + \sqrt{1 + \frac{g^2}{c^2} \left(\frac{X^2}{c^2} + \frac{2X}{g} \right)} \right] \quad (\text{VIII. 31})$$

soit

$$t' = \frac{c}{g} \mathcal{L} \left[\sqrt{\frac{g^2 X^2}{c^2} + 2 \frac{gX}{c^2}} + \left(\frac{gX}{c^2} + 1 \right) \right] \quad , \quad (\text{VIII. 32})$$

de telle sorte que le rapport entre le temps qu'ils emploieront réellement dans leur système et le temps qu'ils escomptaient sera

$$\frac{t'}{T} = \frac{\mathcal{L} \left[\sqrt{\frac{g^2 X^2}{c^2} + 2 \frac{gX}{c^2}} + \left(\frac{gX}{c^2} + 1 \right) \right]}{\sqrt{2 \frac{gX}{c^2}}} \quad (\text{VIII. 33})$$

Quand X devient très grand, cette expression tend vers

$$\frac{t'}{T_{\infty}} = \frac{\mathcal{L} \left(\frac{2gX}{c^2} \right)}{\sqrt{2 \frac{gX}{c^2}}} \quad , \quad \text{c'est-à-dire vers 0.} \quad (\text{VIII. 34})$$

Au contraire, quand X tend vers 0, elle tend vers

$$\frac{t'}{T_{\text{int}}} = \frac{\mathcal{L} \left[\sqrt{2 \frac{gX}{c^2}} + 1 \right]}{\sqrt{2 \frac{gX}{c^2}}} \quad , \quad \text{c'est-à-dire vers 1.} \quad (\text{VIII. 35})$$

Il est extrêmement remarquable que la durée apparente du trajet dans le système des astronautes est toujours inférieure à celle prévue par la mécanique ancienne où la vitesse peut dépasser celle de la lumière et ceci d'autant plus que la distance et la durée augmentent.

Résultats numériques.

Pour simplifier les calculs, je prendrai pour unité de longueur

$L = \frac{c^2}{g} = 9,18.10^{17}$ centimètres = 918.10^{19} kilomètres. Cette unité présente

l'avantage supplémentaire d'être très voisine de l'unité astronomique « année-lumière » qui égale $9,467.10^{17}$ cm.

Je comparerai les différents temps nécessaires à atteindre une certaine distance, prédéterminée dans le système de l'observateur d'où les astronautes sont partis :

T de la formule (VIII. 29) sera le temps qu'ils croieront devoir mettre s'ils ignorent les lois de la relativité ;

t , celui qu'ils mettront réellement dans le système de l'observateur ;

t' , celui qu'ils mettront réellement dans le système de référence lié à leur astronef.

Tous ces temps seront comptés en années tropiques = $3,1556.10^7$ sec.

TABLEAU XXVIII

X =	L	2 L	5 L	10 L	100 L	1 000 L	10 000 L
$T =$	1,370	1,936	3,065	4,33	13,70	43,3	137
$t =$	1,680	2,740	5,720	10,6	97,70	969	9690
$t' =$	1,276	1,710	2,400	2,99	5,14	7,37	9,61

On voit le gain formidable réalisé par la loi de relativité, non seulement par rapport à la durée dans le système O, mais encore sur la durée « euclidienne » supposant que la vitesse de la lumière est dépassée.

Il semble que la vitesse « dans l'espace » procure ainsi en quelque sorte « une vitesse dans le temps », mais malheureusement avec une seule direction possible : vers l'avenir.

Travail et matière consommés.

Le système de l'observateur sera maintenant celui de l'astronef et le système mobile sera tout d'abord lié à un corpuscule (électron ou proton) déterminé.

L'équation (VIII. 13) s'applique et l'impulsion à chaque instant a pour expression, dans le système de l'astronef :

$$F \cdot dt = d \left(\frac{m_0}{x} \frac{dx}{dt} \right) . \quad (\text{VIII. 13})$$

Si j'appelle v la vitesse finale d'expulsion des corpuscules à la sortie du propulseur et si je considère celui-ci comme fonctionnant à régime perma-

ment, il est facile d'exprimer l'impulsion qu'il communique à chaque instant à l'astronef.

Je considérerai un nombre déterminé ν de corpuscules qui, à l'instant t , sont compris entre deux plans A et B normaux aux lignes de courant et fixes par rapport au moteur à réaction.

A est un plan que la matière à désintégrer ou les corpuscules traversent

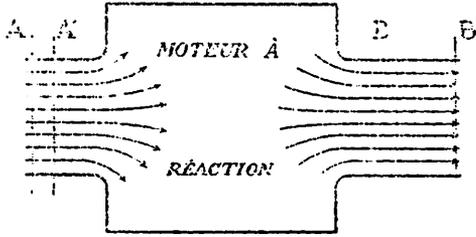


Fig. 19.

à une vitesse très faible tandis que B est un plan que les corpuscules traversent avec leur vitesse finale d'expulsion v .

Les corpuscules qui, à l'instant t , se trouvaient respectivement dans les plans A et B vont, à l'instant $t + dt$, se trouver respectivement dans les plans infiniment voisins A' et B'.

En raison du régime permanent, le nombre des corpuscules compris entre les plans A' et B est le même dans les deux cas, et, dans chacun des éléments du volume que limitent ces deux plans, il y a le même nombre de corpuscules animés respectivement de la même vitesse; la quantité de mouvement de cette portion commune du volume n'a donc pas changé.

De ce qui vient d'être dit, il résulte encore que le nombre de corpuscules compris entre les plans A et A', d'une part, et les plans B et B', de l'autre, est le même; j'appellerai δm_0 leur masse totale au repos.

Tout se passe finalement comme si la masse δm_0 était, pendant l'intervalle de temps δt , passée d'une vitesse pratiquement nulle à la vitesse v , la quantité de mouvement ainsi acquise étant indépendante de la loi $F = f(t)$ qui a été réellement suivie si l'on considère un corpuscule déterminé. Il est donc loisible de sommer (VIII. 13) comme si F était constamment égal à sa valeur moyenne; cette sommation, effectuée pendant l'intervalle de temps δt et compte tenu de ce que $dx/\delta t = v$, donne

$$F \delta t = \frac{\delta m_0}{\alpha} v \quad . \quad \text{(VIII. 13 a)}$$

Mais

$$\frac{v}{z} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}}} \quad (\text{VIII. 36})$$

et si l'on pose

$$\frac{\partial m_0}{\partial t} = \mu_0 \quad , \quad (\text{VIII. 37})$$

on obtient

$$F = \frac{\mu_0}{\sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}}} \quad . \quad (\text{VIII. 38})$$

D'autre part, en divisant par ∂t l'élément de travail absorbé pendant cet élément de temps, on obtient d'après la formule classique du travail l'expression de la puissance dépensée :

$$\mathcal{P} = \mu_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \quad . \quad (\text{VIII. 39})$$

Il est également intéressant d'évaluer la puissance nécessaire à développer l'unité de force propulsive; elle est

$$\frac{\mathcal{P}}{F} = c^2 \left(\frac{1}{v} - \sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}} \right) \quad . \quad (\text{VIII. 40})$$

On voit par ces formules que, quand la vitesse d'éjection croît de 0 à c , et pour un débit-masse μ_0 constant, la force F croît de 0 à ∞ , et le quotient \mathcal{P}/F de 0 à c .

Propulsion par « projection d'énergie ». — De l'équation classique

$$F dt = \frac{dW}{c} \quad , \quad (\text{VIII. 41})$$

on tire directement

$$F = \frac{\mathcal{P}}{c} \quad , \quad \frac{\mathcal{P}}{F} = c \quad , \quad (\text{VIII. 41 a})$$

ce qui est précisément la limite supérieure du même rapport, dans le cas de la projection corpusculaire.

Débit-masse nécessaire par unité de force.

Projection matérielle. — (VIII. 38) donne immédiatement

$$\frac{\mu_0}{F} = \sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}} \quad . \quad (\text{VIII. 42})$$

« *Projection d'énergie* ». — La masse de l'énergie étant

$$m = \frac{W}{c^2} . \quad (\text{VIII. 43})$$

on en conclut immédiatement

$$\mu_0 = \frac{\mathfrak{P}}{c^2} \quad (\text{VIII. 44})$$

et d'après (VIII. 41)

$$\frac{\mu_0}{\Gamma} = \frac{1}{c} . \quad (\text{VIII. 45})$$

On voit que, dans le cas de la matière, quand v varie de 0 à c , le débit nécessaire à produire l'unité de force décroît de ∞ à 0 tandis qu'avec l'énergie, il est constamment égal à $1/c$, valeur qui est atteinte dans le premier cas pour $v = c/\sqrt{2}$, fortement dépassée par les électrons des corps radioactifs, mais non atteinte et de bien loin par les rayons α .

Consommation sous accélération constante dans le système de l'Astronef.

J'appellerai m_0 la masse actuelle de l'astronef dans son propre système, c'est-à-dire sa masse actuelle au repos dont la valeur initiale sera M_0 . La condition d'accélération constante s'écrit, dans le système de l'astronef :

$$\Gamma = \frac{F}{m_0} , \quad (\text{VIII. 46})$$

soit, d'après (VIII. 38)

$$\Gamma = \frac{\mu_0}{m_0} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}}} . \quad (\text{VIII. 47})$$

ou

$$\mu_0 = m_0 \Gamma \sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}} . \quad (\text{VIII. 48})$$

Mais l'énergie dépensée ayant une masse, correspond elle-même à une consommation massique qui, en vertu de (VIII. 41) et (VIII. 39), a pour expression

$$\mu_1 = \frac{\mathfrak{P}}{c^2} = \mu_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) . \quad (\text{VIII. 49})$$

De là résulte le débit-masse total consommé

$$\frac{-dm^0}{dt} = \nu_0 + \mu_1 = m_0 \Gamma \sqrt{\frac{1}{v^2} - \frac{1}{c^2}} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right), \quad (\text{VIII. 50})$$

soit

$$\frac{-dm_0}{dt} = m_0 \frac{\Gamma}{v}, \quad \frac{-dm_0}{m_0} = \frac{\Gamma}{v} dt, \quad (\text{VIII. 51})$$

ou, avec la condition initiale $m_0 = M_0$ pour $t = 0$,

$$\frac{m_0}{M_0} = e^{-\frac{\Gamma}{v} t}. \quad (\text{VIII. 52})$$

« Projection d'énergie » seule. — (VIII. 46) subsiste et, d'après (VIII. 45)

$$\Gamma = \frac{\mu_1 c}{m_0}, \quad (\text{VIII. 53})$$

où

$$\frac{-dm_0}{dt} = \mu_1 = \frac{m_0 \Gamma}{c}, \quad (\text{VIII. 54})$$

soit

$$\frac{-dm_0}{m_0} = \frac{\Gamma}{c} dt \quad (\text{VIII. 55})$$

et enfin

$$\frac{m_0}{M_0} = e^{-\frac{\Gamma}{c} t}. \quad (\text{VIII. 56})$$

Il résulte de là que la consommation de matière est toujours plus considérable avec projection matérielle qu'avec « projection d'énergie », ce dernier mode représentant la limite vers laquelle tend le premier quand la vitesse d'éjection tend vers la vitesse de la lumière.

Je calculerai donc les valeurs du quotient m_0/M_0 pour cette valeur limite de consommation et pour différentes distances.

Il ne faut pas oublier que le t de (VIII. 56) est le temps local de l'astronome, c'est-à-dire le t' de (VIII. 32); en effectuant la substitution, il vient

$$\frac{m_0}{M_0} = e^{-\frac{\Gamma}{c} \cdot \frac{c}{\Gamma} \approx \left[\sqrt{\frac{\Gamma^2 X^2}{c^2} + 2 \frac{\Gamma X}{c^2} + \left(\frac{\Gamma X}{c^2} + 1 \right)} \right]}, \quad (\text{VIII. 57})$$

c'est-à-dire

$$\frac{m_0}{M_0} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\Gamma^2 X^2}{c^2} + 2 \frac{\Gamma X}{c^2} + \left(\frac{\Gamma X}{c^2} + 1 \right)}}. \quad (\text{VIII. 58})$$

Si je reprends *pour unité* de longueur $L = c^2/g$, et dans le cas où $r = g$, j'aurai simplement

$$\frac{m_0}{M_0} = \frac{1}{\sqrt{X^2 + 2X + X + 1}} \quad (\text{VIII. 59}^\circ)$$

Admettant, comme précédemment, une accélération égale à g , on a L très voisin d'une année-lumière et l'on obtient les chiffres suivants :

$X =$	0,01 L	0,02 L	0,05 L	0,1 L	0,2 L	0,5 L	L
$\frac{m_0}{M_0} =$	0,868	0,819	0,730	0,642	0,537	0,382	0,268

Il ne faut pas perdre de vue qu'une fois parvenus à la distance indiquée, les astronautes devront retourner leur appareil et consommer le même rapport de masse pour annuler leur vitesse en parcourant encore la même distance, puis refaire les mêmes opérations en sens inverse pour revenir.

Il résulte de là que, pour un voyage simple le rapport des masses devient :

$X =$	0,02 L	0,04 L	0,1 L	0,2 L	0,4 L	L	2 L
$\frac{m_0}{M_0} =$	0,753	0,671	0,533	0,412	0,288	0,146	0,0718

et pour un voyage aller et retour si l'on ne peut se réapprovisionner de matière consommable au bout du trajet d'aller :

$X =$	0,02 L	0,04 L	0,1 L	0,2 L	0,4 L	L	2 L
$\frac{m_0}{M_0} =$	0,567	0,450	0,284	0,170	0,0829	0,0213	0,00515

Comme l'étoile la plus proche, α du Centaure, est à une distance de 4,5 L et Sirius à presque exactement 10 L, on voit que ces dernières considérations sont loin d'être encourageantes; par contre, considérant que la distance de Neptune au Soleil est de $4,905 \cdot 10^{-11} L$, on voit que, pour parcourir cette distance en accélérant jusqu'à mi-chemin et désaccélérant ensuite, on

consommerait 0,0434 M_0 , (en accélération constante on aurait consommé 0,039 M_0 , au moment où l'on couperait l'orbite de la planète, au bout de 3 jours 12 heures, à une vitesse très voisine de 3000 km/sec).

Ces considérations incitent à examiner les conditions d'un voyage où l'on accélérerait l'astronef jusqu'à une vitesse suffisante à diminuer considérablement la durée du trajet en temps de l'astronef. Pour cela je remonterai aux équations (VIII. 5), (VIII. 12) et (VIII. 17) qui me donnent

$$\frac{dt'}{dt} = z \quad \text{avec} \quad z^2 = \frac{1}{1 + \frac{v^2 t'^2}{c^2}}, \quad (\text{VIII. 60})$$

d'où

$$\frac{v^2 t'^2}{c^2} = \left(\frac{1}{z^2} - 1 \right). \quad (\text{VIII. 61})$$

Par ailleurs, en reprenant la première notation des temps et remontant à (VIII. 52) et (VIII. 23), on obtient

$$\frac{m_0}{M_0} = e^{-\frac{v}{c} \cdot \frac{c}{v} \cdot \frac{v}{c} \left(\frac{v}{c} t + \sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2} t^2} \right)}, \quad (\text{VIII. 62})$$

soit

$$\frac{m_0}{M_0} = \left[\frac{v}{c} t + \sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2} t^2} \right]^{-\frac{c}{v}}, \quad (\text{VIII. 63})$$

ou, d'après (VIII. 61),

$$\frac{m_0}{M_0} = \left[\sqrt{\frac{1}{z^2} - 1} + \sqrt{1 + \frac{1}{z^2} - 1} \right]^{-\frac{c}{v}}, \quad (\text{VIII. 64})$$

qui peut s'écrire

$$\frac{m_0}{M_0} = \left[\frac{z}{\sqrt{1 - z^2} + 1} \right]^{\frac{c}{v}}. \quad (\text{VIII. 65})$$

On voit que pour $v = 0$, $z = 1 - \sqrt{1 - v^2/c^2} = 1$ et $m_0/M_0 = 1$, cependant que pour une vitesse $v = c$, $z = 0$ et $m_0/M_0 = 0$.

Il est remarquable que la formule (VIII. 65) soit indépendante de v , de telle sorte qu'il n'en coûterait pas plus d'accélérer l'astronef très rapidement sous une accélération supérieure à g , puis de le laisser courir indéfiniment « sur son erre »; les astronautes bénéficieraient ainsi sans supplément de consommation du raccourcissement du temps correspondant à la vitesse obtenue. A première vue il semble ainsi possible de bénéficier des résultats de la page 234, sous la seule réserve que l'organisme puisse ensuite admettre sans dommage la suppression de tout champ gravitant pendant des temps très longs (à moins que l'on applique le système DEISCH).

Les résultats numériques, correspondant à la formule (VIII. 65), ne laissent malheureusement guère d'espoir; pour le cas le plus favorable, où $v = c$, ils sont les suivants :

$\alpha = \frac{dt'}{dt} =$	0,5	0,2	0,1
$\frac{m_0}{M_0} =$	0,268	0,102	0,050

La conclusion s'impose donc que l'asservissement de l'énergie intra-atomique nous rendrait possible *et même facile* la visite du système solaire tout entier, mais qu'eu égard aux abîmes qui nous séparent des autres systèmes stellaires, même les plus proches, l'exploration de ceux-ci sera éternellement interdite à l'homme.

L'expérience ayant cependant prouvé qu'il est parfois dangereux d'assigner trop précipitamment des limites absolues au pouvoir de la Science, j'aurai la prudence de terminer en remarquant que la physiologie doit continuer à progresser comme le reste et qu'il ne semble pas absurde de songer qu'elle puisse peut-être un jour fournir un procédé de narcose ralentissant la vie et simultanément l'usure de l'organisme; elle permettrait alors aux hommes de passer outre au *veto* que les lois de la relativité leur opposent.

APPENDICE

PRIX INTERNATIONAL D'ASTRONAUTIQUE

REGLEMENT

TITRE PREMIER

Exposé.

ARTICLE PREMIER. — MM. ROBERT ESNAULT-PELTERIE et ANDRÉ HIRSCH offrent à la Société Astronomique de France une somme annuelle de 5000 fr. (cinq mille francs) pour chacune des années 1928, 1929 et 1930.

Cette somme est destinée à récompenser le meilleur ou les meilleurs travaux scientifiques originaux, théoriques ou expérimentaux, capables de faire progresser l'une des questions dont dépend la réalisation de la Navigation intersidérale ou d'augmenter les connaissances humaines dans l'une des branches touchant à la Science « astronautique ».

ARTICLE 2. — Selon la demande des donateurs, la Société Astronomique de France a constitué un « Comité d'Astronautique » chargé, en particulier et tout d'abord, d'établir et d'adopter le présent règlement et ensuite d'agir chaque année comme Comité d'attribution du Prix Rep-Hirsch.

Ce Comité peut prendre toutes dispositions lui paraissant désirables, tant pour la réception ou la centralisation des mémoires que pour leur répartition entre les différentes Commissions ou les différents Rapporteurs spécialisés qu'il aura choisis dans son sein.

TITRE II

Conditions d'attribution.

ARTICLE 3. — Les deux donateurs se refusent le droit de concourir pour le prix qu'ils fondent; par contre, ils désirent expressément que les autres Membres du Comité d'Astronautique aient ce droit.

ARTICLE 4. — Toute personne estimant avoir fait un travail scientifique théorique ou expérimental susceptible d'être récompensé, et désirant prendre part au concours, devra adresser un mémoire explicatif à la Société Astronomique de France.

Ce mémoire devra être *dictyographié ou imprimé*, clair et explicite, il ne devra contenir ni ambiguïté, ni réserve, ni *développements ou considérations autres que scientifiques*. S'il se réfère à des travaux antérieurs, il devra bien en préciser les dates, lieux et moyens de publication permettant de trancher le cas échéant toute question de priorité.

La Société Astronomique de France devra transmettre immédiatement les documents reçus au Secrétariat du Comité d'Astronautique.

ARTICLE 5. — Tout membre du Comité d'Astronautique a le droit de présenter au concours tout travail lui en paraissant digne.

ARTICLE 6. — Les mémoires doivent obligatoirement être rédigés dans l'une des langues suivantes : français, anglais, allemand, espagnol, italien ou espéranto.

ARTICLE 7. — Le Comité se réunit pour examiner les Rapports de ses Commissions ou Membres délégués, sur les travaux qui ont été reçus, jusqu'au 31 décembre précédent inclus. Il statuera à leur sujet à la majorité des voix des Membres présents et ceci en temps voulu pour que la proclamation des résultats puisse avoir lieu à l'Assemblée générale de la Société Astronomique de France au mois de juin qui suit l'année considérée.

Le Comité a toute liberté d'appliquer la somme annuelle de 5000 francs à un seul travail ou à plusieurs travaux, en un premier prix, un ou deux seconds prix, etc., ou de n'attribuer aucune récompense et, le cas échéant, la somme non affectée est reportée sur l'année suivante.

ARTICLE 8. — Dans le cas où un travail d'un des Membres du Comité est présenté au concours, ce Membre ne peut naturellement prendre part à aucun des scrutins d'attribution des prix de cette année-là.

ARTICLE 9. — Le Comité d'Astronautique se réserve le droit de publier *in extenso* ou en résumé tout travail récompensé par lui.

ARTICLE 10. — Tout auteur qui présente lui-même au concours un travail personnel doit signer un Bulletin d'engagement sur lequel un règlement du prix est imprimé, la signature de ce Bulletin emportant l'obligation de se plier au présent règlement.

ARTICLE 11. — **Le Comité est entièrement maître de ses décisions dont il ne doit justification à qui que ce soit.**

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
Préface au livre de 1928.	1
PRÉFACE	3
AVERTISSEMENT	7
INTRODUCTION	9
HISTORIQUE	17
Analyse résumée des ouvrages les plus importants.	25
Goddard	25
Oberth	27
Hohmann.	31
CHAPITRE PREMIER	39
Mouvement de la fusée dans le vide.	39
1° <i>Mouvement d'un point matériel dans le champ gravitant d'un astre.</i>	39
Cas du mouvement radial	41
Cas d'une vitesse initiale non radiale	42
2° <i>Mouvement de la fusée pendant sa propulsion</i>	48
Équation du mouvement. Diagramme représentatif.	49
Section minimum.	53
Meilleure utilisation d'une section donnée Σ	55
Propriétés à la limite des fusées cylindriques et coniques.	59
Fusée à propulsion constante ou exponentielle.	65
Résultats numériques relatifs à la fusée exponentielle.	71
3° <i>Calculs graphiques</i>	71
Fusée cylindrique	71
Fusée exponentielle	73
4° <i>Procédés pour suraccélérer le jet gazeux.</i>	75
Étude du problème dans sa généralité	76
CHAPITRE II	79
Mouvement de la fusée dans l'air.	79
<i>Période de propulsion</i>	79
Cas du cylindre.	80
Résistance de l'air. Valeur de F	82
Échauffement dû à la vitesse.	86

	Pages
Densité et composition de la très haute atmosphère.	92
Considérations générales	92
<i>Couche adiabatique ou Troposphère</i>	93
Généralisation	96
Influence des variations de la température au sol.	99
Variations de μ en fonction de y et de T_0	100
Pression en fonction de y et de p_0	102
<i>Atmosphère extérieure isothermique ou Stratosphère.</i>	103
<i>Conclusions.</i>	107
Troposphère.	108
Stratosphère	108
 CHAPITRE III.	 109
Détente des gaz de la combustion dans une tuyère.	109
<i>Equation de Saint-Venant</i>	109
Tuyère de Laval	111
Paradoxe des Austro-Allemands.	113
<i>Propriétés et rôle de la section terminale de la tuyère.</i>	116
Appoint de propulsion qu'apporte la pression de sortie.	119
<i>Action de la variation de la chaleur spécifique avec la température.</i> . .	122
<i>Perte « hydraulique » dans une tuyère.</i>	125
Équation de l'hydrodynamique.	125
Équation de l'équivalence	125
Cas de la tuyère	125
 CHAPITRE IV.	 131
Combustion dans une chambre.	131
<i>Théorie de la combustion sous pression constante.</i>	131
Principe de l'état initial et l'état final	131
Étude théorique — marche de la réaction — température atteinte. . . .	132
Équilibres chimiques.	134
Détermination de la température et du taux auxquels la réaction se limite	137
Représentation graphique	138
Calculs numériques appliqués à H_2O et CO_2	139
Réaction $2aH_2 + O_2 = 2\tau H_2O + 2(a - \tau)H_2 + (1 - \tau)O_2$	140
Conclusions.	143
Réaction $2aC + (1 + a)O_2 = 2\tau CO_2 + 2(a - \tau)CO + (1 - \tau)O_2$	143
Comparaison des différents combustibles.	145
Cas de l'hydrogène atomique.	147
<i>Cas de mélanges gazeux complexes.</i>	149
1° Influence d'un gaz inerte	149
2° Cas d'un mélange de trois gaz réagissants.	150

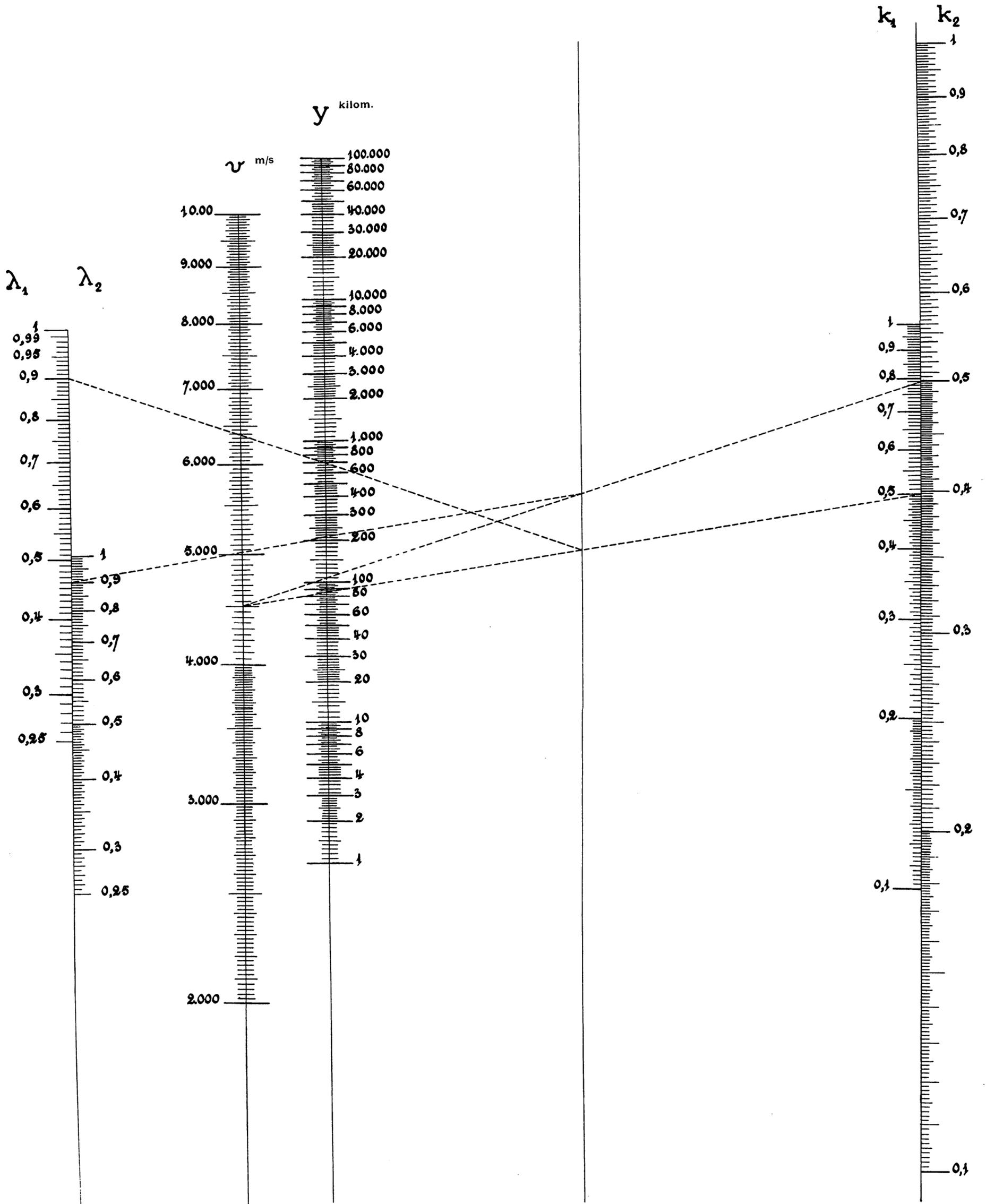
CHAPITRE V	153
Utilisation possible des fusées.	153
<i>Exploration de la très haute atmosphère</i>	153
1° Couche de Heaviside	153
2° Zone à aurores boréales	154
3° Température de l'atmosphère	155
4° Composition de la très haute atmosphère.	155
5° Propriétés de l'espace vide intersidéral	156
<i>Envoi d'un projectile sur la Lune (Goddard 1913)</i>	156
<i>Transports circumterrestres à grande vitesse.</i>	158
Loi des temps. Équation de Kepler.	159
Variation de T — 3 ^e Loi de Kepler.	160
Détermination de la durée d'un trajet circumterrestre.	161
Observatoires dans le vide.	164
<i>Traversée de l'atmosphère.</i>	164
1° Départ	164
2° Retour	165
Conclusions.	167
CHAPITRE VI	169
Voyages interplanétaires	169
<i>Voyage autour de la Lune.</i>	169
<i>Gouverne d'un astronef.</i>	171
1° Communication d'une accélération au projectile.	171
2° Commande d'orientation du projectile	171
<i>Appareils de navigation</i>	173
1° Solution par viscosité.	174
2° Solution gyroscopique.	176
3° Solution pendulaire.	179
Intégration mécanique de <i>udl, vdt, wdl.</i>	182
Réalisation d'une orientation constante	186
Causes d'erreur	187
<i>Conditions d'habitabilité</i>	190
Maintien d'une température acceptable.	190
Action physiologique de la suppression du champ gravitant normal terrestre, maintien d'un champ gravitant artificiel.	197
<i>Examen des conditions dans lesquelles les voyages s'effectueront.</i>	200
Premiers voyages	200
Voyages de l'avenir	204
Voyages à accélération constante.	205
CHAPITRE VII.	207
Intérêt de l'exploration planétaire.	207
<i>Les planètes sont-elles peuplées d'êtres vivants?</i>	208
Quest-ce que la vie?	208

	Pages
CHAPITRE VIII	225
Conclusions	225
<i>Le prix REP-HIRSCH</i>	228
<i>Ultimes anticipations</i>	228
Résultats numériques	233
Travail et matière consommés	234
Débit-masse nécessaire par unité de force	236
Consommation sous accélération constante dans le système de l'astronef.	237
APPENDICE	243

Nomogramme de la formule (I. 120)

$$y = k \frac{v^2}{g} \left[\lambda + (1 - \lambda) \text{Ln}(1 - \lambda) \right] - \frac{k^2 v^2 \lambda^2}{2g}$$

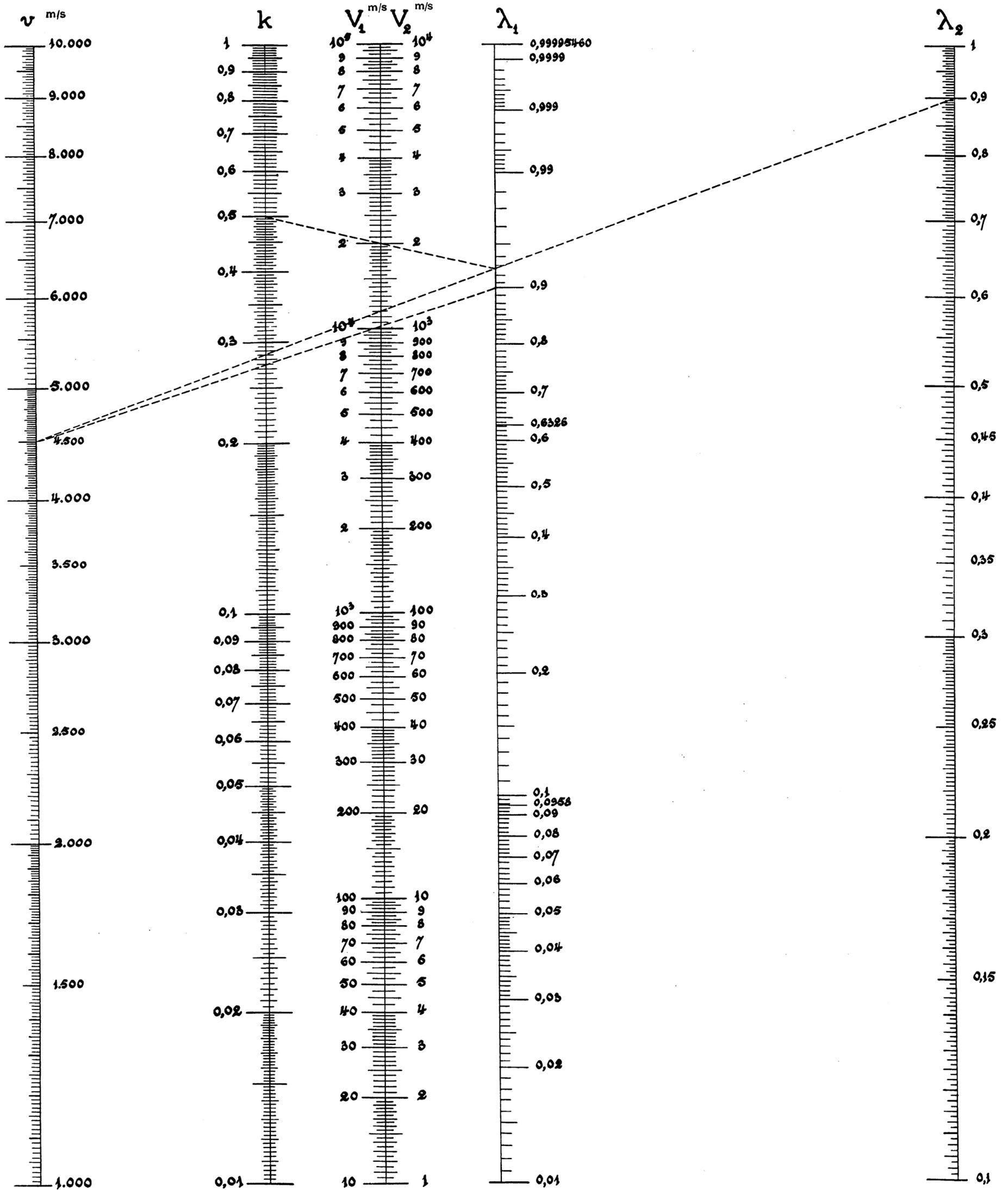
$y =$ y_1 $-$ y_2



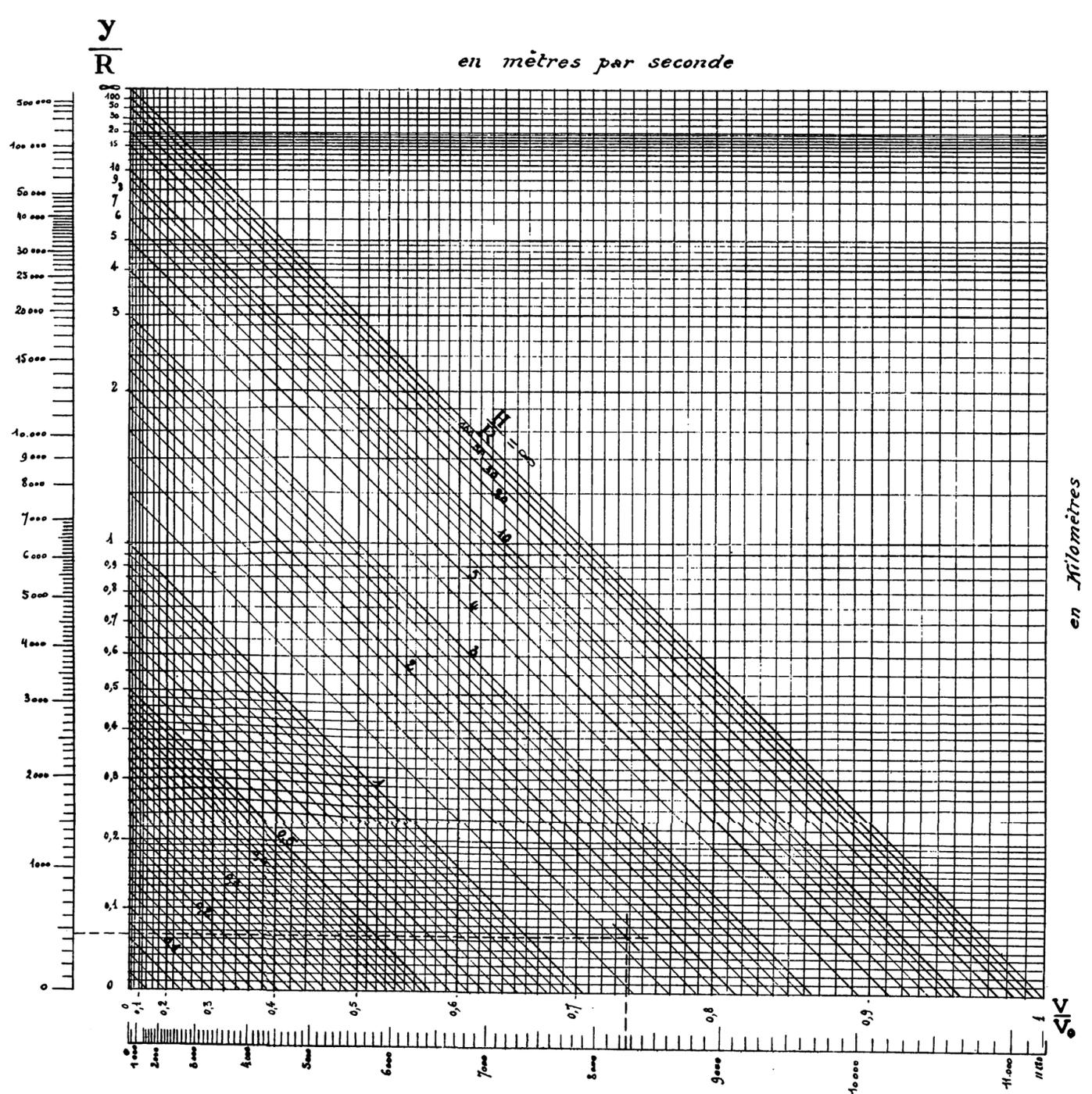
Nomogramme de la formule (I. 119)

$$V = \underbrace{v \cdot \text{Ln} \frac{1}{1-\lambda}}_{V_1} - \underbrace{v k \lambda}_{V_2}$$

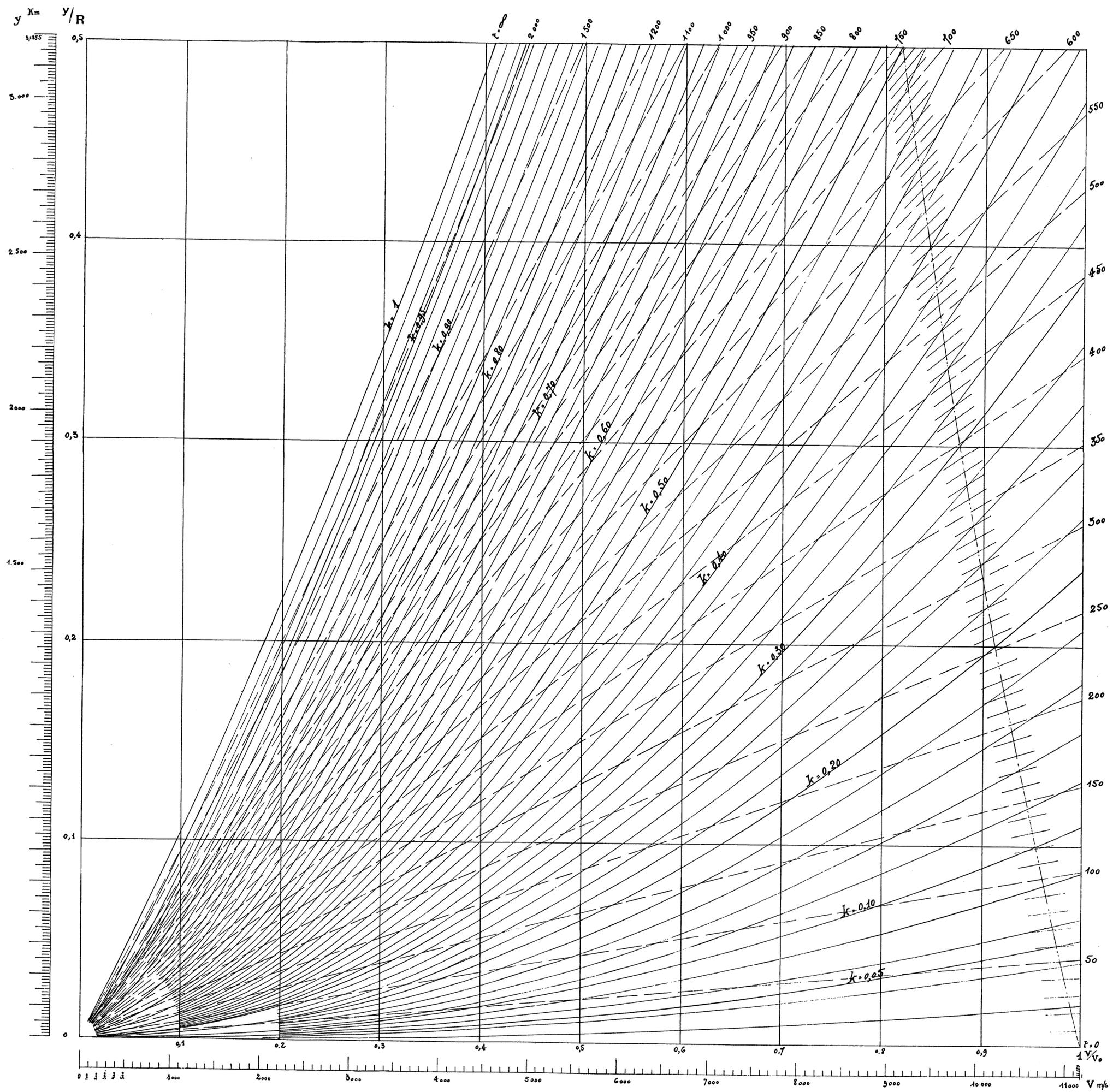
$$V = V_1 - V_2$$



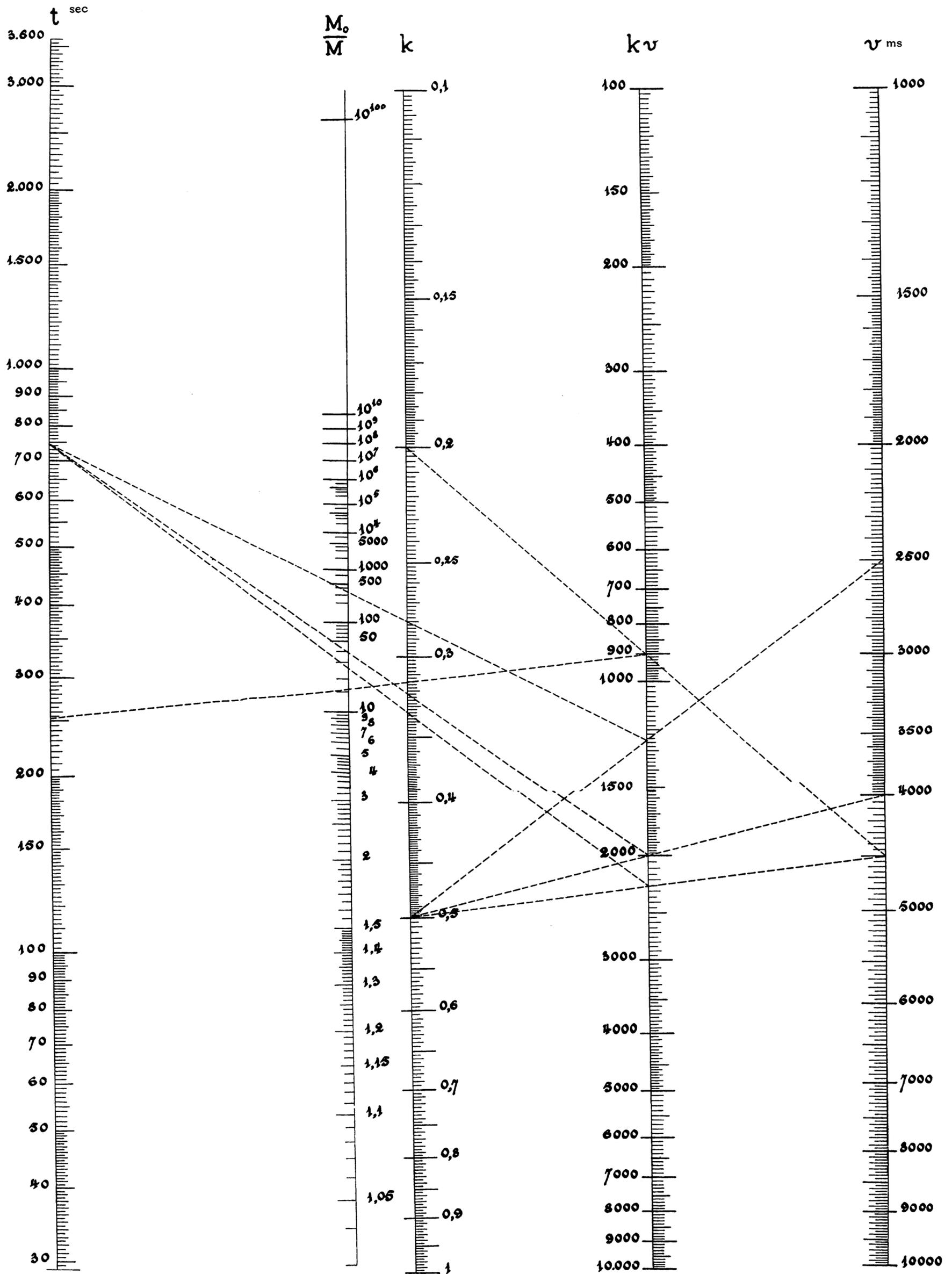
Abaque de la formule (I. 122)



Fusée exponentielle



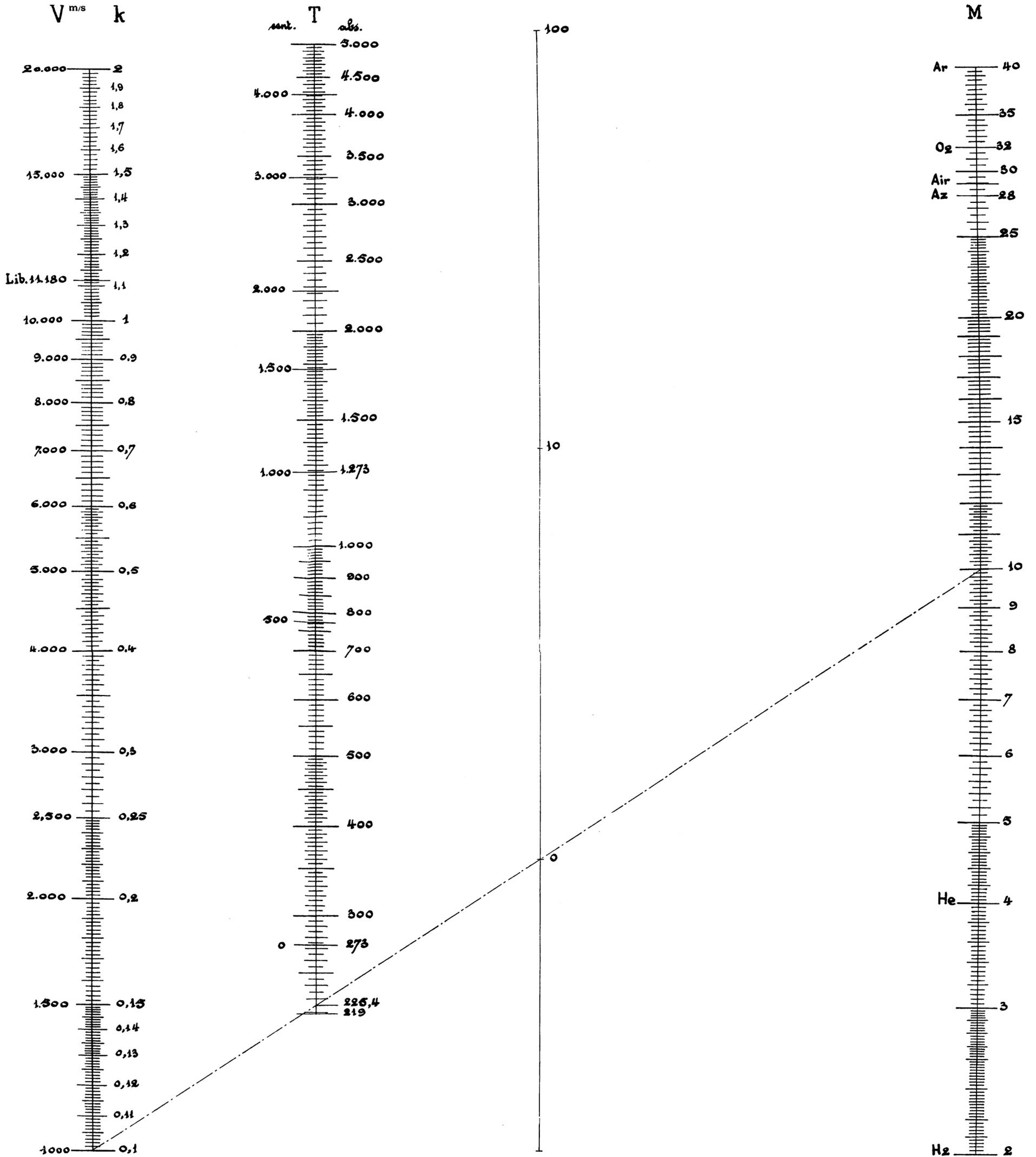
Nomogramme de la formule (I. 189)



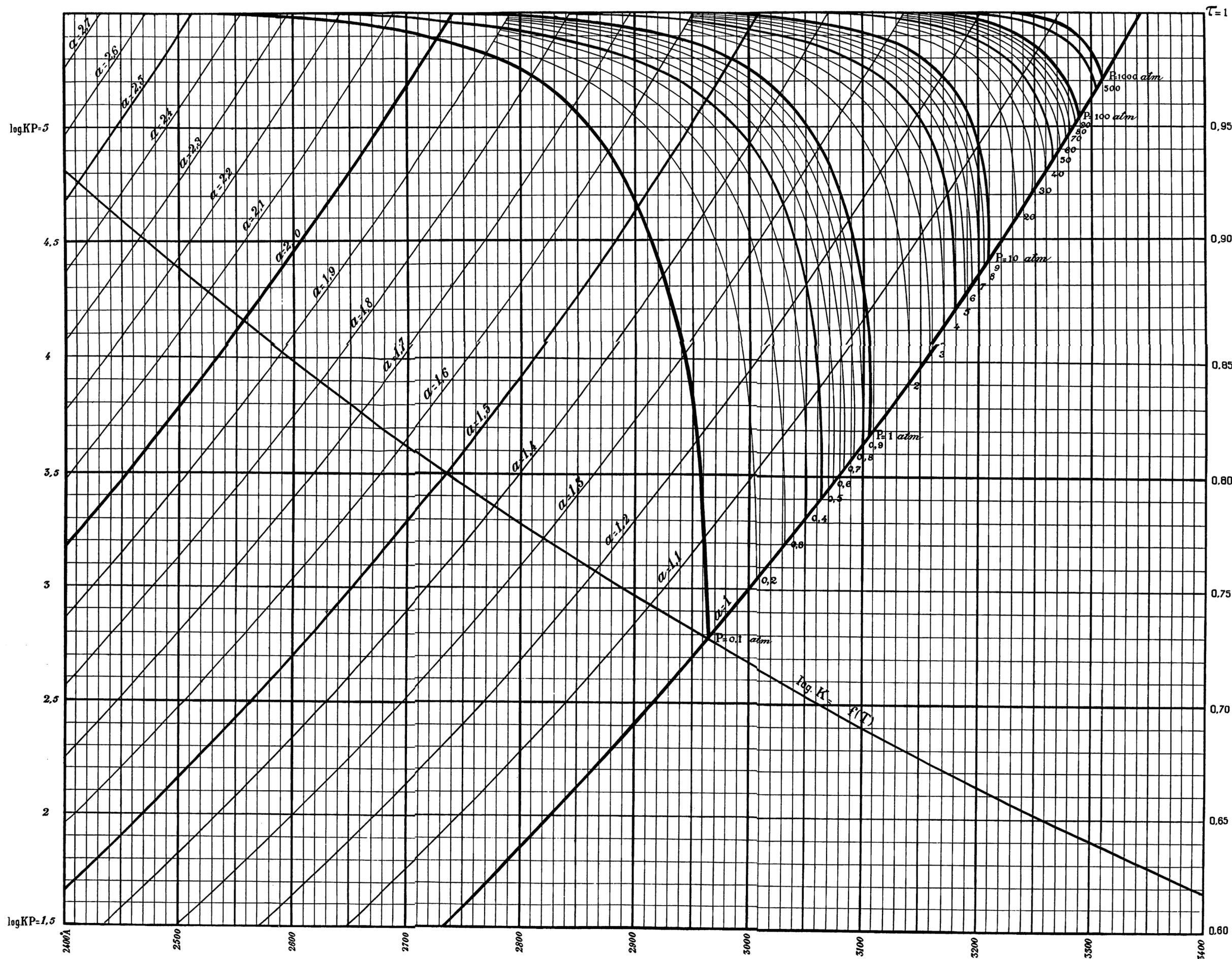
Nomogramme de la formule (II. 33)

$$T = T_a \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2 k M V^2}{R} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

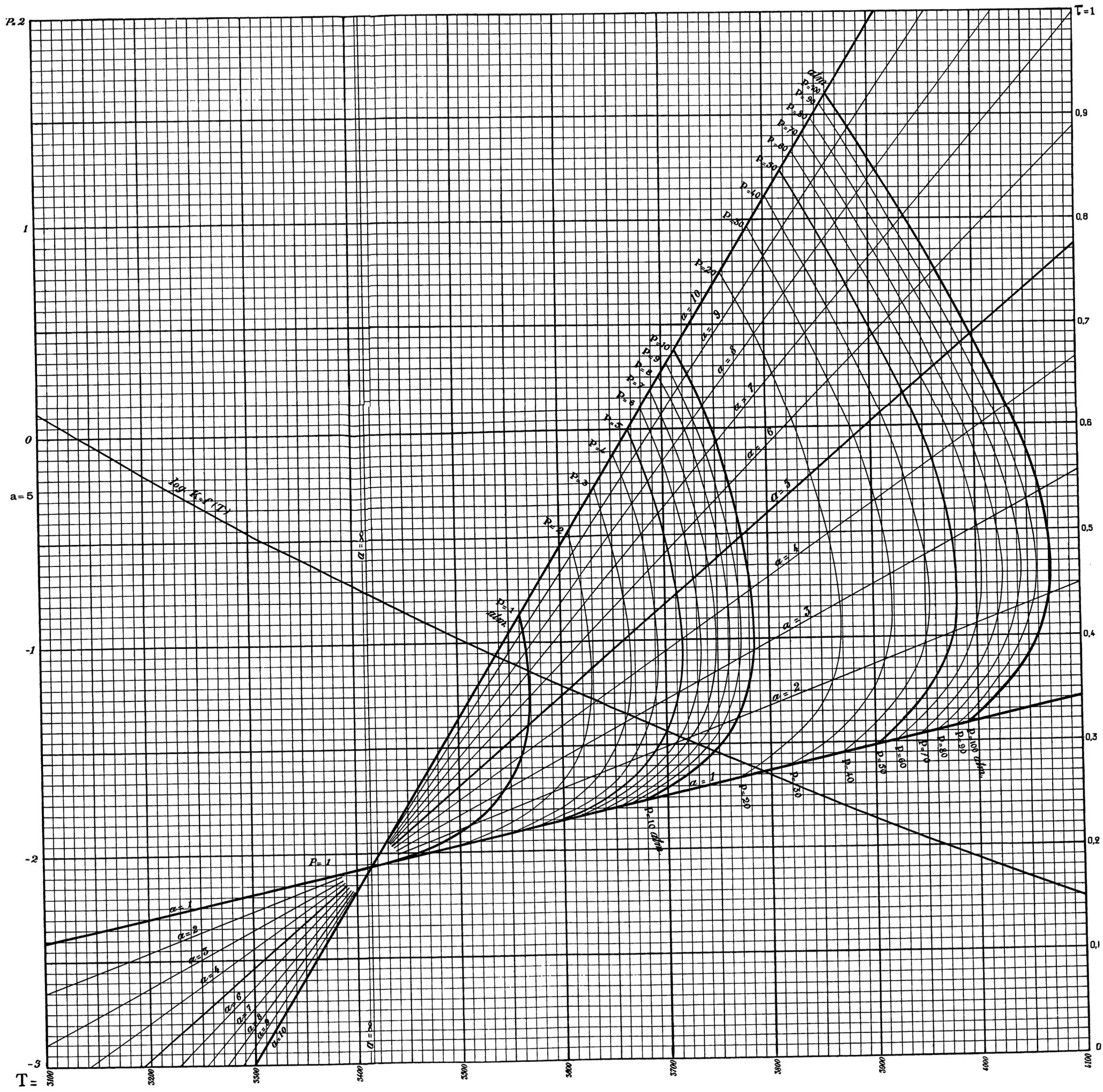
pour $T_a = 219^\circ \text{A}$, $t = -54^\circ \text{C}$.



τ et T en fonction de a et P pour la réaction $2 a H_2 + O_2$



τ et T en fonction de a et P pour la réaction $2aC + (1+a)O_2$



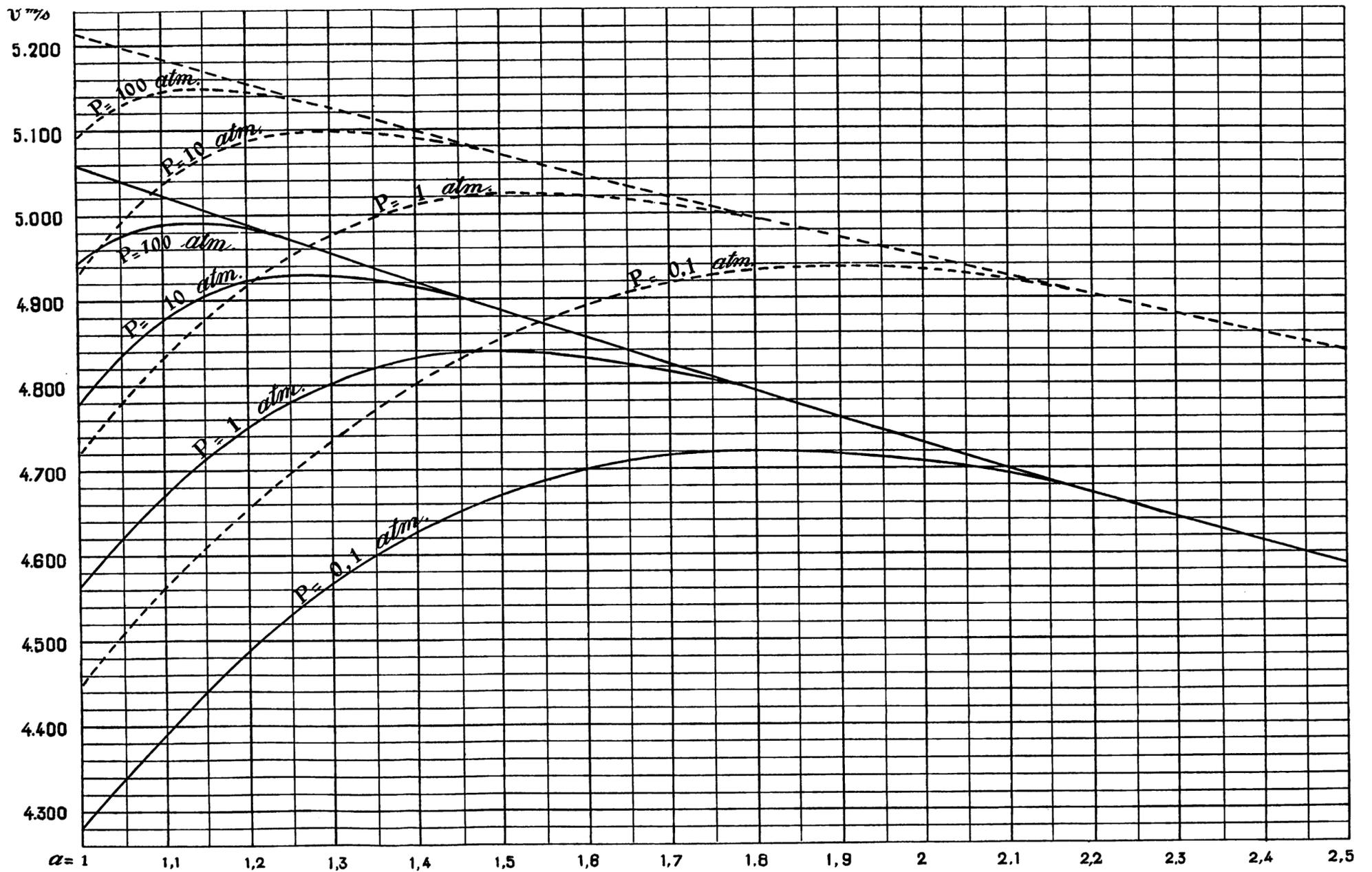


Fig. 1.

Vitesses d'éjection de la réaction $2 a \text{C} + (1 + a) \text{O}_2$

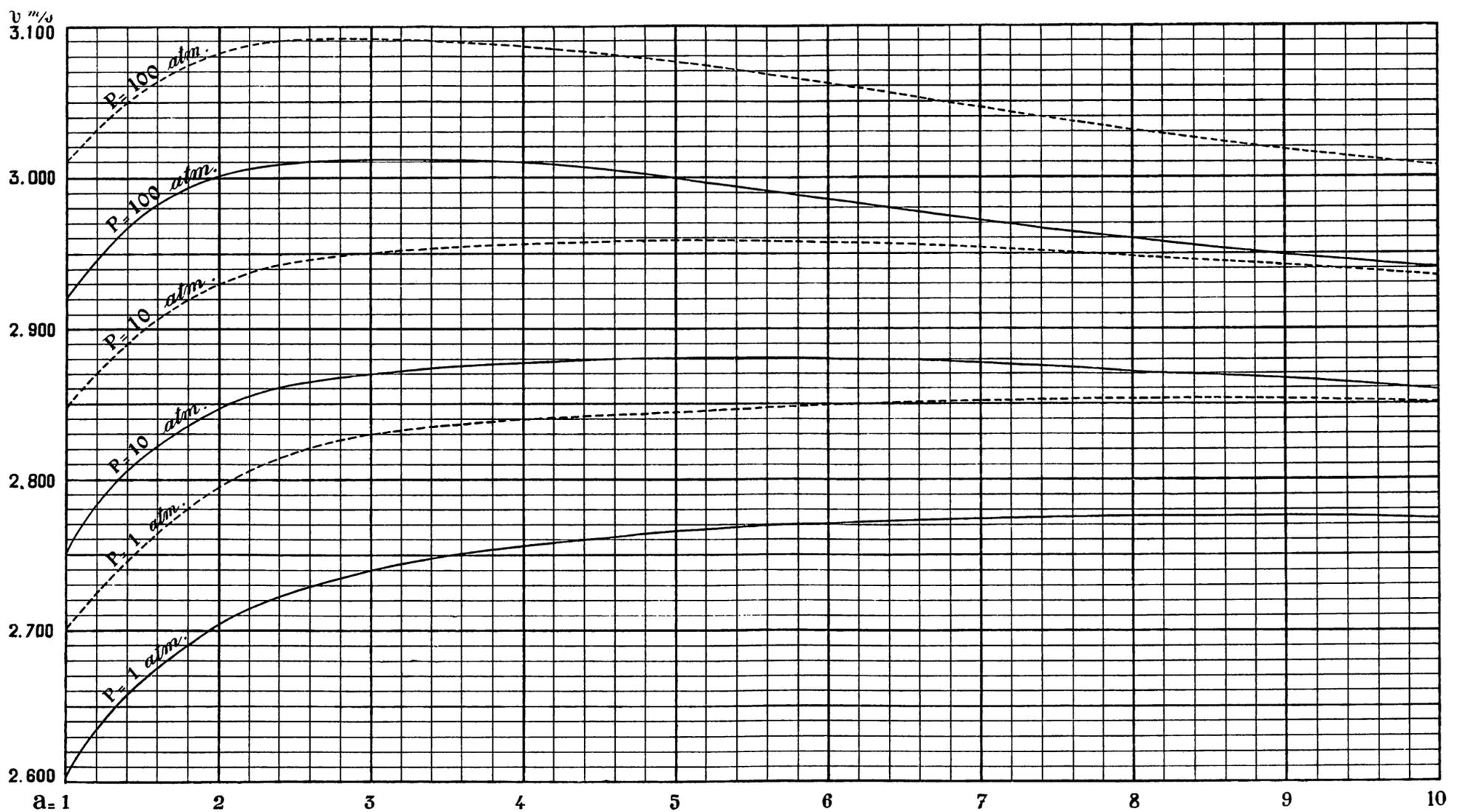


Fig. 2.

