

62978
A 65

V
B. B. Андреевский



ДИНАМИКА
СПУСКА
КОСМИЧЕСКИХ
АППАРАТОВ
НА ЗЕМЛЮ

Динамика спуска космических аппаратов на Землю. Андреевский В. В. М., «Машиностроение», 1970, стр. 235.

Книга посвящена динамике полета и расчетам оптимальных траекторий спуска на Землю космических аппаратов различного типа при входе в атмосферу с первой и второй космическими скоростями.

Рассмотрены особенности процесса спуска и приведены уравнения, описывающие движение центра масс аппарата в различных системах координат и системах отсчета с учетом возможных возмущений параметров атмосферы.

Приведены методы приближенной оценки характеристик траекторий при входе в атмосферу, учета ограничений по перегрузкам и тепловым нагрузкам для спускаемого аппарата. Описаны методы оптимизации траекторий по различным техническим критериям и методы управления, обеспечивающие приземление спускаемого аппарата в заданном районе.

Книга рекомендуется инженерам ракетной и авиационной промышленности и наряду с этим может быть полезна студентам вузов.

Табл. 18. Иллюстр. 126. Библ. 131 назв.

Редактор М. Ф. Богомолова
Техн. редактор Н. Н. Скотникова

Художник Л. А. Витте
Корректор Л. Е. Хохлова

T-16204	Сдано в набор 22/V 1970 г.	Подписано в печать 12/X 1970 г.
Формат 60×90 ¹ / ₁₆	Печ. л. 14,5	Уч.-изд. л. 12,5
Бум. л. 7,25	Бумага № 2	Тираж 3200 экз.
Цена 1 р. 43 к.		Зак. № 2413
		Тем. план 1970 г. № 204

Издательство «Машиностроение», Москва, Б-66, 1-й Басманый пер., 3.

Московская типография № 8 Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР,
Хохловский пер., 7. Тип. зак. 1130

ПРЕДИСЛОВИЕ

Возвращение космического аппарата или точнее его спускаемого отсека на Землю является обязательным заключительным этапом многих космических операций. Прежде всего, разумеется, это относится к полетам пилотируемых космических аппаратов, однако и при запусках автоматических станций для исследования космических объектов возникает необходимость доставки на Землю получаемых в полете материалов исследований (записей показаний приборов, фотографий, проб грунта на поверхности планет и др.).

Как показывает опыт космических полетов, задача безопасного спуска космического аппарата на Землю получила надежное техническое решение. Однако по мере расширения масштабов космических полетов будут, очевидно, изменяться схема и конструкция спускаемых аппаратов, расширяться требования к их управляемости и маневренности, к точности места приземления. Поэтому проблемы, относящиеся к динамике спуска, расчету и оптимизации траекторий спускаемых аппаратов, как и другие связанные с этой ответственной фазой космического полета технические проблемы сохраняют свою актуальность и продолжают привлекать внимание специалистов.

Различным вопросам динамики спуска как в СССР, так и за рубежом посвящено большое число публикаций, в основном в периодических изданиях. Это объясняется не только значимостью рассматриваемой проблемы, но и тем, что при некоторых упрощениях задача спуска может служить удобным примером для иллюстрации современных методов анализа и программирования траекторий, синтеза оптимального управления. Отсутствие в технической литературе единого подхода к решению задачи спуска с четко обоснованными допущениями, единой терминологией привело к необходимости издания обобщающего труда, посвященного динамике спуска в атмосфере Земли. Попытка такого обобщения и систематизации предпринята автором в предлагаемой книге. В ней изложены основы динамики спуска, иллюстрированные конкретными примерами, и приведен подробный список литературы, посвященной названной теме. Систематизация материала потребовала от автора некоторых новых

разработок, анализа и обобщения отдельных частных результатов опубликованных исследований.

Условия полета и уравнения движения спускаемого аппарата приведены в первых двух главах и могут быть использованы как при приближенной оценке траекторий спуска, так и при точных их расчетах на ЭЦВМ. Изложены методы учета ветровых возмущений и отклонений характеристик атмосферы от стандартных. Здесь же приведены некоторые графики и приближенные соотношения, позволяющие оценивать аэродинамические характеристики и тепловые нагрузки для спускаемого аппарата. При этом аэrodинамика и нагрев аппарата на гиперзвуковых скоростях рассматриваются лишь в объеме, необходимом для выбора и расчета траекторий спуска.

Методам приближенного анализа траекторий спуска аппаратов различного типа и, в частности, крылатых аппаратов с высоким аэродинамическим качеством посвящена гл. III. Особое внимание к этим аппаратам объясняется тем, что они благодаря высокой маневренности и управляемости могут быть широко использованы в будущем для связи с орбитальными станциями и для возвращения экипажей этих станций на Землю. Определяются границы так называемого коридора спуска, обусловленные допустимым для принятой системы теплозащиты аппарата уровнем тепловых потоков, безопасным уровнем перегрузок и другими техническими факторами. В приводимых примерах использованы характеристики гипотетических спускаемых аппаратов различных схем.

Принципам оптимизации траекторий и управления спускаемым аппаратом посвящены гл. IV и V. При этом основное внимание уделено инженерной постановке задачи об оптимальном управлении и оценке возможных путей ее решения, а также анализу результатов оптимизации траекторий.

Специфические вопросы математической теории управления оптимальными процессами, такие, как получение экстремали в задачах с ограничениями, особенности вычислительных методов при оптимизации их на ЭЦВМ, не получили достаточного освещения из-за ограниченного объема книги.

Следует иметь в виду, что книга посвящена только динамике движения центра масс спускаемого аппарата, расчету и оптимизации траекторий. Методы ориентации и стабилизации спускаемого аппарата, так же как и выбор его динамических характеристик, не вошли в круг рассмотренных автором вопросов.

Автор будет признателен читателям, которые пожелаюут прислать свои замечания по книге.

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- A_{ij} — весовые коэффициенты при оптимизации;
 $A_{\text{конв}}$; $A_{\text{рад}}$ — коэффициенты в формулах для тепловых потоков (гл. I, § 2);
 A, B, C — главные моменты инерции Земли;
 $c_{\text{об}}$, $c_{\text{из}}$, $c_{\text{тз}}$ — удельная теплоемкость материала обшивки, теплоизоляции, теплозащиты;
 G — вес аппарата;
 $G_{\text{тз}}$ — вес теплозащиты;
 H — высота полета;
 H_m — масштабная высота атмосферы;
 h — геопотенциальная высота;
 $I = \frac{1}{RH_m} \left(\frac{2\sigma \cos \theta_0}{gQ_0} \right)^2$ — параметр траектории баллистического спуска;
 $I_{\text{эф}}$ — эффективная теплопоглощающая способность теплозащиты;
 i — наклонение плоскости орбиты (траектории);
 $J = \left(\frac{2\sigma}{Q_0 H_m} \cos \theta_0 \right)$ — параметр траектории спуска с подъемной силой;
 j — ускорение;
 K — аэродинамическое качество;
 L — дальность;
 M — число Маха;
 M — молекулярный вес воздуха;
 m — масса;
 n — перегрузка;
 P — сила тяги;
 p — переменная линейной сопряженной системы;
 Q — сила лобового сопротивления, суммарный тепловой поток;
 q — удельный тепловой поток;
 R — радиодействующая сила; радиус-вектор;
 $R_{\text{газ}}$ — газовая постоянная;
 Re_l — число Рейнольдса, относительное к линейному размеру l ;
 r_n — радиус затупленного носка или передней кромки аппарата спуска;
 S — характерная площадь;
 T — абсолютная температура; период колебаний; период обращения;

t, τ — время;

u — общее обозначение управляющих воздействий;

V — скорость полета;

W — скорость ветра;

x — функция скорости [см. (3.58)];

Y — аэродинамическая подъемная сила;

y_i — общее обозначение траекторных переменных;

$y = \frac{Q}{Q_0}$ — относительная плотность [см. (3.75)];

$$Z = \frac{Q}{2\sigma} \sqrt{RH_m} \bar{V}_s \text{ — функция высоты полета;}$$

α — угол атаки;

β — угол скольжения;

γ, γ_c — угол крена в земной и скоростной системах координат;

δ_{обш}, δ_{тз} — толщина обшивки, теплозащиты и т. п.;

ε_g — угол между геоцентрической и гравитационной вертикалью;

ε_г — угол между геоцентрической и географической вертикалью;

θ — угол наклона траектории;

ϑ — угол тангенса;

χ — истинная аномалия;

λ, λ_α — географическая и астрономическая долгота;

λ_l — множители Лагранжа;

μ_{газ} — коэффициент динамической вязкости воздуха;

ρ — массовая плотность воздуха;

ρ₀ — массовая плотность воздуха на уровне моря для принятой модели атмосферы;

σ — географическая широта; баллистический параметр;

$\Phi_t = c_{06}\gamma_{06}\delta_{06}$ — теплоемкость единицы поверхности обшивки;

χ — угол курса по отношению к местной параллели;

Ψ — угол рысканья;

ω — угловая скорость;

ω_з — угловая скорость вращения Земли.

Индексы

вх — на границе плотной атмосферы;

и — в инерциальной системе отсчета;

ни — в неинерциальной системе отсчета;

пер — переносная;

кор — кориолисова;

ср — среднее значение;

S — в критической точке;

з — для поверхности Земли;

*** — опорные (расчетные) значения;

пер — на переходном эллипсе;

т — при торможении на орбите;

н — в нижней точке при выравнивании;

п — для перигея;
гл — равновесное планирование с постоянной скоростью;
и.п — инерционное планирование;
г.п — горизонтальный полет;
выр — при выравнивании;
гар — для парашютной системы при парашютировании;
пос — посадочное значение;
нач — начальное значение;
кон — конечное значение;
Δу — отклонение координаты y в возмущенном движении;
δу — вариация y , отклонение y от опорного расчетного значения.

Прочие обозначения оговорены в тексте. Единицы измерения всех величин даны в системе МКГСС; в особых случаях размерность отдельных величин оговорена в тексте.

Глава I

УСЛОВИЯ ПОЛЕТА ПРИ СПУСКЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

▼ § 1. ТЕХНИКА СПУСКА КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Вопросы динамики космических аппаратов при снижении и торможении в атмосфере тесно связаны с принятой для них техникой спуска на Землю, т. е. выбором конструктивной схемы спускаемого отсека, типом теплозащиты, методом торможения на орбите, выбором траектории снижения и торможения в атмосфере, способом конечного приземления.

Основная задача спуска орбитальных пилотируемых космических аппаратов — безопасное приземление в заданном районе — была успешно решена при исторических полетах советских космических кораблей типа «Восток», «Восход», «Союз», а также запусках американских кораблей «Меркури» и «Джемини».

В настоящее время техника спуска с орбиты искусственного спутника Земли достаточно отработана, хотя некоторые вопросы, например улучшение маневренных характеристик аппарата при снижении, требуют дальнейших исследований.

Техника спуска межпланетных космических аппаратов, имеющих при подходе к границе плотной атмосферы Земли скорость, значительно превышающую первую космическую, по крайней мере на начальном этапе торможения отличается от техники спуска орбитальных аппаратов.

Спуск в атмосфере Земли межпланетного космического аппарата, который является заключительным этапом любого межпланетного полета, представляет собой более сложную проблему [15], чем спуск с орбиты искусственного спутника Земли. Примером решения такой проблемы является возвращение на Землю советских аппаратов «Зонд-5» и «Зонд-6», американских космических кораблей «Аполлон».

Для орбитального аппарата при расчетной длительности полета, во много раз превышающей период его обращения, спуск с орбиты начинается с момента подачи тормозного импульса тя-

ги или с начала торможения на орбите при помощи различных аэродинамических тормозных устройств [110].

Свободный спуск с орбиты без применения тормозной двигательной установки или других типов специальных тормозных устройств вряд ли может считаться приемлемым техническим решением даже для низких околокруговых орбит из-за трудности прогнозирования времени и места приземления.

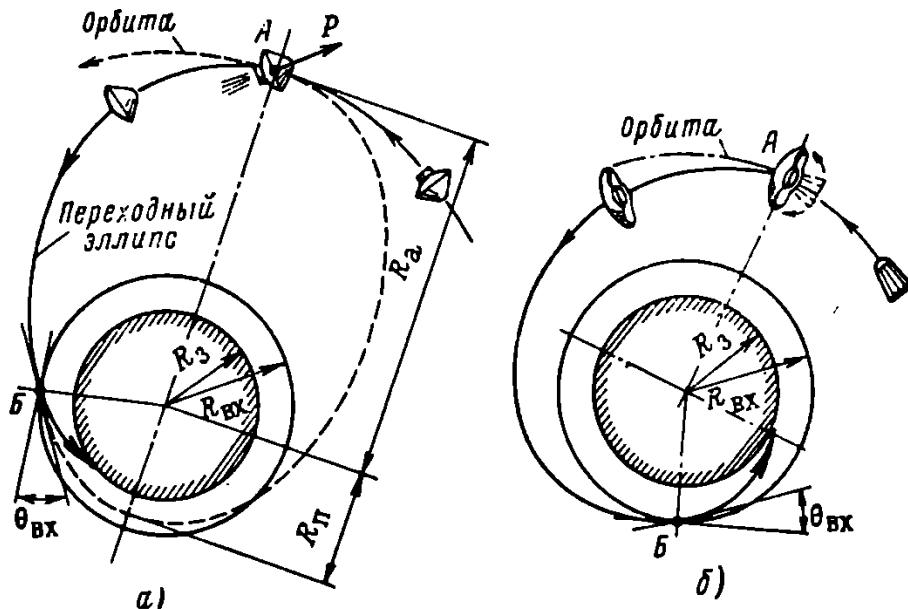


Рис. 1.1. Торможение и сход космического аппарата с орбиты ИСЗ (начало торможения — в точке А, вход в атмосферу — Б):

а—торможение при помощи двигательной установки; *б*—аэродинамическое торможение

Очевидно, что торможение на орбите должно обеспечивать переход аппарата на траекторию спуска, достигающую границ плотной атмосферы, за время, меньшее, чем время одного оборота на орбите [1]. Такой траекторией может быть переходная эллиптическая орбита с радиусом перигея $R_{\text{п}}$, меньшим радиуса $R_{\text{вх}}$ сферы, соответствующей принятой границе атмосферы Земли.

Снижение по переходному эллипсу характерно для импульсного торможения на исходной орбите при помощи двигательной установки (рис. 1.1, *а*). Если для торможения применяются аэродинамические тормозные устройства или двигательные установки малой тяги, то снижение с исходной орбиты происходит по нисходящей спирали вплоть до достижения границ плотной атмосферы (см. рис. 1.1, *б*).

Основная задача атмосферного этапа спуска — погасить гигантскую скорость, которой обладает аппарат при движении по орбите относительно поверхности Земли. Использование двигательной установки для гашения хотя бы части этой скорости должно привести к чрезмерному увеличению запасов топ-

лива на борту аппарата и уменьшению веса полезной нагрузки, спускаемой на Землю, по отношению к весу аппарата на орбите (рис. 1.2).

Поэтому для современных космических аппаратов¹ при снижении с орбиты большая часть кинетической энергии должна преобразовываться в тепловую и рассеиваться при торможении их в плотной атмосфере.

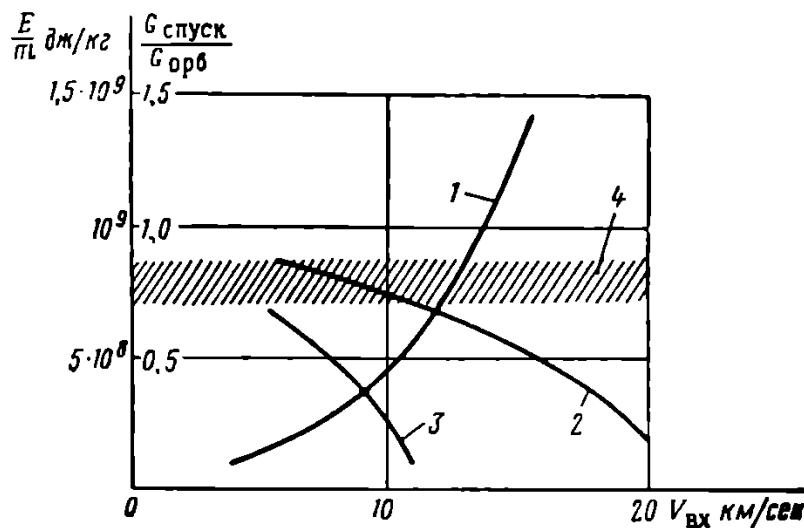


Рис. 1.2. Удельная энергия орбитального аппарата при входе в атмосферу (1) и отношение веса спускаемого аппарата к весу орбитальной ступени при гашении 25% (2) и 50% (3) этой энергии при помощи тормозных двигателей в зависимости от скорости входа. Для сравнения показан уровень энергии, достаточный для полного испарения материала конструкции (4)

Выбор траектории движения космического аппарата при снижении в плотной атмосфере должен предусматривать постепенное его торможение до посадочной скорости. При этом интенсивность торможения ограничена перегрузками, допустимыми для экипажа, приборов или конструкции спускаемого аппарата.

Большая часть кинетической энергии аппарата, перешедшей в тепловую при торможении в атмосфере, должна рассеиваться во внешней среде, и лишь небольшая часть ее может быть поглощена массой конструкции или воспринята теплозащитными системами аппарата. Для любой системы теплозащиты ограничена также допустимая интенсивность подвода тепловой энергии к охлаждаемым поверхностям.

Ясно, что с увеличением глубины погружения аппарата в атмосферу при тех же скоростях полета растет интенсивность вза-

¹ Для космических аппаратов с двигательными установками, для которых требуемый запас топлива или рабочего тела не лимитирован размерами или весом аппарата, вероятно, станет возможным активное торможение при спуске.

модействия аппарата с воздушной средой (в связи с быстрым ростом плотности воздуха по мере снижения), т. е. возрастают перегрузки и интенсивность нагрева поверхности снижающегося космического аппарата. Эти факторы ограничивают предельную крутизну траектории спуска.

Для пологих траекторий спуска в атмосфере уровень перегрузок и интенсивность нагрева ниже, однако из-за увеличения длительности снижения возрастает общая доля подведенной к поверхности аппарата тепловой энергии [22], [38].

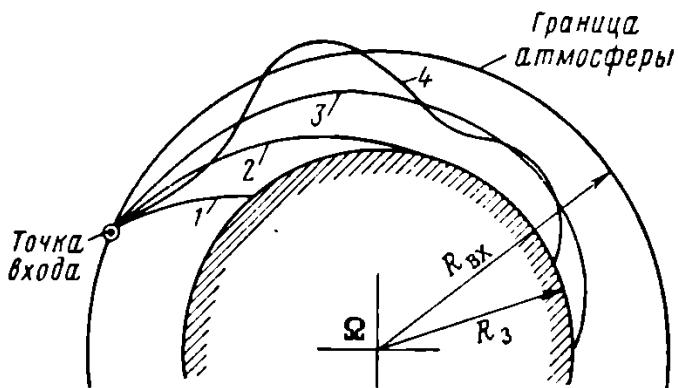


Рис. 1.3. Возможные траектории спуска орбитальных космических аппаратов в атмосфере Земли:

- 1—баллистический спуск по крутой траектории;
- 2—баллистический спуск по пологой траектории;
- 3—планирующий спуск;
- 4—спуск с «отражениями»

При неуправляемом (баллистическом) спуске по пологой траектории, кроме того, происходит значительное рассеивание вероятной точки приземления [1], [38].

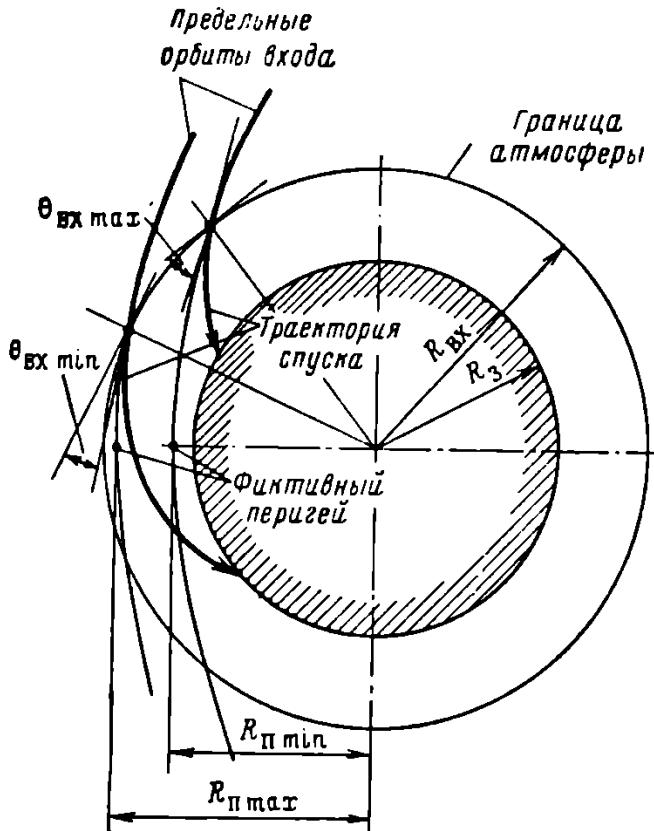
Крутизна траектории при неуправляемом баллистическом снижении в атмосфере определяется для данного аппарата прежде всего начальным углом входа в плотную атмосферу $\theta_{вх}$. При управлении траекторией снижения можно менять крутизну спуска на всем протяжении траектории, регулируя, таким образом, интенсивность нагрева и торможения. Управление траекторией может осуществляться прежде всего за счет изменения аэродинамических сил (использование управляемых тормозных устройств, управление ориентацией аппарата в полете). Наиболее эффективно управление величиной и направлением нормальной к вектору скорости аэродинамической силы, т. е. использование несущих способностей аппарата спуска.

Некоторые возможные траектории снижения космического аппарата в атмосфере показаны на рис. 1.3. Это неуправляемые баллистические траектории спуска различной крутизны, пологая траектория спуска аппарата с хорошими несущими свойствами — «планирующая» траектория, траектория с последовательными выходами из плотной атмосферы — траектория поле-

та «с отражениями» [22], [88]. Возможен, кроме того, ряд промежуточных траекторий спуска различного вида.

Как уже говорилось, вид баллистической траектории спуска целиком определяется начальными условиями входа в плотную атмосферу и прежде всего углом входа $\theta_{\text{вх}}$.

Как видно из рис. 1.1, *a*, угол входа в плотную атмосферу



связан с параметрами переходного эллипса (при импульсном торможении на исходной орбите).

Ограничиваая по условиям безопасности для рассматриваемого аппарата, входящего в атмосферу при баллистическом спуске, предельные значения угла входа

$$\theta_{\text{min}} \leq |\theta_{\text{вх}}| \leq \theta_{\text{max}}$$

или, что эквивалентно, радиус (или высоту) перигея переходного эллипса

$$R_{\text{p max}} \geq R_{\text{p}} \geq R_{\text{p min}},$$

получаем так называемый «коридор» входа (рис. 1.4). Ширина коридора зависит от характеристик аппарата, принятых ограничений, скорости входа (т. е. для орбитальных

Рис. 1.4. К определению коридора входа космического аппарата в атмосферу

аппаратов — от параметров исходной орбиты и величины тормозного импульса) и выбранной схемы управления аппаратом при снижении.

Для аппаратов с управляемой траекторией снижения ширина коридора входа, естественно, тем шире, чем выше несущие способности аппарата, определяющие возможность управления спуском [56].

При возвращении на Землю космического аппарата после межпланетного полета этапу спуска в атмосфере предшествует участок космического полета в сфере притяжения Земли с гиперболическими скоростями. На этом участке может произвольиться конечный корректирующий маневр, обеспечивающий требуемую точность сближения с Землей.

Параметры орбиты в сфере притяжения Земли определяются характером траектории межпланетного полета [1], [37], [111].

Торможение от гиперболических скоростей до скорости, меньшей круговой, при которой космический аппарат уже не обладает

ет энергией, достаточной для выхода на новую околоземную орбиту вне пределов плотной атмосферы, может проводиться либо при многократных погружениях в плотную атмосферу с последующими выходами на промежуточные замкнутые орбиты (рис. 1.5, а), либо на траектории «прямого» спуска, когда после первого пересечения границы атмосферы траектория спуска проходит в атмосфере вплоть до скоростей, меньших первой космической (рис. 1.5, б).

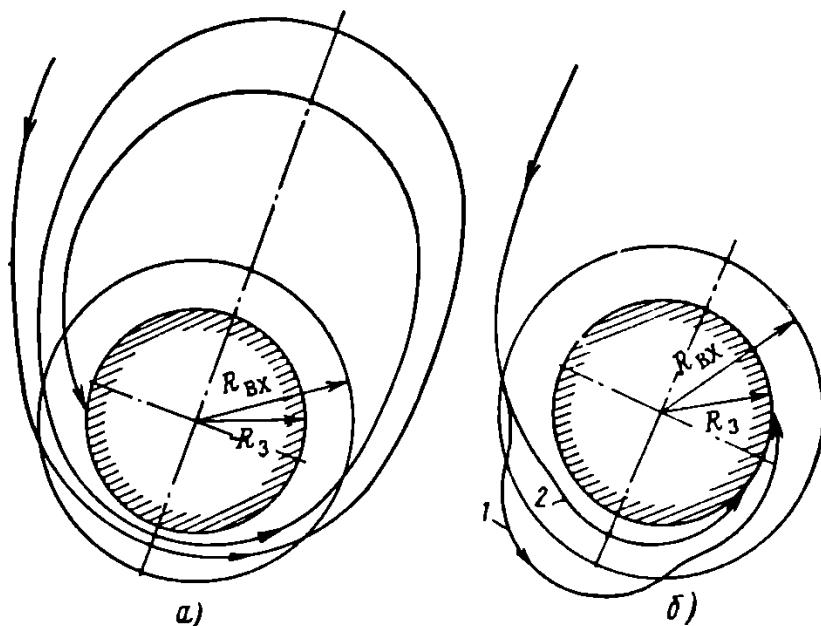


Рис. 1.5. Траектории спуска межпланетного аппарата:
а—с последовательными погружениями в атмосферу; б—
с однократным промежуточным выходом из атмосферы (1)
и при «прямом» спуске (2)

Метод торможения с последовательными погружениями в атмосферу, предложенный Ф. Цандером [40], позволяет постепенно гасить скорость аппарата, однако требует очень высокой точности управления и связан с большой длительностью маневра торможения. Кроме того, проведение такого маневра спуска связано, по-видимому, с многократными пересечениями радиационных поясов Земли, что приводит к необходимости усиления радиационной защиты экипажа. Поэтому по крайней мере на первом этапе осуществления межпланетных полетов для аппаратов с высоким аэродинамическим качеством принят прямой вход в атмосферу или торможение с однократным выходом из атмосферы после первого погружения со скоростью, меньшей первой космической, как это осуществлено при спуске советского аппарата «Зонд-б» и американских кораблей «Аполлон» [15], [28].

Как уже говорилось, спуск межпланетного космического аппарата имеет ряд важных особенностей по сравнению со спуском космических аппаратов с орбиты искусственного спутника Земли. Прежде всего более высокая скорость аппарата приводит к

росту интенсивности нагрева и суммарного количества тепловой энергии, подводимой к поверхности аппарата за время спуска в атмосфере. С этим связаны значительно более жесткие требования к теплозащите аппарата и выбору траектории снижения и торможения в атмосфере.

Кроме того, при прямом входе в атмосферу, пока скорость аппарата не стала меньше первой космической, аппарат обладает энергией, достаточной для выхода из плотной атмосферы и перехода на околоземную орбиту. Поэтому пологие траектории спуска недопустимы не только из-за большого рассеивания конечной точки приземления, но и из-за опасности выхода аппарата из атмосферы. Выход из атмосферы со скоростью, большей первой космической, как правило, недопустим, и при определении коридора входа в плотную атмосферу со сверхкруговыми скоростями ограничение, связанное с условием захвата аппарата атмосферой, является одним из решающих [22], [56].

Очевидно, ширина коридора входа в атмосферу при сверхкруговых скоростях (вход межпланетного аппарата) меньше, чем при околокруговых (вход с замкнутой околоземной орбиты), и уменьшается с ростом скорости входа. Поэтому для межпланетных космических аппаратов особенно важной становится проблема управления траекторией на этапах снижения и торможения. Управление траекторией, как и при околокруговых скоростях, может производиться путем целенаправленного изменения аэродинамических сил и позволяет увеличить ширину коридора входа.

Заметим, что при реальном уровне точности конечной коррекции траектории межпланетного полета выдерживание условий входа в тех же границах, что и для искусственного спутника Земли, невозможно, так как разброс точек входа в атмосферу может составить несколько сот километров [1], [51]. Таким образом, маневр в атмосфере должен проводиться не только для снижения уровня перегрузки и нагрева аппарата, но и для обеспечения посадки в заданном районе. Это означает, что при спуске в атмосфере межпланетным космическим аппаратом необходимо управлять в широких пределах по дальности и боковому смещению.

При входе с многократным погружением в атмосферу потеря скорости при первом торможении должна быть достаточной, чтобы обеспечить переход с разомкнутой гиперболической или параболической орбиты на замкнутую эллиптическую орбиту со сравнительно небольшим периодом обращения.

При дальнейших погружениях необходимо более точное управление траекторией на атмосферных участках, обеспечивающее выход на расчетные промежуточные орбиты.

Как для орбитальных, так и для межпланетных космических аппаратов на конечном этапе спуска в атмосфере, после того как скорость их погашена, возникает задача обеспечения безопасного

приземления. Приземление может осуществляться при помощи парашютов или двигателей, а для аппаратов с высокими несущими свойствами, по-видимому, и «по-самолетному» на специальную посадочную полосу [73], [112].

Разработка техники спуска космического аппарата в атмосфере связана с решением следующих чисто динамических задач:

- определение допустимых условий входа в плотную атмосферу при заданных ограничениях по высоте и скорости полета, перегрузкам и т. п.;

- программирование траектории, обеспечивающее поддержание допустимых для данного аппарата уровня перегрузок и интенсивности нагрева при известных условиях входа в атмосферу;

- управление дальностью и боковыми смещениями точки приземления аппарата при заданных условиях входа;

- определение условий конечного приземления аппарата.

Вопросы стабилизации и управлений ориентацией аппарата при спуске в атмосфере должны рассматриваться в тесной связи с вопросами выбора и функционирования соответствующих систем управления и стабилизации и представляют самостоятельную область.

Методы исследования и особенности полученных результатов анализа динамических задач, связанных со спуском космических аппаратов в атмосфере, зависят от схемы и основных характеристик спускаемого аппарата.

Одной из важных характеристик спускаемого аппарата является величина располагаемого (максимального) аэродинамического качества, определяющая возможность аэродинамического управления траекторией.

Освоение дальнего космоса приводит к росту скоростей входа и увеличению вероятного разброса условий входа в атмосферу при возвращении космического аппарата на Землю. При этом, естественно, возникает тенденция увеличения располагаемых маневренных возможностей спускаемого отсека и прежде всего его аэродинамического качества (рис. 1.6).

Однако повышение аэродинамического качества связано с необходимостью решения ряда весьма сложных конструктивных и технических задач — теплозащиты несущих поверхностей аппарата, точного прогнозирования и управления траекторией на всем ее протяжении, включая участок, где из-за высокой интенсивности ионизации воздуха в ударной волне связь с командны-

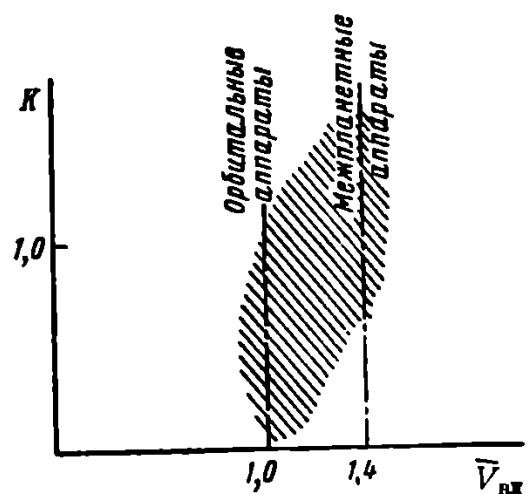


Рис. 1.6. К оценке несущих способностей аппаратов спуска

ми станциями затруднена, и т. п. [1], [37]. Поэтому при спуске в атмосфере орбитальных космических аппаратов [1], [15], [81] была избрана простейшая схема спуска по баллистической траектории, а сами спускаемые аппараты представляли собой капсулы, не имеющие несущих способностей, с аэродинамическим качеством $K=0$ — баллистические капсулы (рис. 1.7, а).

Рассмотренные в работах [81] и [110] аппараты с нулевым аэродинамическим качеством и регулируемой величиной аэrodinamического сопротивления также можно считать баллистическими спускаемыми аппаратами, так как регулирование сопротив-

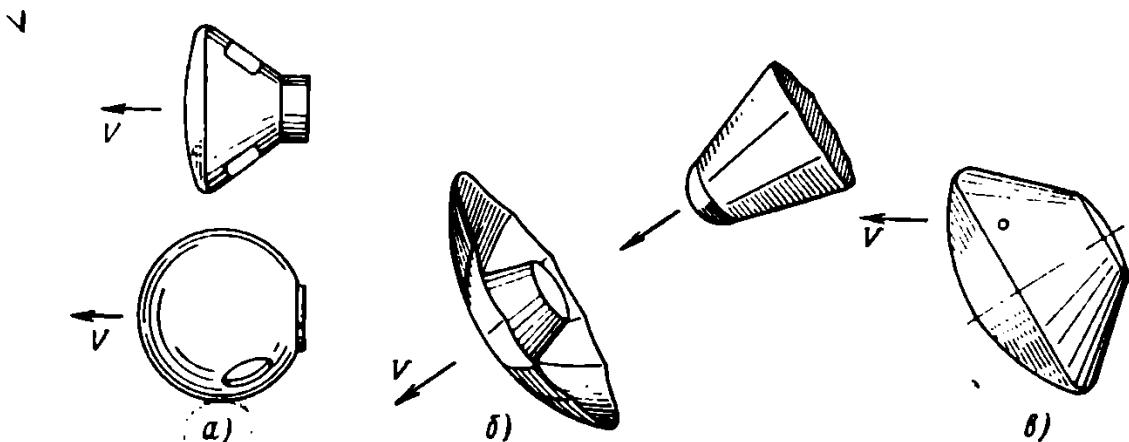


Рис. 1.7. Типичные схемы баллистических и полубаллистических аппаратов спуска:

а—капсула с нулевой подъемной силой; б—капсула с тормозным устройством; в—капсула с малой подъемной силой

ления позволяет лишь изменить распределение перегрузок на траектории, не создавая возможности для маневра и выбора точки приземления на основном этапе спуска (см. рис. 1.7, б).

Космические аппараты [14], [15], [28], рассчитанные на создание небольшой подъемной силы при снижении за счет смещения центра масс аппарата (обеспечивающего ориентацию аппарата под углом к потоку), могут осуществлять управляемый спуск. Управление креном для аппаратов такого типа дает возможность некоторого маневра на траектории, компенсации разброса начальных условий входа и снижения уровня перегрузок и нагрева при спуске (см. рис. 1.7, в). Такие аппараты можно назвать полубаллистическими.

К полубаллистическим спускаемым аппаратам можно отнести и аппараты неосесимметричной формы, имеющие максимальное аэродинамическое качество порядка $K=0,5$ [22], [28], [115]. Управление таким аппаратом может осуществляться как по крену, так и по тангажу [37]. Рассматриваются также схемы управления величиной аэродинамического сопротивления при неизменной ориентации аппарата по тангажу и крену [1], [115]. Некоторые схемы аппаратов этого типа представлены на рис. 1.8, а, б.

Наконец, перспективные спускаемые космические аппараты с аэродинамическим качеством выше 1,0—1,5, которые могут быть названы крылатыми космическими аппаратами [44] (см. рис. 1.8, в), будут, по-видимому, обладать широкими маневренными возможностями. Уровень перегрузок и интенсивность нагрева на траектории спуска таких аппаратов даже с начальны-

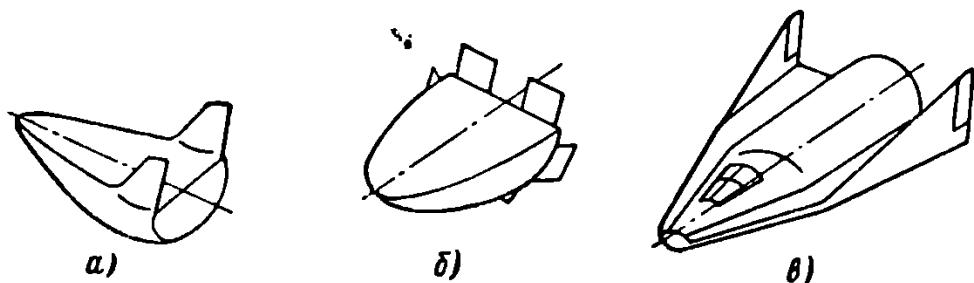


Рис. 1.8. Типичные схемы аппаратов спуска с высокими несущими свойствами

ми скоростями, превышающими первую космическую, будут сравнительно невысокими, хотя суммарное количество тепла, подведенного за время снижения к поверхности аппарата, возрастает.

При спуске аппаратов этого типа можно в широких пределах выбирать точку приземления при нерасчетных условиях входа (рис. 1.9) и осуществлять посадку «по-самолетному» [22].

Создание в ближайшее время спускаемых аппаратов с аэrodинамическим качеством 1,5—2 на гиперзвуковых скоростях по-

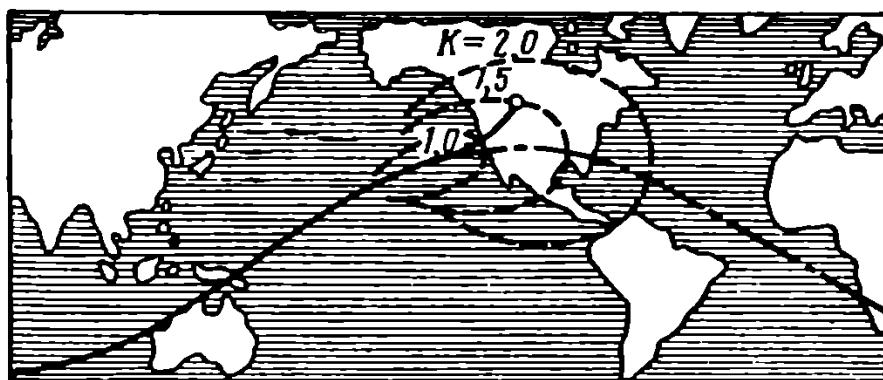


Рис. 1.9. Одна из возможных зон приземления для орбитальных аппаратов с аэродинамическим качеством $K=1,0; 1,5; 2,0$

лета (и до 4,5—6 на посадке) представляется реальным [44] (рис. 1.10).

Крылатые космические аппараты, применение которых наиболее актуально при гиперболических скоростях входа, могут использоваться и при входе в атмосферу с околокруговыми ско-

ростями. Возможность широкого управления траекторией спуска, приземление «по-самолетному» делают весьма перспективным использование аппаратов этого типа для связи с орбитальными станциями, для операций в ближнем космосе и верхних слоях атмосферы и т. п.

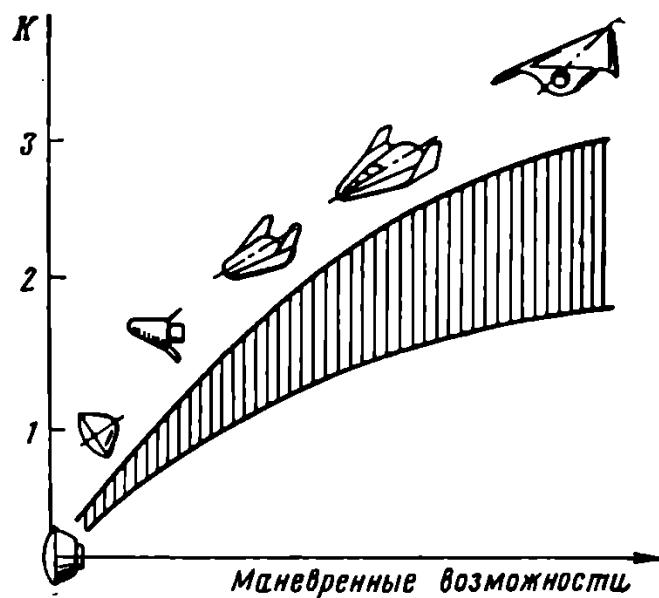


Рис. 1.10. Влияние схемы аппарата на аэrodинамическое качество

Указывается также возможность использования аэродинамических сил при кратковременных погружениях в атмосферу для эффективных космических маневров — изменения плоскости, эксцентриситета орбиты и т. п. [22], [44].

Общая классификация спускаемых космических аппаратов и их основные сравнительные характеристики приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Характеристики	Тип аппарата спуска				
	Баллистическая капсула	Капсула под углом атаки	Баллистический с управлением C_x	Полубаллистический с несущим корпусом	Крылатый
K_{\max}	0	до 0,3	0	до 0,5—0,6	до 15—2
Нагрузка на единицу характеристической площади в $\text{кг}/\text{м}^2$	250—500 (на единицу площади миделя)		10—20 (на единицу площади тормозных устройств)	250—350 (на единицу площади в плане)	100—200 (на единицу несущей площади)
Относительный вес при равном полезном грузе	1,0	1,2	1—1,2	1,3—1,6	1,8—2,0

Продолжение

Характеристики	Тип аппарата спуска				
	Баллистическая капсула	Капсула под углом атаки	Баллистический с управлением C_x	Полубаллистический с несущим корпусом	Крылатый
Тип теплозащиты	Абляция		Абляция для капсулы, радиационный экран для тормозного устройства	Абляция	Абляция для лобовой поверхности, радиационный экран для нижних поверхностей
Возможность маневра	Нет	Компенсация разброса условий выхода с орбиты		Управление точкой приземления в пределах 300—500 км	Управление точкой приземления в пределах 2—3 тыс. км
Схема посадки	Парашютная система				По-самолетному*

§ 2. ФИЗИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПОЛЕТА ПРИ СПУСКЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Выбор определенной техники спуска, динамические характеристики траектории снижения и торможения аппарата в атмосфере, характер общепринятых допущений при решении задач динамики основаны на оценке физических условий полета при спуске космического аппарата в атмосфере Земли.

Спуск космического аппарата проходит в поле притяжения Земли, в воздушной среде, характеристики которой определяют интенсивность торможения и нагрева аппарата. При оценке физических условий полета должны быть рассмотрены параметры поля тяготения, характеристики атмосферы — плотность, температура, ветры, характер взаимодействия воздушной среды с телом, движущимся с гиперзвуковыми скоростями, — с аэро- и термодинамической точки зрения и т. п.

1. Гравитационное поле и фигура Земли

Если материальная точка O массы m находится вне объема D , занимаемого массой Земли, она притягивается к частицам Земли по ньютоновскому закону, и равнодействующая всех элементарных сил притяжения — сила веса, земного притяжения или гравитационная сила равна

$$\bar{G}_n = m \text{grad} \Pi_n(R, \sigma, \lambda), \quad (1.1)$$

где R — радиус-вектор точки O относительно центра Земли, σ — широта и λ — долгота места; O' — проекция точки O на поверхность Земли (рис. 1.11).

Потенциал силы притяжения

$$\Pi_n = \int_D \frac{\mu dM}{q_N}, \quad (1.2)$$

где μ — постоянная притяжения; dM — масса элементарной точки N в объеме Земли D и $q_N = \sqrt{R_N^2 + R^2 - 2R_N R \cos u}$ — расстояние от точки O до элементарной текущей точки N .

Потенциал P_i во внешнем пространстве может быть представлен в виде ряда Маклорена [20], [42]

$$P_i = \frac{\mu}{R} + \frac{1}{2} \frac{\mu}{M} \frac{1}{R^3} \left(C - \frac{A+B}{2} \right) (1 - 3 \sin^2 \sigma) + \\ + \frac{3}{4} \frac{\mu}{M} \frac{1}{R^3} (B-A) \cos^2 \sigma \cos 2\lambda + \dots, \quad (1.3)$$

где M — масса Земли, а A , B и C — главные центральные моменты инерции Земли.

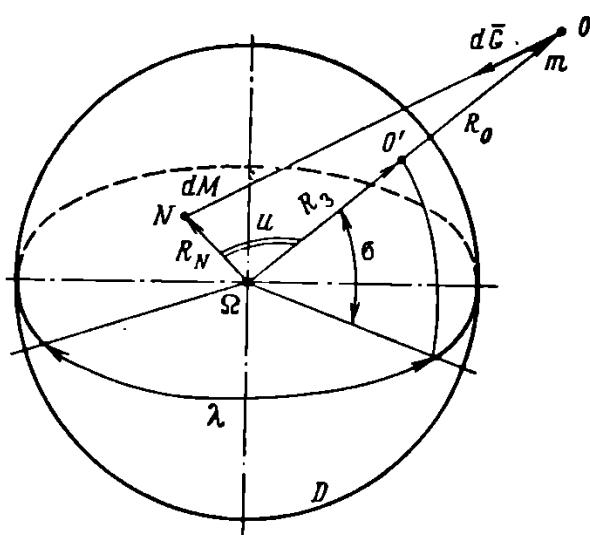


Рис. 1.11. К определению потенциала тяготения Земли

щие члены разложения,— членами высших порядков малости.

Учитывая, что $\frac{B-A}{C} < 0,3 \cdot 10^{-6}$ и динамическое сжатие Земли $\frac{C-A}{C} = 0,0032753$ [20], можно записать

$$P_i = \frac{\mu}{R} + \frac{1}{2} \frac{\mu}{M} \frac{1}{R^3} (C - A) (1 - 3 \sin^2 \sigma). \quad (1.4)$$

В системе отсчета, связанной с вращающейся Землей (см. гл. II), на любую материальную точку O , помимо основной гравитационной силы \bar{G}_i , обусловленной потенциалом тяготения P_i , действует переносная центробежная сила инерции $\bar{F}_{\text{пер}}$, равная

$$\bar{F}_{\text{пер}} = m \bar{\omega}_3 [\bar{\omega}_3 \bar{R}]$$

и

$$|\bar{F}_{\text{пер}}| = m\omega_3^2 R \cos \sigma, \quad (1.5)$$

где

$$\omega_3 = \frac{2\pi}{T_{\text{сут}}} \approx 0,727 \cdot 10^{-4} \text{ радиан/сек.}$$

Сила инерции $\bar{F}_{\text{пер}}$ может быть представлена дополнительным потенциалом

$$\Pi_{\text{вр}} = \frac{1}{2} \omega_3^2 R^2 \cos^2 \sigma, \quad (1.6)$$

который в системе отсчета, связанной с вращающейся Землей, условно включается в полный потенциал силы тяжести

$$\Pi_{\text{ви}} = \Pi_{\text{и}} + \Pi_{\text{вр}}. \quad (1.7)$$

Сила тяготения \bar{G}_{i} или $\bar{G}_{\text{ни}}$, действующая на точку O вне объема Земли D , может быть представлена через ускорение земного тяготения \bar{g}_{i} или $\bar{g}_{\text{ни}}$:

$$\bar{G}_{\text{i}} = m\bar{g}_{\text{i}} \text{ или } \bar{G}_{\text{ни}} = m\bar{g}_{\text{ни}}, \quad (1.8)$$

где

$$\bar{g}_{\text{i}} = \frac{\partial \Pi_{\text{i}}}{\partial n_{\bar{g}_{\text{i}}}} \bar{n}_{\bar{g}_{\text{i}}} \quad (1.9a)$$

или

$$\bar{g}_{\text{ни}} = -\frac{\partial (\Pi_{\text{i}} + \Pi_{\text{вр}})}{\partial n_{\bar{g}_{\text{ни}}}} \bar{n}_{\bar{g}_{\text{ни}}} \quad (1.9b)$$

и \bar{n}_g — нормаль к поверхности равного потенциала тяготения. Вектор ускорения земного тяготения \bar{g} лежит в меридиональной плоскости под углом ϵ_g к геоцентрической вертикали — радиусу-вектору $\bar{\Omega}O$ (рис. 1.12), причем в инерциальной системе отсчета

$$g_{\text{i}} = \frac{\mu}{R^2} \left[1 + K_1 \left(\frac{R_s}{R} \right)^2 (1 - 3 \sin^2 \sigma) \right]; \quad (1.10a)$$

$$\sin \epsilon_{\bar{g}_{\text{i}}} = K_1 \left(\frac{R_s}{R} \right)^2 \sin 2\sigma \quad (1.11a)$$

и в системе отсчета, связанной с вращающейся Землей,

$$g_{\text{ни}} = \frac{\mu}{R^2} \left[1 + K_1 \left(\frac{R_s}{R} \right)^2 (1 - 3 \sin^2 \sigma) - K_2 \left(\frac{R}{R_s} \right)^3 \cos^2 \sigma \right]; \quad (1.10b)$$

$$\sin \epsilon_{\bar{g}_{\text{ни}}} = \left[K_1 \left(\frac{R_s}{R} \right)^2 \sin 2\sigma + \frac{1}{2} K_2 \left(\frac{R}{R_s} \right)^3 \sin 2\sigma \right]. \quad (1.11b)$$

В выражениях (1.10) — (1.11)

$$R_s = 6371250 \text{ м};$$

$$K_1 = \frac{3}{2} \frac{C - A}{MR_s^2} = 0,001623;$$

$$K_2 = \frac{\omega_3 R_3^2}{g_0 c_p \mu} = 0,00364;$$

$$\mu = g_{0 \text{ cp}} R_3^2 = 398,62 \cdot 10^{12} \text{ м}^3/\text{сек}^2.$$

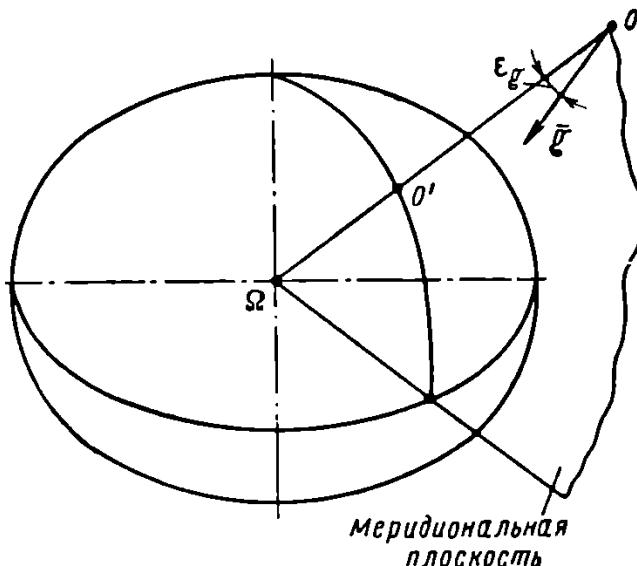


Рис. 1.12. Ускорение силы тяжести вблизи земного сферонда

В первом приближении поле земного тяготения можно считать центральным ньютоновским сферическим полем, тогда

$$g = \frac{\mu}{R^2} = g_0 \left(\frac{R_3}{R} \right)^2$$

и

$$\epsilon_g = 0. \quad (1.12)$$

Помимо притяжения Земли, на космический аппарат действуют также гравитационные силы, связанные с притяжением Луны, Солнца и планет. Величина этих сил может быть оценена через дополнительное гравитационное ускорение g_i , где индекс i указывает источник возмущающей гравитационной силы

$$\frac{g_i}{g} = 2 \left(\frac{R}{R_3} \right) \frac{M_i}{M_3} \sin^3 p_i |\cos \gamma_i|. \quad (1.13)$$

В формуле (1.13) p_i — горизонтальный суточный параллакс светила [20] и γ_i — положение точки O относительно линии Земля — дополнительный притягивающий центр.

Для Солнца

$$2 \frac{M_c}{M} \sin^3 p_c = \frac{1}{19\,310\,000} \quad (1.14a)$$

и для Луны

$$2 \frac{M_l}{M} \sin^3 p_l = \frac{1}{8\,925\,000} . \quad (1.14b)$$

Для планет значение g_i во много раз меньше, чем для Луны.

Обычно при анализе движения космических аппаратов вблизи Земли за малые промежутки времени возмущениями, связанными с действием Солнца и Луны, пренебрегают.

2. Атмосфера Земли

Характер и интенсивность взаимодействия аппарата спуска с воздушной средой при снижении и торможении в атмосфере определяются такими ее параметрами, как плотность, давление, температура, длина свободного пробега молекул, скорость распространения возмущений (скорость звука), молекулярный вес и т. п.

Эти физические и термодинамические параметры атмосферы зависят прежде всего от высоты рассматриваемой точки над уровнем моря H . Кроме того, на термодинамические параметры атмосферы оказывают влияние географические и климатические факторы, сезонные и суточные воздействия, изменение солнечной активности и т. п.

Определенное влияние на распределение параметров атмосферы по высотам может оказать перемещение значительных масс воздуха — ветры. Ветры, кроме того, приводят к отклонению истинного значения воздушной скорости полета V_i от значений скорости относительно наземных ориентиров $V_{n.i}$ и должны учитываться при определении комплекса физических условий полета спускаемых космических аппаратов в атмосфере.

Для неподвижной атмосферы (без учета ветра) термодинамические параметры воздушной среды подчиняются уравнению состояния газа и гидростатического равновесия

$$\frac{dp}{p} = \frac{dq}{q} + \frac{dT}{T} \frac{dM}{M} = - \frac{dH}{H_m} , \quad (1.15)$$

где H_m — высота, которую имела бы атмосфера при постоянных значениях q , T , M (носит название масштабной высоты или высоты равномерной атмосферы):

$$H_m = \frac{R_{газ} T}{M g} , \quad (1.16)$$

Здесь $R_{газ}$ — газовая постоянная; M — молекулярный вес газа воздушной среды.

По уравнению (1.15) барометрическое давление p определяется только значением высоты H и масштабной высоты H_m для данной точки. Изменение массовой плотности воздуха ρ с высотой связано, кроме того, с законом распределения температуры T по сечению атмосферы.

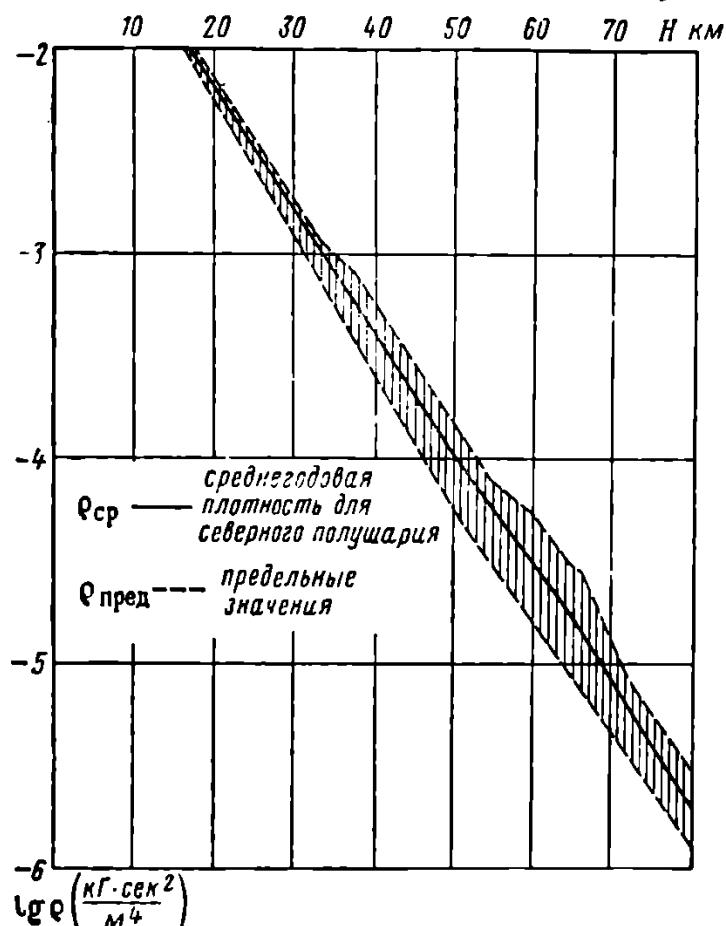


Рис. 1.13. Среднегодовое и предельные значения плотности ρ (в северном полушарии)

Реальная атмосфера. В реальной атмосфере Земли по данным систематических наблюдений можно определить осредненные значения распределения давления, температуры и плотности с высотой и типичные вероятные отклонения от этих осредненных значений в различных условиях.

На рис. 1.13 и в табл. 1.2 приведены средние и предельные значения плотности в северном полушарии [125], [129], на рис. 1.14 и 1.15 — суточные и сезонные вариации плотности.

Суточные изменения плотности могут, по-видимому [126], достигать 4—5% среднего значения, однако точные данные пока отсутствуют.

Вариации плотности связаны, как уже говорилось, прежде всего с изменением температуры атмосферы. Типичный характер такого изменения представлен на рис. 1.16—1.17 [9].

Перемещения масс воздуха — ветры характеризуются обычно осредненной за некоторый промежуток времени скоростью и на-

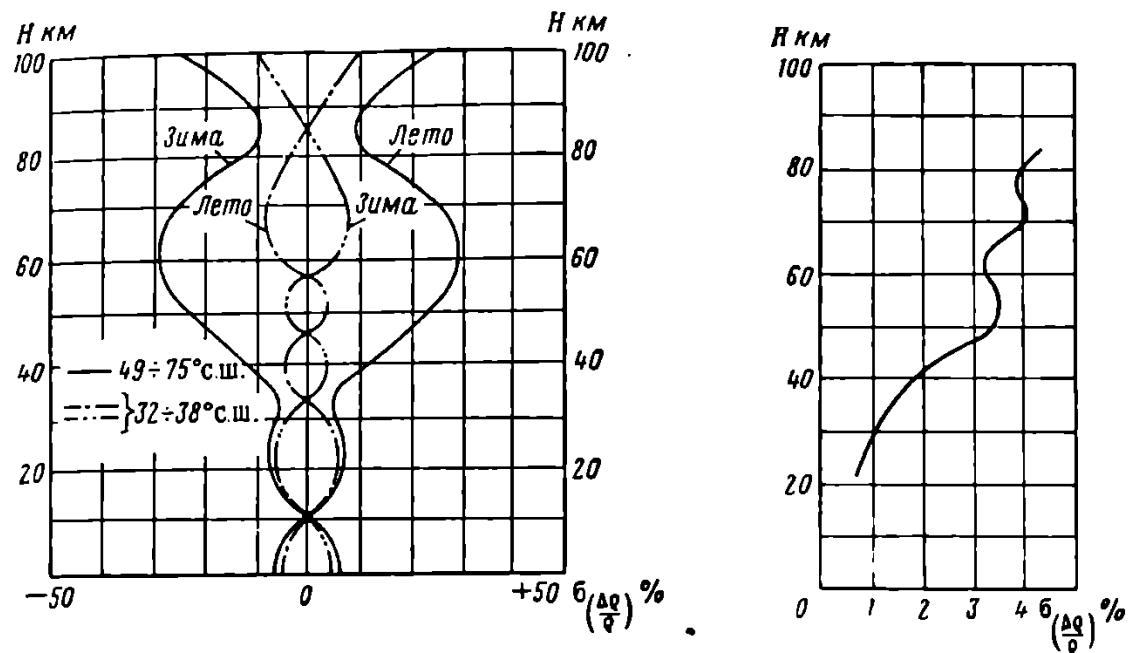


Рис. 1.14. Средние сезонные отклонения плотности от среднегодового значения (в северном полушарии)

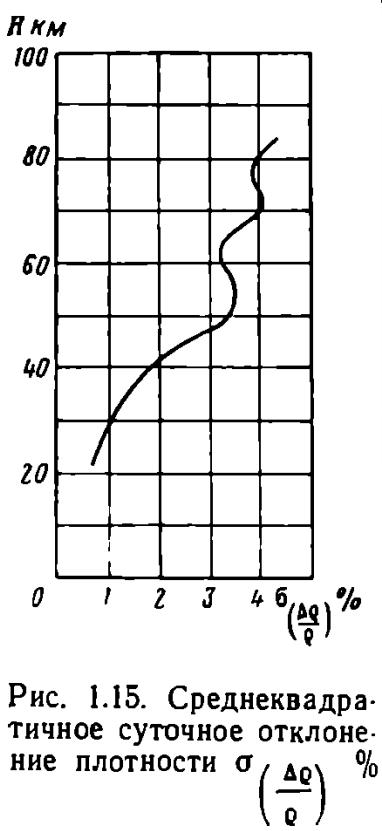


Рис. 1.15. Среднеквадратичное суточное отклонение плотности $\sigma \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \%$ от среднего сезонного значения

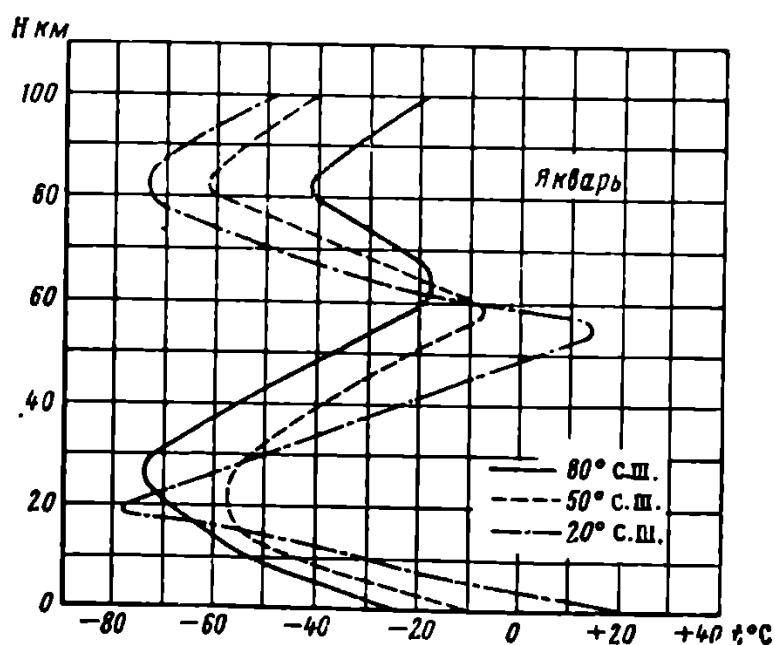


Рис. 1.16. Изменения температуры воздуха с высотой (январь)

Таблица 1.2

**Распределение массовой плотности ρ воздуха в атмосфере по высоте
(по результатам измерений в северном полушарии)
в $\text{кГ}\cdot\text{сек}^2/\text{м}^4$**

<i>H</i> <i>км</i>	$\rho_{\text{средн.год}}$	ρ_{min}	ρ_{max}
32	$1,296 \cdot 10^{-3}$	$1,02 \cdot 10^{-3}$	$1,55 \cdot 10^{-3}$
36	$6,98 \cdot 10^{-4}$	$5,05 \cdot 10^{-4}$	$8,15 \cdot 10^{-4}$
40	$3,925 \cdot 10^{-4}$	$2,65 \cdot 10^{-4}$	$5,71 \cdot 10^{-4}$
44	$2,242 \cdot 10^{-4}$	$1,46 \cdot 10^{-4}$	$3,16 \cdot 10^{-4}$
48	$1,305 \cdot 10^{-4}$	$0,825 \cdot 10^{-4}$	$1,805 \cdot 10^{-4}$
52	$8,15 \cdot 10^{-5}$	$4,89 \cdot 10^{-5}$	$1,10 \cdot 10^{-4}$
56	$4,91 \cdot 10^{-5}$	$2,96 \cdot 10^{-5}$	$6,73 \cdot 10^{-5}$
60	$3,16 \cdot 10^{-5}$	$1,78 \cdot 10^{-5}$	$5,61 \cdot 10^{-5}$
64	$2,045 \cdot 10^{-5}$	$0,958 \cdot 10^{-5}$	$3,67 \cdot 10^{-5}$
68	$1,285 \cdot 10^{-5}$	$0,561 \cdot 10^{-5}$	$2,65 \cdot 10^{-5}$
72	$6,10 \cdot 10^{-6}$	$3,36 \cdot 10^{-6}$	$10,2 \cdot 10^{-6}$
76	$3,42 \cdot 10^{-6}$	$1,84 \cdot 10^{-6}$	$5,81 \cdot 10^{-6}$
80	$1,999 \cdot 10^{-6}$	$1,08 \cdot 10^{-6}$	$3,12 \cdot 10^{-6}$

правлением воздушного течения. При этом вертикальные составляющие скорости воздушных течений обычно невелики, и можно считать ветер горизонтальным¹.

Ветровое поле в любом географическом районе может быть охарактеризовано вертикальным профилем (разрезом) скоростей ветра, т. е. значениями средних скоростей ветра по высотам. Полная скорость ветра W может быть представлена как сумма меридиональной W_m и зональной (широтной) W_z составляющей

$$W = (W_z^2 + W_m^2)^{1/2} \quad (1.17)$$

и направлением ветра относительно направления Запад — Восток χ_w

$$\operatorname{tg} \chi_w = \frac{W_m}{W_z}.$$

Как правило, меридиональная составляющая значительно меньше зональной [125].

¹ Речь идет о длительных ветровых перемещениях в атмосфере, оказывающих существенное влияние на движение центра масс аппарата спуска. Турублентные перемещения в атмосфере, имеющие значительные вертикальные составляющие, влияют в основном на ориентацию аппарата.

Профиль зональных скоростей ветра для различных широт в летнее и зимнее время [127], [128] представлен на рис. 1.18 и 1.19, среднеквадратичные вариации относительно средних сезонных значений для зональной составляющей — на рис. 1.20. Меридиональная составляющая (среднее годовое значение и среднеквадратичные отклонения вероятных значений) представлена на рис. 1.21 [128]. При этом для каждого момента времени и гео-

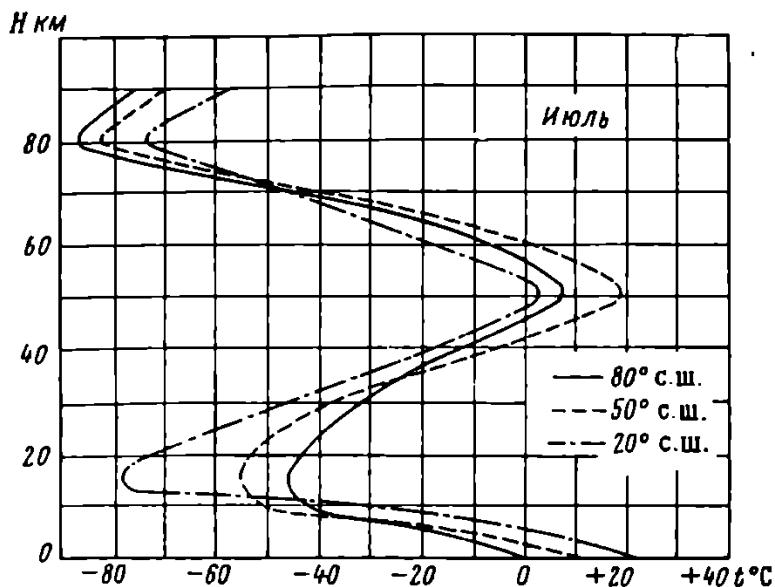


Рис. 1.17. Изменение температуры воздуха с высотой (июль)

графического места вероятное распределение ветра по высотам характеризуется значением сдвига ветра, т. е. градиентов изменения скорости ветра по высоте. Для каждого конкретного распределения сдвиг ветра не превышает максимальных значений [128] (рис. 1.22).

Расчетные модели атмосферы. Для расчета обычно используются не реальные параметры атмосферы, а характеристики идеализированной модели атмосферы, более или менее близкой к реальной, что позволяет получать универсальные сравнимые результаты расчетов.

В идеализированных моделях атмосферы осредненная реальная зависимость термодинамических параметров воздушной среды (температура, плотность, давление) от высоты аппроксимируется некоторой упрощенной условной зависимостью. Так как по уравнению (1.15) распределение плотности по высотам определяется процессами теплообмена между смежными слоями атмосферы, та или иная модель атмосферы характеризуется прежде всего принятой зависимостью температуры воздуха T от высоты.

Простейшей моделью атмосферы в этом смысле является «изотермическая» атмосфера, для которой во всем диапазоне

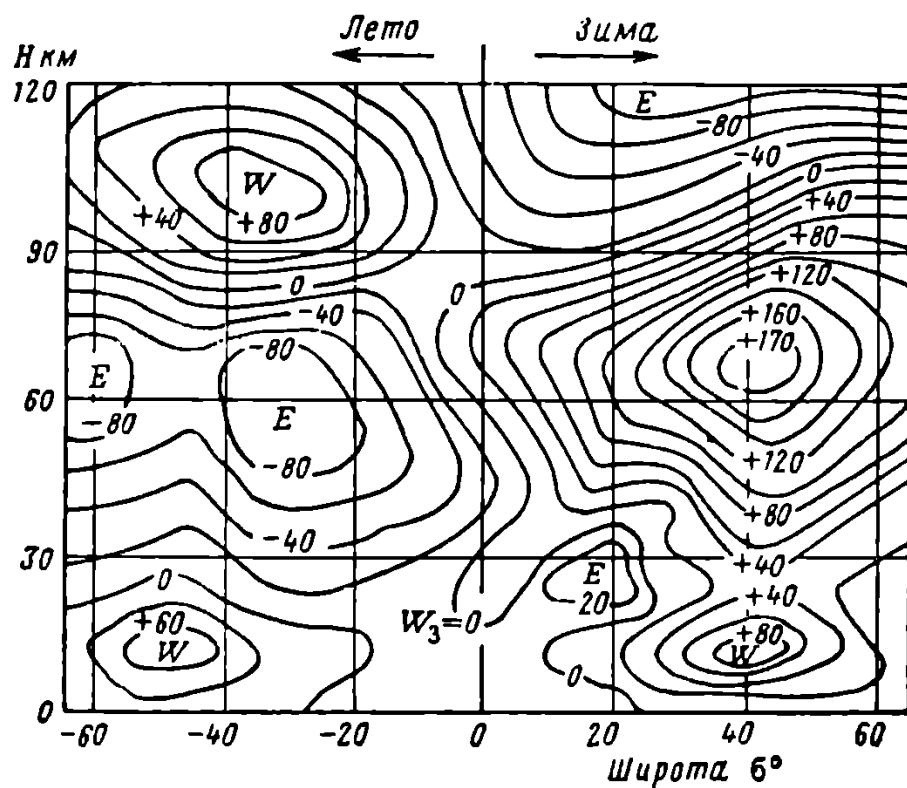


Рис. 1.18. Зональная составляющая ветра W_3 в м/сек (положительна для западного ветра): E — восточный, W — западный ветер

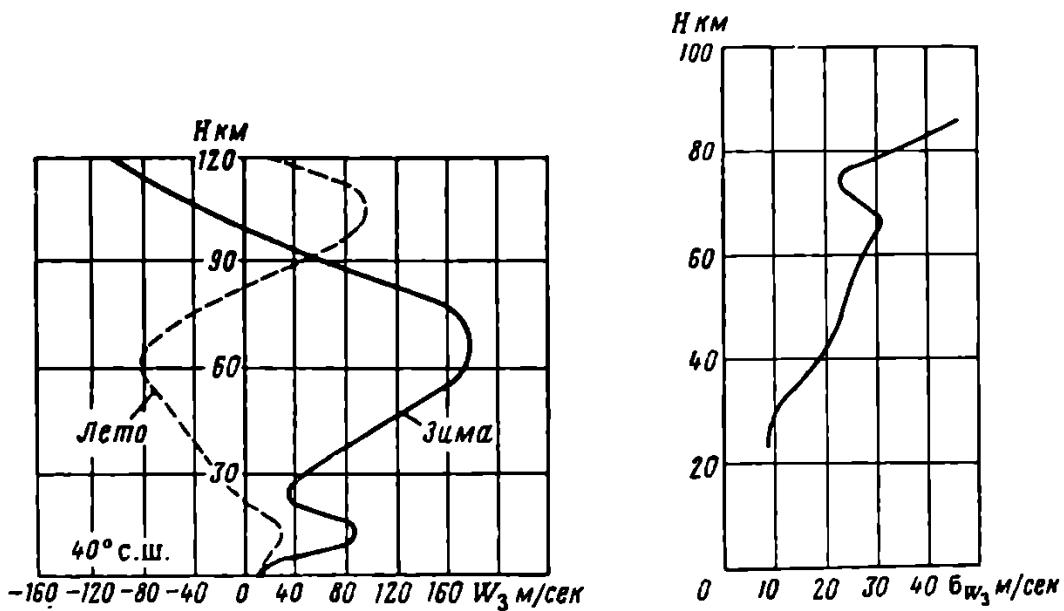


Рис. 1.19. Типичный профиль зональных скоростей ветра (в северном полушарии — 40° широты)

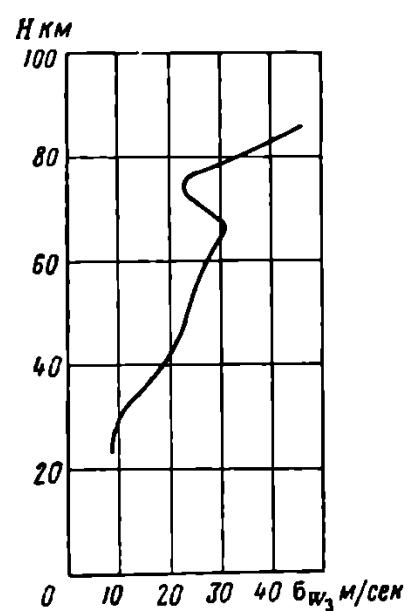


Рис. 1.20. Средиеквадратичное отклонение зональной скорости ветра от среднесезонных значений

высот или в некоторой его части от H_0 до H температура воздуха с высотой постоянна. Тогда [81]

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\varrho}{\varrho_0} = e^{-\frac{H-H_0}{H_{m0}}} \quad (1.18)$$

и

$$H_{m0} = \frac{R_{\text{газ}} T_0}{M g}$$

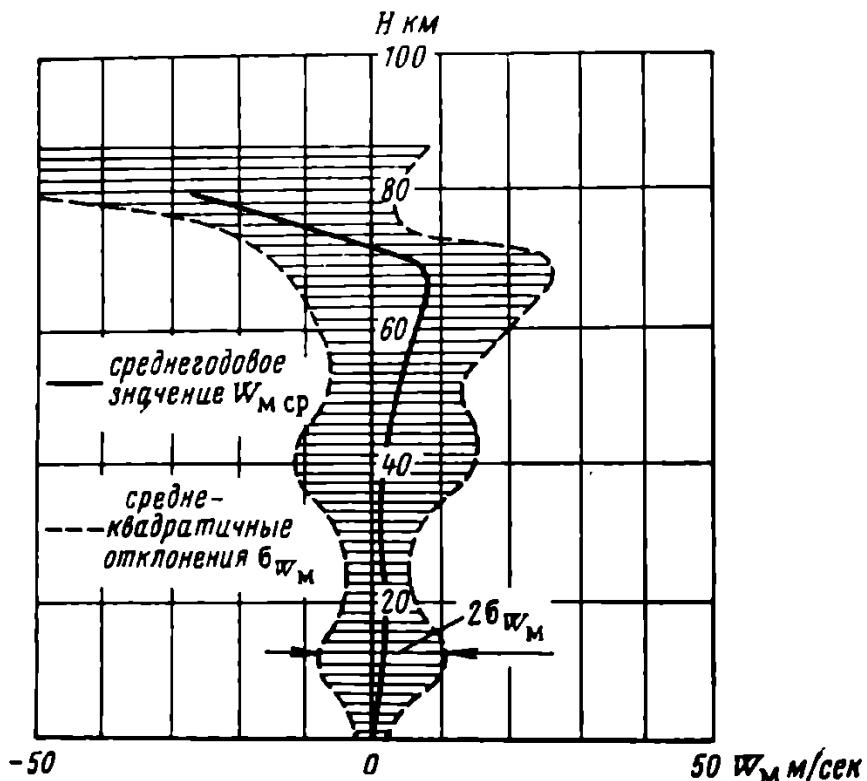


Рис. 1.21. Средняя меридиональная скорость ветра и ее среднеквадратичные отклонения σ_{W_m} для северного полушария

при

$$g = \text{const},$$

или

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\varrho}{\varrho_0} = e^{-\frac{h-h_0}{H_{m0}}}, \quad (1.19)$$

где $h = H \left(\frac{R_s}{R_s + H} \right)$ — геопотенциальная высота

при $g = g(H)$.

Вообще говоря, изотермическая модель атмосферы является приближенной, однако она может быть использована для достаточно точного описания реального изменения плотности с высотой, если для различных диапазонов высот принимать различные

значения масштабной высоты H_m , т. е. перейти от изотермической к «квазизотермической» модели [38].

График зависимости местной масштабной высоты H_m при представлении закона изменения плотности по высоте в виде

$$Q = Q_0 e^{-\frac{H}{H_m}}$$

приведен на рис. 1.23.

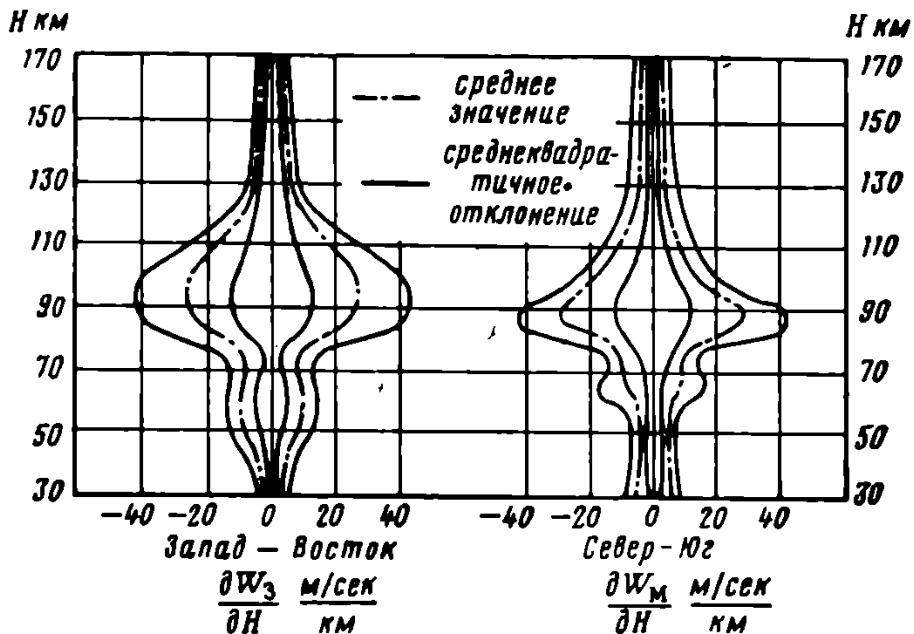


Рис. 1.22. Максимальные значения сдвига ветра $\frac{\partial W}{\partial H}$ по высотам

На рис. 1.24 показано сравнение «квазизотермической» модели атмосферы, дающей наиболее близкие к действительным

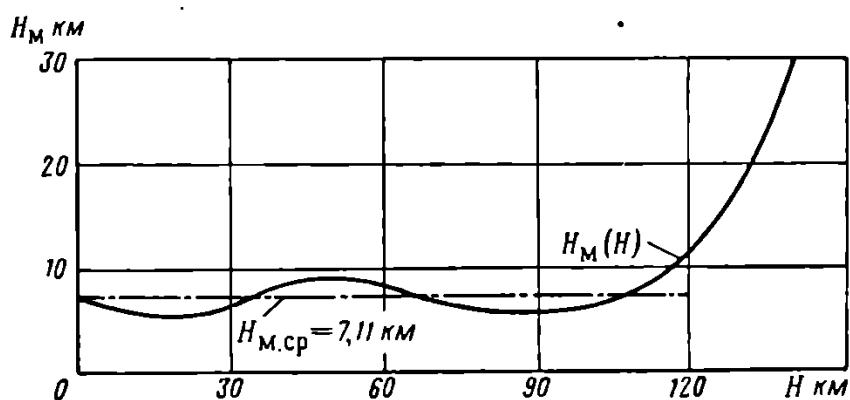


Рис. 1.23. Изменение масштабной высоты H_m по высотам

значения плотности в диапазоне высот 0—80 км ($H_{m,ср} = 7,11$ км) со средними значениями плотности реальной атмосферы.

Предположение об адиабатическом характере теплообмена между смежными слоями атмосферы, при котором

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{x-1}{x}} = \left(\frac{\varrho_2}{\varrho_1} \right)^{\frac{1}{x-1}} \quad (1.20)$$

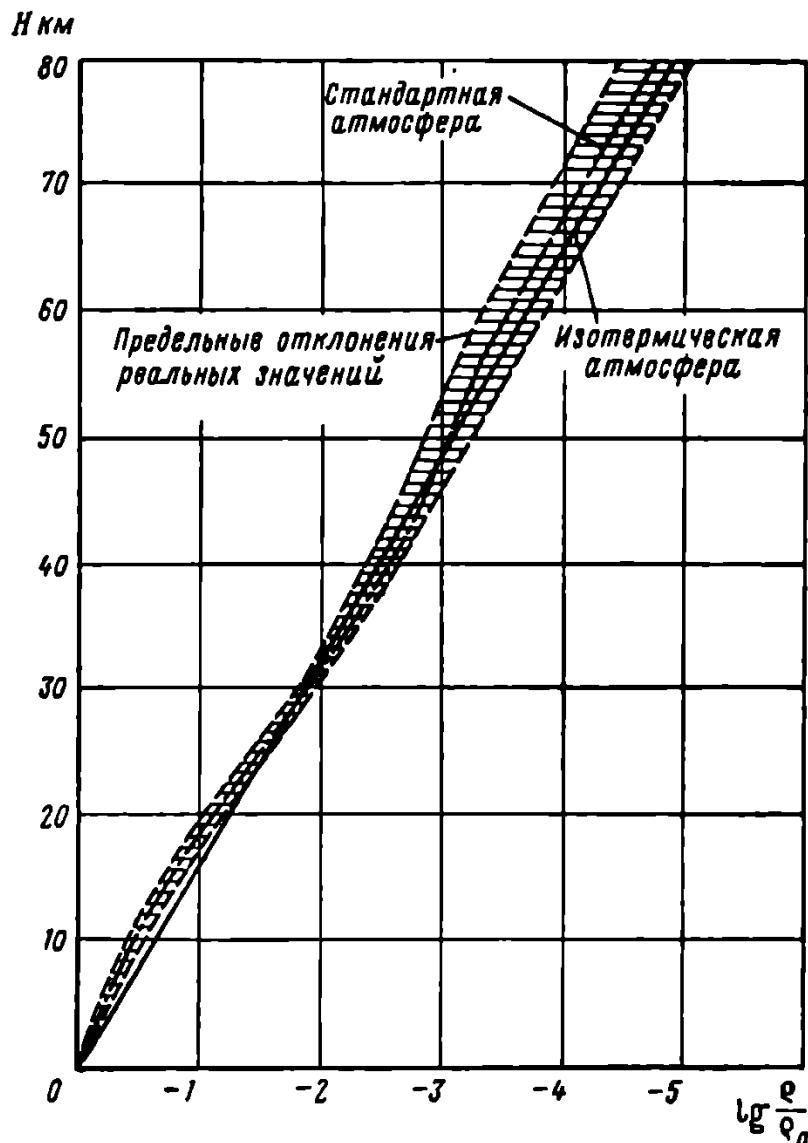


Рис. 1.24. Сравнение значений плотности по различным моделям атмосферы

(x — показатель адиабаты), приводит к линейному закону изменения температуры по высоте

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{H_2 - H_1}{H_{m1}} \frac{x-1}{x} \quad (1.21)$$

(для диапазона высот $H_1 - H_2$, в котором существует адиабатический теплообмен).

В этом случае из уравнения (1.20) следует

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \left(1 - \frac{x-1}{x} \frac{H_2 - H_1}{H_{m1}} \right)^{\frac{1}{x-1}}. \quad (1.22)$$

Таблица 1.3

Стандартная атмосфера (ГОСТ 4401—64)

<i>H</i> <i>m</i>	<i>T</i> °К	$\frac{Q}{m^4}$	$\frac{P}{m^2}$	$\frac{a_{3B}}{m' сек}$
0	288,16	$1,2492 \cdot 10^{-1}$	10332,3	340,28
5000	255,63	$7,5106 \cdot 10^{-2}$	5511,1	320,51
10000	223,15	$4,2172 \cdot 10^{-2}$	2701,3	299,45
15000	216,66	$1,9851 \cdot 10^{-2}$	1234,6	295,07
20000	216,66	$9,0623 \cdot 10^{-3}$	563,59	295,07
25000	216,66	$4,1422 \cdot 10^{-3}$	257,60	295,07
30000	230,35	$1,8254 \cdot 10^{-3}$	120,69	304,25
35000	244,01	$8,4475 \cdot 10^{-4}$	59,168	313,14
40000	257,66	$4,0792 \cdot 10^{-4}$	30,169	321,78
45000	271,28	$2,0482 \cdot 10^{-4}$	15,949	330,17
50000	274,00	$1,0966 \cdot 10^{-4}$	8,6249	331,82
55000	270,56	$6,0090 \cdot 10^{-5}$	4,6667	329,74
60000	253,40	$3,3816 \cdot 10^{-5}$	2,4597	319,11
65000	236,26	$1,8291 \cdot 10^{-5}$	1,2405	308,13
70000	219,15	$9,4576 \cdot 10^{-6}$	0,59494	296,76
75000	202,06	$4,6387 \cdot 10^{-6}$	0,26904	284,95
80000	185,00	$2,1393 \cdot 10^{-6}$	0,11361	272,66
85000	185,00	$8,6985 \cdot 10^{-7}$	0,046196	272,66
90000	185,00	$3,5418 \cdot 10^{-7}$	0,018808	272,66
95000	185,00	$1,4450 \cdot 10^{-7}$	0,0076687	272,66
100000	209,22	$5,5058 \cdot 10^{-8}$	0,003050	288,31

5.39934536 · 10⁻¹⁰

Адиабатический теплообмен может ожидаться в основном лишь в небольшом диапазоне высот [128].

Более точно атмосфера с переменной температурой по высоте может быть представлена «политропной» моделью с линейным градиентом температуры по высотам, не равным адиабатическому [81].

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \left[1 + \left(\frac{\partial T}{\partial H} \right) \frac{H_2 - H_1}{T_1} \right]^{\frac{1}{1 + \frac{M_1 g}{R_{\text{газ}}} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)}}. \quad (1.23)$$

Применение аналитических зависимостей вида (1.22) или (1.23), определяющих изменение параметров атмосферы с высотой, представляется несколько громоздким для приближенных расчетов, когда с успехом может применяться «квазизотермиче-

ская» модель [38], и теряет смысл при точных числовых расчетах траектории, когда модель атмосферы может быть задана таблично.

Зависимости (1.22) и (1.23) могут быть использованы при численных расчетах для аппроксимации или построения интерполяционных формул в определенных диапазонах высот для случая, когда в качестве расчетной модели атмосферы используется «стандартная» атмосфера.

Стандартная атмосфера строится на основании обработки осредненных характеристик реальной атмосферы и задается обычно в виде табличных зависимостей параметров воздушной среды от высоты. Используется она при сравнительных расчетах траекторий летательных аппаратов, при обработке результатов летных испытаний и т. п.

В СССР стандартная атмосфера определена ГОСТом 4401—64 [9], в США принята стандартная атмосфера ICAO [9], [121]. Таблица стандартной атмосферы (ГОСТ 4401—64) приведена с сокращениями (табл. 1.3 и рис. 1.24).

3. Аэродинамические характеристики летательных аппаратов при гиперзвуковых скоростях полета

Взаимодействие летательного аппарата с воздушной средой определяется рядом сложных физических явлений, изложение сущности которых выходит за рамки данной работы. Рассмотрим лишь основные закономерности такого взаимодействия [3], [23], [25], [24].

Воздушная среда представляет собой совокупность молекул, находящихся в состоянии непрерывного теплового движения. Их взаимодействие между собой обеспечивает передачу возмущений. По отношению к поверхности летательного аппарата, помимо теплового движения, воздушная среда имеет упорядоченную составляющую скорости, равную скорости полета.

Характер взаимодействия движущегося тела с воздушной средой определяется прежде всего характером передачи в этой среде возмущений, вызванных телом.

Если длина свободного пробега молекул $\lambda_{\text{св}}$ существенно меньше линейных размеров движущегося тела и толщины пограничного слоя вблизи тела, где проявляется вязкость воздуха, воздушную среду можно считать непрерывной (гипотеза сплошности или континуума). При длине свободного пробега молекул, соизмеримой с размерами движущегося тела, можно представить воздушную среду как пространство, заполненное отдельными невзаимодействующими молекулами.

Область скоростей и высот полета, для которой такое представление справедливо, называют областью свободномолекулярного обтекания.

Промежуточная область, в которой возмущения, вызванные телом, распространяются в некоторой прилегающей области воздушной среды, но ближайшие к телу частицы воздуха не остаются неподвижными по отношению к телу, как в сплошной среде, носит название области течений с проскальзыванием пограничного слоя.

Области высот и скоростей, в которых применима гипотеза сплошности или предположение о свободномолекулярном обтекании, характеризуются обычно числом Кнудсена

$$Kn_l = \frac{\lambda_{\text{сп}}}{l} \quad \text{или} \quad Kn_\delta = \frac{\lambda_{\text{сп}}}{\delta_{\text{п.с}}} , \quad (1.24)$$

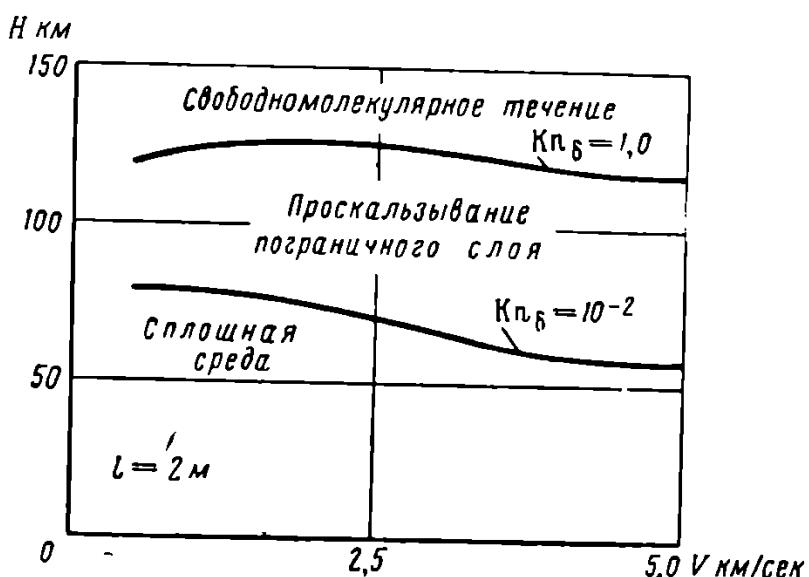


Рис. 1.25. Области обтекания тела воздушным потоком

где l — характерный размер тела, а $\delta_{\text{п.с}}$ — толщина пограничного слоя (рис. 1.25).

При движении тела в сплошной воздушной среде аэродинамические силы, действующие на летательный аппарат, определяются его формой и ориентацией, характером обтекания, типом пограничного слоя и его взаимодействием с ударными волнами, интенсивностью и формой ударных волн и т. п. [3], [24].

Полная аэродинамическая сила $\bar{R}_{\text{аэр}}$, действующая на летательный аппарат в полете, и равная

$$\bar{R}_{\text{аэр}} = \int_S (\Delta p \cdot \bar{n} + \bar{f}) dS, \quad (1.25)$$

может быть разложена на составляющие Y и Q в плоскости симметрии аппарата по нормали и касательной к вектору скорости движения аппарата относительно воздушной среды (скорость набегающего потока) и Z — по нормали к плоскости симметрии аппарата. При симметричном обтекании $Z=0$ (здесь S — омы-

ваемая площадь; Δp — разность между статическим давлением у поверхности тела и в невозмущенном потоке; \bar{n} — единичный вектор, нормальный к элементу поверхности, и \bar{f} — местная тангенциальная сила на единицу площади).

Составляющие аэродинамической силы могут быть выражены через безразмерные коэффициенты c_x , c_y , c_z , скоростной напор $\frac{\rho V^2}{2}$ и характерную площадь.

В качестве характерной площади может быть выбрана или площадь несущих поверхностей S , или площадь миделя аппарата $S_{\text{мид}}$, причем выбор характерной площади оговаривается при задании аэродинамических коэффициентов для данного аппарата, т. е.

$$c_x = \frac{Q}{\frac{\rho V^2}{2} S}; \quad c_y = \frac{Y}{\frac{\rho V^2}{2} S}; \quad c_z = \frac{Z}{\frac{\rho V^2}{2} S} \quad (1.26)$$

или

$$c_{x \text{ мид}} = \frac{Q}{\frac{\rho V^2}{2} S_{\text{мид}}}; \quad c_{y \text{ мид}} = \frac{Y}{\frac{\rho V^2}{2} S_{\text{мид}}}; \quad c_{z \text{ мид}} = \frac{Z}{\frac{\rho V^2}{2} S_{\text{мид}}}.$$

Величины аэродинамических коэффициентов зависят от местного коэффициента давления

$$c_p = \frac{1}{\frac{\rho V^2}{2}} \frac{dF_p}{dS} \quad (1.27)$$

и местного коэффициента трения

$$c_f = \frac{1}{\frac{\rho V^2}{2}} \frac{dF_{tp}}{dS}. \quad (1.28)$$

Учитывая, что трение и распределение давления по поверхности движущегося в сплошной среде тела связаны с величиной чисел

$$Re_l = \frac{\rho V l}{\mu_{\text{газ}}} \quad (1.29)$$

и

$$M = \frac{V}{a_{\text{зв}}}, \quad (1.30)$$

где $a_{\text{зв}} = \sqrt{R_{\text{газ}} T_{\infty}}$ — скорость звука и $\mu_{\text{газ}}$ — динамическая вязкость воздуха, $\mu_{\text{газ}} = \mu_{\text{газ}}(T)$ [34], получаем, что аэродинамические коэффициенты зависят от формы летательного аппарата, углов, определяющих ориентацию аппарата по отношению к потоку, чисел M и Re_l .

В зависимости от числа M полета принято называть течение дозвуковым ($M < 0,8$), трансзвуковым ($0,8 \geq M \geq 1,2$), сверхзвуковым ($1,2 > M \geq 5$) и гиперзвуковым ($M > 5$).

При гиперзвуковом течении аэродинамические коэффициенты сравнительно слабо зависят от числа M полета, особенно при небольших углах атаки α аппарата (рис. 1.26) [3].

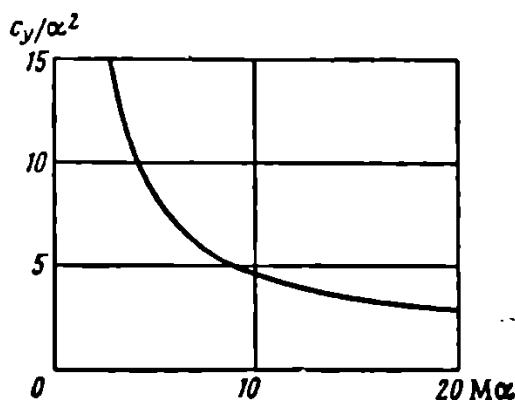


Рис. 1.26. Зависимость коэффициента подъемной силы от параметра гиперзвукового подобия Ma

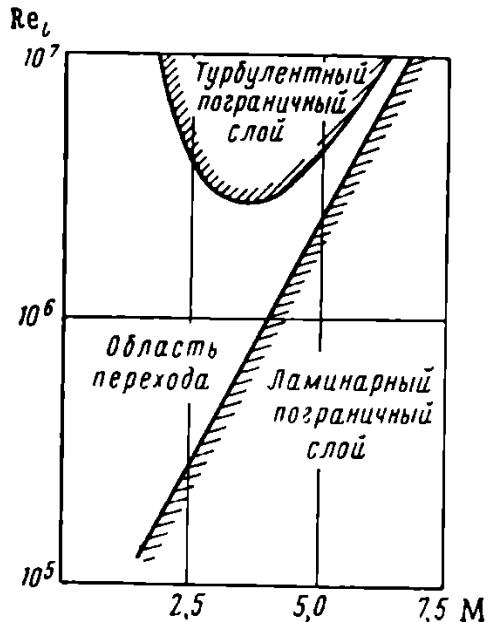


Рис. 1.27. Области существования ламинарного и турбулентного пограничных слоев при сверхзвуковом обтекании

Число Re_l определяет значение коэффициента трения c_f и характер пограничного слоя — турбулентный или ламинарный (рис. 1.27). Нормальная и боковая составляющие аэродинами-

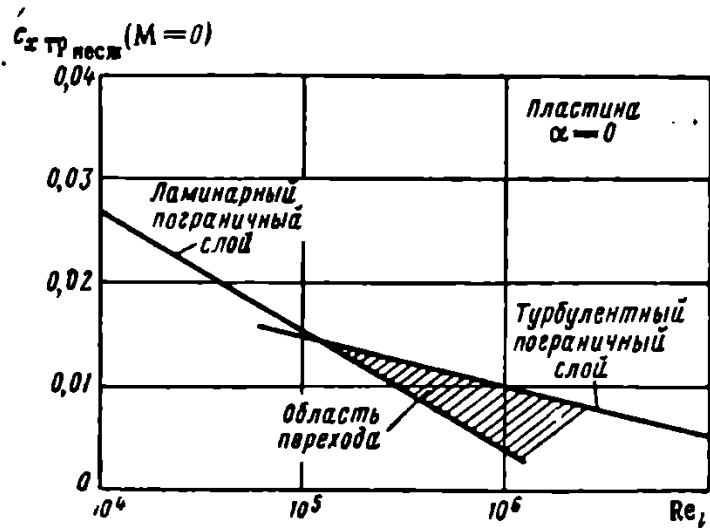


Рис. 1.28. Зависимость коэффициента сопротивления трения для пластины от числа Re (без учета сжимаемости)

ческой силы Y и Z слабо зависят от величины поверхности трения в пограничном слое, и число Re_l полета влияет прежде

всего на величину аэродинамического сопротивления $Q(c_x)$ (рис. 1.28). Учесть зависимость сопротивления трения от числа M полета можно по рис. 1.29:

$$c_{x_{\text{тр}}}(M, Re_l) = c_{x_{\text{тр, неск}}}(\text{Re}_l) \frac{c_f(M)}{c_f M=0}; \quad c_x = c_{x_p}(M) + c_{x_{\text{тр}}}. \quad (1.31)$$

Зависимость коэффициента c_y и c_z от числа Re_l обычно не учитывается.

Полный коэффициент аэродинамического сопротивления может быть также представлен в виде суммы сопротивления при нулевой подъемной силе и индуктивного сопротивления

$$c_x = c_{x_0} + c_{x_i}(c_y). \quad (1.32)$$

Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования обтекания тел различной конфигурации гиперзвуковым потоком позволяют оценить типичный характер зависимости аэродинамических коэффициентов от ориентации аппарата в потоке, чисел M , Re_l и схемы аппарата.

Для затупленных тел вращения [24], [29], [50] типа баллистических капсул характерны высокое значение коэффициента сопротивления, малая доля трения в общем балансе сил, малое аэродинамическое качество (рис. 1.30, 1.31).

Полубаллистические капсулы [74], [87] имеют несколько лучшие несущие способности и обеспечивают создание подъемной силы при нулевых углах атаки.

Для полубаллистических капсул с тормозными устройствами возможно регулирование аэродинамического сопротивления без изменения угла атаки и подъемной силы (рис. 1.32).

При анализе динамики крылатых аппаратов спуска используют аналитические выражения поляры.

При малых углах встречи с потоком ($\alpha \leq 15 \div 20^\circ$) поляра может быть приближенно представлена в виде

$$c_y = c_y^a \alpha^m + c_{y0}; \quad (1.33)$$

$$c_x = B c_y^n + c_{x0} \quad (1.34)$$

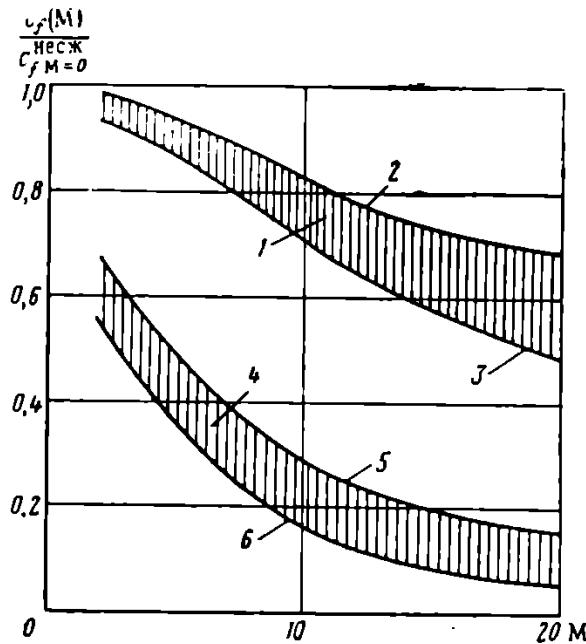


Рис. 1.29. Влияние сжимаемости (числа M полета) на коэффициент сопротивления трения для ламинарного и турбулентного пограничных слоев:

1—ламинарный пограничный слой; 2 и 5—охлаждаемая поверхность; 3 и 6—неохлаждаемая поверхность; 4—турбулентный пограничный слой

$$m=2; n=\frac{3}{2} \text{ при } M>5 \text{ [23].}$$

При значительных углах атаки (или скольжения) выражения (1.33), (1.34) неприменимы, и могут быть использованы соотношения

$$c_x = c_{x0} + B_1 \sin^3 \alpha; \quad (1.35)$$

$$c_y = A_1 \sin^2 \alpha \cos \alpha. \quad (1.36)$$

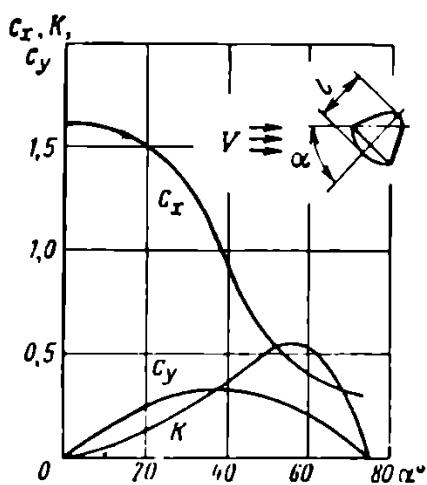


Рис. 1.30. Зависимость со-противления и подъемной силы от угла атаки для капсулы с $l/d=1$

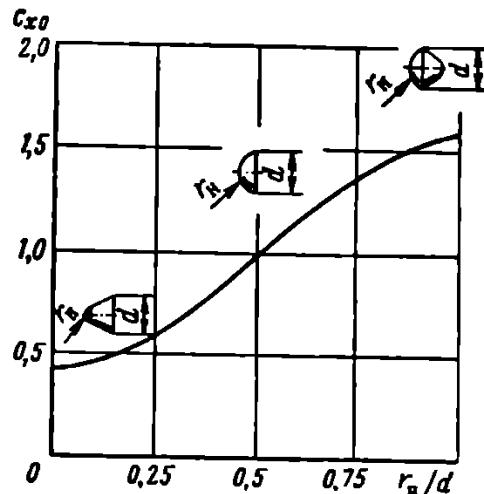


Рис. 1.31. Влияние соотношения r_n/d на коэффициент аэродинамического сопротивления c_{x0} баллистической капсулы

На рис. 1.33 представлены значения c_{x0} , B , c_y^a из уравнений (1.33), (1.34) и на рис. 1.34 — значения c_{x0} , A_1 , B_1 из уравнений (1.35), (1.36) для типичного крылатого гиперзвукового аппарата. Заметим, что для аппаратов такого типа сопротивление трения может составлять существенную долю полного аэродинамического сопротивления, и коэффициент сопротивления c_x зависит от числа Re_l , а значит, и от высоты полета H (рис. 1.35).

В свободномолекулярном потоке в элементарном его сечении dS количество движения молекул газа, взаимодействующих с поверхностью тела, составляет

$$d\bar{\Omega} = \frac{\rho V^2}{2} dS dt. \quad (1.37)$$

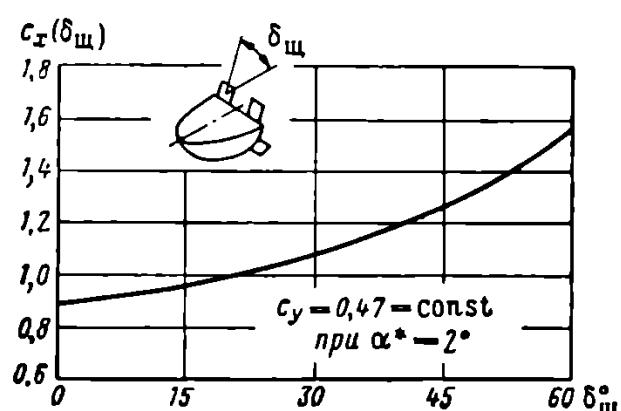


Рис. 1.32. Аэродинамические характеристики полубаллистического аппарата спуска с отклоняемыми тормозными щитками

Взаимодействуя с поверхностью аппарата, молекулы газа могут либо упруго отражаться от нее, либо, от-

дав полностью всю энергию движения, рассеиваться в пространстве диффузно с тепловыми скоростями, соответствующими температуре поверхности аппарата [23]. Коэффициенты аэроди-

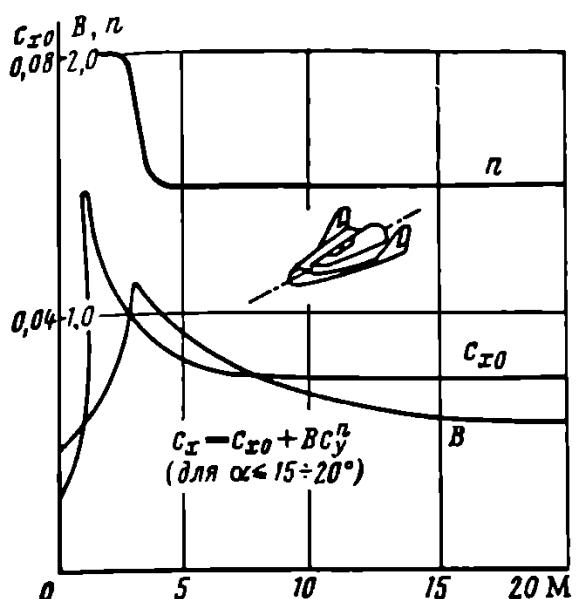


Рис. 1.33. Аэродинамические характеристики крылатого аппарата спуска при малых углах атаки

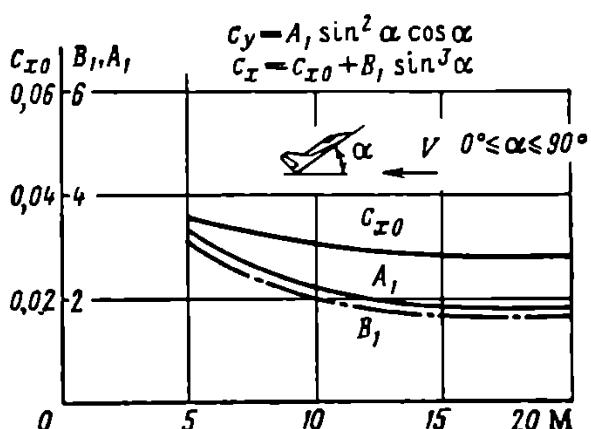


Рис. 1.34. Аэродинамические характеристики крылатого аппарата спуска в широком диапазоне углов атаки

намических сил при этом определяются ориентацией и формой аппарата и в некоторой степени температурой его поверхности. Реальное взаимодействие частиц газа с поверхностью аппарата, по-видимому, ближе к схеме рассеивания.

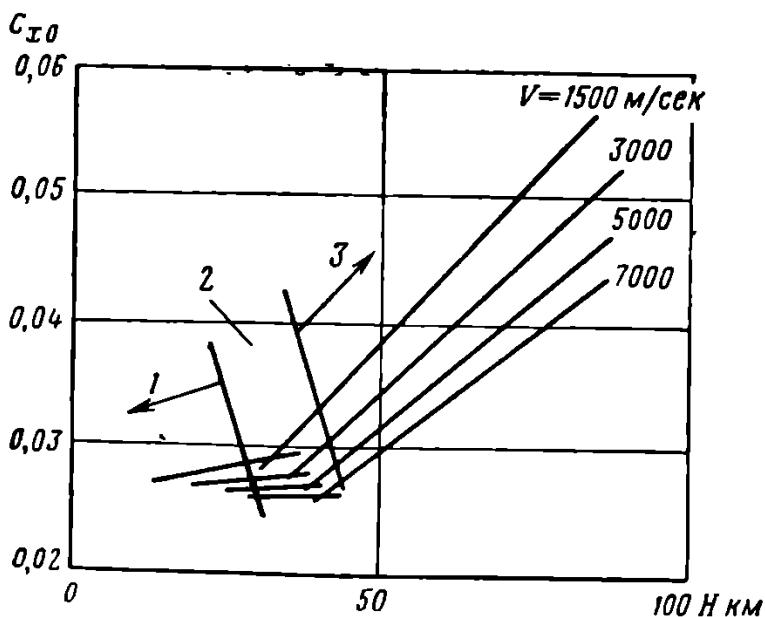


Рис. 1.35. Влияние высоты полета на коэффициент аэродинамического сопротивления C_{x0} для крылатого аппарата спуска:
1 — турбулентный пограничный слой; 2 — область перехода; 3 — ламинарный пограничный слой

На рис. 1.36 представлены значения аэродинамического сопротивления баллистической капсулы в свободномолекулярном потоке [24].

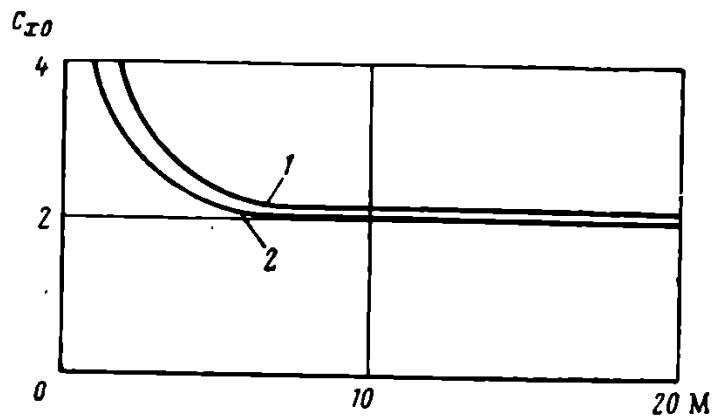


Рис. 1.36. Аэродинамическое сопротивление в свободномолекулярном потоке:
1—для сферы; 2—для конуса

В области течений с проскальзыванием аэродинамические характеристики аппаратов спуска могут быть приближенно оценены сопряжением значений для сплошной и свободномолекулярной областей.

4. Аэродинамический нагрев космического аппарата при спуске в атмосфере

При торможении космического аппарата в атмосфере тепловая энергия поступает к его поверхности двумя основными путями — за счет конвективной теплопередачи в пограничном слое и за счет излучения фронта ударной волны.

При достаточно больших скоростях полета процесс конвективного переноса тепла ($q_{\text{конв}} s$) усложняется ионизацией газа, неравновесностью пограничного слоя (рис. 1.37), а при уносе массы с поверхности обшивки (обгорание обмазки, испарительная теплозащита и т. п.) — массообменом и химическими реакциями в пограничном слое. Теория тепло- и массообмена в пограничном слое разработана для ряда частных случаев [22], [24], [67], [84].

Излучение ударной волны — радиационная теплопередача ($q_{\text{рад}} s$) — становится существенным со скоростями 6—8 км/сек и на сверхкруговых скоростях приобретает решающее значение (см. рис. 1.37) [84], [130].

Тепловая энергия, подведенная извне к обшивке аппарата спуска, частично рассеивается за счет излучения от нагретой поверхности, частично поглощается или уносится (при охлаждении с расходом массы) системами теплозащиты, частично аккумулируется за счет теплоемкости конструкции аппарата, вызывая повышение температуры силовых элементов, ухудшая условия

работы аппаратуры и затрудняя решение проблемы жизнеобеспечения экипажа аппарата спуска.

Полное исследование тепловых режимов в различных точках обшивки спускаемого аппарата реальной конфигурации, достаточно точное решение задач тепло- и массообмена вблизи охлаждаемой поверхности, исследование температурных полей в конструкции — задача весьма сложная.

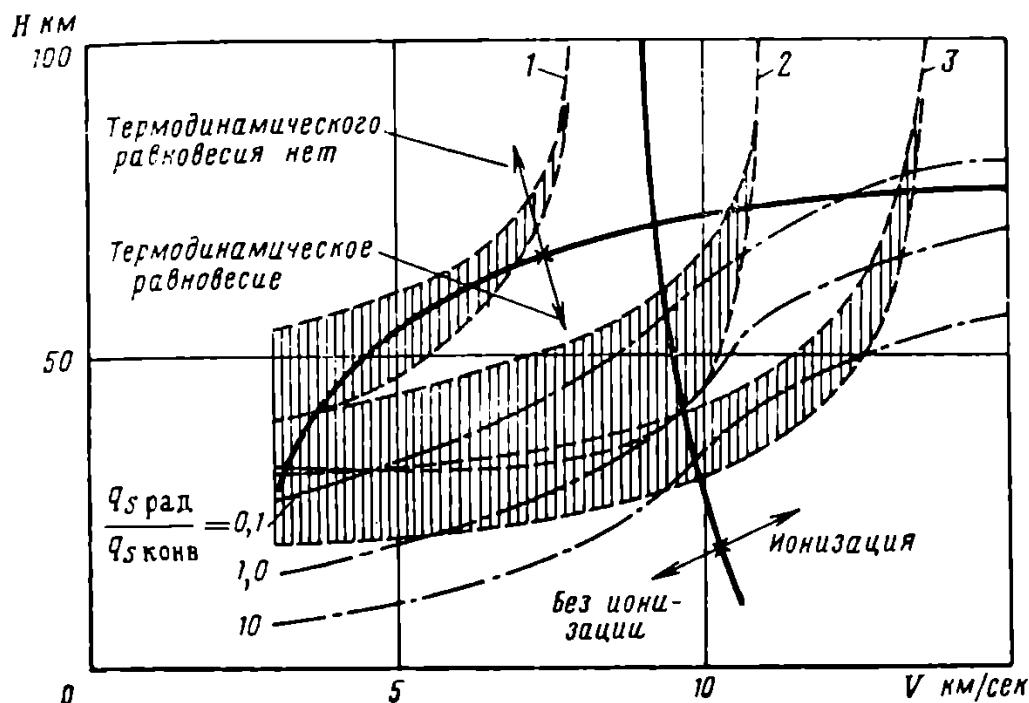


Рис. 1.37. Особенности термодинамических процессов в пограничном слое у лобовых поверхностей на типовых траекториях спуска космических аппаратов в атмосфере Земли:

1—вход в атмосферу с орбиты ИСЗ; 2—после облета Луны; 3—после полета к Марсу, Венере

При исследовании траекторий аппаратов спуска, построений ограничений по аэродинамическому нагреву и определении предварительных требований к системам теплозащиты используются обычно приближенные соотношения, позволяющие оценить интенсивность нагрева для некоторых типичных участков поверхности аппарата.

Такие оценочные соотношения [38], [67], [74], [81] базируются на существенных упрощениях реальной физической картины переноса тепловой энергии, уточняются на основе экспериментальных исследований и широко применяются при введении в задачи динамики полета ограничений и критериев, связанных с нагревом и теплозащитой.

Обычно [34], [74] оценка тепловых потоков производится для критической точки S в носке аппарата, для его сферической лобовой поверхности $D_{\text{лоб}}$ и для нижних несущих поверхностей аппарата, достаточно удаленных от критической точки S .

(рис. 1.38). Такая оценка, безусловно, не является достаточно полной для расчетов системы теплозащиты и определения тепловых режимов работы конструкции и систем аппарата спуска, но дает хорошую базу для сравнения различных типов траекторий. При этом если в рассматриваемой области поверхности аппарата предполагается наличие системы теплозащиты с уносом массы или с поглощением тепла [22], [44], [81], необходимо оценивать как интенсивность подвода тепла — удельные тепловые потоки q , так и суммарное количество тепла, подведенное к рассматриваемому участку поверхности за все время спуска Q , определяющее вес системы теплозащиты, причем

$$Q = \int q dt. \quad (1.38)$$

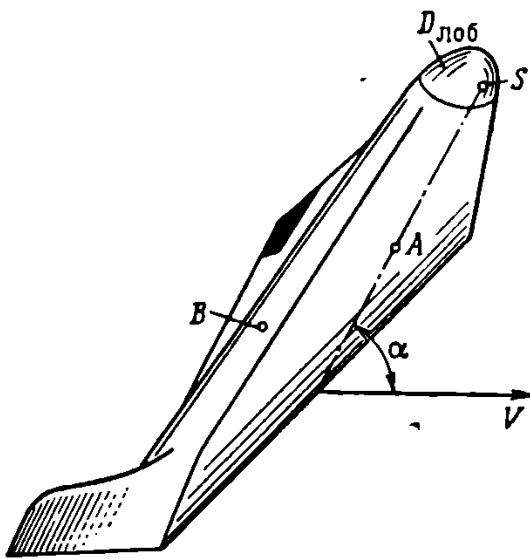


Рис. 1.38. Выбор характерных точек поверхности аппарата при оценке условий нагрева и требований к теплозащите

теплозащита в виде экранов из термостойких материалов, и для определения условий их работы при спуске необходимо оценивать равновесную радиационную температуру поверхности T_{wp} , при которой все подведенное тепло q излучается с поверхности экрана во внешнее пространство:

$$\varepsilon \sigma T_{wp}^4 = q. \quad (1.39)$$

Суммарный тепловой поток за время спуска в этом случае не определяет веса системы теплозащиты, однако длительность спуска влияет на расчет теплоизоляции излучающих экранов.

Приведем краткую сводку оценочных соотношений для аэродинамического нагрева.

1. Критическая точка на лобовой поверхности корпуса или крыла аппарата. Конвективный тепловой поток.

Конвективный тепловой поток в критической точке S равен [24], [38], [71]

$$q_{конв S} = \frac{A_{конв S}}{\sqrt{r_n}} \left(\frac{q}{q_0} \right)^n \left(\frac{V}{V_{1K}} \right)^m. \quad (1.40)$$

Различные теоретические и экспериментальные исследования дают следующие значения постоянных в этой полуэмпирической формуле (табл. 1.4).

Таблица 1.4

Литература	$A_{\text{конв}} S$ ккал/ $m^{3/2}$ сек	m	Примечание
[24], [75]	$5,34 \cdot 10^4$	3,22	Теоретический анализ
[71]	$4,77 \cdot 10^4$	3,15	Обработка экспериментальных данных
[38]	$4,6 \cdot 10^4$	3,0	Оценочные значения

Величина n определяется характером пограничного слоя. Обычно вблизи критической точки пограничный слой предполагают ламинарным [75] и $n = 1/2$.

Для передней кромки крыла (двумерное обтекание) величины $A_{\text{конв}} S$ следует уменьшить в $\sqrt{2}$ раз [34].

Для передних кромок стреловидных крыльев интенсивность нагрева уменьшается с ростом стреловидности $\chi_{\text{стр}}$:

$$q_{\text{конв}}(\chi_{\text{стр}}) = q_{\text{конв} \chi_{\text{стр}}=0} (1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \chi_{\text{стр}})^{0,618}. \quad (1.41)$$

2. Критическая точка S на лобовой поверхности аппарата. Радиационный нагрев

$$q_{\text{рад}} S = A_{\text{рад}} S r_h Q^l \left(\frac{V}{10^3} \right)^k \text{ ккал}/m^2 \cdot \text{сек}, \quad (1.42)$$

где для различных диапазонов скоростей постоянные определяются по табл. 1.5 [67].

Таблица 1.5

$A_{\text{рад}} S$	$1,038 \cdot 10^{-4}$	$2,28 \cdot 10^{-18}$	$8,405 \cdot 10^{-5}$
l	1,68	1,41	1,3
k	7,4	20,0	8,0
V	$V < 8,5 \text{ км/сек}$	$8,5 \leq V \leq 11,6 \text{ км/сек}$	$V > 11,6 \text{ км/сек}$

Следует заметить, что на больших скоростях полета экспериментальные данные несколько расходятся с теорией [100].

3. Влияние ионизации газа на конвективную теплопередачу в критической точке.

Теоретические исследования теплопередачи в критической точке [24], [29], разработанные в предположении о термодинамическом равновесии ионизированного газа за ударной волной, и эксперименты [100] позволяют ввести в формулу (1.40) для кон-

вективных тепловых потоков приближенный поправочный коэффициент учета ионизации

$$q_{\text{конв}}^{\text{ион}} = q_{\text{конв}}^{\text{неион}} \zeta_{\text{конв}}(V), \quad (1.43)$$

где $q_{\text{конв}}^{\text{неион}}$ подсчитывается по формуле (1.40). Зависимость $\zeta_{\text{конв}}(V)$ приведена на рис. 1.39.

Некоторые результаты оценки тепловых потоков в критической точке S даны на рис. 1.40 и 1.41 для различных высот и скоростей полета.

4. Распределение тепловых потоков по лобовой поверхности аппарата.

Для оценки распределения конвективных и радиационных тепловых потоков по лобовой сферической поверхности удобно использовать графические зависимости.

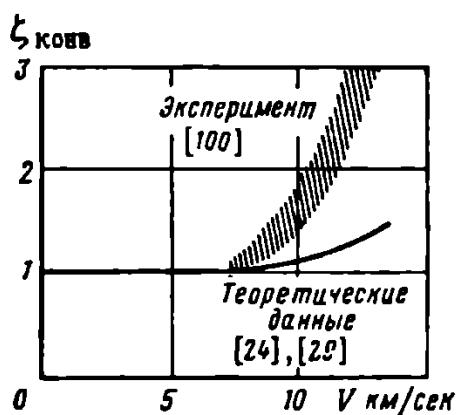


Рис. 1.39. Зависимость конвективных тепловых потоков при ионизации в пограничном слое от скорости полета

На рис. 1.42 показано распределение конвективных тепловых потоков по сфере в окрестности критической точки и по прилегающим коническим поверхностям.

Радиационные тепловые потоки [84] распределяются по лобовой поверхности, как это показано на рис. 1.43.

5. Оценка толщины аблирующего покрытия при теплозащите с уносом массы.

Для лобовых поверхностей характерна высокая интенсивность тепловых потоков, что обусловливает, как правило, применение в этих областях теплозащиты с расходом массы. Анализ [22], [81] дает возможность определить толщину такой теплозащиты (рис. 1.44).

Толщину сгорающего слоя обмазки δ_1 можно узнать по формуле

$$\delta_1 = \frac{Q_s}{\gamma_{\text{т.з}} H_{\text{эфф.т.з}}} \quad (1.44)$$

и толщину изолирующего слоя δ_2 — по формуле

$$\delta_2 = \frac{2}{V \pi} \left(\frac{k_{\text{из}}}{\gamma_{\text{из}} c_{\text{из}}} \right)^{1/2} t_{\text{нагр}} \ln \frac{T_{\text{рабл}} - T_{\infty}}{\Delta T_{\text{ви}}}, \quad (1.45)$$

где $H_{\text{эфф}}$ — эффективная удельная теплопоглощающая способность аблирующего материала теплозащиты (с учетом особенностей теплообмена при введении в пограничный слой продуктов аблиции обмазки); $\gamma_{\text{из}}$ — удельный вес материала теплоизоляции; $c_{\text{из}}$ — его теплоемкость; $k_{\text{из}}$ — теплопроводность; $T_{\text{рабл}}$ —

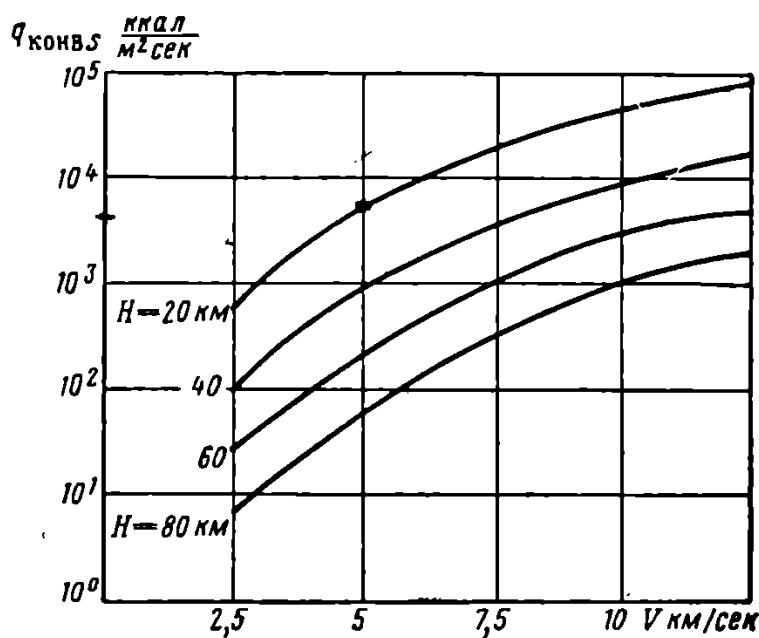


Рис. 1.40. Зависимость конвективных тепловых потоков от высоты и скорости полета

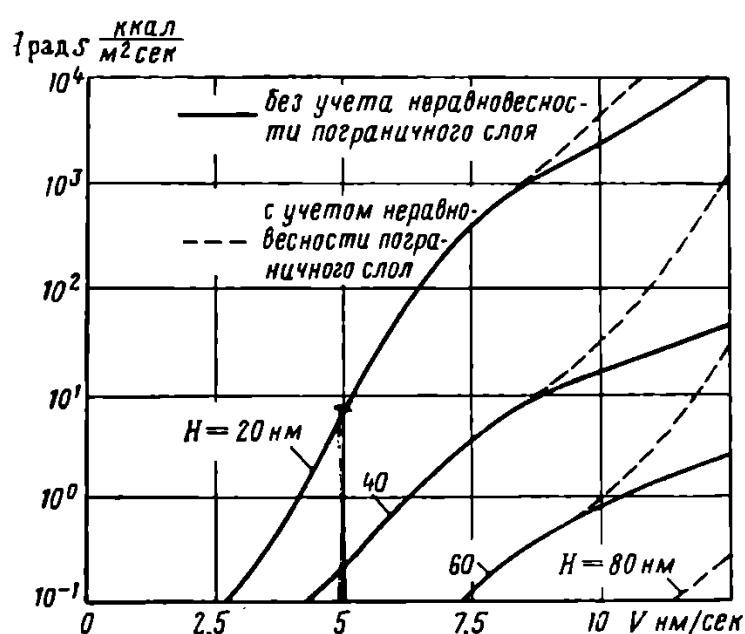


Рис. 1.41. Зависимость радиационных тепловых потоков от высоты и скорости полета

температура аблации; T_∞ — температура окружающей среды; $\Delta T_{\text{вн}}$ — допустимое повышение температуры на внутренней поверхности теплоизоляции за время нагрева $t_{\text{нагр}}$.

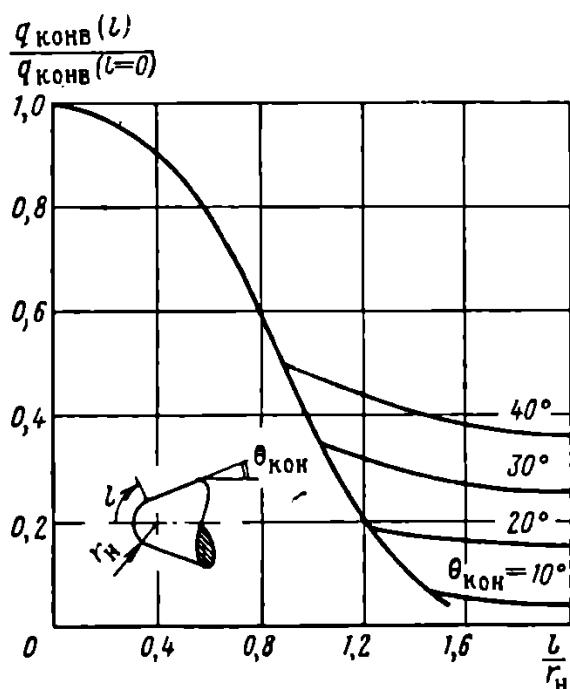


Рис. 1.42. Распределение конвективных тепловых потоков по лобовой поверхности затупленного конуса

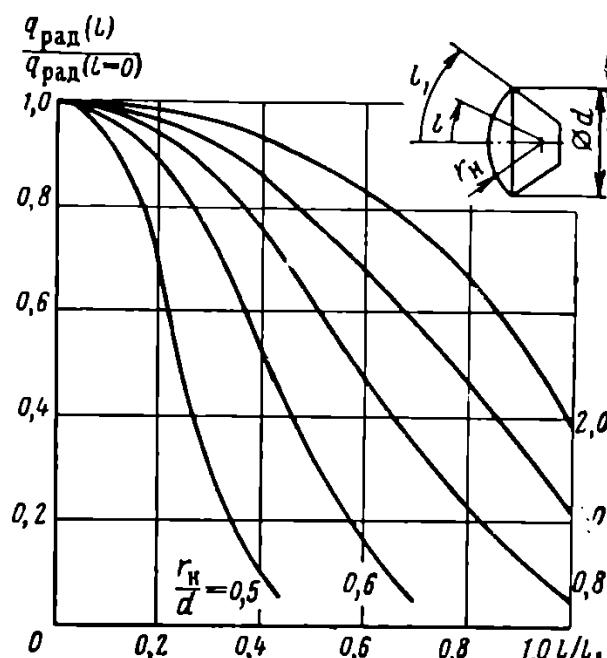


Рис. 1.43. Распределение радиационных тепловых потоков по лобовой поверхности капсулы

Ориентировочные значения эффективной теплопоглощающей способности различных материалов приведены в табл. 1.6 [34].

Таблица 1.6.

Характеристики	Материал		
	тетфон	рефразил	фенолик-фиберглас
$H_{\text{эф.т.з}}$ ккал/кГ	1700—2000	3500—3600	1000—1100
$T_W \text{аб.}$ °С	427	1530	1650
$\gamma_{\text{т.з}}$ кГ/м³	2210	2100	1600
$c_{\text{из}}$ ккал/кГ·град	0,25	0,28	0,4
$k_{\text{из}}$ ккал/м·сек·град	$5,84 \cdot 10^{-5}$	$6,93 \cdot 10^{-5}$	$1,054 \cdot 10^{-4}$

6. Температура обшивки несущих поверхностей аппарата спуска.

Для пограничного слоя на нижних поверхностях крыла аппарата спуска планирующего типа характерны малые градиенты давления и температуры вдоль линии тока. Интенсивность конвективных тепловых потоков в этих участках поверхности значительно ниже, чем в критических областях, доля радиационно-

го нагрева мала, и в общем тепловом балансе существенную роль играет излучение с нагретой поверхности обшивки.

Конвективный тепловой поток к поверхности крыла под углом атаки α может быть определен как

$$q_{\text{н.п.}} = \frac{A_{\text{н.п.}}}{V^2} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{1/2} \left(\frac{V}{V_{1k}} \right)^3 \left\{ \left(\sin^3 \alpha + \frac{\cos \alpha}{M^2} \right) \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right\}^{1/2}, \quad (1.46)$$

где $A_{\text{н.п.}} = 1,62 \cdot 10^4 \text{ ккал}/\text{м}^2 \cdot \text{сек}$ — эмпирический коэффициент¹. Следует заметить, что уменьшение тепловых потоков при $\alpha = 40 \div 60^\circ$ по формуле (1.46) экспериментально не подтверждается, и целесообразно [74] считать $q(\alpha) = q_{\text{max}}(\alpha)$ при $\alpha > 40 \div 60^\circ$ (рис. 1.45).

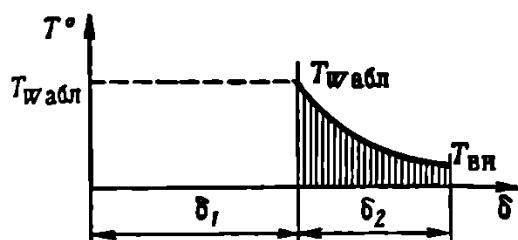


Рис. 1.44. Схема определения толщины теплозащитного слоя

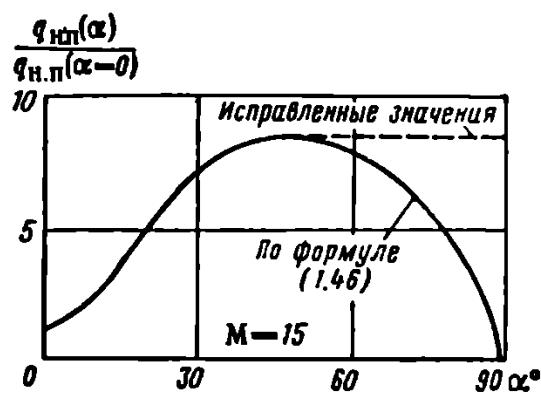


Рис. 1.45. Зависимость тепловых потоков к нижней поверхности аппарата от угла атаки

Излучение с поверхности обшивки

$$q_{\text{изл.} W} = \epsilon \sigma T_W^4,$$

где $\sigma = 13,5 \cdot 10^{-12} \text{ ккал}/\text{м}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{град}^4$ определяется коэффициентом излучательной способности обшивки (табл. 1.7) [34].

Таблица 1.7

Материал	t °C	Излучательная способность ϵ
Нержавеющая сталь	500—800	0,22—0,575
Нержавеющая сталь окисленная	500—1150	0,6—0,96
Нихром	500—8000	0,19—0,35
Нихром окисленный	500—1150	0,75—0,90
Никелево-кобальтовый сплав	450—800	0,25—0,65
Никелево-кобальтовый сплав окисленный	450—1150	0,85—0,98

¹ Для ламинарного пограничного слоя, наличия которого следует ожидать, по-видимому, на большой части траектории спуска [75] (см. рис. 1.35).

При использовании теплозащиты в виде излучающих экранов из термостойких материалов температура экрана близка к равновесной радиационной T_{Wp} :

$$T_{Wp} = \left(\frac{q_{u,n}}{\varepsilon\sigma} \right)^{1/4}. \quad (1.47)$$

Требуемая толщина теплоизоляции под излучающим экраном может быть оценена в предположении стационарного процесса как

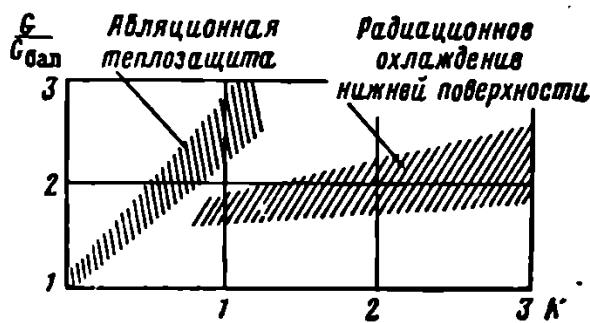


Рис. 1.46. Зависимость относительного веса теплозащиты G от аэродинамического качества и схемы теплозащиты ($G_{бал}$ — вес абляционной теплозащиты при баллистическом спуске)

водность материала изоляции [34] (табл. 1.8).

$$\delta_{из.н.п} = \frac{k_{из}}{q_{внутр}} \Delta T_{из.н.п}, \quad (1.48)$$

где $q_{внутр}$ — тепловой поток, который может быть отведен или поглощен внутри конструкции, под слоем теплоизоляции;

$\Delta T_{из.н.п}$ — перепад температуры по толщине изоляции;

$k_{из.н.п}$ — теплопро-

Таблица 1.8

Материал	Теплопроводность $k_{из.н.п}$ ккал/м·сек·град
Асбест	$(2-4) 10^{-5}$
Керамика	$(2-5) 10^{-4}$

При нестационарном прогреве обшивки для расчета толщины теплоизоляции может применяться методика [38] или [34], [32], требующая графических решений или последовательных приближений.

Примерные весовые затраты на теплозащиту различных типов представлены на рис. 1.46.

Глава II

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС АППАРАТА ПРИ СПУСКЕ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Космический аппарат на этапе спуска представляет собой в общем случае тело переменной массы. Изменение массы происходит как за счет истечения продуктов сгорания топлива через сечение сопла основного двигателя (на активных участках траектории) и сопел управляющих двигательных установок (на всей траектории), так и за счет расхода рабочего тела в системе охлаждения с уносом массы — при теплозащите испарением или абляционной.

Уравнения движения космического аппарата должны отражать изменения кинематических параметров его движения (ускорений, скоростей, перемещений) в зависимости от действующих на аппарат сил и моментов.

Структура уравнений движения определяется, во-первых, принципами отсчета кинематических параметров (инерциальная или неинерциальная система отсчета), во-вторых, характером внешних воздействий и, наконец, принятой системой осей координат, в проекциях на которые рассматриваются силы и кинематические параметры.

§ 1. ОБЩИЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ТЕЛА ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ

Используя для тела переменной массы принципы затвердевания [10], [12], [19], [23], [25], можно записать закон сохранения количества и момента количества движения для жесткого контура тела S (рис. 2.1):

$$\frac{d\bar{Q}_S}{dt} = \bar{F}_{\text{акт}} + \bar{P} + \bar{F}_{\text{кор.внутр}} \quad (2.1)$$

и

$$\frac{d\bar{G}_S}{dt} = \bar{M}_{\text{акт}} + \bar{M}_{\text{дв}} + \bar{M}_{\text{кор.внутр}}, \quad (2.2)$$

где $\bar{F}_{\text{акт}}$ и $\bar{M}_{\text{акт}}$ — активные внешние силы и моменты, действующие на тело. Внешними будем называть силы и моменты, вызванные взаимодействием рассматриваемого тела с другими телами, силовыми полями или внешней средой, — гравитационные, аэродинамические, магнитодинамические и т. п.

Считая, что на участке входа основными внешними воздействиями являются действие на тело гравитационного поля Земли и взаимодействие его с воздушной средой, можно записать приближенно:

$$\bar{F}_{\text{акт}} = \bar{R}_{\text{аэр}} + m\bar{g}, \quad (2.3)$$

$$\bar{M}_{\text{акт}} = \bar{M}_{\text{аэр}}. \quad (2.4)$$

В отдельных случаях к аэrodинамическим и гравитационным воздействиям можно добавить и другие, специфические для рассматриваемого случая силы и моменты.

Особенности поля тяготения (нецентральность, притяжение других тел и т. п.)

могут быть учтены при определении величины и направления вектора гравитационного ускорения \bar{g} . Сюда же могут быть включены переносная и кориолисова силы инерции, связанные с суточным вращением Земли (см. гл. I, § 2).

В формулах (2.1) и (2.2) \bar{P} и $\bar{M}_{\text{дв}}$ — сила тяги и момент от силы тяги основных или управляемых двигателей, определенные, как это указано в [19], [23], т. е. включающие вариационные силы и моменты $\frac{d\bar{Q}_r}{dt}$ и $\frac{d\bar{G}_r}{dt}$ за счет нестационарных процессов внутри контура S , а также силы и моменты \bar{k}_r и \bar{l}_r за счет перехода давлений ($p_a - p_\infty$) на срезе сопла S_a . В этом случае

$$\bar{P} = -\bar{k}_r + \bar{k}_p - \frac{d\bar{Q}_r}{dt}, \quad (2.5)$$

$$\bar{M}_{\text{дв}} = -\bar{l}_r + \bar{l}_p - \frac{d\bar{G}_r}{dt}. \quad (2.6)$$

В связи с тем что движение центра инерции тела, т. е. его траектория, определяется прежде всего изменением количества движения (уравнение сил), а не момента количества движения (уравнение моментов), ниже рассматриваются в основном вопросы, связанные с анализом уравнения, определяющего изменение количества движения.

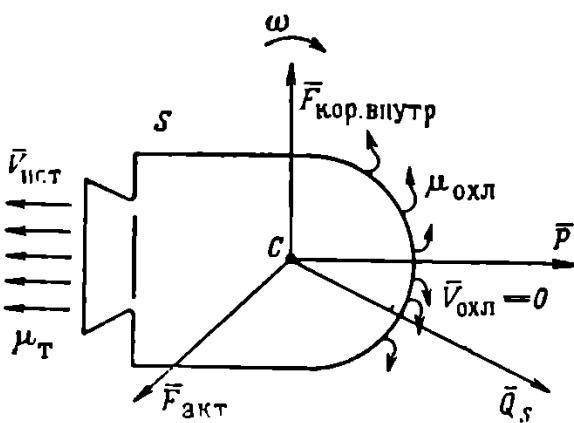


Рис. 2.1. К выводу уравнений движения летательного аппарата

Осредняя скорость истечения газов и давление на срезе сопла и считая, что унос массы при охлаждении происходит при нулевой скорости отрыва частиц у поверхности тела, получаем

$$k_r = V_{\text{ист}} \frac{dm_r}{dt} = V_{\text{ист}} \mu_r; \quad (2.7)$$

$$k_p = (p_a - p_\infty) S_a. \quad (2.8)$$

Кориолисовы силы и моменты $\bar{F}_{\text{кор. внутр}}$ и $\bar{M}_{\text{кор. внутр}}$ в (2.1) и (2.2) связаны с перемещением масс внутри контура S . Используя упрощения, принятые в работе [25], можем записать для $\bar{F}_{\text{кор. внутр}}$

$$\bar{F}_{\text{кор. внутр}} = -2\mu_r \bar{V}_{ae} + 2\mu_{\text{охл}} V_{c \text{ охл}}, \quad (2.9)$$

где \bar{V}_{ae} — вращательная скорость среза сопла в угловом движении относительно центра инерции расходуемого в данный момент за элементарное время dt топлива; $V_{c \text{ охл}}$ — вращательная скорость точек охлаждаемой поверхности в угловом движении относительно центра инерции расходуемого охладителя.

Заметим, что вариационные силы $\frac{d\bar{Q}_r}{dt}$ и кориолисовы $\bar{F}_{\text{кор. внутр}}$ обычно малы и не оказывают существенного влияния на движение спускаемого аппарата, так что в уравнениях движения ими часто пренебрегают.

Центр инерции C тела переменной массы перемещается внутри рассматриваемого жесткого контура S , так что уравнение движения центра инерции должно быть записано в виде [23]

$$\frac{d\bar{Q}_C}{dt} = \frac{d\bar{Q}_S}{dt} + m\bar{j}_r + 2m\bar{\omega} \times \bar{V}_r, \quad (2.10)$$

где \bar{j}_r — ускорение; \bar{V}_r — скорость смещения центра инерции внутри контура S и $\bar{\omega}$ — угловая скорость контура аппарата.

Силами, связанными с перемещением центра инерции внутри контура, ввиду их малости также обычно можно пренебречь, используя для описания движения центра масс аппарата при спуске в атмосфере уравнение

$$\frac{d\bar{Q}_C}{dt} = m \frac{d\bar{V}_C}{dt} = \bar{F}_{\text{вкт}} + \bar{P}. \quad (2.11)$$

Это уравнение описывает движение центра масс космического аппарата на участке спуска в инерциальной системе координат.

Если необходимо описать движение аппарата в неинерциальной системе координат (измеряя в такой системе векторы ускорений, скоростей и перемещений), уравнение (2.11) должно быть соответствующим образом дополнено.

Пусть $\Omega\xi\zeta$ — некоторая неинерциальная система координат, центр которой совпадает с центром инерциальной системы Ωlmn , а триэдр $\xi\zeta\eta$ вращается относительно lmn с угловой скоростью $\bar{\omega}_{\text{пер}}$ (рис. 2.2). Тогда точка O в системе $\Omega\xi\zeta$ будет иметь ускорение

$$\bar{j}_{\text{отн}} = \bar{j}_{\text{абс}} - \bar{j}_{\text{пер}} - \bar{j}_{\text{кор}} \quad (2.12)$$

и скорость

$$\bar{V}_{\text{отн}} = \bar{V}_{\text{абс}} - \bar{V}_{\text{пер}}, \quad (2.13)$$

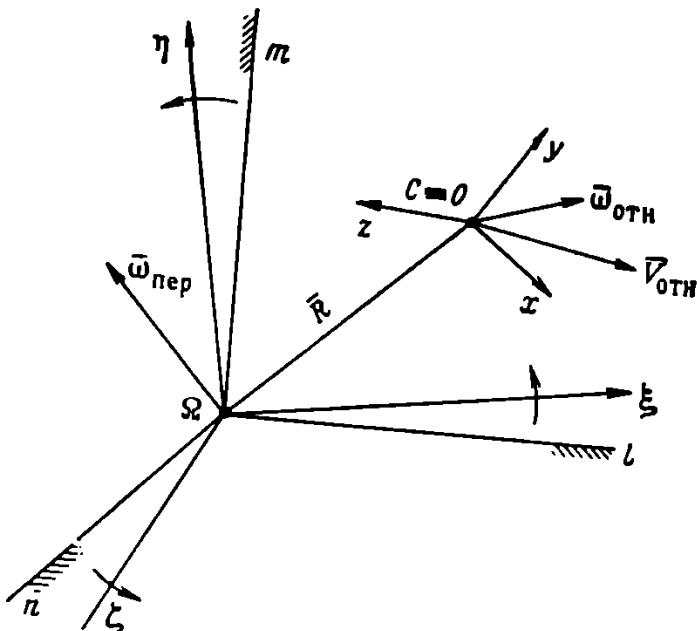


Рис. 2.2. Система координат и система отсчета в относительном движении

где

$$\bar{j}_{\text{пер}} = \bar{\omega}_{\text{пер}} (\bar{\omega}_{\text{пер}} \overline{\Omega O}) + \frac{d\bar{\omega}_{\text{пер}}}{dt} \overline{\Omega O}; \quad (2.14)$$

$$\bar{V}_{\text{пер}} = \bar{\omega}_{\text{пер}} \overline{\Omega O}; \quad (2.15)$$

$$j_{\text{кор}} = 2\bar{\omega}_{\text{пер}} \bar{V}_{\text{отн}}, \quad (2.16)$$

так что уравнение (2.11) в соответствии с принципом Даламбера [16] должно быть записано в виде

$$m \frac{d\bar{V}_{C \text{ отн}}}{dt} = \bar{F}_{\text{акт}} + \bar{P} + \bar{F}_{\text{пер}} + \bar{F}_{\text{кор}}, \quad (2.17)$$

где

$$\bar{F}_{\text{пер}} = m \bar{j}_{\text{пер}}; \quad \bar{F}_{\text{кор}} = m \bar{j}_{\text{кор}}.$$

Далее, переходя от векторной записи уравнения (2.11) или (2.17) к записи в проекциях и задавая некоторую систему осей $Oxyz$, начало которой O совпадает с центром масс C тела S ,

а оси $Oxyz$ определены и имеют в системе $\Omega\xi\eta\zeta$ угловую скорость $\omega_{\text{отн}} = \omega_o$, получаем по известным формулам Пуассона [23]

$$\left. \begin{aligned} \text{пр} \left(\frac{d\bar{V}_{C \text{ отн}}}{dt} \right)_x &= \frac{dV_{C \text{ отн}x}}{dt} + V_{C \text{ отн}z}\omega_{Oy} - V_{C \text{ отн}y}\omega_{Oz}; \\ \text{пр} \left(\frac{d\bar{V}_{C \text{ отн}}}{dt} \right)_y &= \frac{dV_{C \text{ отн}y}}{dt} + V_{C \text{ отн}x}\omega_{Oz} - V_{C \text{ отн}z}\omega_{Ox}; \\ \text{пр} \left(\frac{d\bar{V}_{C \text{ отн}}}{dt} \right)_z &= \frac{dV_{C \text{ отн}z}}{dt} + V_{C \text{ отн}y}\omega_{Ox} - V_{C \text{ отн}x}\omega_{Oy}. \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

(Здесь пр $(\bar{A})_x$ — проекции \bar{A} на ось Ox и т. д.).

В дальнейшем под скоростью и ускорением в некоторой системе координат всегда понимаются относительная скорость и ускорение в этой системе центра инерции аппарата, так что соответствующие индексы « C » и «отн» опускаются. Угловая скорость ω_o системы осей $Oxyz$ также в дальнейшем будет обозначаться просто ω в отличие от угловой скорости $\bar{\omega}_{\text{пер}}$ системы координат $\Omega\xi\eta\zeta$, относительно которой определяется движение, т. е. системы отсчета. Систему координат $Oxyz$ будем в дальнейшем называть системой осей, систему $\Omega\xi\eta\zeta$ — системой отсчета.

С учетом сказанного уравнения движения в проекциях на оси $Oxyz$ в инерциальной системе отсчета ($\bar{\omega}_{\text{пер}} = 0$) принимают вид

$$m(\dot{V}_x + V_z\omega_y - V_y\omega_z) = F_{\text{акт}x} + P_x; \quad (2.19)$$

$$m(\dot{V}_y + V_x\omega_z - V_z\omega_x) = F_{\text{акт}y} + P_y; \quad (2.20)$$

$$m(\dot{V}_z + V_y\omega_x - V_x\omega_y) = F_{\text{акт}z} + P_z \quad (2.21)$$

и в неинерциальной системе отсчета¹

$$m(\dot{V}_{x \text{ нн}} + V_{z \text{ нн}}\omega_{y \text{ нн}} - V_{y \text{ нн}}\omega_{z \text{ нн}}) = F_{\text{акт}x} + P_x + F_{\text{пер}x} + F_{\text{кор}x}; \quad (2.22)$$

$$m(\dot{V}_{y \text{ нн}} + V_{x \text{ нн}}\omega_{z \text{ нн}} - V_{z \text{ нн}}\omega_{x \text{ нн}}) = F_{\text{акт}y} + P_y + F_{\text{пер}y} + F_{\text{кор}y}; \quad (2.23)$$

$$m(\dot{V}_{z \text{ нн}} + V_{y \text{ нн}}\omega_{x \text{ нн}} - V_{x \text{ нн}}\omega_{y \text{ нн}}) = F_{\text{акт}z} + P_z + F_{\text{пер}z} + F_{\text{кор}z}. \quad (2.24)$$

Силы $\bar{F}_{\text{акт}}$ и \bar{P} , определяющие в основном движение аппарата, зависят от положения аппарата относительно Земли, его ориентации относительно потока, положения управляющих органов, режима работы двигателя (на активных участках) и т. п. Поэтому, строго говоря, уравнения (2.19) — (2.21) должны рассмат-

¹ Неинерциальность системы отсчета в рассматриваемых задачах связана с вращением Земли, поэтому поступательное движение системы $\Omega\xi\eta\zeta$ относительно Ωlmn не рассматривается.

риваться совместно с уравнениями моментов, определяющими ориентацию аппарата, и уравнениями системы управления аппаратом.

Однако ряд исследований показывает, что для спускаемых аппаратов, имеющих, как правило, эффективную систему стабилизации, можно считать, что при управлении траекторией балансировка аппарата по моментам и стабилизация углового движения происходят практически мгновенно [1], [37], [93], и при расчете траектории можно считать управление идеальным, предполагая, что в каждый момент времени ориентация аппарата обеспечивает балансировку моментов при расчетном отклонении органов управления

$$\sum \bar{M} = 0. \quad (2.25)$$

Так как моменты, действующие на аппарат относительно центра инерции, — это прежде всего аэродинамические моменты и моменты от силы тяги, то из (2.25) следует, что

$$\bar{M}_{\text{аэр}} + \bar{M}_{\text{дв}} = 0. \quad (2.26)$$

Это уравнение может быть записано в проекциях на оси

$$\left. \begin{array}{l} M_{\text{аэр}x} + M_{\text{дв}x} = 0; \\ M_{\text{аэр}y} + M_{\text{дв}y} = 0; \\ M_{\text{аэр}z} + M_{\text{дв}z} = 0 \end{array} \right\} \quad (2.27)$$

(нестационарностью процессов, вызывающих появление вариационного момента $d\bar{G}_r/dt$, можно пренебречь, а момент от корiolисового ускорения $\bar{M}_{\text{кор. внутр}}$ при балансировке мал ввиду малости угловой скорости корпуса).

§ 2. СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА И СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Уравнения движения центра инерции (2.19) — (2.21) или (2.22) — (2.24) совместно с уравнениями (2.27) и дополнительными кинематическими связями, определяющими положение аппарата относительно воздушной среды, описывают траекторию аппарата в системе отсчета $\Omega\xi\eta\zeta$ и могут использоваться как для расчета и оценки траекторий, так и для решения задач навигации и управления траекторией аппарата при спуске.

В зависимости от характера решаемой расчетной задачи или используемых в системах средств определения скорости и ускорения при управлении и навигации на различных этапах траектории могут использоваться различные системы координат (системы отсчета $\Omega\xi\eta\zeta$ и системы осей $Oxyz$).

При этом следует иметь в виду, что построение той или иной системы осей и определение ее положения относительно системы отсчета или других систем осей координат позволяют не

только записать уравнения движения в проекциях для расчетных и навигационных целей, но и с помощью геометрических и кинематических соотношений получить ряд интересующих нас характеристик движения, которые не определяются непосредственно при интегрировании уравнений движения в одной избранной системе осей, — географического места, ориентации аппарата, перемещения относительно станции слежения и т. п.

Таким образом, рассматривая различные системы координат, необходимо определять:

- 1) их положение и движение относительно выбранной системы отсчета;
- 2) их ориентацию относительно других систем осей;
- 3) кинематические соотношения, связывающие переменные, определяющие данную систему осей, с основными переменными в других системах координат.

1. Системы отсчета

Выбор системы отсчета Ωlmn или $\Omega \xi\eta\xi$ должен обеспечивать однозначное определение положения и перемещений центра инерции аппарата с учетом особенностей рассматриваемой расчетной или навигационной задачи.

Если (как это принято при анализе траекторий летательных аппаратов в сфере притяжения Земли) за начало отсчета Ω принят центр Земли, то положение аппарата может быть задано либо величинами проекций радиуса-вектора $\bar{R} = \overline{\Omega O}$ из центра Ω Земли к центру инерции аппарата на оси $\xi\eta\xi$ или lmn либо (в полярных координатах) — величиной радиуса $R = |\overline{\Omega O}|$ и его направлением, определяемым двумя угловыми координатами.

Для полной характеристики движения центра масс аппарата в данной системе отсчета должен быть задан вектор скорости центра масс \bar{V} или $\bar{V}_{ни}$.

Вектор скорости задается либо в проекциях на некоторые координатные оси $Oxyz$, начало которых O совпадает с центром масс аппарата V_x, V_y, V_z , либо по величине $V = |\bar{V}|$ и направлению, определяемому двумя угловыми координатами.

Полное определение положения и движения летательного аппарата как системы материальных точек должно, кроме того, включать определение ориентации аппарата в выбранной системе отсчета и его угловой скорости. Однако, как уже указывалось, при анализе траекторий спуска космических аппаратов в атмосфере достаточно рассматривать движение центра масс аппарата, считая, что его ориентация полностью определена расчетной программой управления из условия балансировки моментов.

Направление радиуса-вектора \bar{R} из центра Земли к центру масс аппарата не только определяет положение центра масс аппарата в заданной системе отсчета, но и служит базой для по-

строения многих систем осей $Oxyz$ и определения ряда угловых величин, характеризующих траекторию аппарата. Продолжение радиуса-вектора \bar{R} из центра масс аппарата вверх носит название местной вертикали; плоскость, нормальная \bar{R} и включающая точку O , — местной горизонтальной плоскости.

Заметим, что из-за сложности фигуры Земли [1], [20], [10] использование различных способов определения местной вертикали как при расчете, так и при приборном построении приводит к некоторому различию полученных направлений.

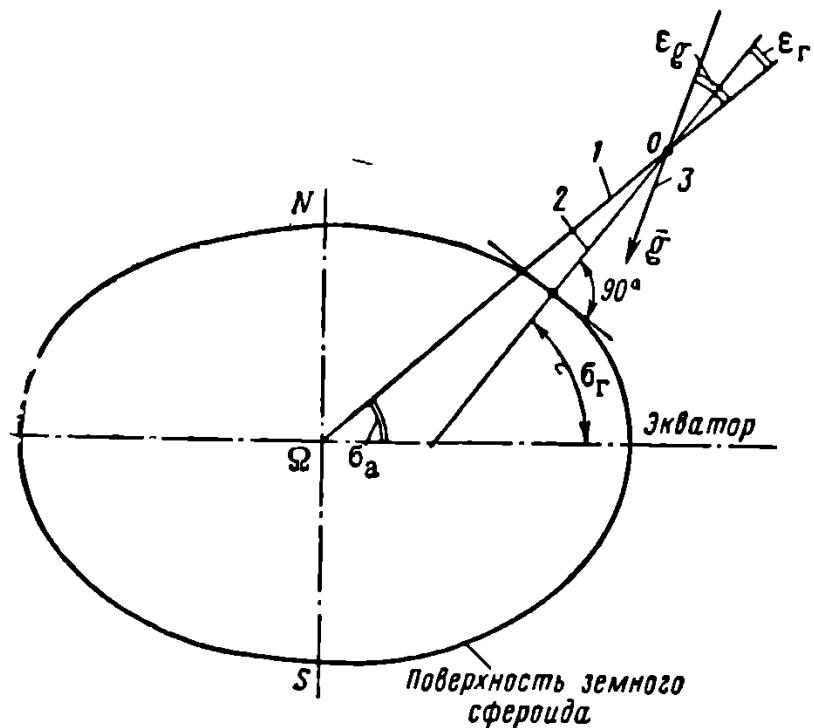


Рис. 2.3. Определение местной вертикали (σ_r — географическая широта места, σ_a — геоцентрическая широта):

1—геоцентрическая вертикаль; 2—географическая вертикаль; 3—гравитационная вертикаль

Местная вертикаль может быть определена как продолжение геоцентрического радиуса из геометрического центра земного эллипсоида в точку O — геоцентрическая вертикаль, как линия, нормальная к поверхности земного эллипсоида в данной точке, — географическая вертикаль, и линия, нормальная к эллиптической эквипотенциальной гравитационной поверхности, т. е. направленная вдоль градиента силы тяжести или гравитационного ускорения, — гравитационная вертикаль (рис. 2.3).

Направление географической и гравитационной вертикалей составляет с геоцентрической углы ϵ_r и ϵ_g :

$$\epsilon_r = \epsilon_{r \max} \sin 2\sigma_a; \quad (2.28)$$

или
$$\left. \begin{aligned} \epsilon_g &= \epsilon_{g \max} \sin 2\sigma_a \\ \epsilon_{g \text{ и.и.}} &= \epsilon_{g \text{ и.и.} \max} \sin 2\sigma_a \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

(см. гл. I, § 2), где σ_a — геоцентрическая широта места, а $e_{g\max}$ и $e_{g\min}$ — постоянные характеристики сплюснутости земного эллипсоида и гравитационной эквипотенциальной поверхности. В первом приближении $e_{g\max} = e_{g\min} = 0,00169$ и $e_{g\min} = -0,00347$ [20].

При определении систем отсчета и систем координат в дальнейшем принята геоцентрическая вертикаль.

При приближенном анализе траекторий спуска космических аппаратов можно считать геоцентрическую, географическую и гравитационную вертикали совпадающими (предположение о сферичности Земли и ее поля тяготения), однако при точных расчетах должен учитываться реализуемый метод построения местной вертикали на борту аппарата или на командной станции.

Рассмотрим некоторые системы отсчета, принятые при анализе задач спуска космических аппаратов в атмосфере Земли [1], [10], [25], [37].

1. Геоцентрическая инерциальная система отсчета $\Omega l m n$ позволяет определить положение и перемещение космического аппарата относительно экваториальной плоскости Земли (рис. 2.4).

Начало отсчета Ω помещено в центр Земли, ось Ωm совпадает с осью вращения Земли и направлена к северу, оси Ωl и Ωn лежат в плоскости экватора, причем ось Ωn направлена к точке весеннего равноденствия.

Направление осей системы $\Omega l m n$ неизменно в инерциальном пространстве, причем система повернута на угол $\phi = 23,5^\circ$ вокруг оси Ωn по отношению к плоскости эклиптики, а центр системы Ω перемещается в годичном движении Земли относительно Солнца.

В задачах, связанных с анализом движения космических аппаратов вблизи Земли за относительно малые промежутки времени (например, задачи спуска с орбиты), можно пренебречь перемещением центра геоцентрической системы в годичном движении и считать систему $\Omega l m n$ инерциальной.

Положение космического аппарата в геоцентрической инерциальной системе задается величиной радиуса-вектора \bar{R} и ши-

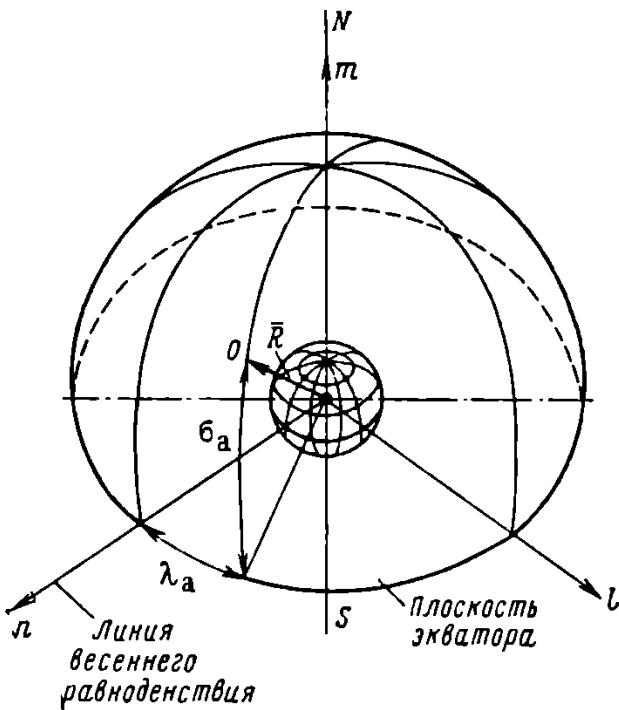


Рис. 2.4. Геоцентрическая инерциальная система отсчета

ротой σ_a и долготой λ_a аппарата по отношению к плоскости экватора и линии весеннего равноденствия на небесной сфере (астрономические широта и долгота).

Вектор скорости \bar{V}_i определен величиной $V_i = |\bar{V}_i|$, наклоном к плоскости местного горизонта θ_i и углом курса χ_i , характеризующим направление полета и определяемым как угол между проекцией вектора скорости на местную горизонтальную плоскость и некоторым направлением в этой горизонтальной плоскости. За такое начальное направление обычно принимают

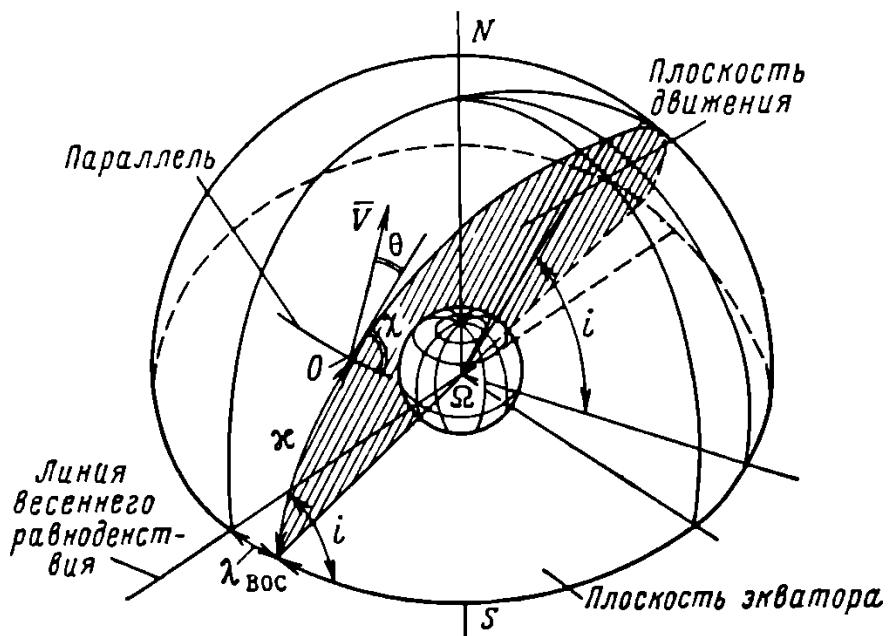


Рис. 2.5. Построение мгновенной плоскости движения аппарата

направление параллели, т. е. линии пересечения местной горизонтальной плоскости с плоскостью, параллельной экваториальной и содержащей точку O .

Возможен и несколько иной способ определения положения аппарата в геоцентрической инерциальной системе отсчета, связанный с построением мгновенной плоскости движения (или плоскости орбиты), как это показано на рис. 2.5.

Положение мгновенной плоскости движения задано долготой восходящего узла, т. е. углом $\lambda_{\text{вос}}$ между линией пересечения этой плоскости с плоскостью экватора (линией узлов) и линией весеннего равноденствия, и наклонением орбиты i . Положение космического аппарата в мгновенной плоскости движения определено углом истинной аномалии χ , отсчитываемым от линии узлов, и величиной радиуса-вектора R .

Соотношения сферической тригонометрии позволяют получить выражения, по которым, зная три угловых координаты в астрономической координатной сетке λ_a , σ_a , χ_i , можно получить

значения углов $\lambda_{\text{вос}}$ и i , определяющих плоскость орбиты, и истинную аномалию χ , и наоборот (рис. 2.6),

$$\sin \gamma_{\text{H}} = \sin i \cos (\lambda_a - \lambda_{\text{Boc}}); \quad (2.30)$$

$$\cos \sigma_a = \frac{\cos l}{\cos \chi_u}; \quad (2.31)$$

$$\cos(\lambda_a - \lambda_{Boc}) = \frac{\cos x}{\cos \sigma_a} . \quad (2.32)$$

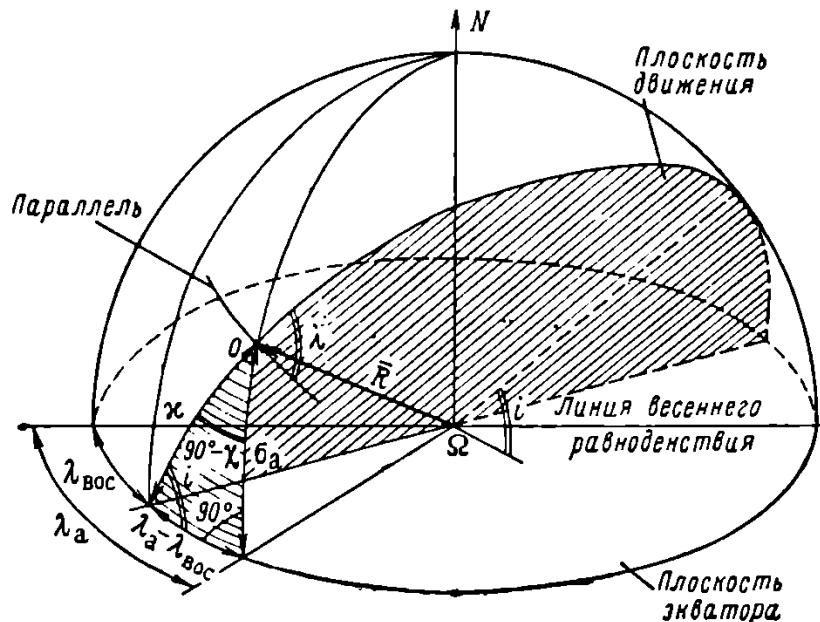


Рис. 2.6. К выводу соотношений, определяющих положение аппарата в инерциальной геоцентрической системе отсчета

Угол наклона траектории θ_i , т. е. угол между вектором скорости и его проекцией на местную горизонтальную плоскость, и радиус-вектор \bar{R} совпадают при обоих методах определения положения и скорости аппарата в инерциальной геоцентрической системе отсчета.

2. Геоцентрическая неинерциальная (вращающаяся) система отсчета $\Omega\xi\eta\xi$ может быть также названа географической. Эта система $\Omega\xi\eta\xi$ определяет положение аппарата в географической координатной сетке, связанной с вращающейся Землей (рис. 2.7).

Начало отсчета Ω по-прежнему в центре Земли, ось $\Omega\eta$ совпадает с осью вращения Земли, оси $\Omega\xi$ и $\Omega\zeta$ лежат в плоскости экватора, причем $\Omega\zeta$ направлена вдоль линии пересечения экваториальной плоскости и плоскости нулевого меридиана ($\lambda=0$).

Система $\Omega\xi\zeta$ вращается по отношению к системе Ωlmn с угловой скоростью ω_3 вокруг оси $\Omega m = \Omega \eta$:

$$\omega_3 = \frac{2\pi}{T_{cyc}} = 0,727 \cdot 10^{-4} \text{ rad/sek.}$$

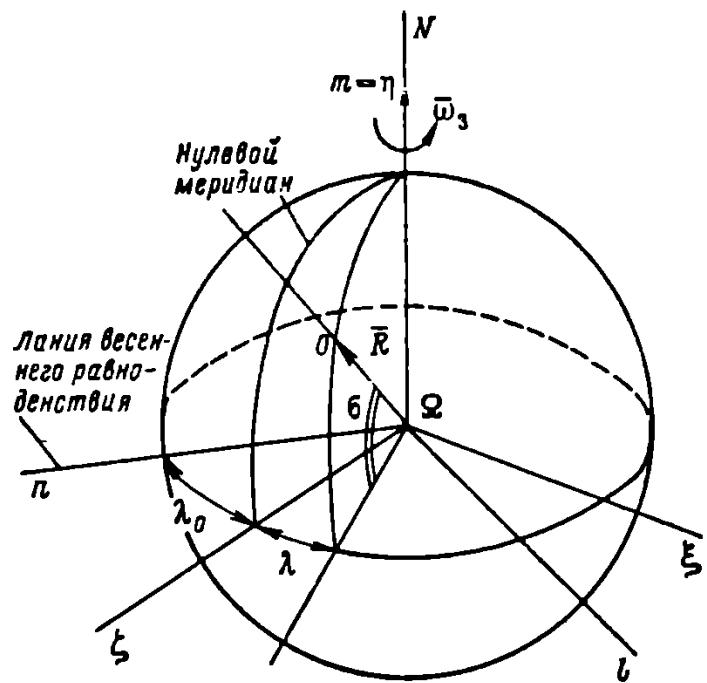


Рис. 2.7. Геоцентрическая неинерциальная система отсчета

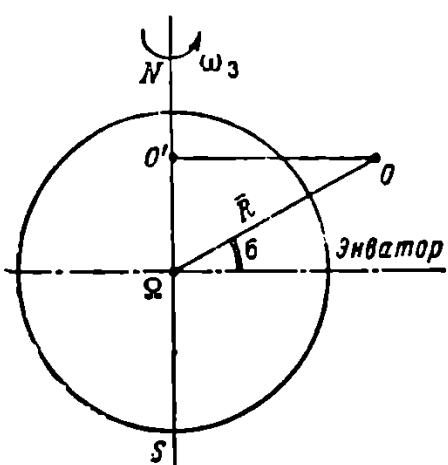


Рис. 2.8. К определению переносной скорости в геоцентрической неинерциальной системе отсчета

Положение центра масс аппарата определяется величиной радиуса-вектора R и географическими широтой σ и долготой λ места полета.

Географическая широта совпадает с астрономической относительно плоскости экватора (при $\epsilon_g \approx 0$), а географическая долгота λ связана с астрономической λ_a соотношением

$$\lambda = \lambda_a - \omega_3 t + \lambda_0, \quad (2.33)$$

где λ_0 — географическая долгота линии весеннего равноденствия в начале отсчета при $t=0$.

Направление вектора скорости $\bar{V}_{\text{ни}}$, как и для инерциальной геоцентрической системы отсчета, задается углом $\theta_{\text{ни}}$ с местной горизонтальной плоскостью и направлением проекции скорости $\bar{V}_{\text{ни}}$ по отношению к географической параллели в местной горизонтальной плоскости $\chi_{\text{ни}}$, но сам вектор скорости $\bar{V}_{\text{ни}}$ определен по отношению к вращающейся системе отсчета:

$$\bar{V}_{\text{ни}} = \bar{V}_i + \bar{V}_{\text{вр}} \quad (2.34)$$

при $\bar{V}_{\text{вр}} = \bar{\omega}_3 \bar{r}_{\text{вр}}$,

где радиус $\bar{r}_{\text{вр}} = \overline{O' O}$ перпендикулярен оси вращения и равен (рис. 2.8)

$$r_{\text{вр}} = R \cos \sigma.$$

Таким образом,

$$V_{\text{вр}} = R \omega_3 \cos \sigma \quad (2.35)$$

и переносная скорость $\bar{V}_{\text{вр}}$ направлена по касательной к местной параллели на восток.

Следует учитывать, что углы $\theta_{\text{ни}}$ и $\chi_{\text{ни}}$ в неинерциальной системе отсчета не совпадают с углами θ_i и χ_i в инерциальной, так как $\bar{V}_{\text{ни}} \neq \bar{V}_i$.

Связь между значениями скорости \bar{V}_i и $\bar{V}_{\text{ни}}$ и углов θ_i , $\theta_{\text{ни}}$, χ_i , $\chi_{\text{ни}}$ можно получить из геометрических соображений:

$$V_{\text{ни}} = V_i \left[1 + \left(\frac{V_{\text{вр}}}{V_i} \right)^2 - 2 \left(\frac{V_{\text{вр}}}{V_i} \right) \cos \chi_i \cos \theta_i \right]^{1/2}; \quad (2.36)$$

$$\sin \theta_{\text{ни}} = \sin \theta_i \left[1 + \left(\frac{V_{\text{вр}}}{V_i} \right)^2 - 2 \left(\frac{V_{\text{вр}}}{V_i} \right) \cos \chi_i \cos \theta_i \right]^{-1/2}; \quad (2.37)$$

$$\sin \chi_{\text{ни}} = \sin \chi_i \left[1 + \left(\frac{V_{\text{вр}}}{V_i \cos \theta_i} \right)^2 - 2 \left(\frac{V_{\text{вр}}}{V_i \cos \theta_i} \right) \cos \chi_i \right]^{1/2}. \quad (2.38)$$

Скорость \bar{V}_i может также выражаться в проекциях на некоторую систему осей координат: V_x , V_y , V_z .

2. Основные системы осей координат, связанные с траекторией аппарата

При записи уравнений движения в проекциях характер уравнений и вид дополнительных связей определяются соответствующим выбором системы осей.

Рассмотрим некоторые системы осей координат, которые используются при записи уравнений движения или кинематических соотношений, при анализе траекторий спуска космических аппаратов в атмосфере [10], [23], [25].

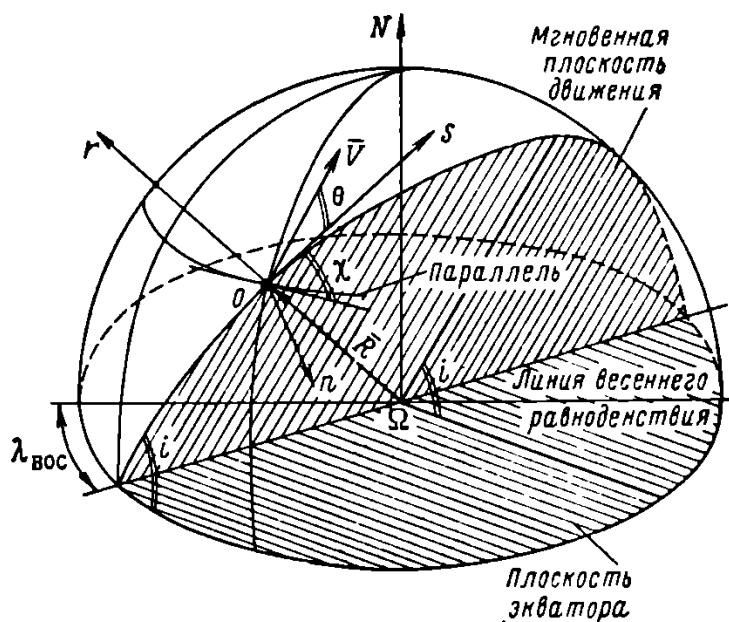


Рис. 2.9. Орбитальная полярная система осей координат

Орбитальная (полярная) система осей координат $Orsn$. Начало координат совпадает с центром инерции аппарата, ось Or направлена вдоль местной вертикали вверх, ось Os — вдоль линии пересечения местной горизонтальной плоскости и мгновенной плоскости движения, ось On образует правую систему координат.

При определении этой системы координат в качестве основы обычно используется направление скорости и плоскости движения в инерциальной геоцентрической системе отсчета, заданное углами $\lambda_{вос}$, i , χ , θ (рис. 2.9).

Система $Orsn$ вращается относительно инерциальной геоцентрической системы отсчета с угловой скоростью ω , проекции которой ω_r , ω_n , ω_s связаны с производными углов $\lambda_{вос}$, i , χ соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \omega_s &= \frac{d\lambda_{\text{нос}}}{dt} \sin i \cos \alpha - \frac{di}{dt} \sin \alpha; \\ \omega_r &= \frac{d\lambda_{\text{нос}}}{dt} \sin i \sin \alpha - \frac{di}{dt} \cos \alpha; \\ \omega_n &= -\frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\lambda_{\text{нос}}}{dt} \cos i, \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

а проекции вектора скорости \bar{V}_n в инерциальной¹ системе отсчета на оси $Orsn$ равны:

$$\left. \begin{aligned} V_s &= V \cos \theta; \\ V_r &= V \sin \theta; \\ V_n &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

Дополнительные кинематические соотношения

$$R = V_r; \quad (2.41)$$

$$\omega_n = \frac{V_s}{R}; \quad (2.42)$$

$$R = R_s + H \quad (2.43)$$

совместно с уравнениями движения [2.44], которые могут быть получены из уравнений (2.19—2.21) подстановкой выражений (2.39) и (2.40), позволяют, вообще говоря, рассчитать изменение всех кинематических параметров движения:

$$\left. \begin{aligned} m \left[\frac{dV_s}{dt} + V_r \left(\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\lambda_{\text{нос}}}{dt} \cos i \right) \right] &= \sum F_s; \\ m \left[\frac{dV_r}{dt} - V_s \left(\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\lambda_{\text{нос}}}{dt} \cos i \right) \right] &= \sum F_r; \\ m \left[V_r \left(\frac{d\lambda_{\text{нос}}}{dt} \sin i \cos \alpha - \frac{di}{dt} \sin \alpha \right) - \right. \\ \left. - V_s \left(\frac{d\lambda_{\text{нос}}}{dt} \sin i \sin \alpha - \frac{di}{dt} \cos \alpha \right) \right] &= \sum F_n. \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

Однако при расчетах в орбитальной системе координатных осей обычно пользуются уравнениями в оскулирующих элементах [26], [33], [35], [42], если только задача не сводится к плоской:

$$F_n = 0 \quad \text{и} \quad \frac{d\lambda_{\text{нос}}}{dt} = \frac{di}{dt} = 0.$$

¹ В дальнейшем для краткости при обозначении скоростей и углов в инерциальной системе отсчета индекс «п» опускается.

Тогда

$$\left. \begin{aligned} m(\dot{V}_s + V_r \dot{\chi}) &= \sum F_s; \\ m(\dot{V}_r - V_s \dot{\chi}) &= \sum F_r; \\ \dot{\chi} &= \frac{V_s}{R}; \\ \dot{R} &= V_r. \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

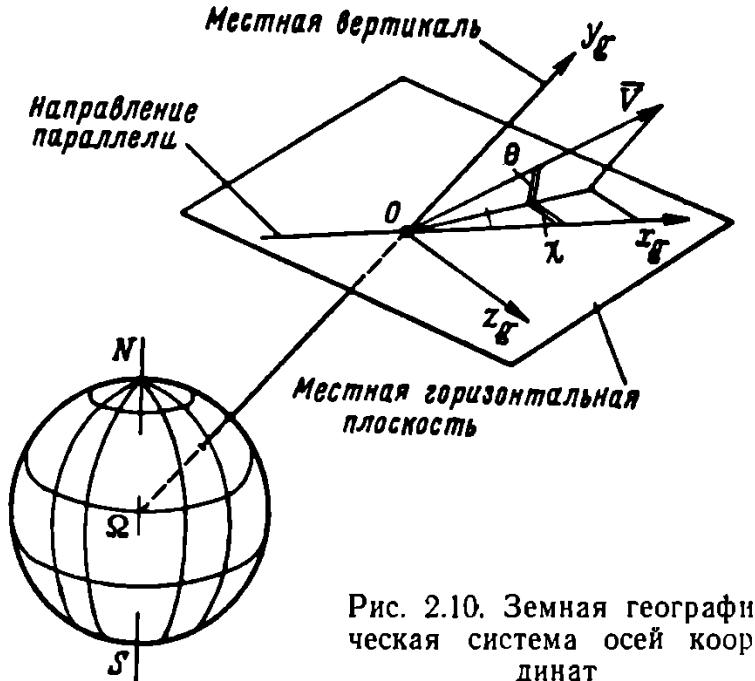


Рис. 2.10. Земная географическая система осей координат

Земная географическая система осей координат $Ox_gy_gz_g$. Начало координат O совпадает с центром инерции аппарата, ось Oy_g направлена вдоль местной вертикали вверх, ось Ox_g — вдоль параллели в местной горизонтальной плоскости; ось Oz_g образует правую систему координат (рис. 2.10).

Положение центра инерции аппарата определяется углами σ_a и λ_a или σ и λ в соответствующей системе отсчета, направление вектора скорости \bar{V} и $\bar{V}_{ни}$ задается углами θ и χ или $\theta_{ни}$ и $\chi_{ни}$ (см. рис. 2.4 и 2.5).

Для земной системы координат

$$\left. \begin{aligned} \omega_{xg} &= \frac{V_{zg}}{R}; \\ \omega_{yg} &= \frac{V_{xg}}{R} \operatorname{tg} \sigma; \\ \omega_{zg} &= -\frac{V_{xg}}{R} \end{aligned} \right\} \quad (2.46)$$

и

$$\left. \begin{aligned} V_{xg} &= V \cos \theta \cos \chi; \\ V_{yg} &= V \sin \theta; \\ V_{zg} &= -V \cos \theta \sin \chi. \end{aligned} \right\} \quad (2.47)$$

Таким образом, земная географическая система координат повернута по отношению к орбитальной на угол χ или $\chi_{\text{ни}}$ относительно оси Oy_g , совпадающей с Or .

Соотношения (2.46) — (2.47), а также (2.50) — (2.51) справедливы и для неинерциальной системы отсчета, если вместо V, θ, χ подставить $V_{\text{ни}}, \theta_{\text{ни}}, \chi_{\text{ни}}$ и учесть вращение Земли:

$$\omega_{zyg} = \omega_3 \sin \sigma \text{ и } \omega_{zg} = -\omega_3 \cos \sigma.$$

Изменение направления (курса) полета χ и угла θ и широты σ и долготы λ места или λ_a в земной системе координат определяется кинематическими соотношениями

$$\dot{\sigma} = -\frac{V_{zg}}{R} = -\omega_{xg}; \quad (2.48)$$

$$\dot{\lambda}_a \cos \sigma = \frac{V_{xg}}{R} = \omega_{zg} \text{ и } \dot{\lambda} = \dot{\lambda}_a - \omega_3; \quad (2.49)$$

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{V_{zg}}{V_{xg}}; \quad (2.50)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{V_{yg}}{(V_{xg}^2 + V_{zg}^2)^{1/2}}. \quad (2.51)$$

Радиус-вектор R

$$\dot{R} = V_{yg}. \quad (2.52)$$

Высота полета H может быть определена как

$$H = R - R_3. \quad (2.53)$$

Зная проекции некоторого вектора \bar{B} в земной системе осей, можно определить его проекции в орбитальной системе и, наоборот, по таблицам переходных косинусов (табл. 2.1) [10], [23], [25].

Таблица 2.1

Орбитальная система осей	Земная система осей		
	B_{xg}	B_{yg}	B_{zg}
B_s	$\cos \chi$	0	$-\sin \chi$
B_r	0	1	0
B_n	$\sin \chi$	0	$\cos \chi$

Уравнения движения в земной географической системе координат имеют вид

$$\left. \begin{aligned} m \left[\dot{V}_{xg} + \frac{V_{xg}(V_{yg} + V_{zg} \tan \alpha)}{R} \right] &= \sum F_{xg}; \\ m \left[\dot{V}_{yg} - \frac{V_{xg}^2 + V_{zg}^2}{R} \right] &= \sum F_{yg}; \\ m \left[\dot{V}_{zg} + \frac{V_{yg}V_{zg} - V_{xg}^2 \tan \alpha}{R} \right] &= \sum F_{zg} \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

и совместно с соотношениями (2.48) — (2.53) полностью определяют движение аппарата при заданных воздействиях F .

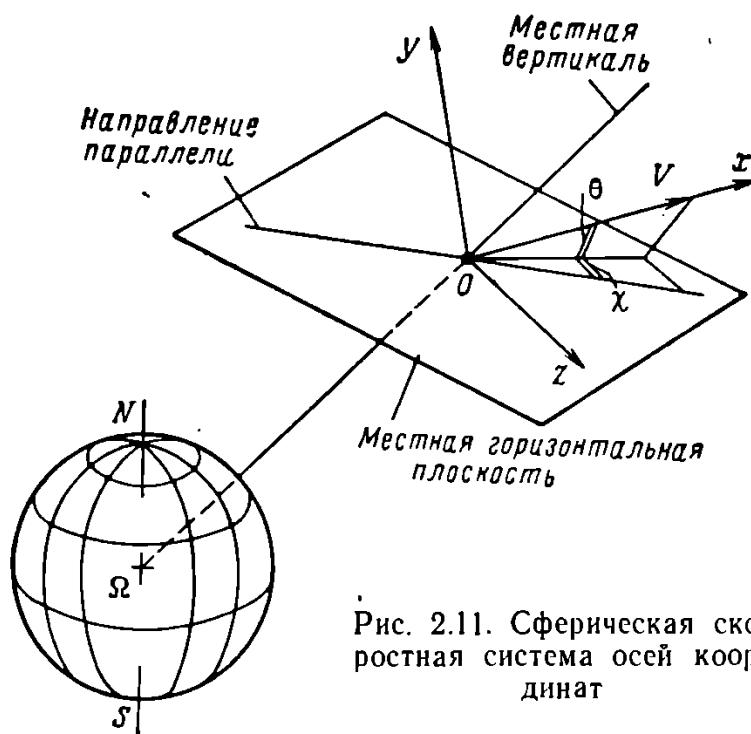


Рис. 2.11. Сферическая скоростная система осей координат

Сферическая скоростная система осей координат $Oxyz$. Начало координат совпадает с центром инерции аппарата, ось Ox направлена вдоль вектора скорости аппарата \bar{V} или $\bar{V}_{\text{ни}}$ в принятой системе отсчета, ось Oy перпендикулярна вектору скорости и лежит в местной вертикальной плоскости, ось Oz образует правый триэдр.

Система $Oxyz$ повернута по отношению к земной системе $Ox_g y_g z_g$ на угол θ относительно оси Oz и на угол χ относительно оси Oy_g (рис. 2.11).

Для такой системы

$$V_x = V; \quad (2.55)$$

$$V_y = V_z = 0 \quad (2.56)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \left[\dot{\chi} + \frac{V}{R} \cos \theta \cos \chi \operatorname{tg} \sigma \right] \sin \theta; \\ \omega_y &= \left[\dot{\chi} + \frac{V}{R} \cos \theta \cos \chi \operatorname{tg} \sigma \right] \cos \theta; \\ \omega_z &= \dot{\theta} - \frac{V \cos \theta}{R}; \end{aligned} \right\} \quad (2.57)$$

кроме того,

$$\dot{R} = V \sin \theta; \quad (2.58)$$

$$\dot{\chi} = \frac{V \cos \theta}{R}; \quad (2.59)$$

$$\dot{\sigma} = \frac{V \cos \theta \sin \chi}{R}; \quad (2.60)$$

$$\dot{\lambda}_a = \frac{V \cos \theta \cos \chi}{R} - \frac{1}{\cos \sigma}. \quad (2.61)$$

Эти соотношения справедливы и для неинерциальной системы отсчета, если заменить $V, \theta, \chi, \lambda_a$ на $V_{\text{ни}}, \theta_{\text{ни}}, \chi_{\text{ни}}, (\lambda - \lambda_{\text{вос}})$.

Уравнения движения для сферической скоростной системы координат принимают вид

$$\left. \begin{aligned} m\dot{V} &= \sum F_x; \\ mV\dot{\theta} - \frac{mV^2}{R} \cos \theta &= \sum F_y; \\ -mV \cos \theta \dot{\chi} + \frac{mV^2}{R} \cos^2 \theta \cos \chi \operatorname{tg} \sigma &= \sum F_z. \end{aligned} \right\} \quad (2.62)$$

Если система уравнений (2.62) используется для неинерциальной системы отсчета, то в правые части уравнений добавляются соответствующие инерционные члены (2.22) — (2.24).

Для перехода от скоростной системы координат к земной или орбитальной можно использовать таблицы направляющих косинусов (табл. 2.2 и 2.3).

Таблица 2.2

Скоростная система осей	Земная система осей		
	$B_x g$	$B_y g$	$B_z g$
B_x	$\cos \theta \cos \chi$	$\sin \theta$	$-\cos \theta \sin \chi$
B_y	$-\sin \theta \cos \chi$	$\cos \theta$	$\sin \theta \sin \chi$
B_z	$\sin \chi$	0	$\cos \chi$

Таблица 2.3

Скоростная система осей	Орбитальная система осей		
	B_s	B_r	B_n
B_x	$\cos \theta$	$\sin \theta$	0
B_y	$-\sin \theta$	$\cos \theta$	0
B_z	0	0	1

Сопровождающая система осей координат $Oqtb$. Движение в этой системе рассматривается относительно наблюдателя на поверхности Земли (рис. 2.12).

Начало координат по-прежнему помещаем в центр инерции аппарата, ось Oq направлена вдоль линии визирования (от наблюдателя к центру инерции аппарата), ось Ot — перпендику-

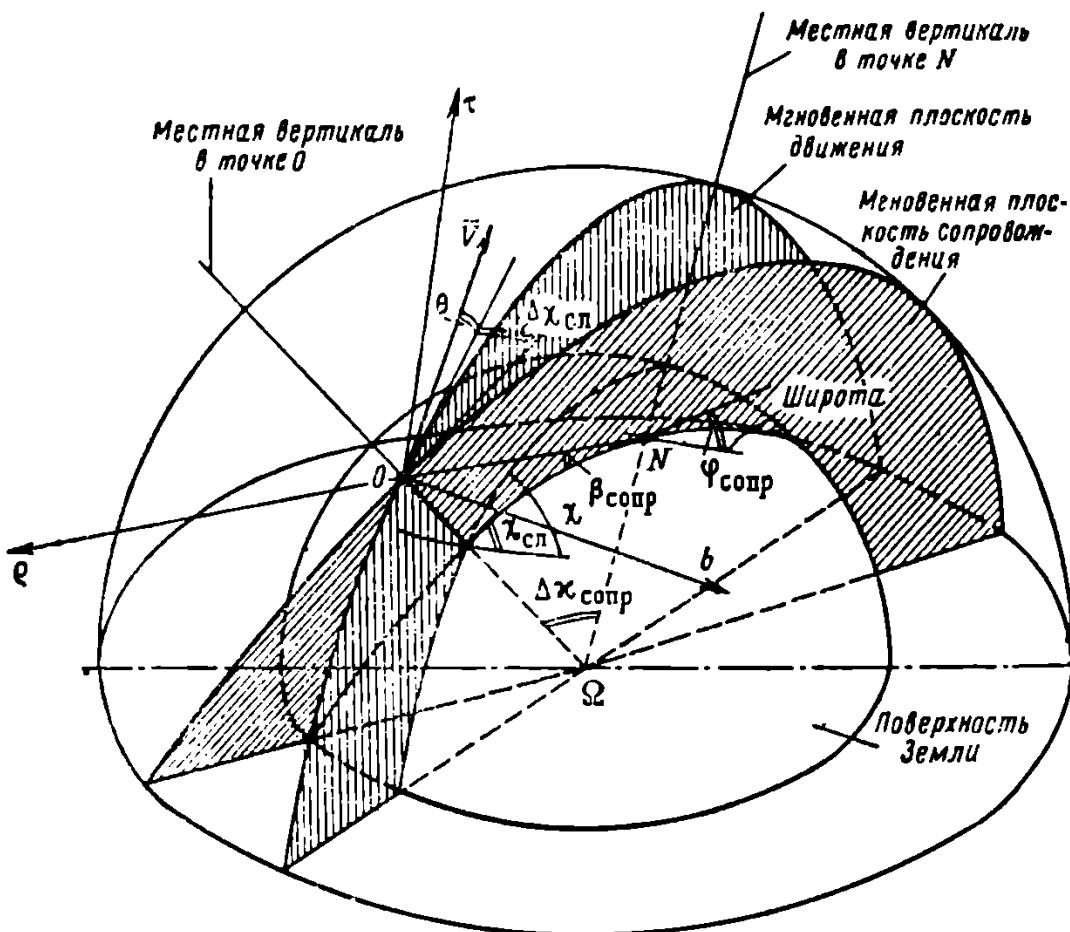


Рис. 2.12. Сопровождающая система осей координат

лярно линии визирования в вертикальной плоскости, содержащей аппарат и станцию наблюдения, и ось Ob образует правую систему координат.

Положение центра инерции аппарата O относительно станции наблюдения N определяется величиной радиуса-вектора

$Q_{\text{сопр}} = |\overline{NO}|$, углом визирования $\beta_{\text{сопр}}$ по отношению к местному горизонту в точке N и углом $\varphi_{\text{сопр}}$ между проекцией направления \overline{NO} на местную горизонтальную плоскость и параллельно в точке N .

Относительное положение аппарата и станции наведения может, кроме того, определяться геоцентрическим радиусом-вектором аппарата R и станции наведения R_N , центральным углом между ними $\Delta\chi_{\text{сопр}}$ и направлением плоскости сопровождения $\chi_{\text{сл}}$ в точке O .

Вектор скорости аппарата $\bar{V}_{\text{ни}}$ (в неинерциальной системе отсчета, так как станция наблюдения находится на поверхности вращающейся Земли) задан углом $\Delta\chi_{\text{сл}}$ между направлением полета и направлением на станцию наведения в точке O и углом наклона к местному горизонту в точке O — углом $\theta_{\text{ни}}$.

Запись уравнений движения в сопровождающей системе несколько громоздка, однако соответствующие кинематические соотношения дают возможность найти положение аппарата относительно наземной станции, проводя расчет траектории в одной из ранее определенных систем осей.

Для сопровождающей системы

$$\omega_\tau = \frac{V_b}{Q_{\text{сопр}}}; \quad \omega_\varrho = 0; \quad \omega_b = \frac{V_e}{Q_{\text{сопр}}} \quad (2.63)$$

и

$$\left. \begin{aligned} V_\tau &= V \cos \theta \cos \Delta\chi_{\text{сл}} \sin (\Delta\chi_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}}) + \\ &\quad + V \sin \theta \cos (\Delta\chi_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}}); \\ V_\varrho &= V \sin \theta \sin (\Delta\chi_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}}) - \\ &\quad - V \cos \theta \sin \Delta\chi_{\text{сл}} \cos (\Delta\chi_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}}); \\ V_b &= -V \cos \theta \sin \Delta\chi_{\text{сл}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.64)$$

Из геометрических соображений

$$V_{\text{ни}} = \sqrt{V_\tau^2 + V_\varrho^2 + V_b^2}; \quad (2.65)$$

$$\dot{\beta}_{\text{сопр}} = \frac{V_\tau}{Q_{\text{сопр}}} = \omega_b; \quad (2.66)$$

$$\dot{\varphi}_{\text{сопр}} = \frac{V_b}{Q_{\text{сопр}} \cos \beta_{\text{сопр}}} = \frac{\omega_\tau}{\cos \beta_{\text{сопр}}}; \quad (2.67)$$

и

$$\dot{Q}_{\text{сопр}} = V_\varrho \quad (2.68)$$

$$Q_{\text{сопр}} = \frac{R_N \sin \Delta\chi_{\text{сопр}}}{\cos (\Delta\chi_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}})} \quad (2.69a)$$

или

$$\operatorname{ctg} \Delta x_{\text{сопр}} = \left(\frac{R_N}{Q_{\text{сопр}} \cos \beta_{\text{сопр}}} + \operatorname{tg} \beta_{\text{сопр}} \right); \quad (2.696)$$

$$R - R_N = H = Q_{\text{сопр}} \sin (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}}) \left[1 - \frac{\operatorname{tg} \frac{\Delta x_{\text{сопр}}}{2}}{\operatorname{tg} (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}})} \right] \quad (2.70a)$$

или

$$R - R_N = H = R_N \sin \Delta x_{\text{сопр}} \left[\operatorname{tg} (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}}) - \operatorname{tg} \frac{\Delta x_{\text{сопр}}}{2} \right]; \quad (2.70b)$$

$$\dot{\Delta x}_{\text{сопр}} = [V_\tau \sin (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}}) - V_\theta \cos (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}})] \frac{1}{R}, \quad (2.71a)$$

или

$$\dot{\Delta x}_{\text{сопр}} = \frac{V \cos \theta \cos \Delta \chi_{\text{сл}}}{R} \quad (2.71b)$$

$$\cos \theta = \frac{\Delta x_{\text{сопр}} R}{\cos \Delta \chi_{\text{сл}} V}; \quad (2.72)$$

$$\operatorname{tg} \Delta \chi_{\text{сл}} = \frac{V_\theta}{R \Delta x_{\text{сопр}}}; \quad (2.73)$$

$$\operatorname{tg} \chi_{\text{сл}} = \frac{\operatorname{tg} \beta_{\text{сопр}}}{\cos \Delta x_{\text{сопр}}}. \quad (2.74)$$

Уравнения (2.64) и кинематические соотношения (2.65) — (2.74) позволяют по результатам измерений со станции наблюдения N величин $Q_{\text{сопр}}$, $\beta_{\text{сопр}}$, $\Phi_{\text{сопр}}$ и их производных определить параметры движения аппарата (R , $\Delta x_{\text{сопр}}$, $V_{\text{ни}}$, $\chi_{\text{ни}}$, $\theta_{\text{ни}}$) в геоцентрической неинерциальной системе отсчета.

Переход от сопровождающей системы к скоростной может быть проведен по таблице направляющих косинусов (табл. 2.4).

Таблица 2.4

Сопровождающая система осей	Скоростная система осей		
	B_x	B_y	B_z
B_θ	$\cos \theta \cos \Delta \chi_{\text{сл}} \cos X$ $\times (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}}) +$ $+ \sin \theta \sin (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}})$	$\cos \theta \sin (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}}) - \sin \theta \cos X$ $\times \Delta \chi_{\text{сл}} \cos (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}})$	$\sin \Delta \chi_{\text{сл}} \cos (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}})$
B_τ	$\sin \theta \cos (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}}) - \cos \theta \cos \chi_{\text{сл}} X$ $\times \sin (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}})$	$\cos \theta \cos (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}} + \sin \theta \cos X$ $\times \Delta \chi_{\text{сл}} \sin (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}})$	$-\sin \Delta \chi_{\text{сл}} \sin X$ $\times (\Delta x_{\text{сопр}} + \beta_{\text{сопр}})$
B_b	$\cos \theta \sin \Delta \chi_{\text{сл}}$	$-\sin \theta \sin \Delta \chi_{\text{сл}}$	$\cos \Delta \chi_{\text{сл}}$

§ 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЕКЦИЙ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА КОСМИЧЕСКИЙ АППАРАТ ПРИ СПУСКЕ В АТМОСФЕРУ

В § 2 определены основные системы координат, направление осей которых так или иначе связано с положением и движением центра масс аппарата.

Используя одну из таких систем осей при анализе траектории центра масс аппарата, необходимо, кроме того, в каждый момент времени определить проекции сил, действующих на аппарат в этой системе. Величина и направление таких внешних сил, как аэродинамические силы, сила тяги и т. п., зависят от ориентации корпуса аппарата по отношению к вектору скорости (к набегающему потоку) и к осям рассматриваемой системы координат.

Задать ориентацию аппарата и направление действия аэrodинамических сил и силы тяги двигателя удобно, определив положение осей координат, связанных в той или иной степени с самим аппаратом¹, относительно расчетных систем осей, связанных с траекторией аппарата.

1. Системы осей, связанные с ориентацией аппарата. Проекции тяги и аэродинамических сил

Связанная система осей координат $Ox_1y_1z_1$. Начало координат системы $Ox_1y_1z_1$ совпадает с центром масс аппарата, а оси — с главными осями инерции аппарата или приближенно [25] — с геометрическими осями аппарата. Ось Ox_1 направлена вдоль продольной оси корпуса (или вдоль линии хорд крыла), ось Oy_1 перпендикулярна Ox_1 и лежит в основной плоскости симметрии аппарата, ось Oz_1 образует первый триэдр.

Ориентация осей $Ox_1y_1z_1$ относительно земной географической системы $Ox_gy_gz_g$ определяется эйлеровыми углами — тангажом ϑ , рысканьем ψ и креном γ (рис. 2.13). Эти углы поддаются инструментальному определению на борту аппарата при помощи гироизмерительных систем и могут эффективно регулироваться при спуске в атмосфере [37], [93].

Относительно сферической скоростной системы $Oxyz$ связанная система повернута на углы атаки α , скольжения β и крена γ_c в скоростной системе, причем $\gamma \neq \gamma_c$ (см. рис. 2.13, 2.14), так что

$$\left. \begin{array}{l} V_{x1} = V \cos \alpha \cos \beta; \\ V_{y1} = -V \sin \alpha \cos \beta; \\ V_{z1} = V \sin \beta \end{array} \right\} \quad (2.75)$$

и

¹ При определении системы осей интерес представляет прежде всего их направление, а не положение начала координат O .

$$\sin \gamma_c = [\sin \vartheta \cos \alpha - \cos \vartheta \sin \alpha \cos \gamma] \sin \beta + \cos \vartheta \sin \gamma \cos \beta; \quad (2.76)$$

$$\sin \theta = [\sin \vartheta \cos \alpha - \cos \vartheta \sin \alpha \cos \gamma] \cos \beta - \cos \vartheta \sin \gamma \sin \beta; \quad (2.77)$$

$$\begin{aligned} \sin \chi \cos \theta = & [\sin \psi \cos \vartheta \cos \alpha + \cos \psi \sin \gamma \sin \alpha + \\ & + \sin \psi \sin \vartheta \sin \alpha \cos \gamma] \cos \beta - [\cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma] \sin \beta. \end{aligned} \quad (2.78)$$

При идеальной стабилизации аппарата и управлении траекторией по крену [19], [37], [93]

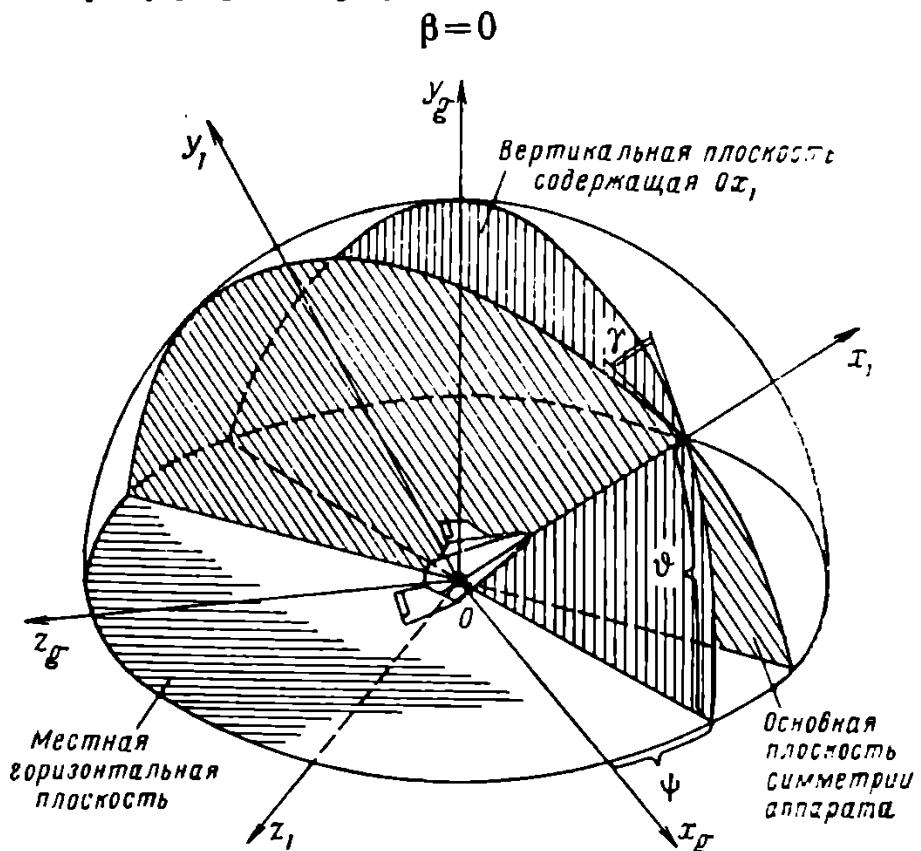


Рис. 2.13. Связанная система осей координат. Углы ϑ , γ и ψ

и

$$\sin \gamma_c = \cos \vartheta \sin \gamma, \quad (2.79)$$

$$\sin \theta = \sin \vartheta \cos \alpha - \cos \vartheta \sin \alpha \cos \gamma \quad (2.80)$$

или

$$\theta = \vartheta - \alpha \quad \text{при} \quad \gamma = 0 \quad (2.81)$$

и

$$\sin \chi \cos \theta = \sin \psi [\cos \vartheta \cos \alpha + \sin \vartheta \sin \alpha \cos \gamma] + \cos \psi \sin \gamma \sin \alpha. \quad (2.82)$$

При малых углах наклона траектории ($\theta \ll 5 \div 10^\circ$; $\cos \theta \approx 1$; $\sin \theta \approx \theta$) можно использовать приближенные соотношения

$$\vartheta = \alpha + \theta - \frac{1}{2} \sin 2\alpha (1 - \cos \gamma) \quad (2.83)$$

и

$$\sin \chi = \sin \psi + \cos \psi \sin \alpha \sin \gamma. \quad (2.84)$$

Ориентация оси двигательной установки может быть задана углом $\varphi_{\text{дв}}$ в плоскости симметрии аппарата, тогда направление вектора тяги в скоростной системе координат составит

$$a_{\text{дв}} = a + \varphi_{\text{дв}}; \quad (2.85)$$

$$\beta_{\text{дв}} = \beta \quad (2.86)$$

и в земной географической системе

$$\theta_{\text{дв}} = \theta + \Delta\theta_{\text{дв}}; \quad (2.87)$$

$$\psi_{\text{дв}} = \psi + \Delta\psi_{\text{дв}}, \quad (2.88)$$

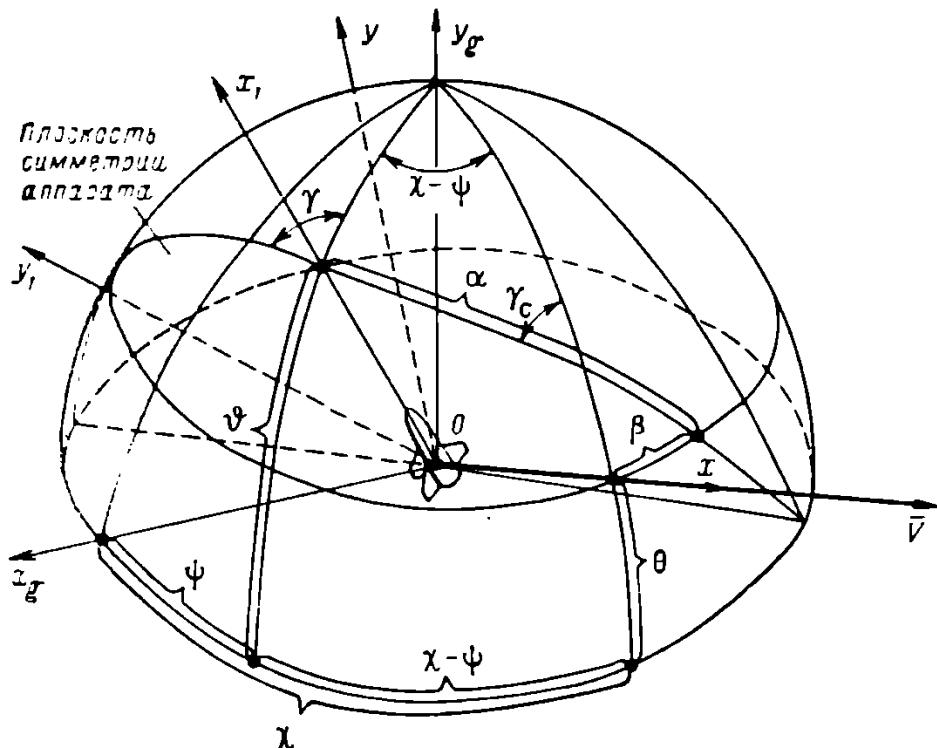


Рис. 2.14. Определение ориентации летательного аппарата

где

$$\sin \Delta\theta_{\text{дв}} = \sin \varphi_{\text{дв}} \cos \gamma; \quad (2.89)$$

$$\operatorname{tg} \Delta\psi_{\text{дв}} = \operatorname{tg} \varphi_{\text{дв}} \frac{\sin \gamma}{\cos \theta}, \quad (2.90)$$

что позволяет определить проекции тяги \bar{P} на соответствующие оси координат:

в скоростной системе

$$\left. \begin{aligned} P_x &= P \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \cos \beta; \\ P_y &= P [\sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \cos \gamma_c + \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \sin \beta \sin \gamma_c]; \\ P_z &= P [\sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \sin \gamma_c + \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \sin \beta \cos \gamma_c] \end{aligned} \right\} \quad (2.91)$$

и в земной географической

$$\left. \begin{aligned} P_{xg} &= P \cos \vartheta_{AB} \cos \psi_{AB}; \\ P_{yg} &= P \sin \vartheta_{AB}; \\ P_{zg} &= -P \sin \psi_{AB} \cos \vartheta_{AB} \end{aligned} \right\} \quad (2.92)$$

и при

$$\begin{aligned} \varphi_{AB} &= 0 \\ \psi_{AB} &= \psi; \quad \vartheta_{AB} = \vartheta. \end{aligned}$$

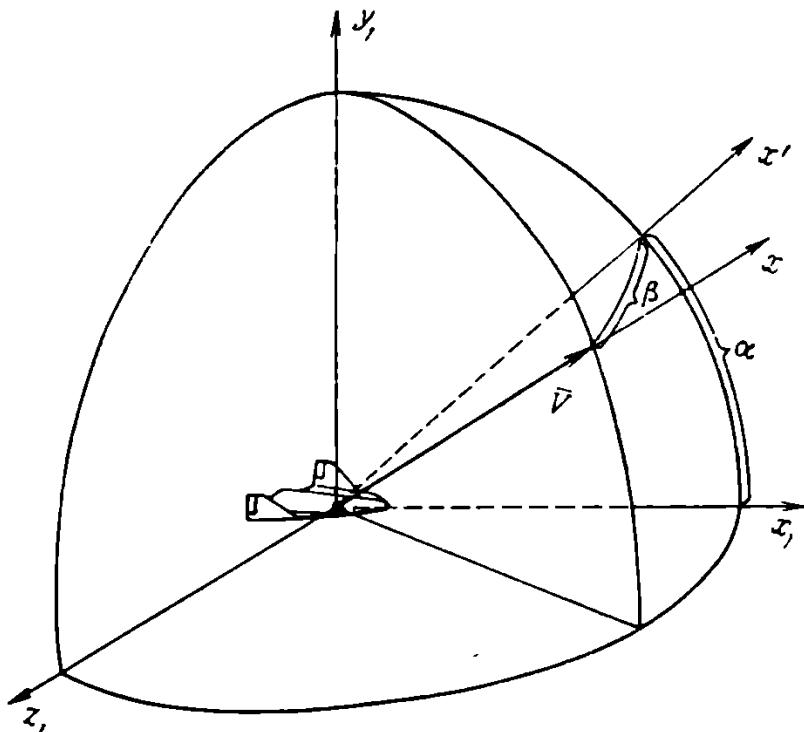


Рис. 2.15. Связанная система осей координат. Углы α и β

Переход от связанной системы координат к скоростной или земной можно проводить при помощи таблиц направляющих косинусов (табл. 2.5 и 2.6).

Таблица 2.5

Скорост- ная система осей	Связанная система осей		
	B_{x1}	B_{y1}	B_{z1}
B_x	$\cos \alpha \cos \beta$	$-\sin \alpha \cos \beta$	$\sin \beta$
B_y	$\sin \alpha \cos \gamma_c + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma_c$	$\cos \alpha \cos \gamma_c - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma_c$	$-\cos \beta \sin \gamma_c$
B_z	$\sin \alpha \sin \gamma_c - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_c$	$\sin \alpha \sin \beta \cos \gamma_c + \cos \alpha \sin \gamma_c$	$\cos \beta \cos \gamma_c$

Таблица 2.6

Земная система осей	Связанная система осей		
	B_{x1}	B_{y1}	B_{z1}
B_{xg}	$\cos \psi \cos \vartheta$	$-\cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma +$ $+\sin \psi \sin \gamma$	$\cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma +$ $+\sin \psi \cos \gamma$
B_{yg}	$\sin \vartheta$	$\cos \vartheta \cos \gamma$	$-\cos \vartheta \sin \gamma$
B_{zg}	$-\cos \vartheta \sin \psi$	$\cos \psi \sin \gamma +$ $+\sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma$	$\cos \psi \cos \gamma -$ $-\sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma$

Полусвязанная система координат $Ox'y'z'$. Начало координат совпадает с центром инерции аппарата, ось Ox' направлена вдоль проекции вектора скорости \bar{V} (или $\bar{V}_{ни}$) на основную плоскость симметрии аппарата, ось Oy' лежит в плоскости симметрии аппарата и перпендикулярна Ox' ; ось Oz' образует правый триэдр.

Полусвязанная система координат повернута относительно связанной на угол атаки α (рис. 2.15) вокруг оси $Oz \equiv Oz'$, что определяет ориентацию аппарата в системе $Ox'y'z'$. Проекции аэродинамических сил Y , Q , Z и соответствующие аэродинамические коэффициенты заданы, как правило, именно в полусвязанной системе осей (см. гл. I, § 2).

Положение вектора скорости V (или $V_{ни}$) в полусвязанной системе задано углом скольжения β .

Проекции аэродинамических сил на скоростные или земные оси координат могут быть получены по таблицам переходных косинусов (см. табл. 2.7 и 2.8).

Таблица 2.7

Скорост- ная система осей	Полусвязанная система осей		
	$B_{x'}$	$B_{y'}$	$B_{z'}$
B_x	$\cos \beta$	0	$\sin \beta$
B_y	$\sin \beta \sin \gamma_c$	$\cos \gamma_c$	$-\cos \beta \sin \gamma_c$
B_z	$-\sin \beta \cos \gamma_c$	$\sin \gamma_c$	$\cos \beta \cos \gamma_c$

Из табл. 2.7 и 2.8 находим, что в сферической скоростной системе координат

$$\left. \begin{aligned} F_{x \text{ аэр}} &= -Q \cos \beta + Z \sin \beta; \\ F_{y \text{ аэр}} &= -Q \sin \beta \sin \gamma_c + Y \cos \gamma_c - Z \cos \beta \sin \gamma_c; \\ F_{z \text{ аэр}} &= Q \sin \beta \cos \gamma_c + Y \sin \gamma_c + Z \cos \beta \cos \gamma_c \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

Таблица 2.8

Земная система осей	Полусвязанная система осей		
	$B_{x'}$	$B_{y'}$	$B_{z'}$
B_{xg}	$\cos \alpha \cos \vartheta \cos \psi -$ $-\sin \alpha (\sin \psi \sin \gamma -$ $-\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma)$	$\sin \alpha \cos \vartheta \cos \psi +$ $+\cos \alpha (\sin \psi \sin \gamma -$ $-\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma)$	$\sin \vartheta \cos \psi \sin \gamma +$ $+\sin \psi \cos \gamma$
B_{yg}	$\cos \alpha \sin \vartheta -$ $-\sin \alpha \cos \vartheta \cos \gamma$	$\sin \alpha \sin \vartheta +$ $+\cos \alpha \cos \vartheta \cos \gamma$	$-\cos \vartheta \sin \gamma$
B_{zg}	$-\cos \alpha \cos \vartheta \sin \psi -$ $-\sin \alpha (\cos \psi \sin \gamma +$ $+\sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma)$	$-\sin \alpha \sin \psi \cos \vartheta +$ $+\cos \alpha (\cos \psi \sin \gamma +$ $+\sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma)$	$\cos \psi \cos \gamma -$ $-\sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma$

и в земной географической

$$\left. \begin{aligned}
 F_{xg\text{ аэр}} &= Y [\sin \alpha \cos \vartheta \cos \psi - \cos \alpha (\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \\
 &\quad - \sin \psi \sin \gamma)] - Q [\sin \alpha (\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \\
 &\quad - \sin \psi \sin \gamma) + \cos \alpha \cos \vartheta \cos \psi] + \\
 &\quad + Z [\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \gamma \sin \vartheta]; \\
 F_{yg\text{ аэр}} &= Y [\sin \alpha \sin \vartheta + \cos \alpha \cos \vartheta \cos \gamma] + \\
 &\quad + Q [\sin \alpha \cos \vartheta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \vartheta] - \\
 &\quad - Z \cos \vartheta \sin \gamma; \\
 F_{zg\text{ аэр}} &= Y [-\sin \alpha \cos \vartheta \sin \psi + \cos \alpha (\sin \gamma \cos \psi + \\
 &\quad + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma)] + Q [\sin \alpha (\cos \psi \sin \gamma + \\
 &\quad + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + \cos \alpha \cos \vartheta \sin \psi] + \\
 &\quad + Z [\cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma].
 \end{aligned} \right\} \quad (2.94)$$

Следует учитывать, что расчет аэродинамических сил Y , Q , Z и их проекций на принятые оси координат должен основываться на истинных значениях воздушной скорости полета \bar{V}_i и воздушных углов атаки α_i и скольжения β_i , определяющих ориентацию в связанных или полусвязанных осях координат вектора скорости по отношению к воздушной среде. При отсутствии ветра

$$\bar{V}_i = \bar{V} + \bar{V}_{\text{вр}} = \bar{V}_{\text{нп}}, \quad (2.95)$$

и для определения истинных значений α_i и β_i могут быть использованы соотношения (2.36) — (2.38) и (2.77) — (2.78).

Если расчет ведется по уравнениям, записанным в инерциальной системе отсчета (определяется вектор \bar{V} и его проекции на оси координат, причем направление скоростных осей задается также в инерциальной системе отсчета), вращение атмосферы вместе с Землей относительно инерциальной системы отсчета

может быть задано эффективным ветровым перемещением со скоростью

$$\bar{W}_{\text{эфф}} = \bar{V}_{\text{вр}}, \quad (2.96a)$$

направленной вдоль широты, и учтено методами, изложенными в § 3, п. 2, гл. II. При наличии ветра в инерциальной системе отсчета эффективное ветровое перемещение атмосферы происходит со скоростью

$$\bar{W}_{\text{эфф}} = \bar{V}_{\text{вр}} + \bar{W}, \quad (2.96b)$$

причем

$$W_{\text{эфф}} = (W + V_{\text{вр}} - 2WV_{\text{вр}} \cos \chi_W)^{1/2} \quad (2.97)$$

и

$$\sin \chi_{\text{вф}W} = \sin \chi_W \left[1 + \left(\frac{V_{\text{вр}}}{W} \right)^2 - \frac{2V_{\text{вр}}}{W} \cos \chi_W \right]^{-1/2}. \quad (2.98)$$

Как уже указывалось,

$$V_{\text{вр}} = R\omega_0 \cos \sigma.$$

В геоцентрической неинерциальной системе отсчета при отсутствии ветра скорость $\bar{V}_{\text{ни}}$ и углы атаки $\alpha_{\text{ни}}$ и скольжения $\beta_{\text{ни}}$ — истинные воздушные скорость и углы, а при наличии ветра $W_{\text{эфф}} = W$ и $\chi_{\text{вф}W} = \chi_W$.

2. Аэродинамические силы при наличии ветровых воздействий

При ветровых перемещениях воздушной среды со скоростью \bar{W} (а в инерциальной системе отсчета $\bar{W}_{\text{эфф}}$) скорость \bar{V}_i — относительно воздушной среды может быть определена как

$$\bar{V}_i = \bar{V} + \bar{W}, \quad (2.99)$$

причем вектор скорости ветра задан в географической системе отсчета величиной W и направлением χ^1_W (для инерциальной системы отсчета $W_{\text{эфф}}$ и $\chi_{W\text{эфф}}$), так что

$$V_i = V \left[1 + \frac{2W}{V} \cos \theta \cos \Delta \chi_W + \left(\frac{W}{V} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.100)$$

где

$$\Delta \chi_W = \chi - \chi_W.$$

Скорость ветра \bar{W} в географической системе отсчета может быть также задана в проекциях на направление земной системы координат

$$\left. \begin{aligned} W_{xg} &= W_{\text{зен}} = W \cos \chi_W; \\ W_{yg} &= W_{\text{верт}} = 0; \\ W_{zg} &= W_u = W \sin \chi_W. \end{aligned} \right\} \quad (2.101)$$

¹ Считая направление ветра горизонтальным, т. е. $\theta_w = 0$, см. § 3 гл. I.

В земной географической системе координат проекции воздушной скорости \bar{V}_i составляют

$$\left. \begin{array}{l} V_{x_g i} = V \cos \theta \cos \chi + W \cos \chi_W; \\ V_{y_g i} = V \sin \theta; \\ V_{z_g i} = -V \cos \theta \sin \chi - W \sin \chi_W. \end{array} \right\} \quad (2.102)$$

В сферической скоростной системе осей проекции \bar{V}_i могут быть записаны как

$$\left. \begin{array}{l} V_{x_i} = V \left[1 + \frac{W}{V} \cos \theta \cos \Delta \chi_W \right]; \\ V_{y_i} = W \sin \theta \cos \Delta \chi_W; \\ V_{z_i} = W \sin \Delta \chi_W. \end{array} \right\} \quad (2.103)$$

Направление вектора воздушной скорости в геоцентрической системе отсчета определяется углами χ_i и θ_i , которые могут быть подсчитаны как

$$\sin \theta_i = \frac{V_{x_g i}}{V_i}; \quad (2.104)$$

$$\sin \chi_i = \frac{V_{z_g i}}{(V_{x_g i}^2 + V_{y_g i}^2)^{1/2}}. \quad (2.105)$$

Определив при помощи таблиц переходных косинусов составляющие воздушной скорости V_i в связанных осях по ее проекциям на земные оси координат (см. табл. 2.6), можно найти

$$\begin{aligned} V_{x,i} = & V \left\{ \cos \theta \cos \chi \cos \psi \cos \vartheta \left(1 + \frac{W}{V} \frac{\cos \chi_W}{\cos \theta \cos \chi} \right) + \right. \\ & \left. + \sin \theta \sin \vartheta + \cos \theta \sin \chi \cos \vartheta \sin \psi \left(1 + \frac{W}{V} \frac{\sin \chi_W}{\cos \theta \sin \chi} \right) \right\}; \end{aligned} \quad (2.106)$$

$$\begin{aligned} V_{y,i} = & V \{ \cos \theta \cos \chi (\sin \varphi \sin \gamma - \cos \psi \cos \gamma \sin \vartheta) \times \\ & \times \left(1 + \frac{W}{V} \frac{\cos \chi_W}{\cos \theta \cos \chi} \right) + \sin \theta \cos \vartheta \cos \gamma - \cos \theta \sin \chi \times \\ & \times (\cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \cos \gamma \sin \vartheta) \left(1 + \frac{W}{V} \frac{\sin \chi_W}{\cos \theta \cos \chi} \right) \}; \end{aligned} \quad (2.107)$$

$$\begin{aligned} V_{z,i} = & V \{ \cos \theta \cos \chi (\cos \psi \sin \gamma \sin \vartheta + \sin \psi \cos \gamma) \times \\ & \times \left(1 + \frac{W}{V} \frac{\cos \chi_W}{\cos \theta \cos \chi} \right) - \sin \theta \cos \vartheta \sin \gamma - \cos \theta \sin \chi \times \end{aligned}$$

$$\times (\cos \psi \cos \gamma - \sin \theta \sin \psi \sin \gamma) \left(1 + \frac{W}{V} \frac{\sin \chi_W}{\cos \theta \sin \chi} \right) \}. \quad (2.108)$$

Отсюда можно определить углы α_i и β_i , зная ориентацию аппарата (θ, ψ, γ) и характеристики траектории (V, θ, χ) и ветра (W и χ_W):

$$\operatorname{tg} \alpha_i = - \frac{V_{y,i}}{V_{x,i}}; \quad (2.109)$$

$$\sin \beta_i = \frac{V_{z,i}}{V_i}. \quad (2.110)$$

Определяя аналогичным образом проекции скорости \bar{V}_i на связанные оси аппарата по выражениям (2.103) для ее проекций на скоростные оси, получим

$$V_{x,i} = V \cos \alpha \cos \beta \left\{ 1 + \frac{W}{V} \cos \theta \cos \Delta \chi_W + \right. \\ \left. + \frac{\sin \alpha \sin \gamma_c - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma_c}{\cos \alpha \cos \beta} \sin \Delta \chi_W \right\}; \quad (2.111)$$

$$V_{y,i} = V \sin \alpha \cos \beta \left\{ 1 + \frac{W}{V} (\cos \theta \cos \Delta \chi_W - \right. \\ \left. - \frac{\cos \alpha \sin \gamma_c + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma_c}{\sin \alpha \cos \beta} \sin \Delta \chi_W) \right\}; \quad (2.112)$$

$$V_{z,i} = V \sin \beta \left\{ 1 + \frac{W}{V} (\cos \theta \cos \Delta \chi_W + \cos \gamma_c \operatorname{ctg} \beta) \right\}. \quad (2.113)$$

Зная расчетную ориентацию аппарата относительно вектора скорости α, β и γ_c , величину V и направление скорости θ и χ , характеристики ветра W и χ_W , из этих соотношений можно определить истинные воздушные углы атаки и скольжения α_i и β_i по уравнениям (2.109) и (2.110). В зависимости от метода определения ориентации аппарата (в земной или скоростной системе) можно применять выражения (2.106—2.108) или (2.111)—(2.113).

Соответственно в выражениях для проекций аэродинамических сил на соответствующие оси координат (2.93) и (2.94) должны учитываться истинные значения $\alpha_i, \beta_i, \gamma_{ci}$. При этом

$$\sin \gamma_{ci} = [\sin \theta \cos \alpha_i - \cos \theta \sin \alpha_i \cos \gamma] \cos \beta_i + \\ + \cos \theta \sin \gamma \cos \beta_i. \quad (2.114)$$

Заметим, что при пассивной аэродинамической балансировке аппарата или при стабилизации по перегрузке при спуске в атмосфере выдерживаются программные значения

$$\alpha_i = \alpha_i^*, \quad \gamma_{ci} = \gamma_{ci}^*, \quad \beta_i = 0,$$

тогда как при использовании активных систем стабилизации с гироизмерительными устройствами обеспечивается

$$\vartheta = \vartheta^*, \chi = \chi^*, \gamma = \gamma^*,$$

что приводит к отличию истинных воздушных значений α_i , β_i , γ_i от программных для неподвижной атмосферы.

3. Проекции массовых сил на основные оси координат

К массовым силам относятся сила веса $\bar{G} = m\bar{g}$ и инерционные силы $\bar{F}_{\text{пер}}$ и $\bar{F}_{\text{кор}}$, связанные с неинерциальностью системы отсчета.

Ускорение силы тяжести \bar{g} направлено вдоль гравитационной вертикали, так что проекции силы тяжести \bar{G} на оси земной географической системы координат составляют соответственно при построении земной географической системы осей на базе геоцентрической вертикали.

$$\left. \begin{array}{l} G_{xg}=0; \\ G_{yg}=mg \cos \varepsilon_g; \\ G_{zg}=mg \sin \varepsilon_g; \end{array} \right\} \quad (2.115)$$

при построении этой системы на базе географической вертикали

$$\left. \begin{array}{l} G_{xg}=0; \\ G_{yg}=mg \cos (\varepsilon_g - \varepsilon_r); \\ G_{zg}=mg \sin (\varepsilon_g - \varepsilon_r) \end{array} \right\} \quad (2.116)$$

и для гравитационной вертикали

$$G_{xg}=G_{zg}=0; \quad G_{yg}=mg. \quad (2.117)$$

Если траектория аппарата определяется в системе отсчета, связанной с вращающейся Землей, переносная угловая скорость

$$\bar{\omega}_{\text{пер}}=\bar{\omega}_3, \quad (2.118)$$

и в соответствии с § 1 гл. II к активным силам, действующим на аппарат, следует добавить кориолисову и переносную силы инерции, связанные с неинерциальностью системы отсчета,

$$\bar{F}_{\text{кор}}=2m\bar{\omega}_3 \times \bar{V} \quad (2.119)$$

и

$$\bar{F}_{\text{пер}}=m\bar{\omega}_3 \times (\bar{\omega}_3 \times \bar{R}), \quad (2.120)$$

проекции которых на принятые оси координат составляют соответственно:

для скоростной системы осей

$$\left. \begin{array}{l} F_{\text{кор } x} = 0; \\ F_{\text{кор } y} = 2mV\omega_3 \cos\sigma \cos\gamma; \\ F_{\text{кор } z} = 2mV\omega_3 (\sin\sigma \cos\theta - \cos\sigma \sin\theta \sin\gamma) \end{array} \right\} \quad (2.121)$$

и

$$\left. \begin{array}{l} F_{\text{пер } x} = m\omega_3^2 R \cos\sigma (\cos\sigma \sin\theta - \sin\sigma \cos\theta \sin\gamma); \\ F_{\text{пер } y} = m\omega_3^2 R \cos\sigma (\cos\sigma \cos\theta - \sin\sigma \sin\theta \sin\gamma); \\ F_{\text{пер } z} = m\omega_3^2 R \sin\sigma \cos\sigma \cos\gamma; \end{array} \right\} \quad (2.122)$$

для земной географической системы осей

$$\left. \begin{array}{l} F_{\text{кор } x_g} = -2m\omega_3 (V_{y_g} \cos\sigma + V_{z_g} \sin\sigma); \\ F_{\text{кор } y_g} = 2m\omega_3 V_{x_g} \cos\sigma; \\ F_{\text{кор } z_g} = 2m\omega_3 V_{x_g} \sin\sigma \end{array} \right\} \quad (2.123)$$

и

$$\left. \begin{array}{l} F_{\text{пер } x_g} = 0; \\ F_{\text{пер } y_g} = m\omega_3^2 R \cos^2\sigma; \\ F_{\text{пер } z_g} = m\omega_3^2 R \cos\sigma \sin\sigma. \end{array} \right\} \quad (2.124)$$

Заметим, что центробежную силу инерции $\bar{F}_{\text{пер}}$ можно включать в общее поле тяготения Земли при определении ускорения силы тяжести $\bar{g}_{\text{ши}}$. В этом случае соответствующие составляющие (2.122) и (2.124) не учитываются.

§ 4. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ АППАРАТА В ЗЕМНОЙ И СФЕРИЧЕСКОЙ СКОРОСТНОЙ СИСТЕМАХ ОСЕЙ КООРДИНАТ. ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ

Используя выражения для проекций сил, действующих на космический аппарат при спуске в атмосфере, и подставляя их в уравнения (2.19) — (2.21) и (2.22) — (2.24), можно записать полные уравнения движения аппарата.

Инерциальная геоцентрическая система отсчета. Уравнения движения в сферической скоростной системе осей имеют вид (2.24)¹

$$m\dot{V} = P \cos(\alpha + \varphi_{\lambda}) \cos\beta - Q \cos\beta + Z \sin\beta - mg \sin\theta, \quad (2.125)$$

$$mV\dot{\theta} = P [\sin(\alpha + \varphi_{\lambda}) \cos\gamma_c + \cos(\alpha + \varphi_{\lambda}) \sin\beta \sin\gamma_c] -$$

¹ При записи уравнений (2.125) — (2.130) принято, что системы осей координат построены на базе гравитационной вертикали.

$$-Q \sin \beta \sin \gamma_c + Y \cos \gamma_c - Z \cos \beta \sin \gamma_c - mg \cos \theta + \frac{mV^2}{R} \cos \theta; \\ (2.126)$$

$$mV \cos \theta \dot{\chi} = P [\sin(\alpha + \varphi_{AB}) \sin \gamma_c - \cos(\alpha + \varphi_{AB}) \sin \beta \cos \gamma_c] + \\ + Q \sin \beta \cos \gamma_c + Y \sin \gamma_c + Z \cos \beta \cos \gamma_c - \frac{mV^2}{R} \cos^2 \theta \cos \chi \operatorname{tg} \sigma; \\ (2.127)$$

в земной географической системе

$$m\dot{V}_{xg} = P \cos \vartheta_{AB} \cos \psi_{AB} + Y [\sin \alpha \cos \vartheta \cos \psi - \\ - \cos \alpha (\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma)] - \\ - Q [\sin \alpha (\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma) + \\ + \cos \alpha \cos \vartheta \cos \psi] + Z (\cos \psi \sin \gamma \sin \vartheta + \sin \psi \cos \gamma) - \\ - \frac{m}{R} (V_{yg} V_{xg} + V_{xg} V_{zg} \operatorname{tg} \sigma); \\ (2.128)$$

$$m\dot{V}_{yg} = P \sin \vartheta_{AB} + Y [\sin \alpha \sin \vartheta + \cos \alpha \cos \vartheta \cos \gamma] + \\ + Q [\sin \alpha \cos \vartheta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \vartheta] - Z \cos \vartheta \sin \gamma - \\ - mg + \frac{m}{R} (V_{xg}^2 + V_{zg}^2); \\ (2.129)$$

$$m\dot{V}_{zg} = -P \sin \psi_{AB} \cos \vartheta_{AB} + Y [-\sin \alpha \cos \vartheta \sin \psi + \\ + \cos \alpha (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma)] + \\ + Q [\sin \alpha (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + \\ + \cos \alpha \cos \vartheta \sin \psi] + Z (\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \psi \sin \gamma) - \\ - \frac{m}{R} (V_{yg} V_{zg} - V_{xg}^2 \operatorname{tg} \sigma). \\ (2.130)$$

Эти уравнения должны рассматриваться совместно с кинематическими связями (2.58) — (2.61) и (2.48) — (2.53). При определении аэродинамических сил учитываются истинные значения воздушной скорости V_i и углов атаки и скольжения α_i и β_i по уравнениям (2.109), (2.110) и (2.114) или их балансировочные значения (в зависимости от метода стабилизации аппарата) для эффективной скорости ветра $W_{\text{эфф}}$ (2.97).

Интегрирование этих уравнений позволяет получить изображение траектории аппарата на сфере, неподвижной относительно астрономических небесных ориентиров, — линии весеннего равноденствия и полярной линии.

Неинерциальная геоцентрическая система отсчета. Для сферической скоростной системы осей можно записать

$$m\dot{V}_{\text{ни}} = P \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \cos \beta - Q \cos \beta + Z \sin \beta - mg_{\text{ни}} \sin \theta_{\text{ни}}, \quad (2.131)$$

$$\begin{aligned} mV_{\text{ни}} \dot{\theta}_{\text{ни}} &= P [\sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \cos \gamma_c + \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \sin \beta \sin \gamma_c] - \\ &- Q \sin \beta \sin \gamma_c + Y \cos \gamma_c - Z \cos \beta \sin \gamma_c + 2mV_{\text{ни}} \omega_3 \cos \sigma \cos \chi_{\text{ни}} - \\ &- mg_{\text{ни}} \cos \theta_{\text{ни}} + \frac{mV_{\text{ни}}^2}{R} \cos \theta_{\text{ни}}; \end{aligned} \quad (2.132)$$

$$\begin{aligned} mV_{\text{ни}} \cos \theta_{\text{ни}} \dot{\chi}_{\text{ни}} &= P [\sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \sin \gamma_c - \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) \sin \beta \cos \gamma_c] + \\ &+ Q \sin \beta \cos \gamma_c + Y \sin \gamma_c + Z \cos \beta \cos \gamma_c - \\ &- \frac{mV_{\text{ни}}^2}{R} \cos^2 \theta_{\text{ни}} \cos \chi_{\text{ни}} \operatorname{tg} \sigma + 2mV_{\text{ни}} \omega_3 \times \\ &\times (\sin \sigma \cos \theta_{\text{ни}} - \cos \sigma \sin \theta_{\text{ни}} \sin \chi_{\text{ни}}) \end{aligned} \quad (2.133)$$

(скоростная система построена на базе гравитационной вертикали, центробежная сила $F_{\text{пер}}$ учтена при определении силы тяжести).

Для земной географической системы

$$\begin{aligned} m\dot{V}_{xg\text{ ни}} &= P \cos \vartheta_{\text{дв}} \cos \psi_{\text{дв}} + Y [\sin \alpha \cos \vartheta \cos \psi - \\ &- \cos \alpha (\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma)] - \\ &- Q [\sin \alpha (\sin \vartheta \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \gamma) + \cos \alpha \cos \vartheta \cos \psi] + \\ &+ Z (\cos \psi \sin \gamma \sin \vartheta + \sin \psi \cos \gamma) - \frac{m}{R} (V_{yg\text{ ни}} V_{xg\text{ ни}} + \\ &+ V_{xg} V_{zg} \operatorname{tg} \sigma) - 2m\omega_3 (V_{yg\text{ ни}} \cos \sigma + V_{zg\text{ ни}} \sin \sigma); \end{aligned} \quad (2.134)$$

$$\begin{aligned} m\dot{V}_{yg\text{ ни}} &= P \sin \vartheta_{\text{дв}} + Y [\sin \alpha \sin \vartheta + \cos \alpha \cos \vartheta \cos \gamma] + \\ &+ Q [\sin \alpha \cos \vartheta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \vartheta] - Z \cos \vartheta \sin \gamma - \\ &- mg_{\text{ни}} + \frac{m}{R} (V_{xg\text{ ни}}^2 + V_{zg\text{ ни}}^2) + 2m\omega_3 V_{xg\text{ ни}} \cos \sigma; \end{aligned} \quad (2.135)$$

$$\begin{aligned} m\dot{V}_{zg\text{ ни}} &= -P \sin \psi_{\text{дв}} \cos \vartheta_{\text{дв}} + Y [-\sin \alpha \cos \vartheta \sin \psi + \\ &+ \cos \alpha (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma)] + \\ &+ Q [\sin \alpha (\cos \psi \sin \gamma + \sin \vartheta \sin \psi \cos \gamma) + \\ &+ \cos \alpha \cos \vartheta \sin \psi] + Z (\cos \psi \cos \gamma - \sin \vartheta \sin \gamma \sin \psi) - \\ &- \frac{m}{R} (V_{yg\text{ ни}} V_{zg\text{ ни}}^2 - V_{xg}^2 \operatorname{tg} \sigma) + 2mV_{xg\text{ ни}} \omega_3 \sin \sigma. \end{aligned} \quad (2.136)$$

Для этих систем уравнений кинематические связи (2.58) — (2.61) и (2.48) — (2.53) позволяют найти траекторию аппарата относительно поверхности вращающейся Земли; воздушная скорость V_i определяется по уравнению (2.100), углы атаки и скольжения α_i и β_i подсчитываются по формулам (2.109) и (2.110) или равны балансировочным углам α^* и β^* (в зависимости от метода стабилизации аппарата) для истинной скорости ветра \bar{W} (см. § 3 гл. II, п. 3.2).

Если необходимо получить характеристики перемещения аппарата при спуске не в географических координатах, а в координатах станции сопровождения и наблюдения $Q_{\text{сопр}}$, $\Phi_{\text{сопр}}$, $\beta_{\text{сопр}}$, удобно воспользоваться одновременно с интегрированием уравнений (2.131) — (2.133) кинематическими связями (2.64) — (2.74).

Полные системы уравнений (2.125) — (2.127), (2.128) — (2.130) или (2.131) — (2.133), (2.134) — (2.136) используются обычно только при расчете или прогнозировании реальных траекторий спуска на ЭЦВМ.

При приближенном сравнительном анализе траекторий и характеристик спускаемых аппаратов эти точные системы обычно несколько упрощаются, причем характер упрощающих допущений определяется целями проводимого расчета. Общеприняты следующие допущения [22], [38], [45], [35], [81].

1. Предполагается, что Земля является сферической, а поле тяготения центральным. Поэтому силу тяжести можно считать направленной вдоль местной геоцентрической вертикали ($\varepsilon_r = \varepsilon_g = 0$), ускорение силы тяготения g обратно пропорционально квадрату радиуса-вектора R :

$$g = \frac{\mu}{R^2} = g_0 \left(\frac{R_s}{R} \right)^2. \quad (2.137)$$

2. При общем анализе характеристик траекторий спуска считается, что вращение Земли отсутствует. Такое предположение, исключая влияние направления полета и географических координат места на траекторию спуска, позволяет получить осредненные результаты. При таком допущении

$$\bar{V} = \bar{V}_{\text{ни}}$$

и при отсутствии ветра

$$\bar{V} = \bar{V}_i,$$

что позволяет определить аэродинамические силы по величине и направлению вектора скорости в инерциальной системе отсчета. Условно оценивая в этом случае маневренные возможности аппарата относительно поверхности Земли, можно считать

$$\chi = \chi_{\text{ни}}, \lambda = \lambda_a.$$

3. Помимо упомянутого допущения об идеальном управлении угловым положением аппарата, что позволяет рассматривать уравнения движения центра инерции аппарата (уравнения сил) независимо от уравнений углового движения (уравнений моментов), обычным является допущение об идеальной стабилизации аппарата по скольжению [37]:

$$\beta_i = \beta^* = 0 \quad \text{и} \quad Z(\beta) = 0,$$

несколько упрощающее определение ориентации аппарата в скоростных и связанных осях координат.

4. При самых приближенных оценках характеристик спускаемых аппаратов распространено предположение о плоском характере траектории или отдельных ее участков ($\gamma=0$, рассматривается движение в неизменной плоскости большого круга,

$$\frac{d\lambda_{\text{вос}}}{dt} = \frac{di}{dt} = 0 \Big).$$

5. При скоростях входа в атмосферу ниже 15—20 км/сек для веса аппарата, расходуемая на теплозащиту при спуске, невелика, и можно [22], [44] предполагать, что масса аппарата неизменна при отсутствии тяги (при $P=0$, $m=\text{const}$).

6. Вводя в дополнение к перечисленным допущениям предположения об отсутствии тяги при спуске, о малости или постоянстве угла наклона траектории, постоянстве аэродинамического качества $K = \frac{c_y}{c_x}$ или отсутствии подъемной силы, удается настолько упростить уравнения, что становится возможным их аналитическое исследование (см. [22], [38], [45], [46], а также гл. III настоящей работы).

Однозначное определение траектории спуска космического аппарата в атмосфере требует задания необходимого числа начальных условий (условий входа) по всем интегрируемым параметрам движения и программы снижения.

Для полных уравнений движения программа полета должна включать программные соотношения, позволяющие определить углы атаки α^* , скольжения (при $\beta^* \neq 0$), крена γ_c^* (или тангажа ϑ^* , рысканья ψ^* и крена γ^*), значение тяги и ее направление (при $P \neq 0$).

Вместо явных выражений для программы полета $\alpha^*(t)$; $\gamma_c^*(t)$ и т. п. возможно задание дополнительных зависимостей или кинематических связей вида

$$n_y(t) = n_y^*(t), \quad H(V) = H^*(V)$$

и т. п., число которых должно быть достаточным для устранения неопределенности уравнений движения.

Таблица 2.9

Характер расчетной или навигационной задачи	Система отсчета	Система осей	Расчетная система уравнений	Кинематические связи	Учет влияния вращения Земли	Способ определения ускорений, скоростей, перемещений
Расчет виброметрического участка геоцентрической траектории	Инерциальная	Орбитальная	(2.44), (2.45)	(2.39)–(2.43) и (2.30)–(2.32)	Только пристыковке с последующим участком спуска	Относительно центра притяжения, в астрономических координатах
Навигация в космосе	Инерциальная геоцентрическая	Орбитальная	(2.44), (2.45)	(2.39)–(2.43) и (2.30)–(2.32)	—	Астронавигационная система
Приближенный расчет типовых траекторий спуска	Условно инерциальная (без учета вращения Земли)	Сферическая скорость	(2.125)–(2.127)	(2.58)–(2.61)	—	Условно относительно невращающейся Земли
Расчет траектории спуска относительно поверхности Земли	Неинерциальная	Сферическая скорость или земная географическая	(2.131)–(2.133) или (2.134)–(2.136)	(2.58)–(2.61) (2.48)–(2.53)	(2.33), (2.36)– (2.38) (2.95)–(2.100) (2.106)–(2.110)	Относительно вращающейся Земли в географических координатах
Навигация по земным ориентирам	Неинерциальная	Земная географическая	(2.134)–(2.136)	(2.58)–(2.61) (2.48)–(2.53)	(2.33)–(2.36)– (2.95)–(2.100) (2.106)–(2.110)	Относительно поверхности Земли
Автономная навигация при спуске	Инерциальная	Сферическая скорость или орбитальная	(2.125)–(2.127) и либо (2.128)–(2.130)	(2.58)–(2.61) (2.48)–(2.53)	При построении траектории относительно Земли, см. (2.13)–(2.18)	По данным гиродизмерений на борту
Расчет траектории и навигация в координатах спуска (точки приема)	Неинерциальная	Сферическая скорость или земная географическая	(2.131)–(2.133) и (2.134)–(2.136) или (2.63)–(2.64)	(2.58)–(2.61) (2.48)–(2.53) и (2.65)–(2.74)	(2.33), (2.36)– (2.38) (2.95)–(2.100) (2.104)–(2.110)	По наблюдению со станции слежения

Если вместо априорного задания программы полета для выбора траектории устанавливается тот или иной критерий оптимальности (минимум времени спуска, веса теплозащиты, суммарного поглощения тепла, минимум промаха в конечной точке и т. п.), оптимальная программа полета и соответствующая ей оптимальная траектория должны быть найдены вариационными методами (см. [17], [31], [32], [36], [44], а также гл. IV).

Ссылки на основные уравнения движения, кинематические связи и допущения в зависимости от характера решаемой расчетной или навигационной задачи для удобства сведены в таблицу (табл. 2.9).

Глава III

АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИЙ СПУСКА КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

§ 1. УСЛОВИЯ ВХОДА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРУ ЗЕМЛИ

На замкнутой околоземной орбите движение космического аппарата происходит в соответствии с кеплеровскими законами [26], [30], [33], [35], [42] по эллипсу, характеризующемуся параметрами R_a , R_p , a , e , p (рис. 3.1), связанными соотношениями

$$\left. \begin{array}{l} R_a = a(1+e); \\ R_p = a(1-e); \\ p = a(1-e^2). \end{array} \right\} \quad (3.1)$$

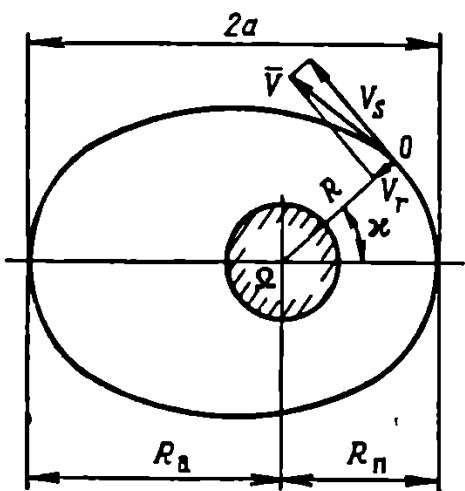


Рис. 3.1. Орбитальное движение космического аппарата

причем

$$\bar{V}^2 \bar{R} = 2 - \bar{E} \bar{R}; \quad (3.3)$$

$$\bar{V}_s^2 \bar{R} = \frac{1 - e^2}{\bar{E} \bar{R}}; \quad (3.4)$$

$$\bar{V}_r^2 \bar{R} = (2 - \bar{E} \bar{R}) - \frac{1 - e^2}{\bar{E} \bar{R}} \quad (3.5)$$

в любой точке орбиты при

$$\bar{a} = \frac{a}{R_3}; \quad \bar{E} = \frac{1}{a}; \quad \frac{\bar{V}_r}{\bar{V}_s} = \tan \theta; \quad \bar{V} = \frac{V}{V_{1K.3}}; \quad \bar{R} = \frac{R}{R_3}; \quad \bar{E} = \frac{E}{E_{1K.3}}$$

и индексом «з» определены значения переменных на $R=R_3$.

Текущие параметры эллипса изменяются в зависимости от центрального угла χ , отсчитываемого от перигея:

$$\bar{R} = \bar{a} \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \chi}; \quad (3.6)$$

$$\bar{V}^2 = \frac{1}{\bar{a}} \frac{1 + 2e \cos \chi + e^2}{1 - e^2}; \quad (3.7)$$

$$\bar{V}_s^2 = \frac{1}{\bar{a}} \frac{(1 + e \cos \chi)^2}{1 - e^2}; \quad (3.8)$$

$$\bar{V}_r^2 = \frac{1}{\bar{a}} \frac{e^2 \sin^2 \chi}{1 - e^2}, \quad (3.9)$$

причем

$$\bar{V}_s \bar{R} = \bar{\lambda} = \text{const}$$

и

$$e = \sqrt{1 - \bar{\lambda}^2 \bar{E}}. \quad (3.10)$$

Период обращения составляет

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\mu \bar{E}^3}}. \quad (3.11)$$

Из этих соотношений видно, что параметры эллиптической траектории можно также определить через относительные энергию на орбите \bar{E} и момент количества движения $\bar{\lambda}$. Подача тормозного импульса $\Delta \bar{V}_t$ на исходной орбите в точке χ_t с $R = R_t$ приводит к изменению параметров

$$\Delta \bar{E}_t = -2\bar{V}_t \Delta \bar{V}_t - \Delta \bar{V}_t^2 \quad (3.12)$$

и

$$\Delta \bar{\lambda}_t = \bar{R}_t \Delta \bar{V}_{s,t}. \quad (3.13)$$

Определив соответственно энергию и момент количества движения на эллиптической траектории после подачи тормозного импульса (переходный эллипс), находим

$$e_{\text{nep}} = \sqrt{1 - \bar{\lambda}_{\text{nep}} \bar{E}_{\text{nep}}}; \quad (3.14)$$

$$\bar{a}_{\text{nep}} = \frac{1}{\bar{E}_{\text{nep}}} \quad (3.15)$$

и

$$\bar{R}_{n.\text{nep}} = \bar{a}_{\text{nep}} (1 - e_{\text{nep}}), \quad (3.16)$$

где

$$\bar{E}_{\text{nep}} = \bar{E} - \Delta \bar{E}_t; \quad \bar{\lambda}_{\text{nep}} = \bar{\lambda} - \Delta \bar{\lambda}_t,$$

и угловое расстояние от точки подачи импульса до точки входа составит

$$\left. \begin{aligned} x_{\text{пер}} &= x_{\text{пер.т}} - x_{\text{пер.вх}}, \\ 1 + e_{\text{пер}} \cos x_{\text{пер.т}} &= \frac{\bar{R}_{\text{п.пер}}}{\bar{R}_{\text{т}}} (1 + e_{\text{пер}}); \\ 1 + e_{\text{пер}} \cos x_{\text{пер.вх}} &= \frac{\bar{R}_{\text{п.пер}}}{\bar{R}_{\text{вх}}} (1 + e_{\text{пер}}). \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

где

При заданной высоте $H_{\text{вх}}$, соответствующей границе плотной атмосферы, нетрудно определить угол наклона траектории, соответствующий переходному эллипсу на этой высоте,

$$\theta_{\text{вх}} = 2 \sqrt{1 - \frac{\bar{R}_{\text{вх}}}{\bar{a}_{\text{пер}}} (\bar{R}_{\text{вх}} - \bar{R}_{\text{п.пер}})} \quad (3.18)$$

и скорость на переходном эллипсе

$$\bar{V}_{\text{вх}}^2 = \frac{2\bar{a}_{\text{пер}} - \bar{R}_{\text{вх}}}{\bar{a}\bar{R}_{\text{вх}}} = \frac{2}{\bar{R}_{\text{вх}}} - \bar{E}_{\text{пер}}. \quad (3.19)$$

При подаче малого импульса на круговой орбите $\left(\frac{\Delta V_{\text{т}}}{V} \ll 1\right)$ в линейном приближении можно считать

$$\begin{aligned} \bar{a}_{\text{пер}} &= \frac{\bar{R}_{\text{т}}}{1 - 2\Delta\bar{V}_{\text{т}} \cos \delta_{\text{т}}}; \\ e_{\text{пер}} &= \Delta\bar{V}_{\text{т}} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \delta_{\text{т}}}, \end{aligned} \quad (3.20)$$

где $\Delta\bar{V}_{\text{т}} = \frac{\Delta V_{\text{т}}}{V}$ и $\delta_{\text{т}}$ — угол подачи импульса (рис. 3.2, а);

$$\operatorname{tg} \delta_{\text{т}} = -\frac{\Delta V_{\text{т}r}}{\Delta V_{\text{т}s}}.$$

При этом

$$\theta_{\text{вх}} = \sqrt{\Delta\bar{V}_{\text{т}} \sin^2 \delta_{\text{т}} - \Delta\bar{H}_{\text{вх}}^2 - 4\Delta\bar{H}_{\text{вх}}\Delta\bar{V}_{\text{т}} \cos \delta_{\text{т}}}, \quad (3.21)$$

где

$$\Delta\bar{H}_{\text{вх}} = \frac{H_{\text{оп6}} - H_{\text{вх}}}{R_3 + H_{\text{оп6}}},$$

и

$$\begin{aligned} x_{\text{пер}} &= \arccos \frac{2 \cos \delta_{\text{т}} + \frac{\Delta\bar{H}_{\text{вх}}}{\Delta\bar{V}_{\text{т}}}}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \delta_{\text{т}}}} [1 + \Delta\bar{H}_{\text{вх}} + \Delta\bar{V}_{\text{т}}(2 \cos \delta_{\text{т}} + \\ &+ \sqrt{1 + 3 \cos^2 \delta_{\text{т}}})] \pm \arccos \frac{2 \cos \delta_{\text{т}}}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \delta_{\text{т}}}} \times \\ &\times [1 + \Delta\bar{V}_{\text{т}}(2 \cos \delta_{\text{т}} + \sqrt{1 + 3 \cos^2 \delta_{\text{т}}})]. \end{aligned} \quad (3.22)$$

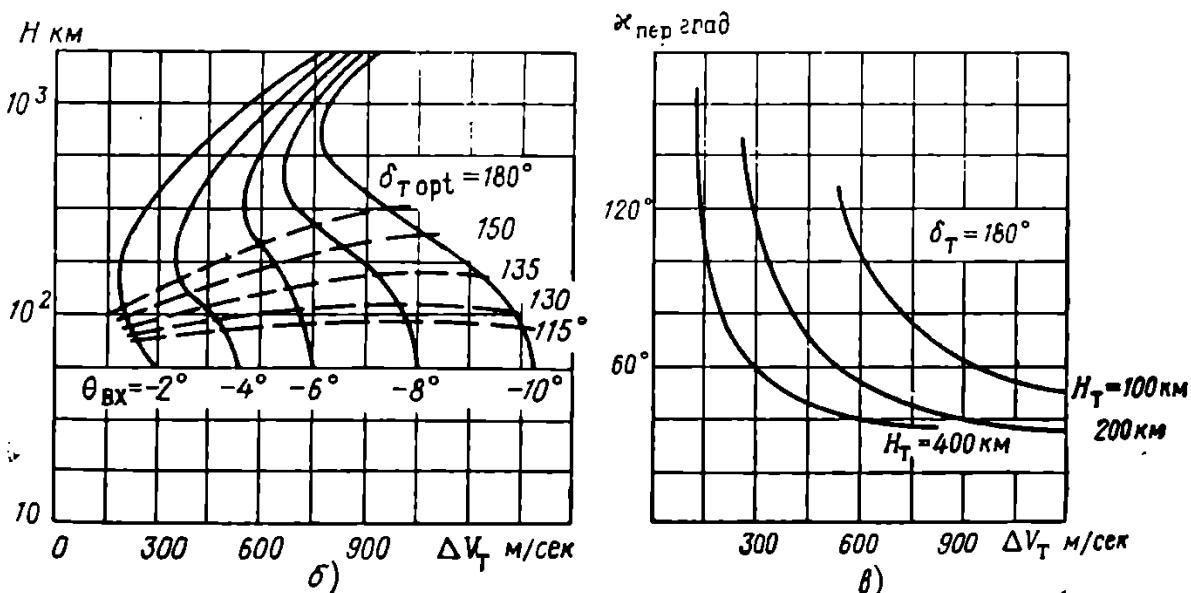
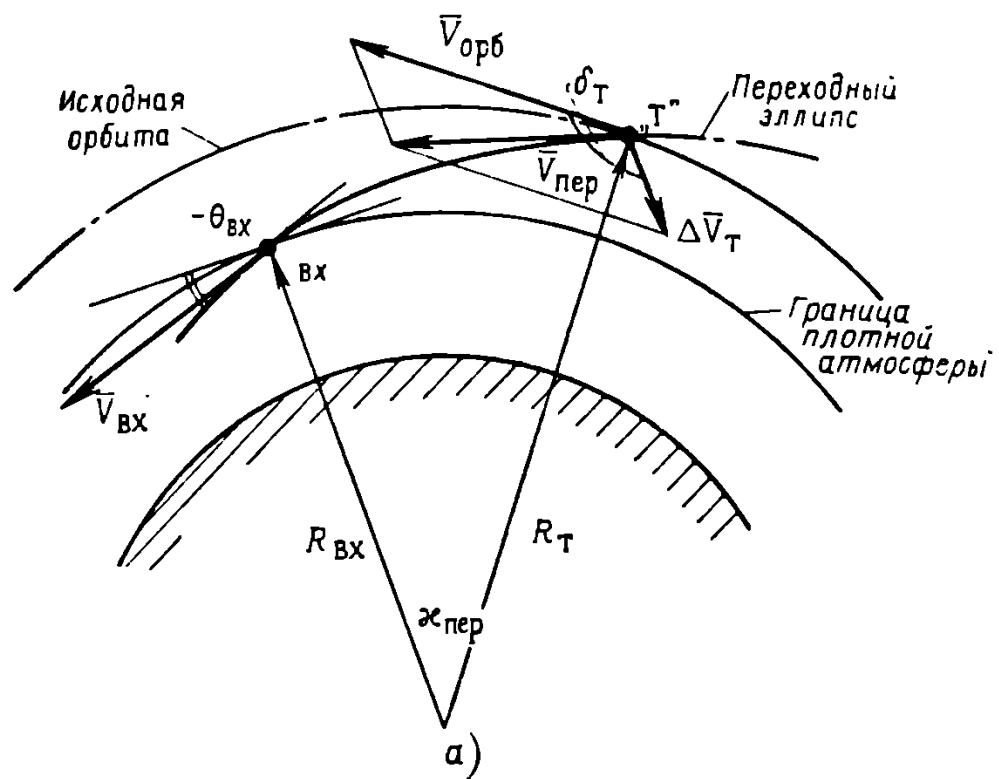


Рис. 3.2. Снижение орбитального аппарата после подачи тормозного импульса ΔV_t на орбите:

a—схема переходной орбиты; *б*— зависимость угла входа $\theta_{BХ}$ от величины тормозного импульса ΔV_t при его оптимальном направлении $\delta_{T\text{opt}}$ на исходной круговой орбите высотой H ; *в*— дальность на переходной орбите

Знак минус берется при $\delta_t < 180^\circ$, плюс при $\delta_t > 180^\circ$. При оптимальном выборе направления $\delta_{t \text{ opt}}$ подачи тормозного импульса заданные параметры переходного эллипса и прежде всего $R_{\text{п.пер}}$, т. е. $\theta_{\text{вх}}$, обеспечиваются при минимальном уровне импульса $\Delta V_{t \text{ min}}$. Для круговых орбит с высотой 100—300 км оптимальные значения $\delta_{t \text{ opt}}$ лежат в пределах $120—180^\circ$ (см. рис. 32, б). Дальность $x_{\text{пер}}$ с момента подачи тормозного импульса до точки входа в атмосферу представлена на рис. 3.2, в.

Заметим, что пересчет параметров переходного эллипса $\bar{R}_{\text{пер}}$ и $e_{\text{пер}}$ к условиям на границе атмосферы $V_{\text{вх}}$ и $\theta_{\text{вх}}$ зависит от выбора высоты плотной атмосферы $H_{\text{вх}}$. Граница плотной атмосферы соответствует уровню плотности среды, при котором влияние аэродинамических сил на траектории становится существенным.

На кеплеровской орбите изменение высоты и скорости полета связано соотношением

$$-\left(\frac{d\bar{V}}{d\bar{R}}\right)_{\text{грап}} = 1, \quad (3.23)$$

а в качестве границы плотной атмосферы должна быть принята высота, на которой закон изменения скорости существенно отличается от кеплеровского, т. е. влияние аэродинамических сил сравнимо с влиянием гравитационных:

$$\left|\frac{d\bar{V}}{d\bar{R}}\right|_{\text{аэр}} \geqslant 1. \quad (3.24)$$

Подсчитав значение

$$\left(\frac{d\bar{V}}{d\bar{R}}\right)_{\text{аэр}} = \frac{1}{2} R_3 \frac{c_x S}{m} \frac{\rho(H)}{\theta} \quad (3.25)$$

по высотам для различных переходных эллипсов (рис. 3.3), находим, что в зависимости от параметров орбиты входа граница плотной атмосферы может лежать в диапазоне высот 70—90 км, причем для пологих траекторий этот уровень повышается.

В работе [38] указано, что траектория спуска может быть получена последовательнойстыковкой кеплеровского участка (без учета аэродинамических сил) до высоты $H = H_{\text{вх}}$ и траектории спуска в атмосфере, рассчитанной с учетом аэродинамических сил, на меньших высотах.

При торможении на орбите за счет аэродинамических тормозных устройств граница плотной атмосферы на траектории лежит примерно на высотах 100—120 км, а параметры переходной спиральной орбиты определяются значением параметра $\frac{c_x S}{m} = \frac{1}{\sigma}$ тормозных устройств (рис. 3.4). Угол наклона траектории при входе $\theta_{\text{вх}}$ при этом близок к нулю [1], [24], [26], [38].

Учет аэродинамических сил, нормальных к вектору скорости, требует анализа величины $\frac{d\theta}{d\bar{R}}$ при определении границы плотной

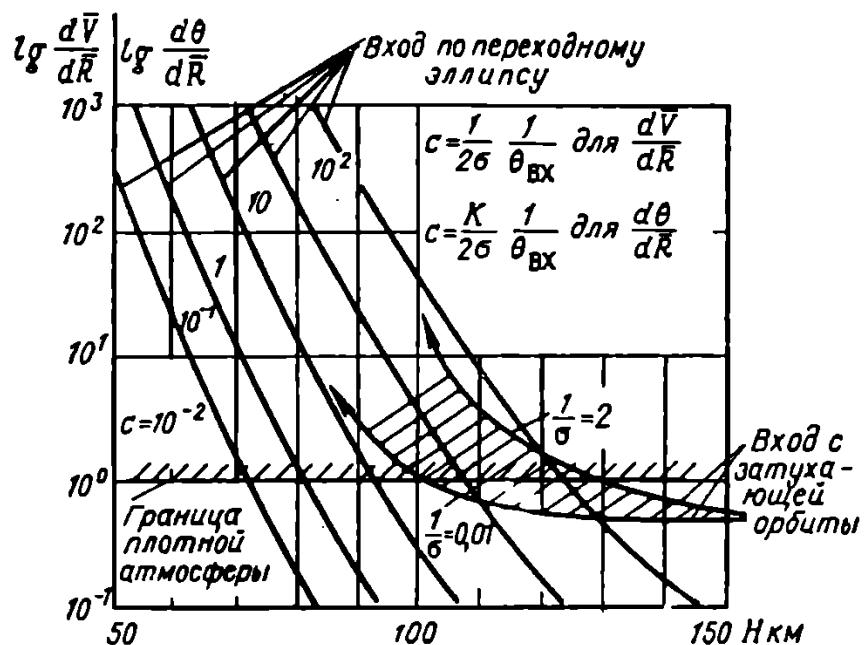


Рис. 3.3. К определению границы плотной атмосферы

атмосферы, поэтому при $K > 1$ несколько сдвигается в сторону увеличения принятая граница $H_{\text{вх}}$ (см. рис. 3.3 и 3.4). При входе в атмосферу межпланетных космических аппаратов условия

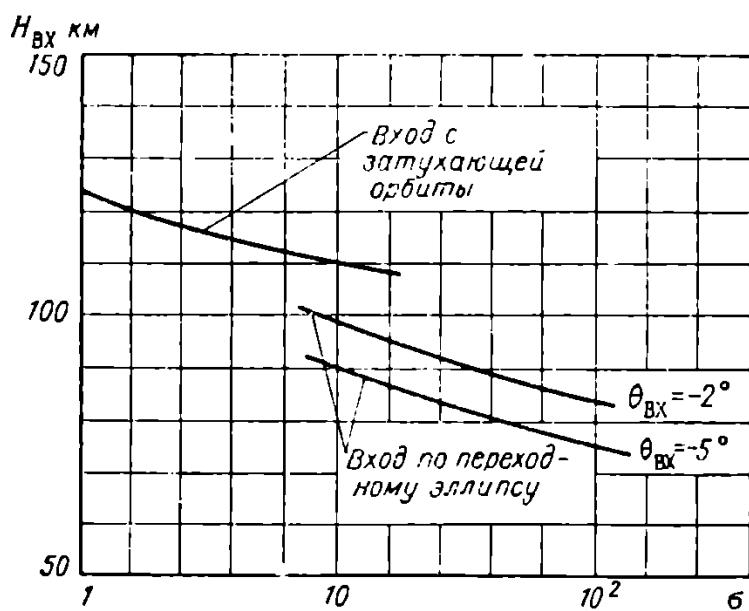


Рис. 3.4. Граница плотной атмосферы для различных параметров спуска

входа определяются характеристиками гелиоцентрической орбиты перелета и относительным расположением планет. Гелиоцентрический участок перелета стыкуется с геоцентрическим на

границе сферы притяжения Земли, что соответствует скоростям полета вблизи границы атмосферы Земли, близким ко второй космической.

Типичные характеристики условий входа в атмосферу Земли при межпланетных перелетах приведены на рис. 3.5 [79],

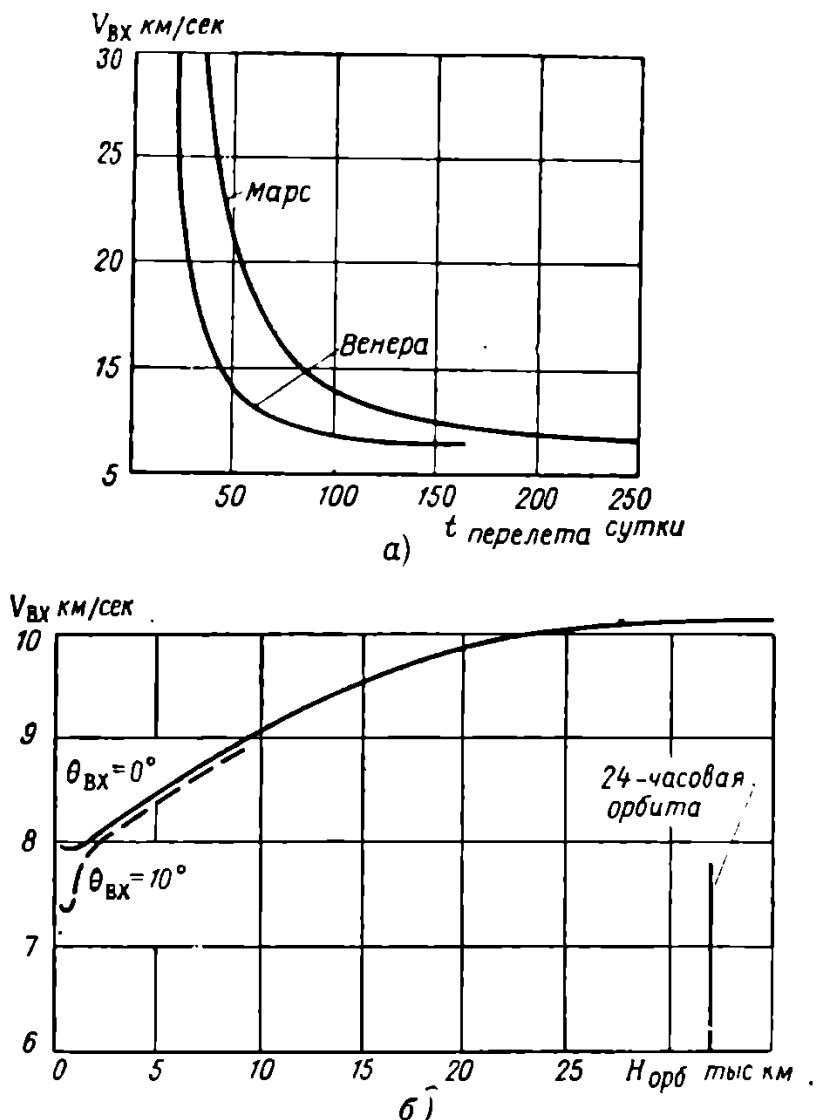


Рис. 3.5. Зависимость скорости входа в атмосферу:
а—от продолжительности межпланетного перелета; б—
от высоты исходной орбиты

[44]. Углы входа в атмосферу (высота перигея орбиты) при этом изменяются значительно и могут быть выдержаны в пределах заданного коридора входа в атмосферу только при соответствующей точности конечной коррекции траектории перелета. Углы входа в атмосферу связаны с радиусом перигея геоцентрической гиперболической орбиты и могут быть определены по соотношению

$$\sin^2 \theta_{\text{вх}} = \frac{2 \frac{\bar{R}_n}{\bar{R}_{\text{вх}}} (2 - \bar{V}_{\text{вх}}^2) - \left(\frac{\bar{R}_n}{\bar{R}_{\text{вх}}} \right)^2 (2 - \bar{V}_{\text{вх}}^2)^2 - \bar{V}_{\text{вх}} (2 - \bar{V}_{\text{вх}})}{\bar{V}_{\text{вх}}^2 (2 - \bar{V}_{\text{вх}}^2)} . \quad (3.26)$$

§ 2. О ПОЛУЧЕНИИ ПРИБЛИЖЕННЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ ПРИ КАЧЕСТВЕННОМ АНАЛИЗЕ ТРАЕКТОРИИ СПУСКА С ОРБИТЫ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА

Многообразие возможных траекторий спуска космического аппарата в атмосфере определяется как различием условий входа в плотную атмосферу, о чём уже говорилось в § 1, так и возможностью выбора параметров спускаемого аппарата и программы управления траекторией спуска (для управляемого спуска с подъемной силой или переменным аэродинамическим сопротивлением).

Основными характеристиками спускаемого аппарата, определяющими характер траектории спуска и соответственно перегрузки, нагрев, рассеивание и т. п., являются баллистический параметр аппарата

$$\sigma = \frac{m}{c_x S} \quad (3.27)$$

и его аэродинамическое качество

$$K = \frac{c_y}{c_x}, \quad (3.28)$$

определяющие соотношение между аэродинамическими и массовыми силами на траектории спуска

$$\frac{Q}{G} = \frac{1}{g} \frac{1}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2} \quad (3.29)$$

и

$$\frac{Y}{G} = \frac{1}{g} \frac{K}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2}. \quad (3.30)$$

При управляемом спуске в атмосфере аппарата с расположенным аэродинамическим качеством, отличным от нуля $|K| > 0$, баллистический параметр зависит от текущего значения аэродинамического качества

$$\sigma = \sigma(K),$$

а аэродинамическое качество может меняться от нуля до максимального значения

$$0 \leq |K| \leq K_{\max}$$

при управлении аппаратом по углу атаки или оно неизменно и равно балансировочному значению K^* при управлении по крену. Однако при предварительном анализе возможных траекторий спуска часто оценивают влияние выбора параметров аппарата σ , K независимо от влияния выбора программы спуска, сравнивая характеристики траекторий с различными σ и K , рассчитанные в предположении, что величины K и σ либо постоян-

ны вдоль траектории на основном ее участке, где достигается максимум торможения и нагрева (траектории с постоянными K и σ), либо меняются по схематическому упрощенному закону, обеспечивающему простой характер сравниваемых траекторий (модельные, или типовые, траектории спуска).

Приближенный характер такого предварительного анализа возможных траекторий спуска космических аппаратов с орбиты искусственного спутника позволяет использовать в качестве рабочей предельно упрощенную систему дифференциальных уравнений движения при спуске (см. § 4 гл. II) [22], [38], [81].

Приближенный сравнительный анализ траекторий спуска проводится, как правило, при предположениях:

1) Земля является идеальной сферой, а поле тяготения — сферическим центральным полем;

2) вращение Земли отсутствует (что приводит к получению осредненных характеристик траекторий входа, не зависящих от выбора направления и места входа в атмосферу по отношению к направлению вращения Земли), атмосфера неподвижна;

3) если не ставится задача оценить маневренные возможности аппарата спуска, считается, что траектория лежит в плоскости большого круга, содержащей начальный вектор скорости — вектор скорости входа в плотную атмосферу;

4) как правило, при приближенном анализе траекторий спуска принимают

$$R = R_s + H \approx R_{cp};$$

$$g \approx g_{cp}(R_{cp});$$

$$V_{ik} = \sqrt{gR} \approx V_{ik,cp},$$

т. е. для рассматриваемых траекторий изменение высоты H полета не приводит к существенным изменениям ускорения силы тяжести и центробежной силы за счет кривизны Земли;

5) атмосфера квазизотермическая (экспоненциальная):

$$\varrho = \varrho_0 \cdot e^{-\frac{H}{H_m}}, \quad (3.31)$$

причем H_m может быть функцией высоты, но

$$\frac{d\varrho}{\varrho} \gg \frac{dT}{T} \quad \text{и} \quad \frac{d\varrho}{\varrho} \gg \frac{dM}{M}$$

(см. § 2 гл. I) [38], так что при подсчете производной плотности по высоте можно считать

$$\frac{d\varrho}{dH} \approx -\frac{\varrho}{H_m}. \quad (3.32)$$

С учетом этих предположений уравнения движения космического аппарата при спуске в атмосфере (без тяги) принимают вид:

а) в геоцентрической орбитальной системе координат

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_s + \frac{V_s}{R_{cp}} \dot{R} &= -\frac{1}{\sigma} \frac{\varrho V_s^2}{2} \frac{1}{\cos \theta} - \frac{K}{\sigma} \frac{\varrho V_s^2}{2} \frac{\operatorname{tg} \theta}{\cos \theta}; \\ \dot{V}_r - \frac{V_s^2}{R_{cp}} &= -g_{cp} + \frac{K}{\sigma} \frac{\varrho V_s^2}{2} \frac{1}{\cos \theta} - \frac{1}{\sigma} \frac{\varrho V_s^2}{2} \frac{\operatorname{tg} \theta}{\cos \theta}; \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{V_r}{V_s}; \\ V_r &= \dot{R}; \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

б) в скоростной системе координат

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{\sigma} \frac{\varrho V^2}{2} - g_{cp} \sin \theta; \\ \dot{\theta} &= -\frac{\varrho}{V} \left[\left(1 - \frac{V^2}{g_{cp} R_{cp}} \right) \cos \theta - \frac{K}{\sigma} \frac{\varrho V^2}{2} \right]; \\ \dot{H} &= V \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

Системы (3.33) и (3.34) представляют собой системы дифференциальных уравнений третьего порядка по времени для переменных координат V_s , V_r , R и V , θ , H соответственно и управлений K и σ . Если программа управления не задана явно в виде функции времени, можно понизить порядок уравнений (3.33) и (3.34), исключая время и выбирая в качестве новой независимой переменной одну из координат траектории.

При выборе новой независимой переменной следует учитывать, что такой переход недопустим в точках траектории, где независимая переменная или ее производная обращается в нуль. В связи с этим выбор новой независимой переменной накладывает некоторые ограничения на возможный характер рассматриваемых траекторий.

Принимая в качестве новой независимой переменной скорость (или некоторую функцию скорости), как это сделано в работах [22], [45], [38] и т. д., приходится тем самым ограничиться рассмотрением участка траектории, где торможение за счет аэродинамических сил существенно по сравнению с изменением скорости в гравитационном поле. Тогда, как это следует из уравнений (3.33) и (3.34), либо

$$\left| \frac{\dot{V}_s}{V_s} \right| \gg \frac{\dot{R}}{R} \quad \text{и} \quad |K \operatorname{tg} \theta| \ll 1, \quad (3.35)$$

либо

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\varrho V^2}{2} \gg g_{cp} \sin \theta. \quad (3.36)$$

Эти предположения примерно равнозначны и выполняются вдоль всей траектории, кроме начальных участков переходного эллипса или спирального спуска с затухающей орбиты искусственного спутника, где полная потеря скорости за счет сопротивления составляет менее $(0,005 \div 0,01) V_{\text{вх}}$, т. е. выше принятой границы плотной атмосферы.

Допущения (3.35) и (3.36) не выполняются также на участке конечного спуска, когда скорость погашена и осуществляется либо парашютирование, т. е.

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2} = g_{\text{cp}} \sin \theta, \quad (3.37)$$

либо равновесное планирование с постоянной скоростью¹

$$-K \tan \theta = 1. \quad (3.38)$$

Таким образом, выбор скорости (или некоторой ее монотонной функции) в качестве независимой переменной оправдан на участке траекторий спуска с орбиты искусственного спутника, где $0,99V_{\text{вх}} \geq V \geq (0,1 \div 0,15) V_{\text{вх}}$.

В некоторых случаях в качестве независимой переменной возможен также выбор высоты, плотности или какой-либо монотонной функции высоты [22], [85], [86], однако в этом случае монотонность изменения независимой переменной нарушается даже при незначительном рикошетировании, и решение может проводиться только для гладких траекторий или для отдельных участков траекторий с отражениями.

Введение новой независимой переменной, как это подробнее показано ниже, позволяет свести системы (3.33) или (3.34) к одному *основному* нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка, хотя такое преобразование оказывается несколько громоздким. Достигнуть некоторого дополнительного упрощения можно, вводя вместо высоты и скорости полета новые функции, так или иначе определенные этими основными переменными, и приводя уравнение к безразмерному виду [85], [38], [45]. Точное аналитическое решение основного уравнения до настоящего времени не получено.

Дальнейший анализ требует или предварительного табулирования возможных вариантов решения основного уравнения, полученных численным методом [38], или его приближенного интегрирования, основанного на асимптотическом разложении искомого решения [11], [45], [86].

Оговаривая заранее характер искомой траектории, т. е. несколько сужая задачу, в ряде случаев возможно ввести в основное уравнение дополнительные сильные упрощения, приведя его к виду, интегрируемому в квадратурах. Этим методом получен ряд замкнутых аналитических решений, так называемых «решений первого приближения», которые являются частными случаями

решения основного дифференциального уравнения траектории спуска [38], [46], [22].

Действительные реализуемые траектории спуска или их участки в ряде случаев могут оказаться достаточно близкими к траекториям первого приближения, так что их исследование представляет существенный интерес.

§ 3. ОСНОВНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ТРАЕКТОРИЙ СПУСКА С ОРБИТЫ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА. ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ

Как уже указывалось, упрощенная система дифференциальных уравнений (3.33) или (3.34), описывающих траекторию спуска в атмосфере с орбиты искусственного спутника Земли, для основного участка спуска может быть сведена к одному дифференциальному уравнению второго порядка (или двум уравнениям первого порядка) — *основному* уравнению (или основной системе уравнений) для траектории спуска.

В различных исследованиях [22], [35], [38], [89] используются различные методы получения основного уравнения, причем в зависимости от характера принятых допущений и схемы преобразований при сравнительной близости по смыслу структура этих уравнений может существенно различаться.

Рассмотрим наиболее известные методы получения основного уравнения и возможные пути его решения.

1. Переход к независимой переменной $\bar{V}_s = \frac{V_s}{V_{1_F, cp}}$ **в геоцентрической орбитальной системе координат**¹

Используя введенные ранее допущения для основного участка траектории

$$|K \operatorname{tg} \theta| \ll 1, \quad \left| \frac{\dot{V}_s}{V_s} \right| \gg \left| \frac{\dot{R}}{R} \right|,$$

можно несколько упростить систему (3.33):

$$\dot{V}_s = -\frac{1}{\sigma} \frac{Q V_s^2}{2} \frac{1}{\cos \theta}; \quad (3.39)$$

$$\dot{V}_r = \ddot{R} = -g_{cp} + \frac{V_s^2}{R_{cp}} + \frac{1}{2} \frac{K}{\sigma} \frac{Q V_s^2}{\cos \theta} - \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma} \frac{Q V_s^2}{\cos \theta} \operatorname{tg} \theta. \quad (3.40)$$

Переходя к новой независимой переменной $\bar{V}_s = \frac{V_s}{V_{1_K}}$, так что²

$$d\bar{V}_s = \frac{1}{\sigma} \frac{Q V_s^2}{2} \frac{\sqrt{g R}}{\cos \theta} dt, \quad (3.41)$$

¹ См. [1], [38].

² В дальнейшем в гл. III индекс «cp» для R_{cp} , $V_{1_K \cdot cp}$, g_{cp} опускается.

и вводя новую функцию Z

$$Z = \frac{\rho}{2\sigma} \sqrt{RH_m} \bar{V}_s, \quad (3.42)$$

находим

$$Z' = \frac{dZ}{d\bar{V}_s} = \sqrt{\frac{R}{H_m}} \sin \theta + \frac{Z}{\bar{V}_s}. \quad (3.43)$$

Учитывая, что

$$V_r = \frac{dR}{dt} = \bar{V}_s \sqrt{gR} \tan \theta, \quad (3.44)$$

и дифференцируя (3.44) по времени, получаем

$$-\frac{1}{g} \frac{dV_r}{dt} = -\frac{\bar{V}_s Z}{\cos^2 \theta} \left[\bar{V}_s Z'' - \bar{V}_s \tan^2 \theta \frac{d}{d\bar{V}_s} \left(Z' - \frac{Z}{\bar{V}_s} \right) \right]. \quad (3.45)$$

С другой стороны, из уравнения (3.40) с учетом (3.43)

$$-\frac{1}{g} \frac{dV_r}{dt} = 1 - \bar{V}_s^2 + \frac{\bar{V}_s Z}{\cos^2 \theta} \left(Z' - \frac{Z}{\bar{V}_s} - \sqrt{\frac{R}{H_m}} K \cos \theta \right), \quad (3.46)$$

приравнивая (3.45) и (3.46) и учитывая, что

$$\bar{V}_s \frac{d}{d\bar{V}_s} \left(Z' - \frac{Z}{\bar{V}_s} \right) = \bar{V}_s Z'' + \frac{Z}{\bar{V}_s} - Z', \quad (3.47)$$

получаем выражение для основного уравнения движения на траектории спуска

$$\bar{V}_s Z'' - \left(Z' - \frac{Z}{\bar{V}_s} \right) = \frac{1 - \bar{V}_s^2}{\bar{V}_s Z} \cos^4 \theta - \sqrt{\frac{R}{H_m}} K \cdot \cos^3 \theta, \quad (3.48)$$

которое совместно с выражением для угла наклона траектории

$$\sin \theta = \sqrt{\frac{H_m}{R}} \left(Z' - \frac{Z}{\bar{V}_s} \right) \quad (3.49)$$

(3.43) и с начальными условиями

$$\left. \begin{array}{l} Z(\bar{V}_{s_{\text{вх}}}) \approx 0 \\ Z'(\bar{V}_{s_{\text{вх}}}) \approx \sqrt{\frac{R}{H_m}} \sin \theta_{\text{вх}} \end{array} \right\} \quad (3.50)$$

на границе плотной атмосферы ($\rho_{\text{вх}} \ll \rho$) полностью определяет вид траектории спуска $Z(\bar{V}_s)$ и $\theta(\bar{V}_s)$.

В полном виде основное уравнение (3.48) не интегрируется в квадратурах, но его решения могут быть получены на нелинейном вычислительном устройстве при сравнительно небольшом объеме вычислений.

В уравнении (3.48) члены сгруппированы в соответствии с их физическим смыслом:

$\bar{V}_s Z''$ — соответствует вертикальной составляющей ускорения;

$Z' - \frac{Z}{\bar{V}_s}$ — вертикальной составляющей силы сопротивления;

$\frac{1-\bar{V}_s^2}{\bar{V}_s Z} \cos^4 \theta$ — массовым силам, т. е. разности между весом и центробежной силой за счет кривизны Земли;

$\sqrt{\frac{R}{H_m}} K \cos^3 \theta$ — подъемной силе.

Заметим, что, говоря о физическом смысле отдельных членов уравнения (3.48), нельзя иметь в виду прямую пропорциональность между соответствующими проекциями сил в уравнениях (3.33) и слагаемыми уравнения (3.48). Имеется в виду только соответствие структуры уравнения (3.48) структуре системы (3.33), на которой основан вывод этого основного уравнения.

Некоторые существенные параметры траектории могут быть сравнительно просто выражены через функции \bar{V}_s и Z .

Плотность и скоростной напор на траектории, как это следует из выражения (3.42), равны

$$\rho = \frac{2}{\sqrt{RH_m}} \frac{\sigma Z}{\bar{V}_s}, \quad (3.51)$$

$$\frac{\rho V^2}{2} = \frac{1}{\sqrt{RH_m}} \frac{\sigma}{\cos^2 \theta} \bar{V}_s Z. \quad (3.52)$$

Высота полета

$$H = H_m \ln \frac{\rho_0}{\rho}, \quad (3.53)$$

и угловая дальность

$$x = \frac{L}{R_s} = \sqrt{\frac{H_m}{R}} \int_{\bar{V}_s \text{ нач}}^{\bar{V}_s \text{ кон}} \frac{\cos \theta}{Z} d\bar{V}_s. \quad (3.54)$$

При определении интенсивности аэродинамического нагрева число Рейнольдса на единицу длины l

$$\frac{Re}{l} = \frac{2 \sqrt{\frac{\rho}{H_m}}}{\mu_{\text{газ}}} \frac{1}{\cos \theta} \frac{\sigma}{g} Z \quad (3.55)$$

(при $T = 240^\circ \text{K}$, $\mu_{\text{газ}} = 1,58 \cdot 10^{-6} \text{ кГ} \cdot \text{сек}/\text{м}^2$ [34]);

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^n \left(\frac{V}{V_{1\kappa}}\right)^m = \left(\frac{2\sigma}{gR V H_m}\right)^n \frac{Z^n \bar{V}_s^{(m-n)}}{\cos^m \theta}. \quad (3.56)$$

Зная решение $Z(\bar{V}_s)$ уравнения (3.48) при заданных условиях входа и параметрах аппарата K и σ , из этих соотношений можно получить всю необходимую информацию о характере траектории, перегрузках, интенсивности нагрева и т. п. для основного участка спуска.

Для ряда частных случаев уравнение (3.48) можно упростить, получив замкнутое аналитическое решение.

2. Переход к независимой переменной $x = \ln \left(\frac{V}{V_{1\kappa}} \right)$
в скоростной системе координат ¹

При записи уравнений движения в скоростной системе координат допущение о том, что изменение скорости за счет аэродинамических сил значительно интенсивнее, чем за счет массовых, т. е.

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2} \gg g \sin \theta,$$

справедливое для основного участка траектории спуска ниже границы плотной атмосферы, позволяет записать

$$dV = -\frac{1}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2} dt. \quad (3.57)$$

Рассмотрим упрощенную задачу при $\sigma = \text{const}$. Тогда, вводя переменную

$$x = \ln \frac{V}{V_{1\kappa}}, \quad (3.58)$$

находим

$$dx = \frac{1}{V} dV = -\frac{\sqrt{gR}}{2\sigma} \rho_0 y e^x dt, \quad (3.59)$$

так как

$$V = V_{1\kappa} e^x = \sqrt{gR} e^x$$

$$\text{и} \quad y = \frac{\rho}{\rho_0}.$$

Из соотношения для производной высоты полета в уравнениях (3.34), переходя к независимой переменной x , получаем

$$\frac{dy}{dx} = y' = \left(\frac{2\sigma}{\rho_0 H_m} \right) \sin \theta. \quad (3.60)$$

¹ См. [45], [61].

Дифференцируя выражение (3.60) по x и используя соотношения системы (3.34), при $\sigma = \text{const}$ получаем

$$\frac{d^2y}{dx^2} = y'' = I \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta_0} \frac{e^{-2x}-1}{y} - J \frac{\cos \theta}{\cos \theta_0} K, \quad (3.61)$$

где

$$I = \frac{1}{H_m R} \left(\frac{2\sigma}{\varrho_0} \cos \theta_0 \right)^2,$$

$$J = \frac{2\sigma}{\varrho_0 H_m} \cos \theta_0.$$

Здесь вертикальное ускорение y'' определяется массовыми силами $I \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta_0} \frac{e^{-2x}-1}{y}$ и подъемной силой $J \frac{\cos \theta}{\cos \theta_0} K$, причем постоянный параметр I характеризует соотношение между аэродинамическим сопротивлением и весом (и пропорционален квадрату баллистического коэффициента $\sigma = \frac{m}{c_x S}$), а параметр JK представляет несущие способности аппарата.

Основное уравнение (3.61) должно рассматриваться совместно с соотношением для угла наклона траектории

$$\sin \theta = \left(\frac{\varrho_0 H_m}{2\sigma} \right) y' \quad (3.62)$$

при начальных условиях

$$\left. \begin{aligned} y(x_{\text{вх}}) &\approx 0; \\ y'(x_{\text{вх}}) &\approx \left(\frac{2\sigma}{\varrho_0 H_m} \right) \sin \theta_{\text{вх}} \end{aligned} \right\} \quad (3.63)$$

и, так же как и основное уравнение (3.48), не может быть решено аналитически без дополнительных предположений о характере изменения угла наклона траектории при спуске.

При интегрировании соотношения (3.61) время спуска может определяться по соотношению

$$t = \frac{2\sigma}{\varrho_0 \sqrt{gR}} \int_{x_{\text{вх}}}^x \frac{dx}{ye^x} \quad (3.64)$$

и дальность (без боковых маневров) вдоль поверхности Земли

$$L = \frac{2\sigma}{\varrho_0} \int_{x_{\text{вх}}}^x \frac{\cos \theta}{y} dx. \quad (3.65)$$

Перегрузки на траектории равны соответственно:

$$\left. \begin{aligned} n_x &= \left(\frac{gR\varrho_0}{2\sigma} \right) ye^{2x}; \\ n_y &= Kn_x. \end{aligned} \right\} \quad (3.66)$$

Для получения приближенного решения основного уравнения (3.61) [22], [45] используется асимптотическое представление решения $y(x)$ в виде ряда по степеням x и $x^{1/2}$. Такое разложение имеет некоторую специфику в зависимости от типа входа в атмосферу (баллистический или управляемый) и рассмотрено ниже в соответствующих разделах гл. III.

Заметим, что в приведенном выше виде соотношение (3.61), как и (3.48), справедливо только для траекторий спуска с постоянным $\sigma = \frac{m}{c_x S}$, тогда как в действительности при баллистическом входе σ является функцией числа М [при принятых допущениях — функцией новой независимой переменной x , т. е. $\sigma = \sigma(x)$], а при управляемом входе — $\sigma = \sigma(K)$.

Решение [45], [61] может быть обобщено для случая $\sigma \neq \text{const}$ как при управляемом, так и при баллистическом входе. Обозначая в соответствии с [45] при $\sigma = \sigma(V)$

$$\bar{x} = \frac{1}{\sigma_{cp}} \int_{V_{1k}}^V \frac{\sigma(V)}{V} dV, \quad (3.67)$$

найдем, что в этом случае

$$\frac{d^2y}{dx^2} = I(\sigma_{cp}) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta_0} \frac{\frac{1}{\bar{V}^2} - 1}{y} - J(\sigma_{cp}) K \frac{\cos \theta}{\cos \theta_0} \frac{\sigma_{cp}}{\sigma(V)} \quad (3.68)$$

и $\bar{V} = \frac{V}{V_{1k}}$ определяется из интегрального соотношения (3.67).

Угол наклона траектории определяется, как и при $\sigma = \text{const}$, по среднему значению σ_{cp} :

$$\sin \theta = \left(\frac{q_0 H_m}{2 \sigma_{cp}} \right) \frac{dy}{dx}. \quad (3.69)$$

Дальность и время спуска равны соответственно:

$$L = \frac{2 \sigma_{cp}}{q_0} \int_{\bar{x}_{bx}}^{\bar{x}} \frac{\cos \theta}{y(\bar{x})} d\bar{x}; \quad (3.70)$$

$$t = \frac{2 \sigma_{cp}}{q_0 \sqrt{g R}} \int_{\bar{x}_{bx}}^{\bar{x}} \frac{d\bar{x}}{y(\bar{x}) \bar{V}(\bar{x})}. \quad (3.71)$$

Среднее значение параметра σ выбирается произвольно в диапазоне

$$\sigma_{min} \leq \sigma_{cp} \leq \sigma_{max}. \quad (3.72)$$

Перегрузки на траектории спуска составят

$$n_x = \left(\frac{g R q_0}{2 \sigma_{cp}} \right) \frac{\sigma_{cp}}{\sigma(\bar{V})} y \bar{V}^2(\bar{x}); \quad (3.73)$$

$$n_y = K n_x. \quad (3.74)$$

Для интегрирования соотношения (3.68) при известной программе полета $K(\bar{V})$ и зависимости $\sigma(\bar{V}, K)$ необходимо заранее найти соотношение между \bar{x} и \bar{V} по уравнению (3.67) и затем использовать его в уравнении (3.68).

3. Переход к независимой переменной $y = \frac{q}{q_0}$ в скоростной системе координат¹

В некоторых случаях выбор скорости или ее монотонной функции в качестве независимой переменной не оправдан [22], и за независимую переменную может быть выбрана высота или плотность как функция высоты для монотонно нисходящего или монотонно восходящего участка траектории спуска (например, для одной из ветвей траектории при отражении). Выбрав в качестве независимой переменной безразмерную плотность

$$y = \frac{q}{q_0}, \quad (3.75)$$

в скоростной системе координат получаем

$$\frac{d \cos \theta}{dy} - \frac{H_m}{R} \frac{\cos \theta}{y} \left(\frac{1}{V^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} \frac{K}{\sigma} q_0 H_m \quad (3.76)$$

и

$$\frac{d(\bar{V}^2)}{dy} = \frac{H_m}{R} \frac{2}{y} - \frac{1}{\sigma} q_0 H_m \frac{\bar{V}^2}{\sin \theta}. \quad (3.77)$$

При выводе уравнений (3.76) и (3.77) не делалось дополнительных упрощений системы (3.34), однако предположение о монотонном изменении высоты полета существенно ограничивает область применимости возможных решений системы (3.76) — (3.77).

Кроме того, при малых углах наклона траектории точное определение углов по значению их косинуса из уравнения (3.76) затруднено, что несколько усложняет использование уравнений (3.71) — (3.77). Тем не менее в [22] показано, что уравнения такого типа могут быть эффективно использованы при приближенном анализе некоторых траекторий спуска.

¹ См. [22], [85], [86].

В качестве независимой переменной, монотонно изменяющейся по высоте, может быть принята также функция

$$\bar{y} = \ln Q, \quad (3.78)$$

как это проведено в [85], [86], причем такое преобразование приводит к уравнениям спуска, сходным по структуре с уравнениями (3.76) — (3.77), при тех же ограничениях на их применение.

§ 4. БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ СПУСКА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ОРБИТЫ ИСЗ

Баллистическая траектория спуска в атмосфере характерна для космических аппаратов, не обладающих несущими свойствами. При идеальной стабилизации такого аппарата вектор аэrodинамической силы направлен против движения, параллельно вектору скорости и коэффициент подъемной силы c_y и аэродинамическое качество K равны нулю.

Для крутых баллистических траекторий спуска в атмосфере при сравнительно больших начальных углах входа ($|\theta_{\text{вх}}| > 10 - 15^\circ$) принято предположение [26], [35], [46], [13], что угол наклона траектории на основном участке торможения меняется мало ($\dot{\theta} \approx \theta_{\text{вх}} = \text{const}$). Однако большие углы входа, типичные для конечного участка траектории головных частей ракет [29] и беспилотных спускаемых аппаратов [13], неприемлемы при спуске с орбиты пилотируемых космических аппаратов.

Как уже указывалось [38], [26], [81], при спуске пилотируемого аппарата с замкнутой околоземной орбиты углы входа в плотную атмосферу не должны превышать $2^\circ - 4^\circ$, так как увеличение угла входа приводит к быстрому росту перегрузки на атмосферном участке траектории.

При сравнительно малых ($0^\circ - 5^\circ$) углах входа в атмосферу для спускаемых аппаратов баллистического типа допущение о постоянстве угла наклона траектории на основном участке спуска неприемлемо [22], [38] и расчет всей траектории должен строиться с учетом изменения угла θ . Искривление траектории относительно поверхности Земли происходит за счет действия массовых сил — веса и центробежной силы от кривизны Земли, причем интенсивность искривления траектории растет по мере торможения аппарата в атмосфере.

1. Приближенный анализ траекторий баллистического спуска

Рассмотрим некоторые методы приближенного анализа траектории баллистического спуска космического аппарата с околоземной орбиты.

При $K=0$ уравнения (3.61) и (3.68) упрощаются:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = I(\tau_{cp}) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta_0} \left(\frac{1}{V^2} - 1 \right) \frac{1}{y}, \quad (3.79)$$

где

$$\bar{x} = \frac{1}{\sigma_{cp}} \int_{\bar{V}_{1k}}^{\bar{V}} \frac{\sigma(\bar{V})}{\bar{V}} d\bar{V}. \quad (3.80)$$

При

$$\sigma = \text{const}$$

$$\bar{x} = x = \ln \bar{V}. \quad (3.81)$$

Угол наклона траектории θ может быть определен из соотношения (3.69)

$$\sin \theta = \left(\frac{\rho_0 H_m}{2\sigma_{cp}} \right) y'.$$

Уравнения (3.79) — (3.84) не интегрируются в квадратурах, и для получения замкнутого решения требуются дальнейшие упрощающие предположения.

При крутом спуске в атмосфере ($|\theta_{bx}| > 10 \div 15^\circ$) допущение

$$\theta = \text{const}; \quad \sin \theta = \sin \theta_{bx}; \quad \cos \theta = \cos \theta_{bx}$$

[22], [38], [46] приводит, как это следует из уравнения (3.69), к представлению $y(x)$ в виде

$$y = y_{bx} + y'_{bx} x, \quad (3.82)$$

$$y' = y'_{bx} = \text{const} \quad (3.83)$$

или

$$y - y_{bx} = \frac{2\sigma_{cp}}{\rho_0 H_m} \sin \theta_{bx} (\bar{x} - \bar{x}_{bx}), \quad (3.84)$$

что совпадает с решением [45], [51] при $\sigma = \text{const}$:

$$\frac{\bar{V}^2}{\bar{V}_{bx}^2} = e^{-\frac{\rho - \rho_{bx}}{\sin \theta_{bx}} \frac{H_m}{\sigma}}. \quad (3.85)$$

В этом случае

$$n_x = \frac{R\rho_0}{2\sigma} ye^{-\frac{y_{bx}}{\sin \theta_{bx}}}, \quad (3.86)$$

и максимальная перегрузка $n_x = n_{x \max}$ достигается при

$$y = y_n = \frac{\sigma}{\rho_0 H_m} |\sin \theta_{bx}| \quad (3.87)$$

(при $\rho \gg \rho_{bx}$) и равна

$$n_{x \max} = \frac{R}{H_m} \frac{1}{2e} |\sin \theta_{bx}|. \quad (3.88)$$

Как показано в [22], [45], уже при $|\theta_{\text{вх}}| \leq 5 \div 8^\circ$ нельзя считать $\sin \theta = \sin \theta_{\text{вх}}$.

Для пологого баллистического входа в атмосферу ($|\theta_{\text{вх}}| = 0 \div 5^\circ$) необходимо учесть изменение угла наклона траектории при спуске. В этом случае естественно в выражении (3.82) сохранить большее число членов ряда [11], [45], считая

$$y = y_{\text{вх}} + y'_{\text{вх}} \bar{x} + A \bar{x}^2 \quad (3.89)$$

и

$$y' = y'_{\text{вх}} + 2A \bar{x} \quad (3.90)$$

(при $x_{\text{вх}} \approx 0$).

Такое представление решения $y(\bar{x})$ в виде степенного ряда является логическим развитием допущения (3.82) на случай переменных углов наклона траектории и позволяет получить приближенные соотношения для характерных параметров основного участка траектории баллистического спуска пилотируемых космических аппаратов с орбиты ИСЗ.

Ограничиваюсь выписанными членами ряда в уравнениях (3.89) — (3.90) и исключая коэффициент A , найдем

$$(y - y_{\text{вх}}) = (y' + y'_{\text{вх}}) \frac{\bar{x}}{2}. \quad (3.91)$$

Используя выражение для $\sin \theta$, находим, что из предположения, что решение $y(x)$ или $y(\bar{x})$ можно представить в виде степенного ряда, ограничиваясь третьим членом разложения, следует заключение о линейной зависимости синуса угла наклона траектории от логарифма скорости x (или от независимой переменной \bar{x} при переменном σ):

$$\sin \theta + \sin \theta_{\text{вх}} = \frac{\varrho - \varrho_{\text{вх}}}{\sigma} H_m \ln \bar{V} \quad (3.92)$$

или

$$\sin \theta + \sin \theta_{\text{вх}} = \frac{\varrho - \varrho_{\text{вх}}}{\sigma_{\text{ср}}} \frac{H_m}{\int_1^{\bar{V}} \frac{\sigma(\bar{V})}{\sigma_{\text{ср}}} d\bar{V}}. \quad (3.92a)$$

Таким образом, для данного спускаемого аппарата и заданного (или известного) закона изменения $\sigma(\bar{V})$ угол наклона траектории при спуске есть известная функция высоты $H(y)$ и скорости \bar{V} полета.

Зависимость, соответствующая уравнениям (3.92) — (3.92a), представлена на рис. 3.6.

Из формул (3.92) — (3.92a) и рис. 3.6 видно, что для типичных спускаемых баллистических аппаратов при $\sigma = 20 \div 50 \text{ кГ} \cdot \text{сек}/\text{м}^3$ (см. § гл. I) угол наклона траектории неве-

лик на основной части траектории спуска вплоть до скоростей $\bar{V}=0,2 \div 0,4$, и можно считать $\sin \theta \approx \theta$; $\cos \theta \approx 1$ при $\bar{V} > 0,2 \div 0,4$. Тогда уравнение (3.79) принимает вид

$$yy'' = I(e^{-2x} - 1) \quad (\text{при } \sigma = \text{const}). \quad (3.93)$$

Умножая обе части выражения (3.91) на yy'' , находим, что

$$y'y'' + y'_{\text{вх}}y'' = \frac{2}{x}yy'' \left(1 - \frac{y_{\text{вх}}}{y}\right). \quad (3.94)$$

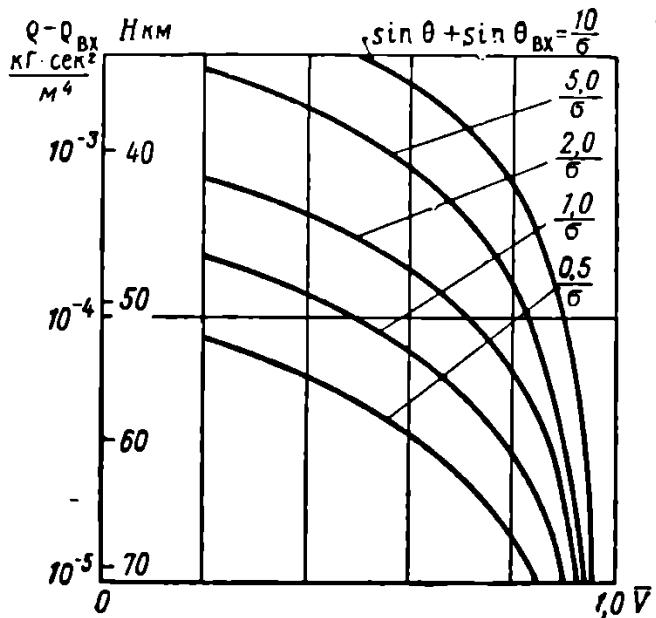


Рис. 3.6. Изменение угла наклона траектории при баллистическом спуске

Интегрируя и учитывая, что выражение в левой части представляет собой полный дифференциал, получим

$$\frac{(y')^2}{2} + y'_{\text{вх}}y' - \frac{3}{2}(y'_{\text{вх}})^2 = \int_{x_{\text{вх}}}^x \frac{2}{x}yy'' \left(1 - \frac{y_{\text{вх}}}{y}\right) dx. \quad (3.95)$$

Подставляя под знак интеграла выражение (3.93) для yy'' , находим

$$\int_{x_{\text{вх}}}^x \frac{2}{x}yy'' \left(1 - \frac{y_{\text{вх}}}{y}\right) dx = \int_{x_{\text{вх}}}^x \frac{2I}{x}(e^{-2x} - 1) \left(1 - \frac{y_{\text{вх}}}{y}\right) dx. \quad (3.96)$$

Считая, что разность $\left(1 - \frac{y_{\text{вх}}}{y}\right)$ существенно отличается от единицы только при малых x , близких к $x_{\text{вх}}$, можно представить подынтегральное выражение в виде

$$\int_{x_{\text{вх}}}^x \frac{2I}{x} (e^{-2x} - 1) \left(1 - \frac{y_{\text{вх}}}{y}\right) dx = \int_{x_{\text{вх}}}^x \frac{2I}{x} (e^{-2x} - 1) dx + \\ + \int_{x_{\text{вх}}}^x 4xI \frac{\frac{y'_{\text{вх}}}{y_{\text{вх}}}}{1 + \frac{y'_{\text{вх}}}{y_{\text{вх}}} x} dx = 2I [G_1(x) + G_2(x)], \quad (3.97)$$

где

$$G_1 = \sum_{i=1}^n \frac{(-2x_{\text{вх}})^n}{nn!} - \sum_{i=1}^n \frac{(-2x)^n}{nn!}$$

и

$$G_2 = 2 \left\{ \left(x - x_{\text{вх}} \right) - \frac{y_{\text{вх}}}{y'_{\text{вх}}} \ln \frac{1 + \frac{y'_{\text{вх}}}{y_{\text{вх}}} x}{1 + \frac{y'_{\text{вх}}}{y_{\text{вх}}} x_{\text{вх}}} \right\}$$

при

$$x < 0 \quad (V < V_{1\text{k}}).$$

Тогда из (3.95)

$$\frac{y' + y'_{\text{вх}}}{2} = \{I[G_1(x) + G_2(x)] + (y'_{\text{вх}})^2\}^{1/2}. \quad (3.98)$$

Учитывая (3.91), находим решение уравнения для траекторий спуска в виде

$$(y - y_{\text{вх}}) = \{I[G_1(x) + G_2(x)] + (y'_{\text{вх}})^2\}^{1/2} x. \quad (3.99)$$

Заметим, что для $y_{\text{вх}} = 0$ $G_2(x) = 0$, и соответствующее решение $y(x) = y^{(0)}(x)$ составит

$$y^{(0)}(x) = \{IG_1(x) + (y'_{\text{вх}})^2\}^{1/2} x. \quad (3.100)$$

Выражение для $y^{(0)}(x)$ представляет собой решение уравнений спуска первого приближения в предположении, что плотность ρ на траектории велика по сравнению с плотностью $\rho_{\text{вх}}$ на границе плотной атмосферы. Член $IG_2(x)$, таким образом, является поправкой к решению первого приближения, учитывающей отличие условий входа от нулевых.

Выражение (3.99) является обобщенным решением уравнения баллистической траектории спуска для произвольных начальных условий $y'_{\text{вх}}(x_{\text{вх}})$ и $y_{\text{вх}}(x_{\text{вх}})$ при малых углах входа аппарата в атмосферу.

Как указано в [45], допущение, что при разложении $y(x)$ в ряд можно ограничиться первыми тремя членами ряда, включает в себя как частный случай предположение [22] о постоянстве на основном участке траектории величины

$$\frac{H_m}{R} \frac{\cos \theta}{\varrho} \left(\frac{1}{V} - 1 \right). \quad (3.101)$$

При малых x , близких к x_{bx} , из решения (3.99) следует соотношение

$$y - y_{bx} = \sqrt{\frac{8}{3}} I (x - x_{bx})^{3/2} (1 + a_1 x^{1/2} + a_2 x^{3/2} + \dots), \quad (3.102)$$

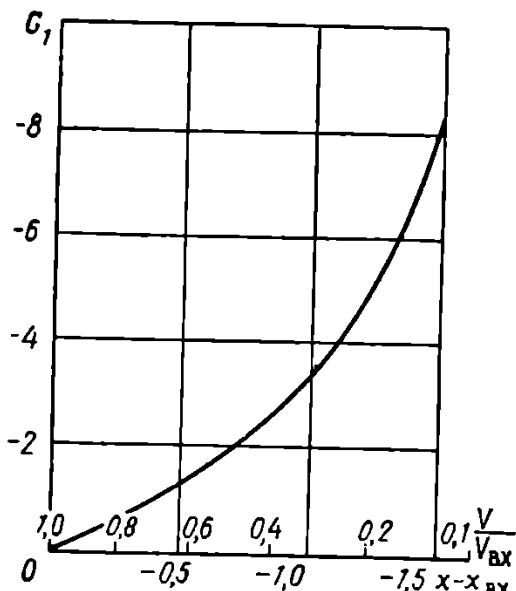


Рис. 3.7. К определению функции G_1

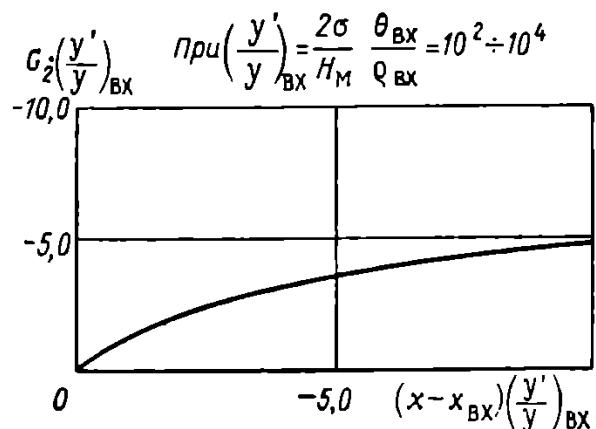


Рис. 3.8. К определению функции G_2

где

$$a_1 = \frac{1}{16}; \quad a_2 = \frac{1}{24}; \quad a_3 \approx 0,0099 \text{ и т. д.}$$

При вычислениях функций G_1 и G_2 удобно пользоваться вспомогательными графиками (рис. 3.7 и рис. 3.8). При этом выражение (3.99) оказывается удобным расчетным соотношением для определения основных параметров траектории баллистического спуска в атмосфере, хотя и не позволяет получить в замкнутом виде соотношения между характеристиками спускаемого аппарата и основными параметрами траектории спуска — перегрузками, интенсивностью нагрева, дальностью, временем спуска и т. д.

Для оценки этих параметров можно пользоваться решением нулевого приближения (3.100), которое можно считать достаточно близким к решению (3.99) на основной части траектории, когда

$$x < \frac{7}{2\sigma} \sqrt{RH_m} Q_0 y_{bx} \quad (3.103)$$

при ненулевых начальных условиях по y и когда

$$x < \frac{0,8}{\sqrt{\frac{R}{H_m}}} |\sin \theta_{bx}| \quad (3.104)$$

при ненулевых начальных условиях по y' .

Сравнение значимости отдельных членов решения (3.99) и (3.100) проведено на рис. 3.9, 3.10.

При переменном баллистическом коэффициенте $\sigma = \sigma(\bar{V})$ общее решение (3.99) уравнения (3.93) неприемлемо. При малых

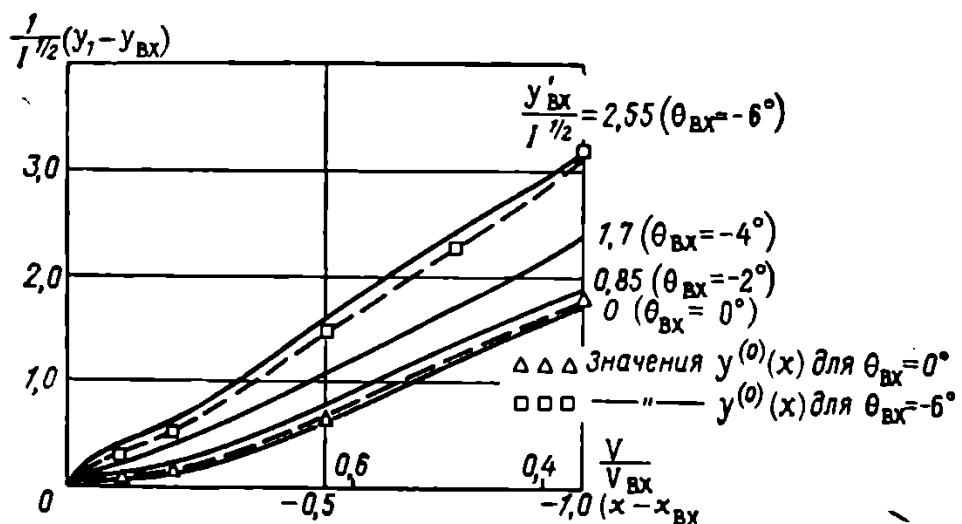


Рис. 3.9. Траектории баллистического спуска

изменениях σ приближенные результаты могут быть получены для осредненного баллистического коэффициента σ_{cp} . При существенно переменном $\sigma(\bar{V})$ уравнение (3.93) может быть приближенно проинтегрировано для некоторых частных случаев зависимости $\sigma(\bar{V})$ [45].

В общем случае необходимо численное или графическое интегрирование выражения

$$\frac{(y - y_{bx})^2}{\bar{x}^2} = \int_{\bar{x}_{bx}}^{\bar{x}} I \left(\frac{1}{\bar{V}^2(\bar{x})} - 1 \right) \frac{\sigma}{\sigma_{cp}} \left(1 - \frac{y_{bx}}{y} \right) d\bar{x} + (y'_{bx})^2, \quad (3.105)$$

где

$$\bar{x} = \int_{\bar{V}_{1k}}^{\bar{V}} \frac{\sigma(V)}{\sigma_{cp}} \frac{1}{\bar{V}} d\bar{V}, \quad (3.106)$$

что позволяет получить явную зависимость $\bar{V}(\bar{x})$.

При степенной зависимости баллистического коэффициента σ от скорости полета \bar{V} вида

$$\sigma = \sigma_{bx} (\bar{V})^n \quad (3.107)$$

находим, что

$$\bar{x} = \frac{\bar{V}^n - 1}{n}, \quad (3.108)$$

и выражение (3.105) принимает вид (при $y_{\text{вх}} \approx 0$)

$$\left(\frac{ny^{(0)}}{\bar{V}^n - 1} \right)^2 = \int_{\bar{V}_{\text{вх}}}^{\bar{V}} I \left(\frac{2}{\bar{V}^2} - 1 \right) \bar{V}^{2n-1} d\bar{V} + (y'_{\text{вх}})^2 \quad (3.109)$$

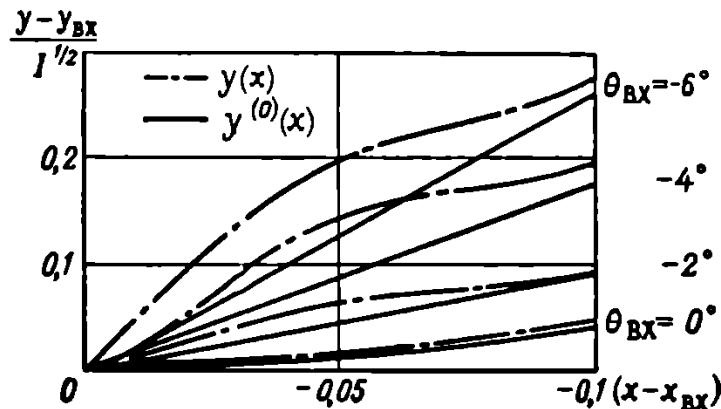


Рис. 3.10. Начальный участок траектории баллистического спуска

или после интегрирования

$$y^{(0)} = \frac{\bar{V}^n - 1}{n} [IF(\bar{V}) + (y'_{\text{вх}})^2]^{1/2}, \quad (3.110)$$

где

$$F(\bar{V}) = \left\{ \frac{\bar{V}^{2n}}{2n} \left(\frac{2n}{2n-2} \frac{1}{\bar{V}^2} - 1 \right) - \frac{1}{n} \left(\frac{2n}{2n-2} - 1 \right) \right\}$$

при $n \neq 1$ или

$$F(\bar{V}) = \ln \bar{V} - (\bar{V} - 1)$$

при $n = 1$.

2. Основные характеристики траектории баллистического спуска с орбиты ИСЗ

Используя соотношения, приведенные в п. 1, можно оценить основные характеристики траекторий спуска баллистических аппаратов.

Как уже говорилось, траектория баллистического спуска при заданных начальных условиях может быть представлена в безразмерных координатах $Z(\bar{V}_s)$ или $y(\bar{V})$ в виде функциональной зависимости, не связанной с параметрами аппарата спуска, т. е. его баллистическим коэффициентом σ , при $\sigma = \text{const}$.

На рис. 3.11 представлена зависимость функции $\bar{V}_s Z(Z)$ в соответствии с уравнениями (3.48), а на рис. 3.12 — $y(\bar{V})$ по уравнениям (3.79), полученная по результатам численного решения для различных значений угла входа в плотную атмосферу $\theta_{\text{вх}}$ [38], [13], [26].

По результатам расчетов траекторий баллистического спуска нетрудно также оценить изменение на траектории скорости

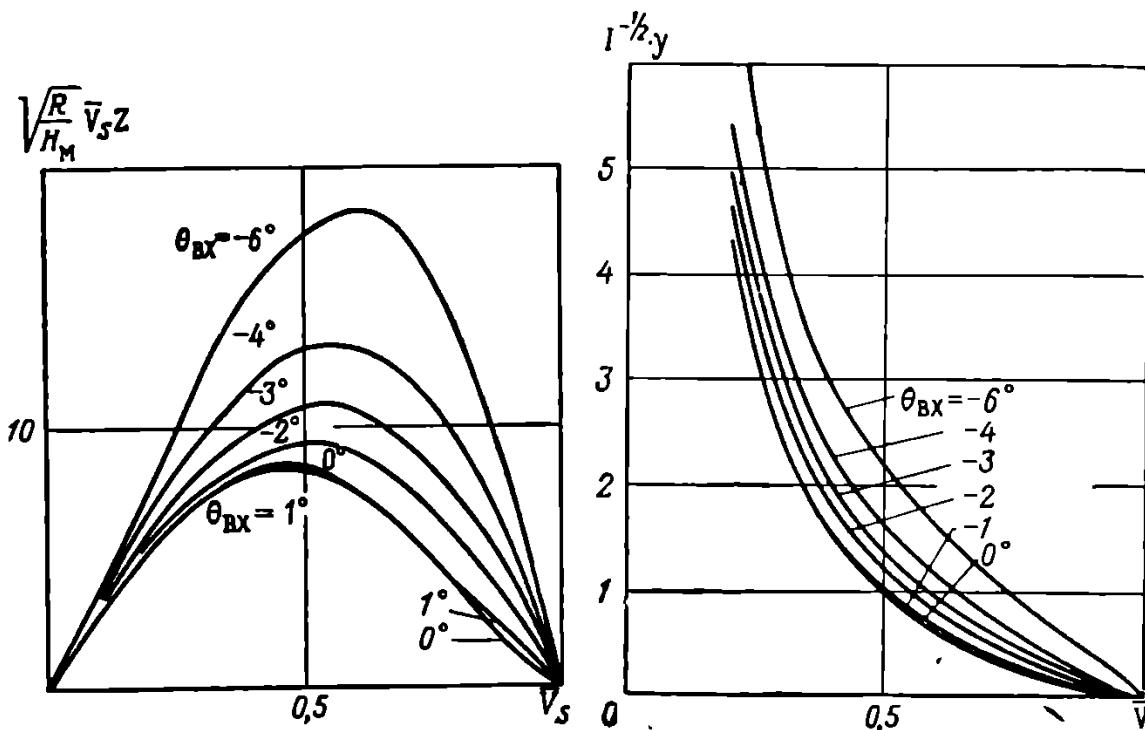


Рис. 3.11. Функции $\bar{V}_s Z(\bar{V}_s)$ для баллистического спуска

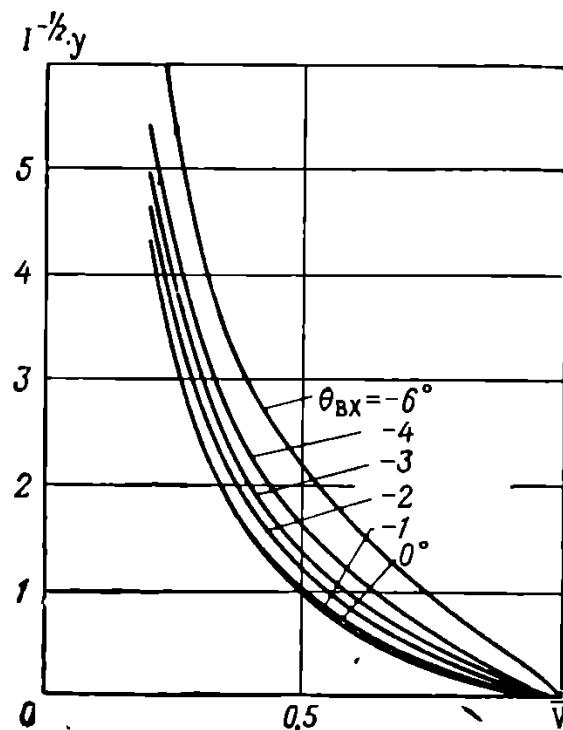


Рис. 3.12. Зависимость $y(\bar{V})$ для баллистического спуска

ногого напора $\frac{\rho V^2}{2}$ (\bar{V}_s, Z) или $\frac{\rho V^2}{2}$ (y, \bar{V}). Результаты такой оценки представлены на рис. 3.13. Число Рейнольдса, как уже было указано, может быть представлено в виде $Re(\bar{V}_s, Z)$ или $Re(y, \bar{V})$. Значения чисел Рейнольдса в области максимального нагрева поверхности аппарата на траектории баллистического спуска представлены на рис. 3.14.

Уровень перегрузок n_x на траектории зависит от условий входа и параметров спускаемого аппарата. Характер изменения перегрузок вдоль траектории спуска совпадает с характером изменения функции $\bar{V}_s Z$. Зависимость уровня максимальных перегрузок от параметров аппарата и угла входа в атмосферу представлена на рис. 3.15.

Заметим, что ориентировочная оценка перегрузок может производиться по траектории нулевого приближения

$$\bar{V}_{n_x \max}^{(0)} = 0,434; \quad Q_{n_x \max}^{(0)} = 1,39 \cdot 10^{-6} \sigma$$

и

$$n_x^{(0)} \max = 0,277 \sqrt{\frac{R}{H_m}}. \quad (3.111)$$

Для траектории с постоянным θ (при $\theta_{bx} > 6 \div 8^\circ$) перегрузка $n_x \max$ достигается при

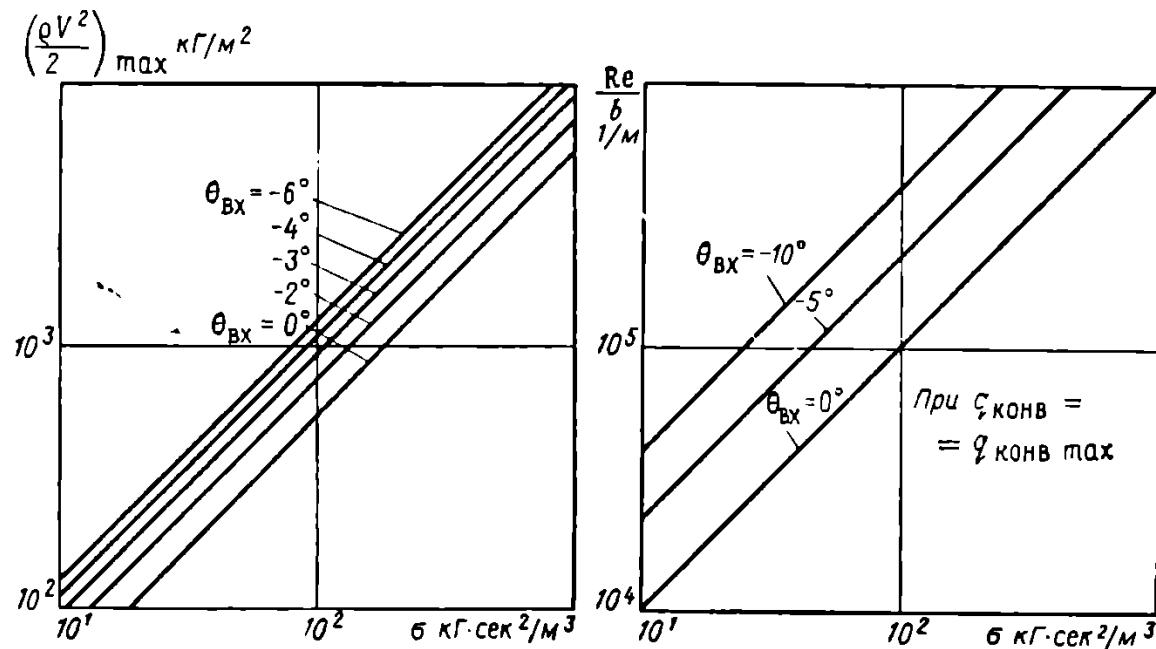


Рис. 3.13. Максимальные значения скорости и опоры при баллистическом спуске

Рис. 3.14. Числа Re_1 в области максимального нагрева на траектории баллистического спуска

$$V_{n_x \max} = 0,605, \rho_{n_x \max} = \frac{\sigma}{H_m} \sin \theta_{bx}$$

и составляет [46]

$$n_x \max = \frac{R}{H_m} \frac{1}{2e} |\sin \theta_{bx}|. \quad (3.112)$$

Аналогичным путем, используя соотношения п. 4 § 2 гл. I, можно определить значения тепловых потоков в критической точке, суммарное количество тепла, подведенного к лобовой поверхности, дальность и время спуска (рис. 3.16—3.17).

§ 5. ТРАЕКТОРИИ СПУСКА В АТМОСФЕРЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ВЫСОКИМИ НЕСУЩИМИ СВОЙСТВАМИ

Космические аппараты, имеющие на участке спуска в атмосфере высокие несущие свойства (аэродинамическое качество K выше 1—1,5) или, как их иногда называют, «крылатые» аппараты [44] обладают широкой возможностью выбора траектории спуска.

При использовании крылатых спускаемых космических аппаратов возможно эффективное управление величиной и направ-

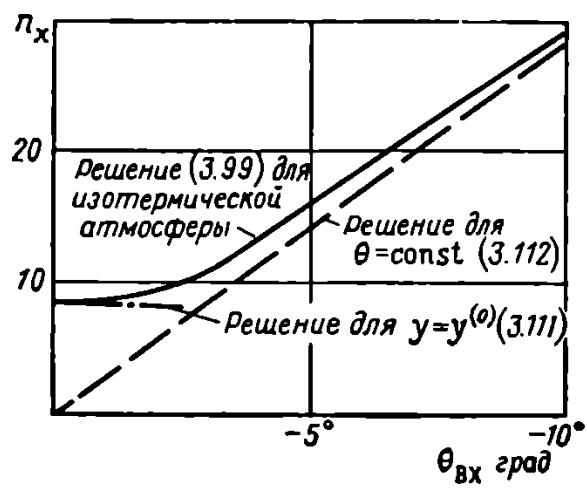


Рис. 3.15. Перегрузки при баллистическом спуске

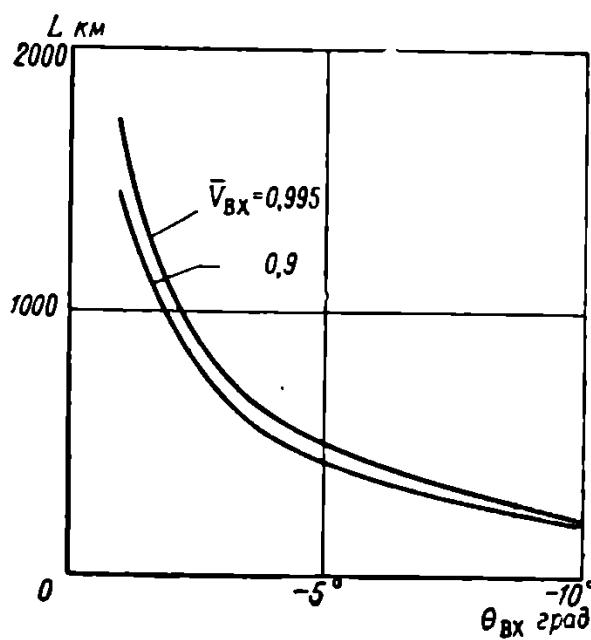


Рис. 3.16. Дальность при баллистическом спуске

лением вектора \bar{Y} аэродинамической подъемной силы, нормальной к траектории, путем управления ориентацией аппарата по тангажу (углу атаки) и крену.

Многообразие возможных программ и методов управления подъемной силой аппарата обусловливает для рассматриваемого диапазона реализуемых при спуске с околоземной орбиты условий входа в плотную атмосферу существование множества возможных траекторий спуска, отвечающих уравнениям движе-

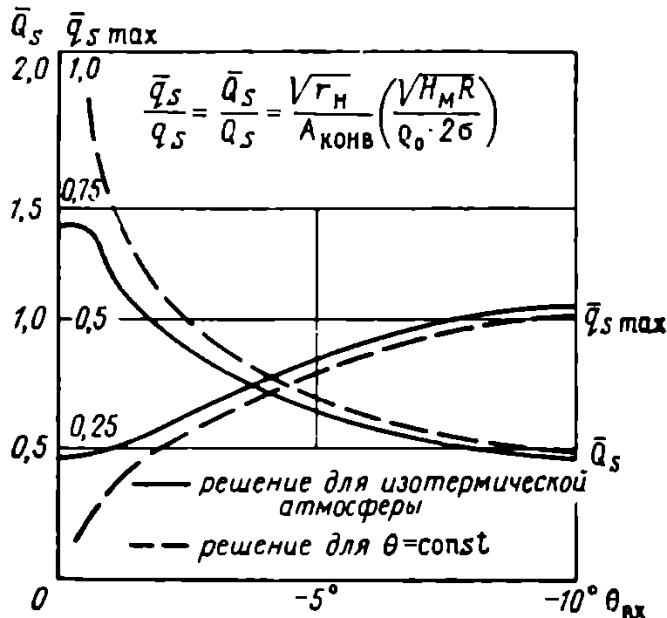


Рис. 3.17. Телловые потоки и интенсивность нагрева при баллистическом спуске

ния в точной (3.33) — (3.34) или приближенной (3.48), (3.61) записи.

Для аппарата с высоким располагаемым максимальным аэродинамическим качеством ($|K_{\max}| > 0,5 \div 1$) спуск может быть осуществлен по чисто баллистической траектории ($a=0$, $K=0$), по траектории с крутизной, превышающей крутизну баллистической траектории (при $\gamma=180^\circ$ и $a \neq 0$ подъемная сила направлена вниз), так же как и рикошетирование на начальном участке спуска за счет избыточной подъемной силы [22], [38], [45].

Очевидно, для приближенной оценки возможностей аппарата спуска, влияния его параметров на характеристики траектории целесообразно рассмотреть типовые, «модельные» траектории спуска, т. е. выделить из возможного многообразия траекторий некоторые траектории сравнения с априорно определенной программой управления подъемной силой, для которых и оценивать основные характеристики траекторий и профиль полета, зависимость высоты от скорости, уровень перегрузки, интенсивность нагрева, дальность и время спуска, возможность маневра.

При рациональном выборе модельной траектории такие оценки позволяют не только выбирать параметры аппарата спуска и оценивать их влияние на интересующие проектировщика характеристики траектории, но и получать достаточно точное представление о действительной траектории спуска при реально реализуемом законе управления траекторией.

Модельная траектория может также использоваться в качестве опорной при синтезе закона управления траекторией, обеспечивающего приземление аппарата в заданной точке поверхности Земли [93].

Как правило, предлагаемые в различных исследованиях модельные траектории содержат участки сравнительно продолжительного квазистационарного (равновесного) движения ($\dot{\theta} \approx 0$) и короткие участки интенсивного маневра, соединенные в известной последовательности [37], [102].

Рассмотрим подробнее характеристики таких участков и принципы построения модельной траектории.

1. Квазистационарные режимы полета при спуске крылатых космических аппаратов

Рассматривая движение центра масс аппарата при спуске в атмосфере, как уже указывалось, при некоторых упрощающих предположениях (см. § 2) можно записать уравнения этого движения в вертикальной плоскости в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{\sigma(K)} \frac{\rho V^2}{2} - g \sin \theta; \\ \dot{\theta} &= -\frac{g}{V} \left(1 - \frac{V^2}{gR}\right) \cos \theta + \frac{K_{\text{эфф}} \rho V}{\sigma(K) 2}; \\ \dot{H} &= V \sin \theta; \quad \dot{S} = V \cos \theta, \end{aligned} \right\} \quad (3.113)$$

причем дальность S в уравнении (3.113) отсчитывается вдоль проекции траектории на местную горизонтальную плоскость (в первом приближении при $R_a \approx R_{\text{ср}}$ вдоль поверхности Земли), а боковое отклонение не рассматривается, хотя и может иметь место при $\gamma \neq 0$.

При боковом маневре в вертикальной плоскости действует только составляющая подъемной силы $V \cos \gamma$, что учтено в уравнениях системы (3.113) введением эффективного аэродинамического качества

$$K_{\text{эфф}} = K \cos \gamma. \quad (3.114)$$

Следует учитывать, что при необходимости бокового маневра на траектории $K_{\text{эфф max}} < K_{\text{max}}$ и возможность управления траекторией в продольной плоскости снижается. При движении аппарата без бокового маневра $\gamma = 0$ и $K_{\text{эфф}} = K$.

Рассмотрим некоторые квазистационарные режимы полета крылатого спускаемого аппарата, при которых изменение угла наклона траектории равно нулю или мало настолько, что можно считать с достаточной степенью точности

$$\left(1 - \frac{V^2}{gR}\right) \cos \theta = \frac{1}{g} \frac{K_{\text{эф}}}{\sigma(K)} \frac{\rho V^2}{2}. \quad (3.115)$$

Очевидно, что допущение справедливо при

$$|\dot{\theta}| \ll \varepsilon \frac{\sigma}{V} \left(1 - \frac{V^2}{gR}\right) \cos \theta, \quad (3.116)$$

где ε — малый параметр, определяемый требуемой степенью точности анализа. Положив $\varepsilon = 10^{-2}$, получим, что принятые допущения могут быть справедливы при $|\dot{\theta}|$ на траектории, меньшем пределенного, представленного на рис. 3.18.

Основными режимами полета, при которых допущение (3.116) выполняется, являются планирование с постоянной скоростью, инерционное планирование и горизонтальный полет.

Планирование с постоянной скоростью. Для такого режима полета к условию $\dot{\theta} \approx 0$ добавляется условие постоянства скорости $\dot{V} = 0$. Тогда из (3.113) получаем

$$\sin \theta = -\frac{1}{g\sigma} \frac{\rho V^2}{2} \quad (3.117)$$

и

$$\cos \theta = \frac{K_{\text{эф}}}{g\sigma} \frac{\rho V^2}{2} \frac{1}{\left(1 - \frac{V^2}{gR}\right)} \quad (3.118)$$

и угол наклона траектории определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{пл}} = -\frac{1}{K_{\text{эф}}} \left(1 - \frac{V^2}{gR}\right). \quad (3.119)$$

Как видно из рис. 3.19, угол наклона траектории планирования с постоянной скоростью при постоянном аэродинамическом

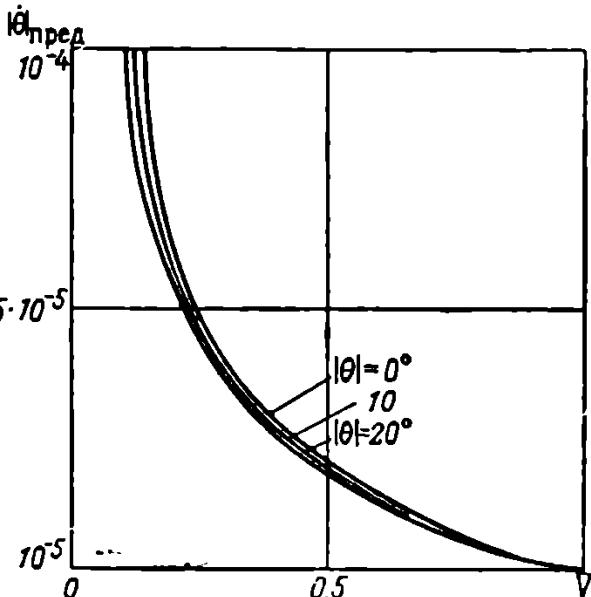


Рис. 3.18. Значения $|\dot{\theta}|_{\text{пред}}$ по уравнению (3.116) при $\varepsilon = 10^{-2}$

качестве изменяется в зависимости от выбора скорости на этом участке, достигая при малых скоростях

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{пл}} = -\frac{1}{K_{\text{эфф}}} . \quad (3.120)$$

Дальность планирования с постоянной скоростью на перепаде высот с H_1 до H_2 составляет

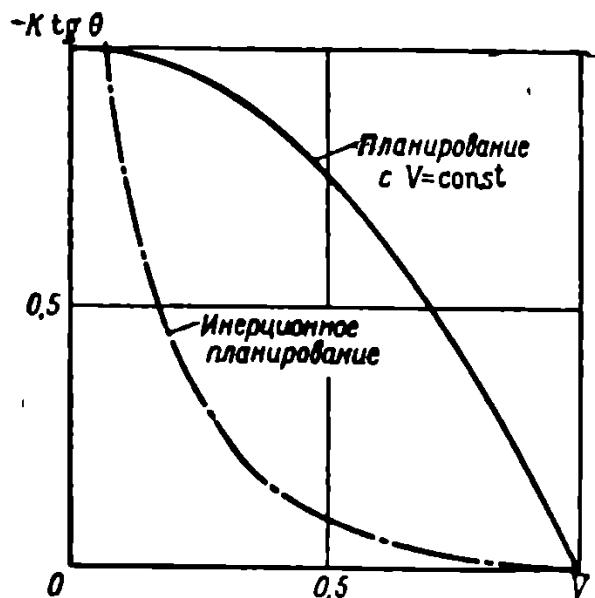


Рис. 3.19. Угол наклона траектории при планировании с постоянной скоростью и при инерционном планировании

$$S = -(H_1 - H_2) \operatorname{ctg} \theta_{\text{пл}}, \quad (3.121)$$

причем для получения дальности используется запас потенциальной энергии аппарата, а кинетическая энергия неизменна.

Учитывая, что основной задачей при выборе траектории спуска является обеспечение рационального торможения космического аппарата в атмосфере, следует считать, что планирование с постоянной скоростью допустимо лишь на небольших участках траектории, главным образом на последней стадии спуска, когда скорость аппарата в основном погашена [38].

Инерционное планирование. При инерционном планировании происходит пологое снижение аппарата с потерей скорости, причем угол снижения и скорость его изменения малы, так что допущение (3.116) выполняется. Меньшие углы наклона траектории и большая дальность инерционного планирования по сравнению с планированием с постоянной скоростью реализуются за счет рассеивания кинетической энергии аппарата, и участки инерционного планирования могут использоваться для торможения аппарата на основном участке спуска.

При инерционном планировании угол наклона траектории мал, и можно считать $|\sin \theta| \ll \frac{1}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2}$; $\cos \theta \approx 1$.

Тогда

$$\frac{1}{g} \frac{K_{\text{эфф}}}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2} = 1 - \frac{V^2}{gR}, \quad (3.122)$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2}. \quad (3.123)$$

Введение допущения о малости составляющей силы тяжести вдоль траектории по сравнению с силой аэродинамического сопротивления позволяет, как указывалось в § 2, перейти к приближенному уравнению траектории спуска (3.48) или (3.61). Однако дальнейшие преобразования, проведенные ниже, более наглядны при исследовании уравнений (3.113).

Из соотношений (3.122) и (3.123) следует

$$\dot{V} = -\frac{g}{K_{\text{эфф}}} \left(1 - \frac{V^2}{gR} \right). \quad (3.124)$$

$$\text{Выбирая в качестве независимой переменной } \bar{V} = \frac{V}{\sqrt{gR}} = \frac{V}{V_{1k}}$$

из уравнений (3.124) и (3.113), получаем выражения для времени и дальности спуска при заданном перепаде скоростей (заданном уровне торможения аппарата) от \bar{V}_1 до \bar{V}_2 :

$$t_{\text{и.п.}} = \sqrt{\frac{R}{g}} \int_{\bar{V}_1}^{\bar{V}_2} \frac{K_{\text{эфф}}(\bar{V})}{(1 - \bar{V}^2)} d\bar{V}; \quad (3.125)$$

$$S_{\text{и.п.}} = R \int_{\bar{V}_1}^{\bar{V}_2} \frac{\bar{V} K_{\text{эфф}}(\bar{V})}{(1 - \bar{V}^2)} d\bar{V}. \quad (3.126)$$

Из-за малости углов наклона траектории соотношение для H системы (3.113) не может быть использовано для определения высоты полета, и высота определяется приближенно из соотношения (3.122) по плотности $\rho(H)$:

$$\rho_{\text{и.п.}} = \frac{2\sigma}{K_{\text{эфф}}} \frac{1 - \bar{V}^2}{\bar{V}^2} \frac{1}{R}. \quad (3.127)$$

Учитывая, что $\rho = \rho_0 e^{-\frac{H}{H_m}}$, можно определить угол наклона траектории по соотношению

$$\operatorname{tg} \theta = -\frac{dH}{dS},$$

определяя dH из уравнения (3.127) как $dH = -H_m \frac{d\rho}{\rho}$. Тогда

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{и.п.}} = -\frac{2}{K_{\text{эфф}}} \frac{H_m}{R} \frac{1}{\bar{V}^2} \quad (3.128)$$

при постоянных или слабо меняющихся аэродинамических характеристиках аппарата ($\sigma \approx \text{const}$; $K \approx \text{const}$, см. рис. 3.19) или

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{и.п.}} = -\frac{2}{K_{\text{эфф}}} \frac{H_m}{R} \frac{1}{\bar{V}^2} - \frac{2}{K_{\text{эфф}}} \left(\frac{\sigma \bar{V}}{\sigma} - \frac{K \bar{V}}{K_{\text{эфф}}} \right) \frac{1 - \bar{V}^2}{\bar{V}} \frac{H_m}{R} \quad (3.129)$$

при $K = K(\bar{V})$ и $\sigma = \sigma(\bar{V})$.

В выражении (3.129)

$$\sigma^{\bar{V}} = \frac{\partial \sigma}{\partial \bar{V}}; \quad K_{\text{эф}}^{\bar{V}} = \frac{\partial K_{\text{эф}}}{\partial \bar{V}}.$$

Соотношения (3.128) и (3.129) позволяют проверить справедливость допущения (3.116) на траектории инерционного планирования. Так, при постоянных $K_{\text{эф}}$ и σ

$$\dot{\theta} = \frac{4}{K_{\text{эф}}^2 R \sqrt{gR}} \frac{1}{\bar{V}^3} (1 - \bar{V}^2) \quad (3.130)$$

и из условия (3.116) следует, что

$$\frac{1}{gR} \frac{4H_m}{K_{\text{эф}}^2 \bar{V}^2} \leq \epsilon. \quad (3.131)$$

Видно, что допущение о малости $\dot{\theta}$ выполняется на основном участке траектории до $\bar{V} \gg 0,15 \div 0,20$.

Введение в систему уравнений движения аппарата при инерционном планировании допущения $\dot{\theta} = 0$ эквивалентно предположению о малости или равенстве нулю производных Z'' в уравнении (3.48) или y'' в уравнении (3.61).

Кроме того, из-за малости угла наклона траектории в уравнении (3.48) $Z' - \frac{Z}{\bar{V}_s} \approx 0$ и $\cos \theta \approx 1$, так как

$$Z' - \frac{Z}{\bar{V}_s} = \sqrt{\frac{R_{cp}}{H_m}} \sin \theta,$$

и для инерционного планирования из (3.48) и (3.61) следует

$$\frac{1 - \bar{V}_s^2}{\bar{V}_s Z} = \sqrt{\frac{R}{H_m}} K_{\text{эф}} \quad (3.132)$$

или

$$y = \frac{I}{J} \frac{(e^{-2x} - 1)}{K_{\text{эф}}}. \quad (3.133)$$

Нетрудно убедиться, что эти выражения совпадают с выражением (3.127), определяющим высоту полета при инерциальном планировании в зависимости от скорости.

Угол наклона траектории при инерционном планировании непрерывно возрастает по мере падения скорости [38], и на конечном участке траектории допущение

$$g \sin \theta \ll \frac{1}{\sigma} \frac{g V^2}{2} \quad (3.134)$$

непригодно. Из соотношений (3.128) и (3.119) можно найти, что при

$$\bar{V}^2 \approx \frac{2H_m}{R}; \quad \bar{V} = 0,47$$

угол наклона траектории при инерционном планировании совпадает с углом наклона траектории при планировании с постоянной скоростью (см. рис. 3.19), при котором

$$g \sin \theta = \frac{1}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2}, \quad (3.135)$$

т. е. допущение (3.134) заведомо не выполняется.

Инерционное планирование при скоростях полета, меньших $\bar{V}=0,05$, невозможно. До скоростей инерционного планирования порядка

$$\bar{V} = (2,5 \div 5) \sqrt{\frac{2H_m}{R}}$$

допущение (3.134) можно считать достаточно точным. На участке спуска при

$$\sqrt{\frac{2H_m}{R}} \leq \bar{V} \leq (2,5 \div 5) \sqrt{\frac{2H_m}{R}},$$

строго говоря, необходимо интегрировать полные уравнения системы (3.113).

Однако при приближенном анализе траектории можно считать [38], что инерционное планирование происходит вплоть до $\bar{V} = \sqrt{\frac{2H_m}{R}}$, после чего продолжается планирование с постоянной скоростью.

При постоянном или медленно изменяющемся значении аэродинамического качества соотношения для дальности и времени инерционного планирования (3.125) и (3.126) можно проинтегрировать:

$$t_{и.п} = \frac{1}{2} K_{вф.ср} \sqrt{\frac{R}{g}} \ln \frac{(1+\bar{V}_1)(1-\bar{V}_2)}{(1-\bar{V}_1)(1+\bar{V}_2)} \quad (3.136)$$

и

$$S_{и.п} = \frac{1}{2} K_{вф.ср} R \ln \frac{(1+\bar{V}_1^2)(1-\bar{V}_2^2)}{(1-\bar{V}_1^2)(1+\bar{V}_2^2)}. \quad (3.137)$$

При переменном аэродинамическом качестве $K(\bar{V})$ и баллистическом коэффициенте $\sigma=\sigma(K, \bar{V})$ допущение о малости θ на траектории планирования применимо лишь при

$$\frac{dK}{dt} \leq \varepsilon_1 g \frac{R}{H_m} \frac{1}{\sqrt{gR}} K^2 \bar{V} (1 - \bar{V}^2) \quad (3.138)$$

(если считать, что изменение аэродинамического качества является основной причиной нестационарности траектории, и $\varepsilon_1 < \varepsilon$).

Дальность и время полета могут быть определены по инте-

гральным соотношениям (3.125) и (3.126) для заданного закона $K(\bar{V})$.

Инерционный горизонтальный полет. Кинетическая энергия аппарата с высоким аэродинамическим качеством при спуске в атмосфере может быть использована не только для увеличения дальности планирования, но и для выдерживания постоянной высоты полета при торможении аппарата. В этом случае

$$\dot{\theta} = 0; \dot{\theta} = 0$$

и из соотношений (1.113) следует

$$\dot{V} = -\frac{g}{K_{\text{эфф}}(c_y_{\text{г.п.}})} (1 - \bar{V}^2) \quad (3.139)$$

и

$$c_y_{\text{г.п.эфф}} = \frac{1 - \bar{V}^2}{\bar{V}^2} \frac{1}{\rho(H_{\text{г.п.}})} \frac{1}{R} \frac{2m}{S} \quad (3.140)$$

(здесь S — характерная площадь).

Выражение (3.139) может быть проинтегрировано графически или аналитически совместно с (3.140), если известна зависимость $K(c_y)$, т. е. поляра данного летательного аппарата.

Из уравнения (3.140) очевидно, что горизонтальный полет с торможением на заданной высоте может происходить лишь при переменном $c_y_{\text{г.п.эфф}}(\bar{V})$, определяемом для данного аппарата в зависимости от высоты и скорости горизонтального полета, тогда как инерционное планирование возможно при произвольном c_y , обеспечивающем достаточно высокое значение аэродинамического качества.

Дальность и время полета на постоянной высоте определяются соотношениями (3.125) и (3.126) для $K_{\text{эфф}}(c_y_{\text{г.п.}})$.

Возможность выдерживания аппарата на заданной высоте ограничена условием

$$c_y_{\text{г.п.эфф}} \leq c_{y_{\text{max eff}}}.$$

Характерной особенностью перечисленных стационарных и квазистационарных режимов полета является требование к выдерживанию условий равновесия в начале рассматриваемого участка траектории. При заданной скорости полета в начале участка \bar{V}_1 , высота полета H_1 (плотность ρ_1) и коэффициент подъемной силы $c_y_{\text{эфф1}}$ или параметр $\left(\frac{K_{\text{эфф}}}{\sigma}\right)_1 = \frac{c_y_{\text{эфф1}} S}{m}$ должны быть взаимно согласованы в соответствии с уравнением

$$\left(\frac{K_{\text{эфф}}}{\sigma}\right)_1 = \frac{2}{R} \frac{1 - \bar{V}_1^2}{\bar{V}_1^2} \frac{1}{\rho_1(H_1)} \quad (3.141)$$

или

$$c_y_{\text{эфф1}} = \frac{2}{R} \frac{m}{S} \frac{1 - \bar{V}_1^2}{\bar{V}_1^2} \frac{1}{\rho_1(H_1)}. \quad (3.142)$$

Если эти условия в начале равновесного участка не выдерживаются, равновесная траектория либо не реализуется, либо может быть получена после переходного участка, на котором управление траекторией должно ликвидировать рассогласование начальных условий.

Аналогичные соображения могут быть высказаны при стыковке двух последовательных участков равновесного полета, существенно различных по расчетному значению коэффициента c_y или аэродинамического качества K . При быстром переходе на новый режим равновесного полета должен быть предусмотрен либо программный участок перехода на новую высоту полета, либо переходный участок управления по рассогласованию относительно новой расчетной квазистационарной траектории.

Подробнее вопросы движения крылатого космического аппарата в окрестности равновесной траектории спуска рассмотрены в § 6.

2. Маневр в вертикальной плоскости при спуске крылатого космического аппарата

При интенсивном маневре крылатого космического аппарата в атмосфере угол наклона траектории изменяется главным образом под действием аэродинамической силы, нормальной к траектории в вертикальной плоскости (подъемная сила Y или ее составляющая $Y \cos \gamma$ [37]).

На основном участке траектории спуска, когда скорость аппарата еще не погашена, можно считать, что нормальная аэrodinamическая сила значительно превышает составляющие массовых сил (вес минус центробежная сила от кривизны Земли) [38], [61], т. е.

$$c_y \frac{\rho V^2}{2} S \gg \left(1 - \frac{V^2}{gR}\right) \cos \theta. \quad (3.143)$$

Кроме того, участок интенсивного маневра имеет, как правило, малую продолжительность, и изменение скорости полета за время маневра мало по сравнению с изменением высоты полета (плотности) и угла наклона траектории [45], [61]. Поэтому в ряде случаев при подсчете аэродинамических сил, действующих на космический аппарат при интенсивном маневре по высоте (в продольной плоскости), можно использовать среднее значение скорости полета на этом участке траектории:

$$\left. \begin{aligned} Q &= c_x(V_{cp}; c_y) \frac{\rho(H) V_{cp}^2}{2} S; \\ Y &= c_y(V_{cp}; a) \frac{\rho(H) V_{cp}^2}{2} S. \end{aligned} \right\} \quad (3.144)$$

Допущения, основанные на указанных выше соображениях, могут быть использованы для приближенного анализа участка

траектории спуска космического аппарата с высокими несущими свойствами при интенсивном маневре по высоте. В то же время, как указано в § 2, при маневре космического аппарата спуска по высоте допущения о монотонном изменении скорости полета и о малости составляющей силы тяжести вдоль траектории, положенные в основу вывода приближенных соотношений (3.48) и (3.61), неприемлемы. Поэтому анализ участков интенсивного маневра должен проводиться либо по уравнениям (3.33) — (3.34), либо для отрезков траектории с монотонными изменениями высоты полета — по уравнениям (3.76) — (3.77).

Рассмотрим некоторые типы маневров космического аппарата по высоте.

Начальное выравнивание. При начальном входе крылатого космического аппарата в атмосферу под некоторым углом $\theta_{\text{вх}}$ на высоте $H_{\text{вх}}$, соответствующей границе плотной атмосферы, несущие свойства аппарата могут быть использованы для выравнивания траектории, т. е. для предупреждения чрезмерно круто го снижения аппарата. На участке выравнивания угол наклона траектории изменяется от $\theta_{\text{вх}}$ до θ_1 , причем $|\theta_1| < |\theta_{\text{вх}}|$, а высота непрерывно убывает.

Из уравнений движения (3.34) и (3.76), переходя к независимой переменной q , находим

$$-\sin \theta \frac{d\theta}{dq} = \frac{d \cos \theta}{dq} = -\frac{1}{2} \frac{K}{\sigma} H_m - \frac{H_m}{R} \frac{\cos \theta}{q} - \frac{(1-\bar{V}^2)}{\bar{V}^2}. \quad (3.145)$$

При больших углах входа

$$|\theta_{\text{вх}}| \geq \frac{H_m}{RK} \quad (3.146)$$

аэродинамические силы, необходимые для выравнивания, существенны (глубина погружения обеспечивает достаточно высокие значения скоростного напора [46]), а при

$$|\theta_{\text{вх}}| \gg \frac{(1-\bar{V}_{\text{вх}}^2) H_m}{R} \quad (3.147)$$

роль массовых сил при искривлении траектории ничтожна, так как вес практически полностью уравновешен центробежной силой за счет кривизны Земли.

Если условия (3.146) и (3.147) выполняются, а начальное выравнивание, как правило, необходимо именно в этих случаях, то в уравнении (3.145) можно с достаточной степенью точности пренебречь массовым членом:

$$\frac{d \cos \theta}{dq} \approx -\frac{1}{2} \frac{K}{\sigma} H_m. \quad (3.148)$$

Отсюда

$$\cos \theta = \cos \theta_{\text{вх}} + \frac{H_m}{2} \int_{\theta_{\text{вх}}}^{\theta} \frac{K}{\sigma} (\varrho) d\varrho \quad (3.149)$$

или при малых $\theta_{\text{вх}}$, считая $\sin \theta \approx \theta$ и $\cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2} \theta_{\text{вх}}^2$,

$$\theta^2 = \theta_{\text{вх}}^2 - H_m \int_{\theta_{\text{вх}}}^{\theta} \frac{K}{\sigma} (\varrho) d\varrho. \quad (3.150)$$

При выравнивании с постоянным значением

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{c_y S}{m} = \text{const}$$

получаем

$$\theta^2 = \theta_{\text{вх}}^2 - H_m \frac{K}{\sigma} (\theta - \theta_{\text{вх}}). \quad (3.151)$$

что совпадает с решением [46].

Может рассматриваться также выравнивание при постоянной перегрузке

$$n_y = \frac{Y}{m g} = \frac{1}{g} \frac{K}{\sigma} \frac{\varrho V_{\text{ср}}^2}{2} = \bar{n}_y. \quad (3.152)$$

В этом случае, осредняя скорость на траектории, найдем

$$\theta^2 = \theta_{\text{вх}}^2 - 2 \frac{\bar{n}_y}{\bar{V}_{\text{ср}}^2} (H_{\text{вх}} - H) \frac{1}{R}. \quad (3.153)$$

Соотношения (3.151) и (3.153) позволяют определить высоту полета, на которой при заданных условиях входа достигается определенное значение угла наклона траектории. Например, полное выравнивание до $\theta = \theta_m = 0$ происходит на высоте H_m , для которой

$$\theta_m (H_m) = \frac{\sigma}{K} \frac{1}{H_m} \theta_{\text{вх}}^2 \quad (3.154)$$

при выравнивании с $\frac{K}{\sigma} = \text{const}$ и

$$H_m = H_{\text{вх}} - \frac{\theta_{\text{вх}}^2 \bar{V}_{\text{ср}}^2 R}{2 \bar{n}_y} \quad (3.155)$$

при $n_y = \bar{n}_y = \text{const}$.

В первом случае максимум перегрузки достигается в точке, близкой к $H=H_m$; $\theta_m=0$, и равен

$$n_{y \max} = \frac{R}{2H_m} \bar{V}_{\text{cp}}^2 \theta_{\text{bx}}^2 \quad (3.156)$$

и

$$n_{x \max} = \frac{1}{K} n_{y \max}. \quad (3.157)$$

Во втором случае нормальная перегрузка постоянна и соответствует заданному уровню

$$n_y = \bar{n}_y, \quad (3.158)$$

а продольная составляет

$$n_x = \frac{\bar{n}_y}{K(q)}, \quad (3.159)$$

где $K(q)$ определяется соотношением (3.152).

Изменение скорости при начальном выравнивании может быть получено из уравнений движения (3.34) как

$$\bar{V}^2 - \bar{V}_{\text{bx}}^2 = \int_{q_{\text{bx}}}^q \left[\frac{H_m}{\sigma} \frac{\bar{V}_{\text{bx}}^2}{\theta(q)} + \frac{2H_m}{R} \frac{\Gamma}{q} \right] dq \quad (3.160)$$

при $\theta(q)$, определяемом соотношениями (3.151) или (3.153), и $\sigma=\text{const}$ при $\frac{K}{\sigma}=\text{const}$ или $\sigma=\sigma(q)$ при $n_y=\bar{n}_y$. Это изменение составляет

$$\bar{V}_m^2 = \bar{V}_{\text{bx}}^2 \left(1 - \frac{2\theta_{\text{bx}}}{K} + \frac{2}{R} (H_{\text{bx}} - H_m) \right) \quad (3.161)$$

при $\frac{K}{\sigma}=\text{const}$ и $\theta=\theta_m=0$.

Для случая $n_y=\bar{n}_y$ выражение (3.160) можно проинтегрировать, если задано аналитическое выражение поляры летательного аппарата $c_x(c_y)$ или $\frac{1}{\sigma} \left(\frac{K}{\sigma} \right)$.

Значение $c_x(c_y)$ может быть приближенно осреднено для данного участка траектории.

Выравнивание при $\bar{V}_{\text{bx}} < 1$. Если выравнивание траектории аппарата спуска производится на скоростях, существенно отличающихся от первой космической скорости, например, для перехода с одного равновесного режима полета на другой, то пренебрежение массовыми силами в уравнении (3.145) может привести к существенным неточностям, хотя массовые силы по-прежнему не являются основными.

Для этого случая уравнение (3.145) может быть проинтегрировано приближенно при определении массовых сил по осредненным значениям скорости и угла наклона траектории на участке маневра [45] от θ_1 до θ_2 :

$$\theta_2^2 = \theta_1^2 - H_m \frac{K}{\sigma} (\varrho_1 - \varrho_2) - \frac{2}{R} \frac{\cos \theta_{cp}}{\bar{V}_{cp}^2} (1 - \bar{V}_{cp}^2) (H_1 - H_2) \quad (3.162)$$

при $\frac{K}{\sigma} = \text{const}$ или

$$\theta_2^2 = \theta_1^2 - 2 \frac{\bar{n}_y}{\bar{V}_{cp}^2} (H_1 - H_2) \frac{1}{R} - \frac{2}{R} \cos \theta_{cp} \frac{1 - \bar{V}_{cp}^2}{\bar{V}_{cp}^2} (H_1 - H_2) \quad (3.163)$$

при $n_y = \bar{n}_y$.

Очевидно, что влияние массовых сил на профиль траектории при маневре несущественно при $\frac{K}{\sigma} = \text{const}$, если

$$\frac{\varrho_2 - \varrho_1}{H_1 - H_2} \gg \frac{1}{R} \frac{1 - \bar{V}_{cp}^2}{\bar{V}_{cp}^2} \frac{2\sigma}{K} \cos \theta_{cp}, \quad (3.164)$$

и при $n_y = \bar{n}_y$, если

$$\bar{n}_y \gg (1 - \bar{V}_{cp}^2) \cos \theta_{cp}. \quad (3.165)$$

Уравнения (3.162) и (3.163) справедливы как при положительных, так и при отрицательных θ , при условии что $\theta \neq 0$ внутри рассматриваемого интервала высот.

Изменение скорости можно подсчитать по соотношению (3.160). Заметим, что возможность реализации траектории с $n_y = \bar{n}_y$ ограничена условием $c_y \leq c_{y\max}$.

Вывод аппарата спуска за пределы плотной атмосферы. На начальном этапе спуска в атмосфере, когда космический аппарат обладает значительным запасом кинетической энергии, его несущие способности могут быть использованы для повторного вывода аппарата за пределы плотной атмосферы. Такой маневр может быть использован для получения большей дальности снижения, если это необходимо [14], для охлаждения аппарата после первого погружения, для аварийного выхода на орбиту искусственного спутника Земли после первого этапа спуска, в качестве промежуточного участка при маневре космического аппарата и т. п. [77], [113].

Маневр вывода аппарата из атмосферы может производиться после выравнивания траектории ($\theta_1 = 0, m = 0$) и обеспечивает выход на эллиптический пассивный участок полета за пределами атмосферы со скоростью V_2 , меньшей скорости входа в атмосферу, и с начальным углом бросания θ_2 .

Очевидно, на участке вывода из атмосферы при значении \bar{V} , близком к единице, справедливы соотношения, использованные при расчете первого выравнивания аппарата, с учетом обратного характера изменения угла наклона траектории от $\theta_1=0$ до $\theta_2>0$ на восходящей ветви атмосферного участка траектории. В этом случае

$$\theta_2^2 = H_m \frac{K}{\sigma} (\varrho_1 - \varrho_2); \quad (3.166)$$

$$\bar{V}_2^2 = \bar{V}_1^2 \left(1 - \frac{2\theta_2}{K} \right) - \frac{2}{R} (H_2 - H_1) \quad (3.167)$$

и

$$n_{y \max} = \frac{R}{2H_m} \bar{V}_1^2 \theta_2^2 \quad (3.168)$$

при высоте H_2 , соответствующей границе плотной атмосферы, начальных условиях \bar{V}_1, H_1 при $\theta_1=0$ в начале маневра и

$$\frac{K}{\sigma} = \text{const.}$$

Аналогично могут быть записаны и соотношения для вывода аппарата на восходящую ветвь траектории с $n_y = \bar{n}_y$:

$$\theta_2^2 = \frac{2}{R} \frac{\bar{n}_y}{\bar{V}_1^2} (H_2 - H_1) \quad (3.169)$$

и

$$\bar{V}_2^2 - \bar{V}_1^2 = \int_{\varrho_1}^{\varrho_2} \frac{H_m}{\sigma} \frac{V_1^2}{\theta(\varrho)} d\varrho - \frac{2}{R} (H_2 - H_1) \quad (3.170)$$

или

$$\bar{V}_2^2 \approx \bar{V}_1^2 \left(1 - \frac{2\theta_2}{K_{cp}} \right) - \frac{2}{R} (H_2 - H_1) \quad (3.171)$$

при осредненном $K \approx K_{cp}$.

Обеспечив на границе плотной атмосферы угол наклона траектории θ_2 при скорости \bar{V}_2 , найдем, что без подачи дополнительного импульса космический аппарат, двигаясь вне атмосферы по кеплеровской дуге, снова войдет в атмосферу под углом $\theta_{bx2} = -\theta_2$ на угловом расстоянии x_{22} от точки выхода [13], [20]

$$x_{22} = 2\theta_2 \bar{V}_2 R_{bx},$$

где

$$\bar{R}_{bx} = \frac{R_s + H_{nx}}{R_s}. \quad (3.172)$$

Максимальная высота на пассивном участке составит

$$H_{max22} = \frac{\bar{R}_{bx} \{ \sqrt{1 - \bar{V}_2^2 \bar{R}_{bx} \cos^2 \theta_2 (2 - \bar{V}_2^2 \bar{R}_{bx})} + \bar{V}_2^2 + 1 \} - 2}{2 - \bar{V}_2^2 \bar{R}_{bx}} R_s. \quad (3.173)$$

При необходимости аппарат может быть выведен на этой высоте на замкнутую круговую орбиту подачей дополнительного импульса $\Delta\bar{V}_{t2}$:

$$\Delta\bar{V}_{t2} = (2 - \bar{V}_2^2) - \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{max22}}}, \quad (3.174)$$

где $R_{\text{max22}} = R_3 + H_{\text{max22}}$, и скорости отнесены к круговой, подсчитанной при $R = R_{\text{вх}}$.

3. Модель траектории спуска космического аппарата с высоким аэродинамическим качеством

Схема построения модельной траектории спуска крылатого космического аппарата в атмосфере Земли с орбиты искусственного спутника должна обеспечивать возможность компенсации разброса начальных условий и управления дальностью до точки приземления при ограничениях по перегрузкам и интенсивности нагрева.

Обычно рассматривается [37], [102] схема траектории спуска, состоящая из следующих основных участков:

1) начальное выравнивание от $\theta_{\text{вх}}$ до $\theta_m = 0$;

2) горизонтальный участок (по аналогии с посадочными режимами он может быть назван выдерживанием)¹;

3) инерционное планирование (рис. 3.20).

При начальном выравнивании за счет выбора величины $\frac{K}{\sigma}$

или \bar{n}_y возможна компенсация разброса условий входа по углу наклона траектории.

На горизонтальном участке обеспечивается выполнение требуемых условий для начала равновесного планирования и может производиться боковой маневр путем управления креном аппарата (см. п. 4 § 5).

На участке квазистационарного планирования за счет выбора соответствующего аэродинамического качества производится управление дальностью снижения. Одновременно может быть продолжен боковой маневр аппарата.

¹ Вместо горизонтального выравнивания может быть использован переходный участок выхода на высоту инерционного планирования.

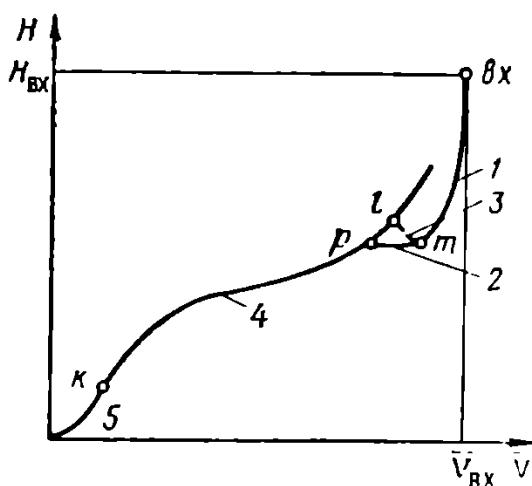


Рис. 3.20. «Модельная» траектория спуска аппарата с высоким аэродинамическим качеством:
1—выравнивание; 2—выдерживание; 3—переходный по высоте участок; 4—траектория инерционного планирования;
5—конечный маневр

Рассмотрим подробнее основные характеристики модельной траектории спуска крылатого аппарата.

Если высота $H_m = H_{\text{г. п.}}$ участка горизонтального выдерживания задана или ограничена из условий аэродинамического нагрева, параметр $\frac{K}{\sigma} = \frac{c_y S}{m}$ должен выбираться из условий (3.154)

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{1}{H_m} \frac{\theta_{\text{вх}}^2}{Q_m(H_m)}. \quad (3.175)$$

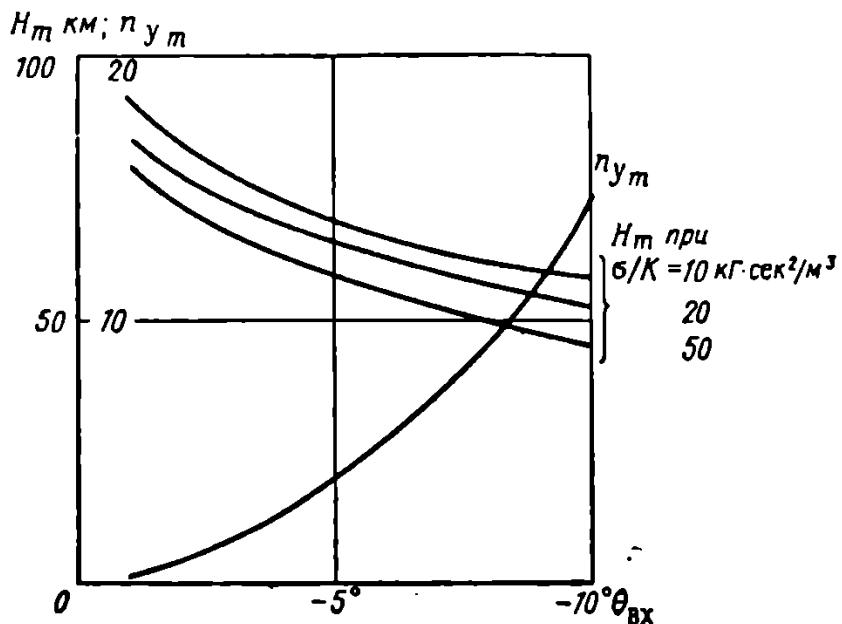


Рис. 3.21. Характеристики начального выравнивания

При этом перегрузка n_{y_m} в конце выравнивания не зависит от заданной высоты H_m и определяется только углом входа аппарата в атмосферу $\theta_{\text{вх}}$ (3.156).

На рис. 3.21 представлены требуемые значения перегрузки и параметра K/σ в зависимости от условий входа при выравнивании с $\frac{K}{\sigma} = \text{const}$. Как видно из рисунка, при углах входа $\theta_{\text{вх}} > 8 \div 9^\circ$ перегрузки при выравнивании с постоянным K/σ превышают допустимый уровень. Кроме того, минимальная высота отражения ограничена предельно возможными значениями параметра K/σ для данного аппарата.

При переходе от выравнивания с $\frac{K}{\sigma} = \text{const}$ к выравниванию с постоянным уровнем перегрузки $n_y = \bar{n}_y$ можно, несколько затягивая маневр, ограничить уровень перегрузки при больших углах входа, однако реализация высокого уровня перегрузок на больших высотах в начале выравнивания невозможна, так как величина c_y ограничена (рис. 3.22). Поэтому целесообразно производить маневр выравнивания последовательно, поддерживая

$\left(\frac{K}{\sigma}\right) = \left(\frac{K}{\sigma}\right)_{\max}$ до высоты, на которой достигается заданный уровень перегрузок \bar{n}_y и затем $n_y = \bar{n}_y$ вплоть до $H_m(\theta_m=0)$. В этом случае высота выравнивания H_m

$$H_m = H_1 - \frac{\theta_{\text{вх}}^2 R \bar{V}_{\text{ср}}^2}{2 \bar{n}_y} + H_m, \quad (3.176)$$

где H_1 определяется из выражения

$$\varrho_1(H_1) = \frac{1}{R} \frac{2 \bar{n}_y}{\left(\frac{K}{\sigma}\right)_{\max} \bar{V}_{\text{ср}}^2}. \quad (3.177)$$

На горизонтальном участке полета при высоте полета $H_{\text{г.п.}} = H_m$ значение параметра $\frac{K}{\sigma} = \frac{c_y S}{m}$ изменяется от

$$\left(\frac{K}{\sigma}\right)_{\text{нач. г.п.}} = \frac{1}{n_{y\text{т. вып}}} \left(\frac{K}{\sigma}\right)_{\text{выр}} (1 - \bar{V}_m^2) \quad (3.178)$$

для выравнивания на $\left(\frac{K}{\sigma}\right)_{\text{выр}} = \text{const}$ или от

$$\left(\frac{K}{\sigma}\right)_{\text{нач. г.п.}} = \frac{2 \bar{n}_y}{R \varrho_m(H_m)} \frac{1}{\bar{V}_m^2} \quad (3.179)$$

при H_m , определяемом формулами (3.155) или (3.176), и при выравнивании на $n_y = \bar{n}_y$ на всем нисходящем участке или на его

конечном отрезке, до конечного значения $\left(\frac{K}{\sigma}\right)_{\text{кон. г.п.}} = \frac{K_{\text{и.п.}}}{\sigma(K_{\text{и.п.}})}$,

где $K_{\text{и.п.}}$ — заданный уровень аэродинамического качества при инерционном планировании.

Очевидно, перегрузка n_y в горизонтальном полете равна

$$n_{y\text{ г.п.}} = (1 - \bar{V}^2) \quad (3.180)$$

и не является ограничивающим фактором при выборе высоты горизонтального полета, так же как и $n_{x\text{ г.п.}} = \frac{n_{y\text{ г.п.}}}{K_{\text{г.п.}}}$, при условии, что $K_{\text{г.п.}} = 0,7 \div 1,5$.

Выдерживание на заданной высоте $H_{\text{г.п.}}$ возможно, очевидно, до $\left(\frac{K}{\sigma}\right) = \left(\frac{K}{\sigma}\right)_{\max}$, а дальность и время полета составляют [см. (3.125) — (3.126)]

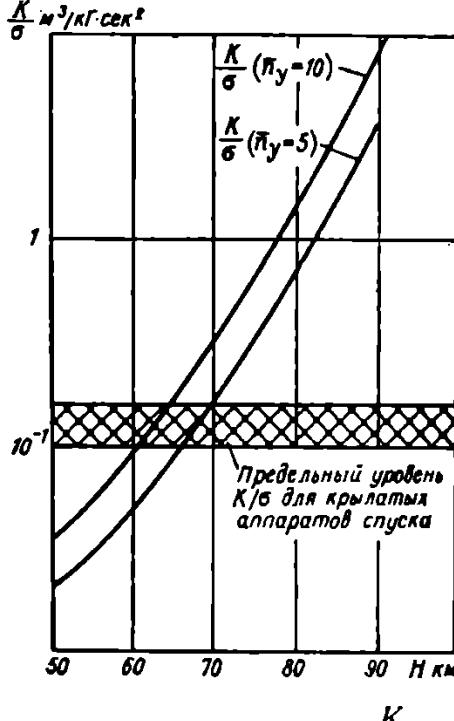


Рис. 3.22. Значения $\frac{K}{\sigma}$, обеспечивающие расчетный уровень перегрузки n_y

$$S_{r.p} = \frac{1}{2\sigma_{cp}\varrho_{r.p}} \ln \frac{\bar{V}_{\text{нач.г.п}}}{\bar{V}_{\text{кон.г.п}}}, \quad (3.181)$$

$$t_{r.p} = \frac{1}{\sqrt{gR}} \frac{1}{2\sigma_{cp}} \frac{1}{\varrho_{r.p}} \left(\frac{1}{\bar{V}_{\text{кон.г.п}}} - \frac{1}{\bar{V}_{\text{нач.г.п}}} \right). \quad (3.182)$$

Зная характер поляры аппарата спуска и заданное значение $K_{и.п}$, нетрудно определить $\left(\frac{K}{\sigma}\right)_{к.и.г.п} = \frac{c_y(K_{и.п})S}{m}$ и конечную скорость горизонтального полета

$$\bar{V}_{\text{кон.г.п}} = \frac{1}{\sqrt{R \left(\frac{K}{2\sigma}\right)_{к.и.г.п} \varrho_{r.p} + 1}}. \quad (3.183)$$

Скорость в начале горизонтального участка выдерживания $\bar{V}_{\text{нач.г.п}}$ равна скорости в конце выравнивания, т. е.

$$\bar{V}_{\text{нач.г.п}}^2 = \bar{V}_m^2 = \bar{V}_{\text{вх}} \left(1 - \frac{2\theta_{\text{вх}}}{K_{\text{ср.выр}}} \right) + \frac{2}{R} (H_{\text{вх}} - H_m). \quad (3.184)$$

Квазистационарное планирование с аэродинамическим качеством $K_{и.п}$ обеспечивает дальность снижения

$$L_{и.п} \approx \frac{R}{2} K_{и.п} \ln \frac{1 + \bar{V}_{\text{нач.и.п}}^2}{1 - \bar{V}_{\text{нач.и.п}}^2} \quad (3.185)$$

за время

$$t_{и.п} \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R}{g}} K_{и.п} \ln \frac{1 + \bar{V}_{\text{нач.и.п}}}{1 - \bar{V}_{\text{нач.и.п}}} \quad (3.186)$$

(при $\bar{V}_{\text{кон.и.п}} \ll \bar{V}_{\text{нач.и.п}}$)

вплоть до скорости $\bar{V}_{\text{кон.и.п}}$, при которой инерционное планирование переходит в планирование с постоянной скоростью.

Выбор значения аэродинамического качества при планировании определяет как момент перехода с горизонтального полета на инерционное планирование, так и дальность самого инерционного планирования. Поэтому значение $K_{и.п}$ следует выбирать, учитывая суммарную дальность

$$S(K_{и.п}) = S_{r.p}(K_{и.п}) + S_{и.п}(K_{и.п})$$

или

$$S(K_{и.п}) = \frac{R}{2} K_{и.п} \ln \frac{\frac{2}{2} \frac{K}{\sigma} (K_{и.п}) \varrho_{r.p}}{\frac{R}{2} \frac{K}{\sigma} (K_{и.п}) \varrho_{r.p}} + \\ + \frac{1}{\varrho_{r.p}} \ln \frac{\bar{V}_m}{\sqrt{\frac{R}{2} \frac{K}{\sigma} (K_{и.п}) \varrho_{r.p} + 1}} \quad (3.187)$$

от момента выравнивания до выхода в район посадки с $\bar{V}_{\text{кон}}^2 \ll \bar{V}_{\text{вх}}^2$. Если планирование производится с переменным $K(\bar{V})$, нужно либо использовать интегральные соотношения для дальности планирования и времени (3.125) и (3.126) либо при медленном изменении $K(\bar{V})$ вести расчет по формулам (3.185) — (3.187) для среднего значения аэродинамического качества $K_{\text{ср}}$.

На участках инерционного планирования перегрузка определяется формулой (3.180), приближаясь к единице по мере снижения скорости полета, и для аппаратов с высокими несущими свойствами не является ограничивающим фактором на всем участке инерционного планирования.

Аэродинамический нагрев поверхности аппарата из-за большой длительности спуска аппаратов с высоким аэродинамическим качеством может оказаться существенным фактором при выборе допустимых траекторий спуска, однако точный анализ явлений, связанных с аэродинамическим нагревом, может производиться, только если известны конкретные конструктивные решения, определяющие геометрию, схему теплозащиты аппарата и т. п.

В первом приближении можно использовать оценочные критерии для анализа тепловых режимов спуска исходя из соображений, приведенных в § 3 гл. I.

Предполагая, что интенсивность удельных тепловых потоков к лобовой поверхности аппарата в критической точке составляет [см. (1.40)]

$$q_{\text{конв}} s = A_{\text{конв}} s \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^n \bar{V}^m \quad \text{и} \quad q_{\text{рад}} s \ll q_{\text{конв}} s,$$

находим, что в первом приближении максимум интенсивности подвода тепла достигается в конце выравнивания при Q_m и V_m и составляет

$$q_{\text{конв}} s = A_{\text{конв}} s \left(\frac{\sigma}{\varrho_0 K} \frac{\theta_{\text{вх}}^2}{H_m} \right)^n \bar{V}_{\text{вх}}^m. \quad (3.188)$$

Суммарное количество тепла, подведенного за время выравнивания к единице лобовой поверхности аппарата (в критической точке), равно

$$Q_{\text{конв}} s = \int_{\varrho_{\text{вх}}}^{Q_m} \frac{A_{\text{конв}} Q^{n-1} \bar{V}_{\text{вх}}^{m-1} dQ}{\sqrt{\theta_{\text{вх}}^2 - H_m \frac{K}{\sigma} (\varrho - \varrho_{\text{вх}})}}, \quad (3.189)$$

где

$$A_{\text{конв}} = \frac{A_{1\text{кнв}} s H_m}{\varrho_0^{1/2} \sqrt{\varrho R}}.$$

Как видно из выражения (3.189), $Q_{\text{конв}S}$ минимально при максимальном $\frac{K}{\sigma} = \frac{c_y S}{m}$. При $\frac{K}{\sigma} = \text{const}$; $n = \frac{1}{2}$, $m = 3$ и $\varrho_m \gg \varrho_{\text{вн}}$

$$Q_S \approx \frac{A_{1\text{конв}} \bar{V}_{\text{ср}}^2}{H_M^{1/2}} \frac{\pi}{2} \left(\frac{K}{\sigma}\right)^{1/2}. \quad (3.190)$$

Предполагается, что для лобовой поверхности аппарата принята аблационная схема теплозащиты, для которой определяющим является именно Q_S [22], [75], [81].

Для нижней поверхности принятая радиационная схема теплозащиты с излучающими экранами, причем считается, что из конструктивных соображений ограничена равновесная температура экрана T_{Wp} , т. е.

$$q_{\text{конв.н.п}} \leq \bar{q}_{\text{н.п}} = \varepsilon \sigma T_{Wp}^4. \quad (3.191)$$

Для участка выравнивания в первом приближении максимальное значение $q_{\text{конв.н.п}}$ достигается в нижней точке m :

$$q_{\text{конв.н.п max}} = q_{\text{конв.н.п}}(\varrho_m, V_m, a_m) \quad (3.192)$$

и определяется как высотой отражения, так и значением угла встречи нижней поверхности аппарата с потоком a_m , что приводит к ограничению допустимых высот отражения (рис. 3.23).

На равновесных участках траектории высота полета связана с углом атаки аппарата соотношением

$$\frac{K_{\text{эф}}}{\sigma}(a_{\text{равн}}) = \frac{2}{gR} \frac{1 - \bar{V}^2}{\bar{V}^2} \frac{1}{\varrho(H_{\text{ран}})}, \quad (3.193)$$

так что при заданной скорости полета $a_{\text{равн}} = a(\varrho_{\text{равн}}; \bar{V})$, а значит, как это видно из формулы (3.192), тепловые потоки к нижней поверхности аппарата определяются высотой и скоростью равновесного режима полета:

$$q_{\text{н.п}} = q_{\text{н.п}} [\varrho_{\text{равн}}; \bar{V}_{\text{равн}}; a(\varrho_{\text{равн}} \bar{V}_{\text{равн}})],$$

что позволяет ограничить допустимые траектории равновесного полета в плоскости $H(\bar{V})$ или $a(\bar{V})$.

Принимая для тепловых потоков зависимости, приведенные в § 3 гл. I, и считая поляру аппарата соответствующей рис. 1.34, получаем область допустимых режимов стационарного или квазистационарного полета, представленную на рис. 3.24.

Тепловые потоки к лобовой части аппарата в критической точке на горизонтальном участке и при квазистационарном плавировании составляют

$$q_S = A_{2\text{конв}} \bar{V}^{m-1} (1 - \bar{V}^2)^{1/2} \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{1/2}, \quad (3.194)$$

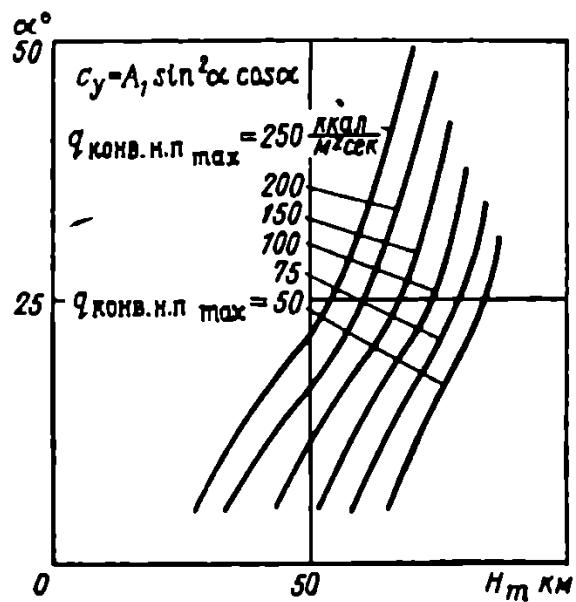


Рис. 3.23. Удельные тепловые потоки при выравнивании, $\bar{V}_{cp} = 0,95$

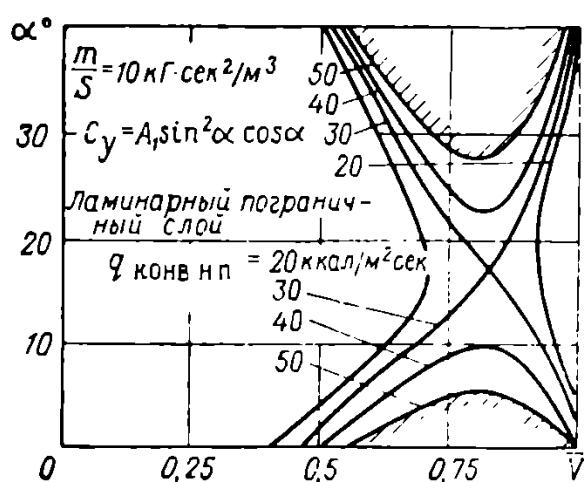


Рис. 3.24. Ограничения по удельным тепловым потокам для квазистационарных режимов полета

где $A_{2\text{конв}} = A_S \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{R\rho_0}}$, а интегральный тепловой поток

$$Q_S = \int_{t_1}^{t_2} q_S dt = \int_{V_{\text{нач}}}^{\bar{V}_{\text{кон}}} \frac{A_{2\text{конв}} \bar{V}^{m-1} (K\sigma)^{1/2}}{g (1-\bar{V}^2)^{1/2}} d\bar{V}, \quad (3.195)$$

где

$$(K\sigma)^{1/2} = \frac{c_y^{1/2}}{c_x} \left(\frac{m}{S} \right)^{1/2}.$$

Очевидно, при заданных $\bar{V}_{\text{нач}}$ и $\bar{V}_{\text{кон}}$ минимум Q_S может быть достигнут при $\left(\frac{c_y^{1/2}}{c_x} \right)_{\min}$, т. е. при c_x максимальном (следует помнить, что этот вывод справедлив только при $K \gg 0,5 - 1,5$ на квазистационарных и стационарных режимах полета).

При

$$K = \text{const} \text{ и } \sigma(K) = \text{const}$$

$$Q_S \leq \frac{A_{2\text{кон}}}{g} (K\sigma)^{1/2} \frac{\pi}{2}. \quad (3.196)$$

Сравнивая значения Q_S на участке выравнивания и на участках равновесного полета, видим, что при $K_{\text{и.п.}} \gg K_{\text{выр}}$ основная доля тепловой энергии подводится к лобовым поверхностям аппарата при горизонтальном полете и планировании. Это объясняется значительной длительностью этих участков.

4. Боковой маневр при спуске аппарата с высоким аэродинамическим качеством

При построении модельной траектории спуска в атмосфере крылатых космических аппаратов обычно разделяют участки управления или маневрирования аппарата в продольной и боковой плоскости, предполагая, что управление боковой дальностью аппарата при снижении производится на участке горизонтального полета [37]. В этом случае в выражениях (3.113) и (3.187) для движения аппарата в вертикальной плоскости вместо Y и K следует подставить

$$Y_{\text{аф}} = Y \cos \gamma \text{ и } K_{\text{аф}} = K \cos \gamma,$$

причем $\sigma = \sigma(K)$, а боковая составляющая аэродинамической силы $Y \sin \gamma$ используется для искривления траектории аппарата по курсу

$$\dot{\chi} = V \sqrt{gR} \frac{K}{\sigma} \frac{q\bar{V}}{2} \sin \gamma - \bar{V} \sqrt{\frac{q}{R}} \cos \chi \operatorname{tg} \sigma. \quad (3.197)$$

Учитывая, что при горизонтальном полете

$$\dot{\bar{V}} = -\frac{1}{K_{\text{эф}}} (1 - \bar{V}^2) \sqrt{\frac{g}{R}}, \quad (3.198)$$

найдем

$$\frac{d\chi}{d\bar{V}} = \left\{ \frac{K \sin \gamma}{2g\bar{V}} - \frac{K \cos \gamma \bar{V}}{(1-\bar{V}^2)} \cos(\chi - \chi_0) \operatorname{tg} \Delta x_{\text{бок}} \right\} \quad (3.199)$$

при отсчете направления полета от местной широты.

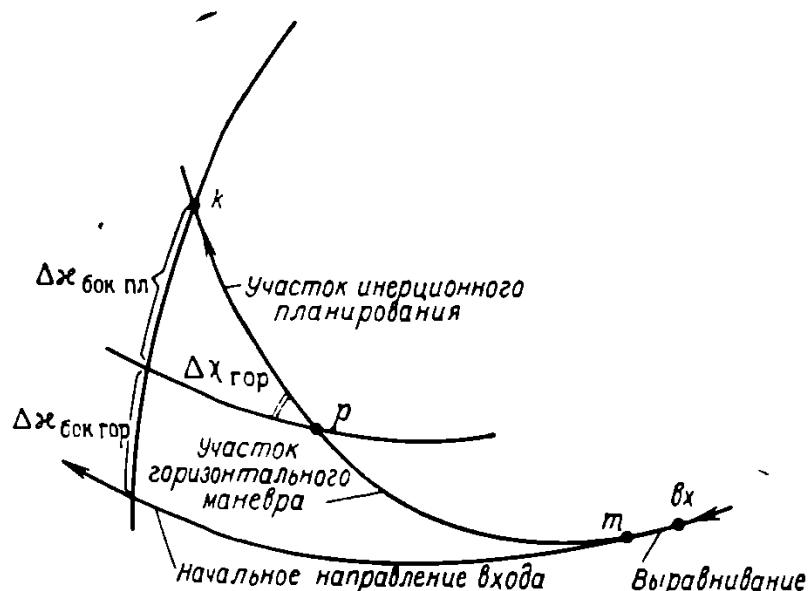


Рис. 3.25. К определению $\Delta x_{\text{бок}}$

Такое искривление траектории связано с отклонением аппарата относительно центра Земли на угол $\Delta x_{\text{бок}}$ по отношению к исходной плоскости полета (плоскости входа)

$$\frac{d\Delta x_{\text{бок}, \text{г.п.}}}{d\bar{V}} = \frac{\bar{V}}{1-\bar{V}^2} \sin(\chi - \chi_0) \quad (3.200)$$

и боковым отклонением по дальности

$$L_{\text{бок.г.п.}} = R \Delta x_{\text{бок.г.п.}}$$

Учитывая, что последующее после горизонтального участка планирование проходит уже после разворота траектории, находим, что полная боковая дальность (рис. 3.25) составит

$$L_{\text{бок.полн.}} = R \{ \Delta x_{\text{бок.г.п.}} + \arcsin [\sin \Delta x_{\text{прод.и.п.}} \sin(\chi - \chi_0)] \}. \quad (3.201)$$

При боковом маневре продольная дальность горизонтального полета уменьшается (рис. 3.26) и условия нагрева нижней поверхности становятся более тяжелыми.

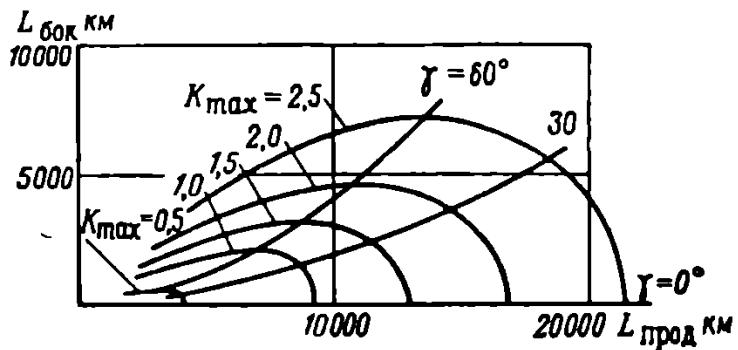


Рис. 3.26. Область возможных маневров при спуске орбитального космического аппарата ($\bar{V}_{\text{вх}} = 0,98$)

§ 6. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ КРЫЛАТОГО АППАРАТА В ОКРЕСТНОСТИ ТРАЕКТОРИИ ИНЕРЦИОННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

Если при неуправляемом движении крылатого спускаемого аппарата с высоким аэродинамическим качеством не выдерживаются начальные условия, соответствующие равновесному инерционному планированию, или если условия баланса сил, нормальных к траектории, нарушены при резком изменении подъемной силы аппарата при управлении, дальнейшее движение аппарата не отвечает условиям равновесия массовых и аэродинамических сил и происходит по траектории, не совпадающей с траекторией равновесного инерционного планирования, если только аппарат не выводится на эту траекторию при целенаправленном управлении подъемной силой [45], [66], [103].

При малых отклонениях условий полета (высота, скорость, угол наклона траектории) и управления (коэффициент подъемной силы) от значений, соответствующих инерционному планированию (3.127) или (3.122), уравнения движения аппарата (3.34) или (3.33), или обобщенные соотношения (3.48), или (3.61) могут быть линеаризованы относительно опорной траектории.

Такая линеаризация допустима при

$$\frac{Q_{\text{и.п}} - Q_{\text{п1п}}}{Q_{\text{и.п}}} \ll 1 \quad \text{и} \quad \frac{Q_{\text{max}} - Q_{\text{и.п}}}{Q_{\text{и.п}}} \ll 1,$$

т. е. при малых относительных отклонениях плотности на максимальной H_{max} и минимальной H_{min} высотах на фактической траектории по отношению к плотности на траектории инерционного планирования $Q_{\text{и.п}}$:

$$Q_{\text{и.п}} = \frac{2\sigma}{K} \frac{1 - \bar{V}^2}{\bar{V}^2} \frac{1}{R}. \quad (3.202)$$

Полагая, что для таких траекторий, близких к равновесной, сохраняется справедливость допущений (3.35) — (3.36), положенных в основу вывода обобщенного уравнения (3.61), находим, что при неуправляемом движении

$$\Delta y'' + \frac{R}{H_m} \frac{K^2}{e^{-2x}-1} \Delta y = 0. \quad (3.203)$$

В работе [45]¹ показано, что приближенным решением такого уравнения с учетом изменения параметра скорости x является

$$\Delta y = A(x) \sin \left[\int_0^x \omega(x) dx + \varphi_{\text{нач}} \right], \quad (3.204)$$

где $\omega(x) = \sqrt{\frac{R}{H_m}} \frac{K}{\sqrt{e^{-2x}-1}}$. Для случая, когда

$$\Delta y_{\text{нач}} = 0, \Delta y'_{\text{нач}} = c',$$

т. е. отклонение от равновесной траектории связано с отклонением начального угла наклона траектории на величину

$$\theta_{\text{нач}} = c' \frac{\rho_0 H_m}{2g}, \quad (3.205)$$

на высоте равновесного планирования ($\Delta y_{\text{нач}} = 0$)

$$A(x)_{\text{нач}} = \frac{c'}{\omega(x)_{\text{нач}}} ; \varphi_{\text{нач}} = 0. \quad (3.206)$$

При $\Delta y_{\text{нач}} = c$; $\Delta y'_{\text{нач}} = 0$ (отклонение начальной высоты при выводе на равновесный режим полета, $\theta_{\text{нач}} = \theta_{\text{и.п.}}$)

$$A(x)_{\text{нач}} \approx c; \varphi_{\text{нач}} = \frac{\pi}{2}. \quad (3.207)$$

Естественное затухание колебаний происходит только за счет изменения скорости на опорной траектории, причем

$$\frac{\Delta y}{y_{\text{и.п.}}} = \frac{\Delta y'_{\text{нач}}}{y_{\text{и.п.}}} (e^{-2x} - 1)^{-3/4} \quad (3.208)$$

и при $x \rightarrow -\infty \quad \frac{\Delta y}{y_{\text{и.п.}}} \rightarrow 0$.

За время снижения при изменении x от нуля до $-\infty$ число колебаний относительно равновесной траектории N составляет

$$N = \frac{-\int_0^{-\infty} \omega(x) dx}{2\pi} = \sqrt{\frac{R}{H_m}} \frac{K}{4}. \quad (3.209)$$

¹ См. также К. Б. Алексеев, Г. Г. Бебенин и др. Маневрирование космических аппаратов. «Машиностроение», 1970.

Характер колебательной траектории представлен на рис. 3.27.

Если амплитуда колебаний траектории вблизи равновесной достигает по высоте более 3—5 км (более 0,5—1° по углу наклона траектории), изменение плотности при каждом колебании существенно нелинейно, и движение не может быть описано линейным уравнением (3.203). По мере возрастания амплитуды колебания теряют симметрию относительно траектории равновесного планирования.

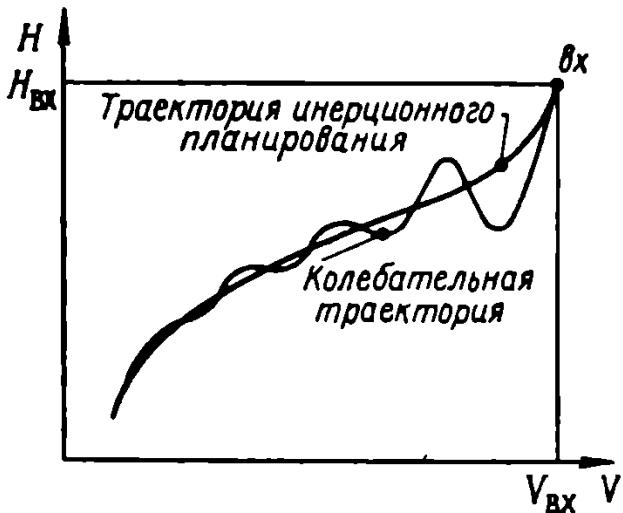


Рис. 3.27. Характер колебательной траектории спуска

атмосферы ($H_{\max} \leq 80 \div 100$ км), методами теории нелинейных колебаний (см. также [11]).

Основное уравнение (3.61) представляется в виде

$$\epsilon^2 y'' = -J(x)K(x) + I(x) \frac{e^{-2x}-1}{y}, \quad (3.210)$$

где ϵ — формально введенный параметр малости, что позволяет (предполагая, что в течение одного периода x , $J(x)$, $I(x)$, $K(x)$ меняются мало) представить решение в виде разложения по параметру ϵ :

$$y = y_0(x, \varphi) + \epsilon y_1(x, \varphi) + O(\epsilon), \quad (3.211)$$

где

$$\frac{d\varphi}{dx} = \varphi' = \frac{\omega(x)}{\epsilon} + O(1) \quad (3.212)$$

и φ — «быстровращающаяся» фаза колебаний с периодом $\frac{1}{\omega(x)}$, определенным в линейном приближении

$$\omega(x) = \sqrt{\frac{R}{H_m} K(x)} \quad (3.213)$$

При $H < H_{\text{и.п.}}$ происходит интенсивный разворот траектории с

$$Y \gg (1 - \bar{V}^2) G,$$

т. е. с $n_y \gg n_{y\text{ и.п.}}$ и резкой потерей скорости. При $H > H_{\text{и.п.}}$ $Y \ll (1 - \bar{V}^2) G$ и траектория приближается к кеплеровской, причем потеря скорости на этой части траектории незначительна.

В работе [45] предложено рассматривать такие колебания при амплитуде, не выходящей за пределы плотной

(причем $K(x)$ и e^{-2x} определяются осредненно для каждого колебания), а y_0 и y'_0 — периодические функции по φ с периодом 2π , такие, что y_0 и y'_0 удовлетворяют решению уравнения (3.211) при $x=\text{const}=x^*$:

$$\omega^2(x^*) \frac{\partial^2 y(x^*, \varphi)}{\partial \varphi^2} = -J(x^*)K(x^*) + I(x^*) \frac{e^{-2x^*}-1}{y_0(x^*, \varphi)}. \quad (3.214)$$

В решении (3.211) $\omega(x)$ представляет собой масштаб по частотам. Амплитудные значения y достигаются при $\frac{dy}{dx}=0$, так что

$$-\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \frac{dy}{dx} dy = \text{const}. \quad (3.215)$$

Определяя $\frac{dy}{dx}$ из уравнения (3.214), находим

$$I^{1/2} \sqrt{\frac{R}{H_m}} K(x)(y_{\max} - y_{\min}) = (e^{-2x} - 1) \ln \frac{y_{\max}}{y_{\min}} \quad (3.216)$$

и

$$I^{1/2} \frac{dy}{dx} = \sqrt{2 \left[I^{1/2} \sqrt{\frac{R}{H_m}} K(x)(y_{\max} - y) - (e^{-2x} - 1) \ln \frac{y_{\max}}{y} \right]}. \quad (3.217)$$

Подставляя выражение (3.217) в (3.215), получим

$$\sqrt{\frac{R}{H_m}} K h(u) = \text{const},$$

где

$$u = \frac{y_{\max}}{y_{\min}} > 1; \quad h(u) = \int_{u_{\min}}^{u_{\max}} \sqrt{u - Z + \ln \frac{Z}{u}} dZ$$

и

$$u - u_{\min} + \ln \frac{u_{\min}}{u} = 0.$$

При

$$u \approx 1 \quad h(u) \approx \frac{\pi}{2\sqrt{2}}(u-1)^2 \text{ и } u_{\min} \approx 2-u,$$

что совпадает с теорией линейных колебаний.

При $u \gg 1$ $h(u) \approx \frac{2}{3}u^{3/2}$, и получаем $u_{\min} \approx ue^{-u}$

$$I^{1/2}y_{\max} = \frac{e^{-2x-1}}{\sqrt{\frac{R}{H_m}K}} h^{-1} \left\{ \frac{K}{K_{\text{нач}}} \left(\frac{e^{-2x_{\text{нач}}-1}}{e^{-2x-1}} \right) h(u_{\text{нач}}) \right\}. \quad (3.219)$$

Решение (3.219) позволяет построить огибающую колебаний относительно равновесной траектории по нижней границе ($q = Q_{\max}$, $H = H_{\min}$), где аэродинамические и тепловые нагрузки максимальны.

При $K \approx \text{const}$ (неуправляемый спуск) находим, что

$$u \approx \frac{1}{e^{-2x-1}}; \quad y_{\max} \approx \text{const} \quad \text{и} \quad y_{\min} = I^{1/2}e^{-u},$$

что совпадает с решением [46] для траектории с отражениями, полученным путем последовательного рассмотрения участков интенсивного маневра в атмосфере с $n_y \gg n_y$ и. п.

Период колебаний составляет

$$T = \frac{2\pi \sqrt{\frac{e^{-2x-1}}{\frac{R}{H_m}K}}}{\bar{T}(u)} \bar{T}(u) \quad (3.220)$$

при

$$\bar{T}(u) \rightarrow 1 \quad \text{для} \quad u \approx 1$$

и

$$\bar{T}(u) \approx \frac{\sqrt{2u}}{\pi} \quad \text{при} \quad u \gg 1.$$

Число колебаний N на траектории с $K = \text{const}$ не превышает, как и в линейном приближении,

$$N \leq \frac{K}{4} \sqrt{\frac{R}{H_m}}.$$

Дальность на колебательной траектории $S_{\text{кол}}$ составляет при $K_{\text{аф}} = \text{const}$

$$S_{\text{кол}} = \sqrt{RH_m} \left\{ \int_{x_{\text{нач}}}^{x_{\text{кол}}} \frac{A(x)}{e^{-2x-1}} dx + \frac{I^{1/2}}{e^{-2x-1}} \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_{\text{нач}}}^{x_{\text{кол}}} \right\} \quad (3.221)$$

и превышает дальность на траектории с выравниванием на

$$\Delta S = \sqrt{RH_m} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{R}{H_m} K} \ln \frac{1 - \bar{V}_p^2}{1 - \bar{V}_m^2} - \frac{x_p - x_m}{I^{1/2} y_m} \right), \quad (3.222)$$

где точка m соответствует окончанию выравнивания ($\theta_m = 0$), а точка p — концу участка горизонтального выдерживания после выравнивания.

При $\theta_{\max} > 3 \div 5^\circ$ колебательная траектория выходит в наивысших точках за границы плотной атмосферы, и вместо соотношений (3.210) — (3.214), описывающих траекторию на всем протяжении, можно пользоваться последовательно соотношениями, выведенными для интенсивного маневра в атмосфере (на участке отражения), осредняя скорость при выравнивании и выходе из атмосферы (см. § 5 гл. III), и соотношениями для кеплеровской траектории в поле притяжения Земли на внеатмосферном участке, получая полную траекторию как сумму последовательных отражений.

Следует заметить, что при рациональном программировании подъемной силы (управляемый вход) колебания относительно траектории равновесного планирования легко устранимы, а так как такие колебания связаны с уменьшением точности выведения в требуемую точку приземления и резким увеличением аэродинамических и тепловых нагрузок, реализация колебательных траекторий и траекторий с многократным рикошетированием при управляемом спуске космического аппарата в атмосфере вряд ли целесообразна [66], [37].

§ 7. СПУСК В АТМОСФЕРЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С МАЛЫМ АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ КАЧЕСТВОМ (ПОЛУБАЛЛИСТИЧЕСКИЙ СПУСК)

При спуске в атмосфере аппаратов с малым аэродинамическим качеством ($K \leq 0,3 \div 0,5$) возможно, как уже говорилось, некоторое улучшение характеристик траектории спуска — уменьшение тепловых нагрузок и интенсивности торможения, известная свобода выбора района приземления.

Для траекторий спуска такого типа допущения, использованные при выводе основных уравнений спуска (3.48) или (3.61), сохраняют свою силу, однако получение аналитических решений этих уравнений затруднено.

В работе [45] предлагается решение в виде степенного ряда, в котором сохраняются четыре члена,

$$y = a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \dots,$$

однако даже в этом случае сходимость ряда обеспечивается лишь при малых углах входа в атмосферу.

При достаточно крутом входе в атмосферу ($|\theta_{\text{вх}}| > 2^\circ$) траектория аппарата спуска даже при малых постоянных значениях $K \leq (0,2 \div 0,3)$ содержит восходящие участки (рикошетирование).

Численное решение уравнений движения при спуске для $K \neq 0$ позволяет получить некоторые характеристики траекторий полубаллистического входа, которые могут быть использованы для приближенной оценки таких траекторий (рис. 3.28—3.32)

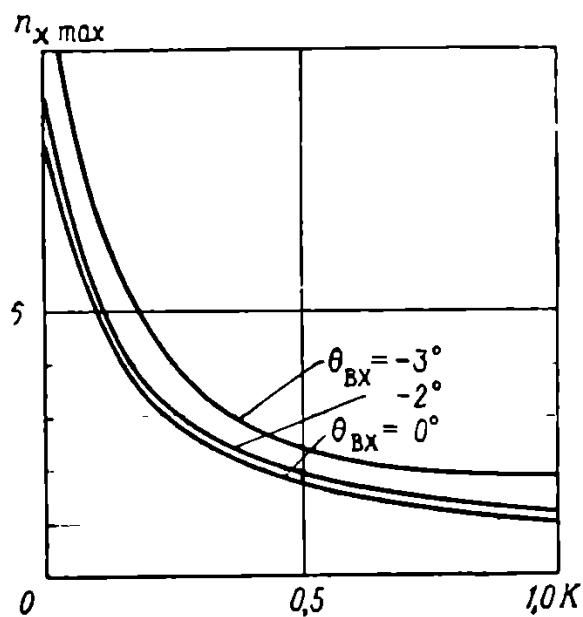


Рис. 3.28. Влияние аэродинамического качества K на уровень перегрузки при спуске



Рис. 3.29. Влияние аэродинамического качества K на уровень удельных тепловых потоков при спуске

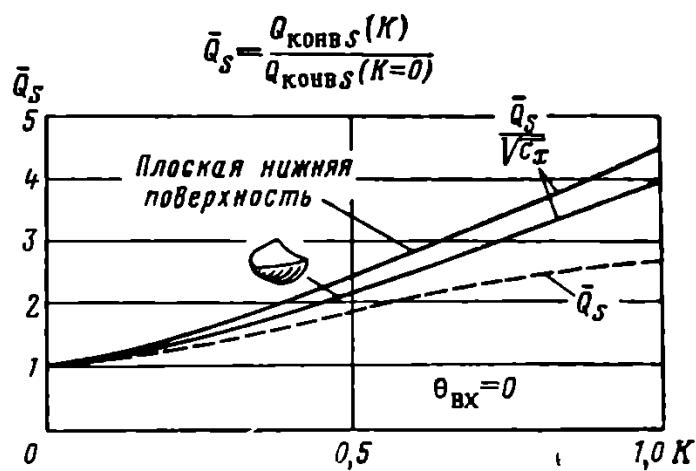


Рис. 3.30. Влияние аэродинамического качества K на уровень суммарных тепловых потоков при спуске

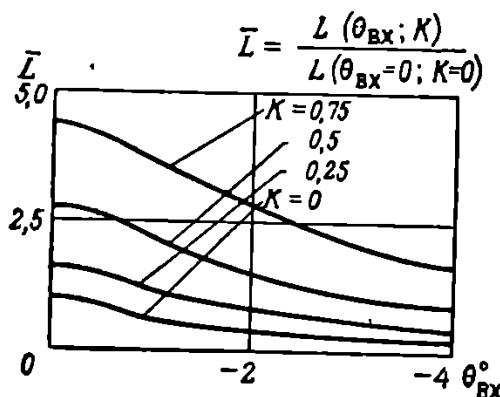


Рис. 3.31. Влияние угла входа $\theta_{\text{вх}}$ на дальность снижения в атмосфере

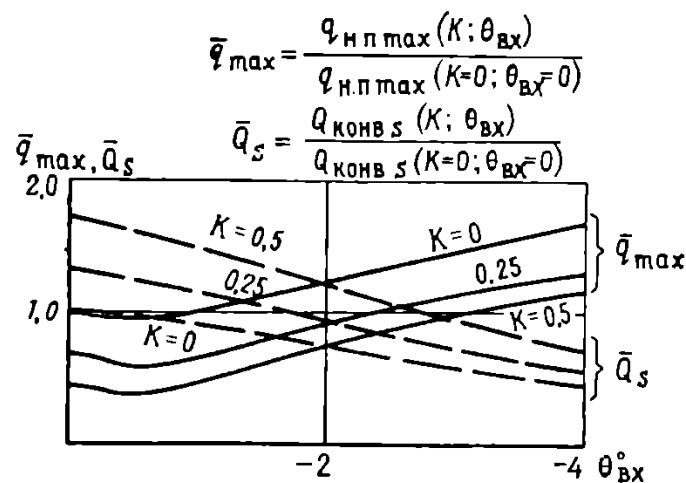


Рис. 3.32. Влияние условий входа на уровень тепловых потоков на траектории

Следует, однако, учитывать, что управление подъемной силой Y (т. е. аэродинамическим качеством при $K \neq \text{const}$) может существенно изменить характеристики траектории спуска, и вопрос о рациональном выборе закона управления весьма актуален.

§ 8. ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ТРАЕКТОРИИ СПУСКА В АТМОСФЕРЕ МЕЖПЛАНЕТНЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПРИ $V_{\text{вх}} > V_{1\kappa}$

Как уже указывалось, спуск в атмосфере межпланетных космических аппаратов со скоростями входа, превышающими первую космическую, имеет ряд особенностей.

Прежде всего центробежная сила, связанная с кривизной Земли, при $V > V_{1\kappa}$ превышает вес аппарата, что приводит к возникновению тенденции к рикошетированию — выходу аппарата из атмосферы — на пологих траекториях входа. Если после рикошетирования космический аппарат выходит из атмосферы, все еще имея скорость, превышающую $V_{1\kappa}$, то запаса энергии аппарата достаточно для выхода на новую орбиту и управление дальностью аппарата до следующего входа в атмосферу без дополнительной коррекции затруднено [44]. Таким образом, для захвата аппарата Землей за счет атмосферного торможения необходимо, чтобы за первое прохождение через атмосферу скорость его была снижена до круговой и ниже.

При практической реализации траектории спуска крылатых аппаратов может быть введено дополнительное требование «прямого спуска» без промежуточного выхода из атмосферы даже с $V < V_{1\kappa}$, что упрощает решение навигационных задач.

Таким образом, полная траектория спуска космического аппарата при скорости входа, превышающей первую космическую, состоит из участка начального торможения до круговой (или меньшей круговой) скорости и последующего спуска и торможения от этой скорости до посадочной.

Второй участок спуска принципиально не отличается от траектории спуска с орбиты искусственного спутника, не считая дополнительного требования стыковки с участком начального торможения, однако ввиду большего возможного рассеивания условий входа при $V_{\text{вх}} > V_{1\kappa}$ возрастают требования к управлению точкой приземления по дальности и боковому отклонению.

Участок начального торможения от $V_{\text{вх}}$ до $V_{1\kappa}$ имеет ряд особенностей, которые и рассматриваются ниже. При этом необходимо иметь в виду, что многообразие схем построения траекторий спуска при различных методах управления траекторией можно полностью исследовать только на основе численных методов анализа и оптимизации.

Получить предварительные приближенные оценки траекторий спуска на участке начального торможения возможно, однако, и на основе решений уравнений движения для упрощенных модельных схем построения траекторий, предполагающих доста-

точно простой метод управления подъемной силой при спуске. Это относится прежде всего к траекториям аппаратов с высокими несущими свойствами, т. е. с высокой маневренной способностью [37], [93], [102], [109].

I. Приближенные методы решения основного уравнения спуска при $\bar{V}_{\text{вх}} > 1$

Допущения, положенные в основу вывода основного приближенного соотношения для траекторий спуска в форме (3.61),

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{I(x)}{y} (e^{-2x} - 1) - J(x) K(x) \quad (3.223)$$

или в форме (3.48)

$$\bar{V}_s Z'' - \left(Z' - \frac{Z}{\bar{V}_s} \right) = \frac{1 - \bar{V}_s^2}{\bar{V}_s Z} \cos^4 \theta - \sqrt{\frac{R}{H_m}} K \cos^3 \theta, \quad (3.224)$$

справедливы и при $V > V_{1k}$ для участков траектории спуска, лежащих в плотной атмосфере [22], [38], [45].

Однако в работах [11], [45] показано, что при $\bar{V}_{\text{вх}} > 1$ представление решения $y(x)$ уравнения (3.223) в виде ряда по степеням x на всей траектории спуска невозможно, так как при малых y на высотах, близких к границе атмосферы, значение $(e^{-2x} - 1)$ существенно отлично от нуля при $\bar{V}_{\text{вх}} \neq 1$ и соответствующий член уравнения (3.223) стремится к бесконечности. Физически это означает, что при $\bar{V}_{\text{вх}} > 1$ на начальных участках спуска массовая центробежная сила за счет кривизны Земли не уравновешена силой веса и может оказывать существенное влияние на траекторию, тогда как аэродинамические силы на этом участке еще невелики. Ясно, что для начального участка входа в атмосферу с $\bar{V}_{\text{вх}} > 1$ необходима другая форма основного уравнения, полученная с учетом составляющих массовых сил.

Используя соотношения (3.76) — (3.77), можно записать [11], [85], [86]:

$$\frac{d\bar{V}^2}{d \ln \bar{q}} - \epsilon \left[2 - c_x \frac{\bar{q}\bar{V}^2}{\sin \theta} \right] = 0; \quad (3.225)$$

$$\frac{d \cos \theta}{d \ln \bar{q}} - \epsilon \left[\left(1 - \frac{1}{\bar{V}^2} \right) \cos \theta + \frac{c_y \bar{q}}{2} \right] = 0, \quad (3.226)$$

где

$$\bar{q} = q \frac{SR}{m}; \quad \bar{V} = \frac{V}{V_{1k}}; \quad \epsilon = \frac{H_m}{R}.$$

Для Земли $\epsilon \approx 1,1 \cdot 10^{-3}$ и является малым параметром в уравнениях (3.225) — (3.226).

При малых $\bar{\rho}$, когда пользоваться соотношением (3.223) нельзя, $\frac{d\bar{V}^2}{d \ln \bar{\rho}}$ и $\frac{d \cos \theta}{d \ln \bar{\rho}}$ малы, что оправдывает разложение в ряд $\cos \theta$ вблизи $\cos \theta_{bx}$, $\sin \theta$ вблизи $\sin \theta_{bx}$ и \bar{V} вблизи \bar{V}_{bx} при получении приближенных решений уравнений (3.225) — (3.226).

Решение этих уравнений может быть представлено в виде ряда по малому параметру:

$$\bar{V} = f^{(0)}(\bar{\rho}) + \epsilon f^{(1)}(\bar{\rho}) + \epsilon^2 f^{(2)}(\bar{\rho}) + \dots \quad (3.227)$$

$$\cos \theta = \varphi^{(0)}(\bar{\rho}) + \epsilon \varphi^{(1)}(\bar{\rho}) + \dots \quad (3.228)$$

при начальных условиях

$$\bar{V}(\bar{\rho}_{bx}) = \bar{V}_{bx}; \quad \cos \theta(\bar{\rho}_{bx}) = \cos \theta_{bx}.$$

Используя начальные условия, находим

$$f^{(0)}(\bar{\rho}_{bx}) = \bar{V}_{bx}; \quad f^{(n)}(\bar{\rho}_{bx}) = 0 \quad \text{при } n \neq 0;$$

$$\varphi^{(0)}(\bar{\rho}_{bx}) = \cos \theta_{bx}; \quad \varphi^{(n)}(\bar{\rho}_{bx}) = 0 \quad \text{при } n \neq 0.$$

Разложение (3.227) и (3.228) может быть подставлено в исходные уравнения (3.225) — (3.226), причем аэродинамические коэффициенты в этих уравнениях либо постоянны, либо также представляются функциями \bar{V} и $\bar{\rho}$, т. е. могут быть разложены по степеням ϵ . Учитывая такую возможность и приравнивая после разложения в ряд уравнений (3.225) — (3.226) коэффициенты при равных степенях ϵ в правой и левой частях уравнения, находим [11]

$$\begin{aligned} f^{(0)} &= \bar{V}_{bx}; \quad \varphi^{(0)} = \cos \theta_{bx}; \\ f^{(1)} &= \frac{1}{\bar{V}_{bx}} \ln \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_{bx}} - \frac{\bar{V}_{bx}}{2 \sin \theta_{bx}} \int_{\bar{\rho}_{bx}}^{\bar{\rho}} c_x(\bar{\rho}, \bar{V}_{bx}) d\bar{\rho}; \\ \varphi^{(1)} &= \left(1 - \frac{1}{\bar{V}_{bx}^2}\right) \cos \theta_{bx} \ln \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_{bx}} + \frac{1}{2} \int_{\bar{\rho}_{bx}}^{\bar{\rho}} c_y(\bar{\rho}, \bar{V}_{bx}) d\bar{\rho}; \\ f^{(2)} &= -\frac{1}{2\bar{V}} (f^{(1)})^2 - \frac{1}{2 \sin \theta_{bx}} \int_{\bar{\rho}_{bx}}^{\bar{\rho}} \left[\frac{c_x(\bar{\rho}, \bar{V}_{bx})}{\bar{V}_{bx}} + \frac{\partial c_x}{\partial \bar{V}} (\bar{V}_{bx}, \bar{\rho}) \right] \times \\ &\times \ln \frac{\bar{\rho}}{\bar{\rho}_{bx}} d\bar{\rho} + \frac{\bar{V}_{bx}}{4 \sin^2 \theta_{bx}} \int_{\bar{\rho}_{bx}}^{\bar{\rho}} \left[2c_x(\bar{\rho}, \bar{V}_{bx}) + \bar{V}_{bx} \frac{\partial c_x}{\partial \bar{V}} (\bar{V}_{bx}, \bar{\rho}) \right] d\bar{\rho} \times \end{aligned}$$

$$\times \int_{\bar{Q}_{\text{вх}}}^{\bar{Q}} c_x(\bar{Q}; \bar{V}_{\text{вх}}) d\bar{Q} - \frac{\bar{V}_{\text{вх}} \cos^2 \theta_{\text{вх}}}{2 \sin^3 \theta_{\text{вх}}} \left(1 - \frac{1}{\bar{V}_{\text{вх}}^2} \int_{\bar{Q}_{\text{вх}}}^{\bar{Q}} c_x(\bar{Q}, \bar{V}_{\text{вх}}) \ln \frac{\bar{Q}}{Q_{\text{вх}}} d\bar{Q} - \right. \\ \left. - \frac{\bar{V}_{\text{вх}} \cos \theta_{\text{вх}}}{4 \sin^3 \theta_{\text{вх}}} \int_{\bar{Q}_{\text{вх}}}^{\bar{Q}} c_x(\bar{Q}, \bar{V}_{\text{вх}}) d\bar{Q} \int_{\bar{Q}_{\text{вх}}}^{\bar{Q}} c_y(\bar{Q}, \bar{V}_{\text{вх}}) d\bar{Q} \right),$$

где интегральные соотношения могут быть получены в конечном виде при известных $c_y(\bar{Q}, \bar{V})$ и $c_x(\bar{Q}, \bar{V})$.

Заметим, что в уравнении (3.225) $\sin \theta$ содержится в знаменателе, поэтому приведенное решение справедливо только при $\sin \theta \neq 0$, т. е. на исходящей ветви траектории начального торможения, пока траектория не начала существенно выравниваться.

Кроме того, предположение о малости аэродинамических сил, использованное при разложении по ϵ , ограничивает область применения этого уравнения большими высотами.

Полученное решение на меньших высотах должно стыковаться с решениями основного уравнения (3.61) или (3.48) при интенсивном аэродинамическом маневре. Такое решение, полученное в работе [45], основано на интегральной оценке потери скорости и высоты и интенсивности маневра на участке выравнивания траектории после входа в атмосферу со сверхкруговой скоростью. Эта оценка производится в предположении, что скорость на участке выравнивания не слишком отличается от скорости входа, т. е. $(\bar{V}_{\text{вх}} - \bar{V})$ мало и $\bar{x}_{\text{вх}} - \bar{x}$ в обозначениях уравнения (3.61) — также малая величина.

Тогда интегральное соотношение (3.229), полученное из уравнения (3.61) подстановкой

$$\frac{d(y')^2}{2} = y'' dy$$

и имеющее вид

$$\frac{d(y')^2}{2} \Big|_{x_{\text{вх}}}^x = \int_{y_{\text{вх}}}^y I \frac{e^{-2x} - 1}{y} dy - JK y \Big|_{y_{\text{вх}}}^y \quad (3.229)$$

или

$$\frac{d(y')^2}{2} \Big|_{x_{\text{вх}}}^x = + \int_{y_{\text{вх}}}^y I \frac{e^{-2x_{\text{вх}}} - 1}{y} dy - \int_{y_{\text{вх}}}^y I \frac{e^{-2x} - e^{-2x_{\text{вх}}}}{y} dy - JK y \Big|_{y_{\text{вх}}}^y, \quad (3.230)$$

можно вычислить приближенно, считая с учетом малости $(x - x_{\text{вх}})$

$$e^{-2x} - e^{-2x_{\text{вх}}} \approx 2e^{2x_{\text{вх}}} (x - x_{\text{вх}}). \quad (3.231)$$

При этом учитываем, что начальные условия для уравнений (3.229) и (3.230) определяются условиями входа $\bar{V}_{\text{вх}}$ и $\theta_{\text{вх}}$ на $H=H_{\text{вх}}$. Однако, как указано в § 1 гл. III, вместо условий на границе атмосферы $\theta_{\text{вх}}(H_{\text{вх}})$ может быть задана высота фиктивного перигея орбиты (без атмосферы) $H_{\text{п}}$, приближенно определяемая соотношением

$$\frac{H_{\text{вх}} - H_{\text{п}}}{R} \approx \frac{\bar{V}_{\text{вх}}^2 \theta_{\text{вх}}}{2(\bar{V}_{\text{вх}}^2 - 1)}. \quad (3.232)$$

Тогда параметр высоты фиктивного перигея $y_{\text{п}} = \frac{Q_{\text{п}}}{Q_{\text{вх}}}$ может быть введен в соотношения (3.229) и (3.230), причем нужно учесть, что при $x=x_m$ в нижней точке выравнивания $\theta_m=0$; $y'_m=0$. Тогда из (3.230) следует:

$$I(1-e^{-2x_{\text{вх}}}) \ln \frac{y_m}{y_{\text{п}}} = \int_0^{y_m} I \frac{e^{-2x} - e^{-2x_{\text{вх}}}}{y} dy - JK y_m. \quad (3.233)$$

Последний член в уравнении (3.233), как уже указано, вычисляем приближенно, учитывая допущение (3.231) и следующее из него приближенное выражение для $y'(x)$ ¹,

$$y' = \sqrt{2I(1-e^{-2x_{\text{вх}}}) \ln \frac{y_m}{y} + 2JK(y_m - y)}. \quad (3.234)$$

Соотношение (3.234) позволяет проинтегрировать последний член уравнения (3.233) по частям:

$$\begin{aligned} & \int_0^{y_m} I \frac{e^{-2x} - e^{-2x_{\text{вх}}}}{y} dy \approx 2e^{-2x_{\text{вх}}} \times \\ & \times \int_0^{y_m} I \frac{\ln \frac{y_m}{y} dy}{\sqrt{2I(1-2e^{-2x_{\text{вх}}}) \ln \frac{y_m}{y} + 2JK \sqrt{\frac{R}{H_m}} (y_m - y)}} = \\ & = \sqrt{\frac{2}{1-e^{-2x_{\text{вх}}}}} e^{-2x_{\text{вх}}} y_m / 1^{1/2} \int_{z_0}^{z_m} \frac{\ln \frac{1}{z} dz}{\sqrt{\ln \frac{1}{z} + \eta(1-z)}}, \end{aligned}$$

¹ Указанные допущения используются только для вычисления одного из членов основного уравнения, поэтому ошибка, вносимая этими допущениями, меньше ошибки, содержащейся в самих допущениях.

где z — новая безразмерная независимая переменная, условно введенная при интегрировании, $z = \frac{y}{y_m}$
или

$$\ln \frac{y_m}{y} = \eta - I^{-1/2} \frac{\sqrt{2} y_m}{\left(1 - \frac{1}{V_{\text{вх}}^2}\right)} f(\eta), \quad (3.235)$$

где $\eta = \frac{JK y_m}{\left(1 - \frac{1}{V_{\text{вх}}^2}\right)}$ — параметр траектории, а

$$f_1(\eta) = \int_0^1 \frac{\ln \frac{1}{z} dz}{\sqrt{\ln \frac{1}{z} + \eta(1-z)}}. \quad (3.236)$$

Скорость в конце выравнивания $\bar{V}_m = e^{x_m}$ составляет

$$\ln \bar{V}_m = \ln \bar{V}_{\text{вх}} - f_2(\eta) - \frac{y_m}{I^{1/2} \sqrt{2 \left(1 - \frac{1}{V_{\text{вх}}^2}\right)}}, \quad (3.237)$$

где

$$f_2(\eta) = \int_0^1 \frac{dz}{\sqrt{\ln \frac{1}{z} + \eta(1-z)}}.$$

При $\eta \geq 0$ функции $f_1(\eta)$ и $f_2(\eta)$ хорошо аппроксимируются соотношениями

$$f_1(\eta) = \frac{\sqrt{\pi}}{2 \sqrt{1 + \frac{\pi}{6} \eta}}, \quad f_2 = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{1 + \frac{\pi}{4} \eta}}.$$

Максимальная перегрузка на участке выравнивания с учетом изменения скорости достигается в точке n , сравнительно близкой к конечной точке выравнивания m . В окрестности точки m решение $y(x)$ можно выразить в виде ряда

$$\begin{aligned} y &= y_m + y''(x_m) \frac{(x - x_m)^2}{2} + \dots = \\ &= y_m - \left\{ JK + I \frac{(1 - e^{-2x_m})}{y_m} \right\} \frac{(x - x_m)^2}{2} + \dots \end{aligned} \quad (3.238)$$

(учитывая, что $y_m' = 0$). Тогда, так как максимум перегрузки соответствует максимуму скоростного напора, т. е. функции ye^{2x} , получаем

$$x_{n_{\max}} = x_m - \left(\frac{1}{4} + \frac{2y_m}{JK + I \frac{1 - e^{-2x_m}}{y_m}} \right)^{1/2} + \frac{1}{2} \quad (3.239)$$

и

$$n_{\max} = \sqrt{n_{x_{\max}}^2 + n_{y_{\max}}^2} = J \sqrt{1 + K^2} y(x_{n_{\max}}) e^{2x_{n_{\max}}}. \quad (3.240)$$

Соотношения (2.235) — (2.240) позволяют определить некоторые важные параметры участка выравнивания — высоту, конечную скорость, максимальную перегрузку и т. п.

Если за точкой m , соответствующей окончанию выравнивания, следует участок набора высоты и выхода из атмосферы, для этого участка справедливы те же соотношения, за исключением изменения знака перед вторым членом в уравнении (3.234), а y_n теперь является новым значением фиктивного перигея орбиты, на которую переходит космический аппарат после выхода из атмосферы.

Соотношения (3.235) — (3.240) справедливы при постоянных значениях K и σ на участке выравнивания (или выхода из атмосферы). При переменных K и σ необходимо численно интегрировать соотношения (3.232) и (3.233) или использовать несколько громоздкое разложение этих характеристик в ряд по степеням x и y [45], [85].

Хотя решения (3.235) — (3.237) предполагают простейший закон управления траекторией — постоянное значение качества при выравнивании и вылете, они позволяют в первом приближении оценить возможную ширину коридора входа в атмосферу со сверхкруговой скоростью.

Как уже указывалось, при $V_{\text{вх}} > V_{1K}$ недостаточно глубокое погружение аппарата в атмосферу при начальном торможении может не обеспечить захвата аппарата Землей. Это условие определяет минимальный угол входа аппарата в атмосферу или, что равнозначно, максимальную высоту фиктивного перигея, соответствующую $y_{n_{\min}}$ (рис. 3.33).

С другой стороны, при чрезмерно крутом входе в атмосферу выравнивание аппарата может быть связано с недопустимо высокими перегрузками, так что нижняя граница коридора ($y_{n_{\min}}$ или $|\theta_{\text{вх}}|_{\max}$) определяется уровнем допустимых перегрузок (рис. 3.34).

Заметим, что, как указано в [11], [45], при $K \sqrt{\frac{R}{H_m}} > 3$

($K > 0,1$ для Земли) максимум перегрузки достигается при первом выравнивании, и для оценки коридора могут быть использованы соотношения (3.239) — (3.240).

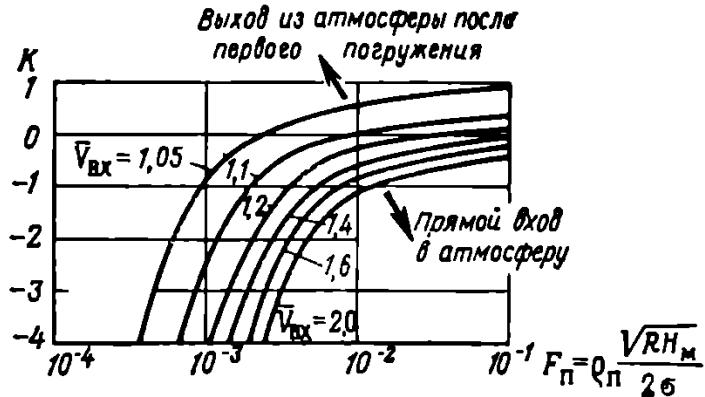


Рис. 3.33. К определению коридора входа в атмосферу

При $K \sqrt{\frac{R}{H_m}} > 7,5$ и умеренных значениях плотности при выравнивании можно считать, что

$$y_n \approx y_m e^{\left\{ K J y_m \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{V_{bx}^2}\right)} \right\}}, \quad (3.241)$$

$$n_{max} \approx J \sqrt{1 + K^2} V_m^2 y_m, \quad (3.242)$$

$$\bar{V}_m \approx \bar{V}_{bx} e^{\left\{ - \frac{\sqrt{\pi y_m}}{\sqrt{2 \left(1 - \frac{1}{V_{bx}^2}\right)^2 + \frac{1}{2} \pi J y_m}} \right\}}, \quad (3.243)$$

причем показатель экспоненты в последней формуле мал. Тогда

$$y_{n_{max}} = \frac{\bar{n}_{max}}{\sqrt{1 + K^2} \bar{V}_{bx}^2} e^{\left[\frac{\mu + \sqrt{2\pi}(1+\mu)v}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}\pi\mu}} \right]}, \quad (3.244)$$

где

$$\mu = \frac{\bar{n}_{max}}{(\bar{V}_{bx}^2 - 1) \sqrt{1 + K^2}}$$

и

$$v = \frac{\bar{n}_{max}}{\bar{V}_{bx} \sqrt{\frac{R}{H_m}} \sqrt{1 + K^2} (\bar{V}_{bx}^2 - 1)^{1/2}}$$

Величину $y_{n_{min}}$, соответствующую границе захвата аппарата земной атмосферой, можно найти из условия, что максималь-

ная отрицательная подъемная сила (направленная вниз) должна уравновешивать разность между центробежной силой и весом в точке m , не допуская вылета аппарата из атмосферы. Тогда на границе захвата $\eta = -1$ и

$$y_{\min} = \frac{1 - \frac{1}{\bar{V}_{bx}^2}}{J |K_{\max}| e}. \quad (3.245)$$

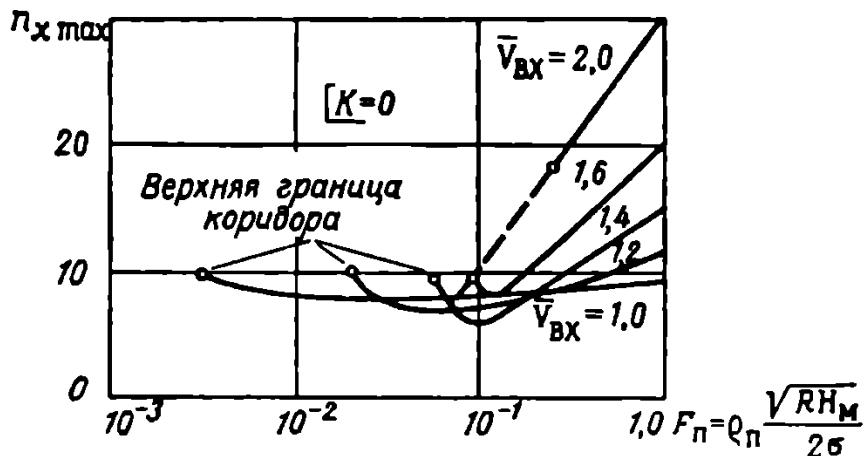


Рис. 3.34. Уровень перегрузок при баллистическом входе в атмосферу с $\bar{V}_{bx} > 1$

Ширина коридора входа, таким образом (при простейшей технике спуска), составляет

$$\Delta H_n \approx H_m \left[\mu + \ln \mu + 1 + \frac{\sqrt{2\tau} (1 + \mu) v}{\sqrt{1 + \frac{1}{4} \pi \mu}} \right]. \quad (3.246)$$

При очень высоких K ($K > 1,5 \div 2$) $v \rightarrow 0$ и $\mu \rightarrow \frac{\bar{n}_{\max}}{\bar{V}_{bx}^2 - 1}$, тогда

$$\Delta H_n \approx H_m \left(\frac{\bar{n}_{\max}}{\bar{V}_{bx}^2 - 1} + \ln \frac{\bar{n}_{\max}}{\bar{V}_{bx}^2 - 1} + 1 \right). \quad (3.247)$$

При $\mu < 1$ равновесие между подъемной силой и весом достигается только при превышении допустимой перегрузки \bar{n}_{\max} и спуск аппарата с рассматриваемыми характеристиками невозможен.

Заметим, что условие равенства подъемной силы и разности между центробежной силой и весом в точке окончания выравнивания несколько завышено, так как захват аппарата может произойти и за счет торможения на восходящем участке, однако для приближенной оценки ширины коридора соотношение (3.246) может быть использовано.

На рис. 3.35 приведена располагаемая ширина коридора входа в атмосферу аппаратов с различным аэродинамическим качеством при простейшей технике управления.

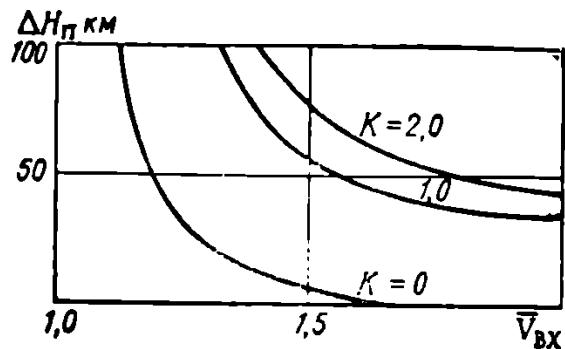


Рис. 3.35. Ширина коридора входа в атмосферу

2. Типовые траектории спуска крылатых аппаратов в атмосфере при $V_{vx} > 1$

Как и при спуске в атмосфере космических аппаратов с околоземной орбиты ($V_{vx} \approx V_{1k}$), высокие несущие свойства космических аппаратов, обладающих сверхкруговой скоростью при входе в плотную атмосферу (аэродинамическое качество выше 1,0—1,5), дают возможность широкого выбора траекторий спуска и проведения маневра как в продольной, так и в боковой плоскостях.

При всем разнообразии возможных траекторий (и соответствующих им программ управления) крылатых аппаратов при спуске для получения типовых характеристик траекторий, анализа связи параметров аппаратов с условиями спуска, для оценки режимов работы конструктивных элементов аппарата, как и при входе с околокруговой скоростью, целесообразно ввести типовые модельные схемы управления и соответствующие им модели траекторий спуска при $V > V_{1k}$. Модель траектории спуска в этом случае строится как последовательность участков, на каждом из которых программа управления траекторией достаточно проста, точки сопряжения отдельных участков четко оговорены, а для каждого из последовательных участков можно получить простое приближенное оценочное соотношение.

Модель траектории спуска крылатого аппарата при сверхкруговых скоростях входа состоит обычно [37], [102], [109] из участков с основными режимами полета (см. § 5 гл. III), причем сочетаются участки интенсивного маневра со стационарными и квазистационарными участками движения.

Рассмотрим некоторые возможные модели спуска при $V_{vx} > V_{1k}$.

Для крутых траекторий спуска (H_p существенно ниже верхней границы коридора входа) непосредственно после входа в плотную атмосферу должен следовать участок выравнивания, на котором угол наклона траектории изменяется от θ_{vx} до нуля.

Выравнивание строится [37], [45] как последовательное снижение с $c_y = c_{y \text{ вх}} > 0$ и затем с $n_y = \bar{n}_{y \text{ max}}$ в нижней части первого погружения, если при $c_y = c_{y \text{ вх}}$ на этих высотах перегрузки превышают допустимый уровень (рис. 3.36). Для участков выравнивания с $c_y = \text{const}$ и $n_y = \text{const}$ справедливы соотношения (3.166), (3.167), выведенные для средней скорости полета.

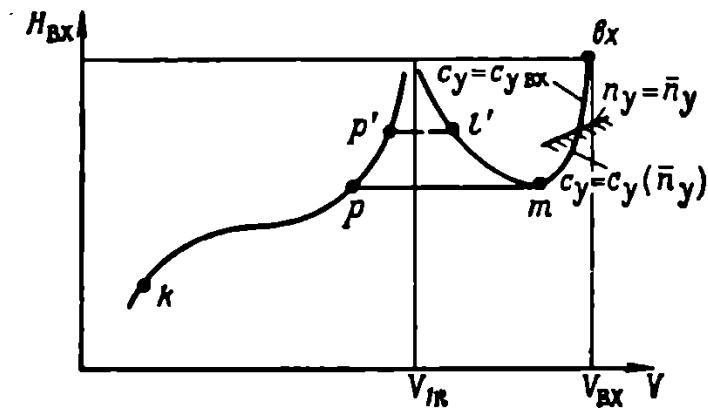


Рис. 3.36. Схема построения модельной траектории спуска при $V_{\text{вх}} > 1$

На участке с $c_y = \text{const}$ от $\theta_{\text{вх}}$ до θ_1

$$\theta_1^2 = \theta_{\text{вх}}^2 - H_m \frac{K}{\sigma} (\varrho_1 - \varrho_{\text{вх}}) + \frac{2}{R \bar{V}_{\text{вх}}^2} \cos \frac{\theta_{\text{вх}}}{2} (\bar{V}_{\text{вх}}^2 - 1) (H_{\text{вх}} - H_1); \quad (3.248)$$

$$\Delta \bar{V} = -\frac{2 \bar{V}_{\text{вх}}^2 |\theta_{\text{вх}}|}{K} + \frac{2}{R} (H_{\text{вх}} - H_1). \quad (3.249)$$

На участке с $n_y = \bar{n}_{y \text{ max}}$ от θ_1 до θ

$$\theta^2 = \theta_1^2 - \frac{2 \bar{n}_y}{R} \frac{1}{\bar{V}_{\text{вх}}^2} (H_1 - H) + \frac{2}{R \bar{V}_{\text{вх}}^2} \cos \frac{\theta_1}{2} (\bar{V}_{\text{вх}}^2 - 1) (H_1 - H); \quad (3.250)$$

$$\Delta \bar{V} \approx -\frac{2 \bar{V}_{\text{вх}}^2 |\theta_1|}{K_{\text{ср}}} + \frac{2}{R} (H_1 - H) \quad (3.251)$$

$$\text{и} \quad \frac{K}{\sigma} = \frac{2 \bar{n}_{y \text{ max}}}{\varrho \bar{V}_{\text{вх}}^2} \frac{1}{R}. \quad (3.252)$$

Для оценки тепловых потоков к поверхности аппарата могут быть использованы соотношения § 3 гл. I.

При достаточно пологом входе на траектории с $c_y = c_{y \text{ вх}}$ перегрузка может и не достигать предельного значения, но потеря скорости при выравнивании в этом случае может оказаться недостаточной для захвата аппарата атмосферой.

Очевидно, в первом приближении можно считать, что захвата не произойдет, если

$$\Delta \bar{V}_{\text{выр}} < \frac{1}{2} (\bar{V}_{\text{вх}} - 1), \quad (3.253)$$

так как потеря скорости на восходящей ветви траектории при последующем отражении аппарата того же порядка, что и на нисходящей ветви при выравнивании (см. § 5 гл. III и [46]).

Если условия входа в атмосферу не обеспечивают захвата аппарата при простейшей схеме управления ($H_{\text{п}} > H_{\text{пmax}}$)_п (см. рис. 3.33), то на начальном участке снижения может быть использован маневр захвата — применение отрицательной подъемной силы для увеличения крутизны траектории.

Считая на участке захвата $c_y = c_{y \text{ вх}} < 0$ постоянным, находим

$$\theta^2 = \theta_{\text{вх}}^2 - H_m \frac{(c_{y \text{ вх}})S}{m} (\varrho - \varrho_{\text{вх}}) + \frac{2}{R} \frac{\cos \theta_{\text{вх}}/2}{\bar{V}_{\text{вх}}^2} (\bar{V}_{\text{вх}}^2 - 1) (H_{\text{вх}} - H_1), \quad (3.254)$$

и текущая высота перигея по соотношению (2.232) составляет

$$\frac{H_{\text{п}}}{R} = - \frac{\bar{V}_{\text{вх}} \theta^2 (H)}{2(\bar{V}_{\text{вх}}^2 - 1)} + \frac{H}{R}. \quad (3.255)$$

Когда высота $H_{\text{п}}$ становится меньше $H_{\text{пmax}}$, обеспечивающей захват, аппарат переходит к выравниванию с $c_y = c_{y \text{ выр}} > 0$ или с $n_y = \bar{n}_y > 0$, отличающемуся от начального выравнивания при крутом входе в атмосферу лишь начальными значениями высоты H , скорости \bar{V} и угла наклона траектории θ , причем в конце выравнивания суммарная потеря скорости

$$\Delta \bar{V} = \Delta \bar{V}_{\text{захв}} + \Delta \bar{V}_{\text{выр}}. \quad (3.256)$$

После выравнивания траектории ($\theta_m = 0$) в зависимости от принятой техники спуска и схемы управления дальностью может следовать либо выход аппарата из атмосферы (отражение, см. § 5 гл. III), либо переход его на горизонтальный полет на высоте $H_{\text{г. п.}}$, такой, что

$$H_m \leq H_{\text{г. п.}} \leq H_{\text{вх}}$$

(см. рис. 3.36, участок *тр*).

На восходящем участке траектории при вылете из атмосферы также выдерживается $n_y = \bar{n}_{y \text{ max}}$ или $c_y = \text{const}$. Значения $\bar{n}_{y \text{ max}}$ или c_y выбираются такими, чтобы обеспечивались требуемые условия вылета аппарата из атмосферы — $V_2 < V_{1k}$; $\theta = \theta_2$. Значение θ_2 должно быть таким, чтобы при данной скорости вылета получить требуемую дальность полета вне атмосферы:

$$L_{22} = 2\theta_2 \bar{V}_2^2 R_{\text{вх}}. \quad (3.257)$$

Заметим, что неизбежное рассеивание условий выхода из атмосферы при отражении, связанное с трудностью контроля параметров траектории в атмосфере [37], [93], приводит к значительному разбросу по дальности пассивного (внеатмосферного) участка траектории, что затрудняет получение высокой точности спуска с отражениями, особенно для аппаратов с высоким аэродинамическим качеством.

Если по условиям точности и по другим соображениям выход из атмосферы после первого погружения для таких аппаратов нецелесообразен, аппарат переходит на участок квазистационарного горизонтального полета в атмосфере, на котором значение $c_{y\text{ г.п. эф}}$ определяется выбором высоты полета

$$c_{y\text{ г.п. эф}} = \frac{1}{R} \frac{1 - \bar{V}^2}{\bar{V}^2} \frac{1}{Q_{\text{г.п.}}(H_{\text{г.п.}})} \frac{m}{S} \quad (3.258)$$

и может производиться боковой маневр.

Заметим, что при $V > V_{1\text{к}}$ для поддержания постоянной высоты полета требуется отрицательное значение c_y , т. е. при обычной схеме аппарата [22], [37] крен свыше 90° , а при $V < V_{1\text{к}}$ — положительное значение c_y ($|\gamma_c| < 90^\circ$), а при отсутствии бокового маневра крен составляет соответственно 180° и 0° .

На участке перехода $V = V_{1\text{к}}$ соотношение (3.258) дает $c_{y\text{ г.п. эф}} = 0$, и высота перехода от сверхкруговой до круговой скорости может выбираться из соображений управляемости аппарата.

На горизонтальном участке дальность и время полета определяются по соотношениям (3.125) и (3.126). Уровень перегрузок здесь ниже, чем на участке выравнивания.

В некоторых работах [37], [45] для атмосферного квазистационарного участка торможения после выравнивания аппарата предлагается полет не с $H = H_{\text{г.п.}} = \text{const}$, а равновесное инерционное планирование с $c_y = \text{const}$ или $K = \text{const}$, которое при $V > V_{1\text{к}}$ происходит с набором высоты (см. § 5 гл. III):

$$Q_{\text{и.п.}} = -\frac{1}{R} \frac{2\sigma}{K_{\text{эф}}} \frac{1 - \bar{V}^2}{\bar{V}^2}; \quad (3.259)$$

$$\dot{\bar{V}}_{\text{и.п.}} = -\frac{1}{K_{\text{эф}}} (1 - \bar{V}^2) \sqrt{\frac{g}{R}}. \quad (3.260)$$

Только на участке перехода от сверхкруговой к докруговой скорости, когда $V = V_{1\text{к}}$ и $Q_{\text{и.п.}} \rightarrow 0$, выдерживается $H = \text{const}$ (см. рис. 3.36, участок $l'p'$).

Переход на горизонтальный полет или инерционное планирование после выравнивания должен производиться по переходной программе, как и при входе с окколокруговой скоростью, так как реализация горизонтального полета или инерционного планиро-

вания требует точного выдерживания условий равновесия (3.259) и (3.129) в начале участка (см. § 5 гл. III).

Следует учитывать, что в отличие от траектории с докруговой скоростью квазистационарная траектория при $V > V_{1k}$ неустойчива (см. [1], [37], [93], а также гл. V настоящей работы), поэтому система управления аппаратом на $V > V_{1k}$ должна иметь обратную связь по высоте и углу наклона траектории. Полет с $V < V_{1k}$ состоит из горизонтального участка и участка инерционного планирования, на котором производится управление дальностью спуска. Их анализ полностью совпадает с приведенным в § 5 гл. III.

При входе в атмосферу после отражения с $V < V_{1k}$ также справедливы все соображения, приведенные ранее по отношению к входу с орбиты ИСЗ.

§ 9. ПРИЗЕМЛЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА КОНЕЧНОМ ЭТАПЕ СПУСКА В АТМОСФЕРЕ

Приземление является конечным этапом спуска космического аппарата в атмосфере и осуществляется тогда, когда начальная энергия аппарата почти полностью погашена.

Конечный этап спуска для аппаратов баллистического спуска ($K = 0$) и аппаратов с малым аэродинамическим качеством ($K < 0,2 \div 0,3$) характеризуется переходом к крутым парашютированию с квазиустановившейся скоростью, а для аппаратов с высокими несущими свойствами — выходом на режим стационарного планирования с $V = \text{const}$ (см. § 5 гл. III).

При крутом квазиустановившемся парашютировании вес спускаемого космического аппарата уравновешивается силой аэrodinamического сопротивления

$$mg = c_x \frac{\rho V^2}{2} S \quad (3.261)$$

и скорость снижения составляет

$$V_{\text{пар}} = \left(\frac{2g\sigma}{\rho} \right)^{1/2}. \quad (3.262)$$

Для современных баллистических спускаемых аппаратов $\sigma = 0,5 \cdot 10^2 \div 0,5 \cdot 10^3$ (см. [26], [49] и § 1 гл. I) и скорость парашютирования вблизи Земли достигает 50—150 м/сек.

По данным работ [112], [113], скорость аппарата не должна превышать 12—15 м/сек при посадке на воду и 6—9 м/сек — на твердый грунт (рис. 3.37).

Снижать скорость парашютирования для аппаратов баллистического или полубаллистического типа можно при помощи парашютных систем различного типа, парапланеров и специальных двигательных установок перед приземлением. Возможно сочетание парашютных и двигательных систем, обеспечивающих

маневр по выбору конечной точки приземления в пределах нескольких километров и мягкую посадку ($V_{\text{пос}}=0$) [112], [119].

Конечное приземление крылатых космических аппаратов с аэродинамическим качеством на дозвуковых скоростях свыше 5—8 возможно, по-видимому, без парашютных систем на специальные посадочные полосы. Летные испытания экспериментальных аппаратов, имеющих конфигурацию, близкую к конфигурации проектируемых аппаратов входа (например, самолет

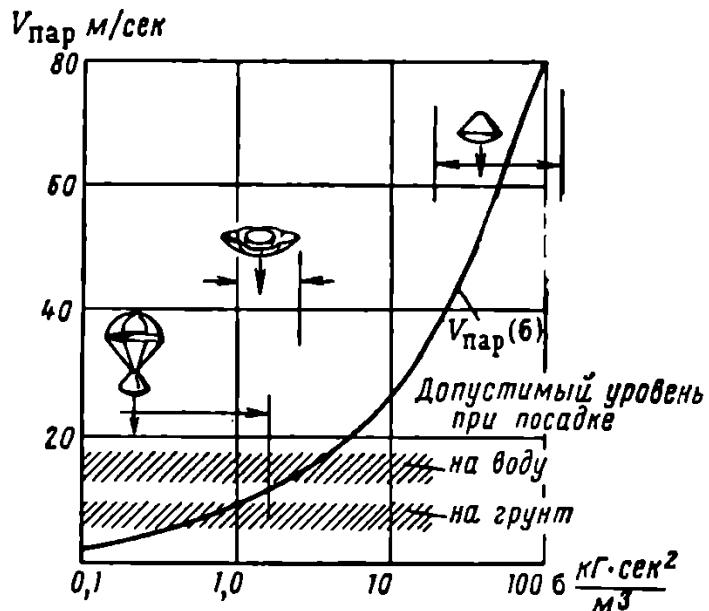


Рис. 3.37. Уровень скорости при приземлении

H-2/F-2 [44]), показали, что для таких аппаратов может осуществляться безопасное приземление с посадочной скоростью 150—200 м/сек.

Конечный этап приземления для аппаратов такого типа характеризуется переходом с инерционного планирования на равновесное с углом наклона траектории (см. рис. 3.19)

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{пл}} = -\frac{1}{K}. \quad (3.263)$$

Характеристики точки перехода, представленные на рис. 3.19, зависят от параметров аппарата спуска, т. е. его K_{\max} .

При конечном планировании возможно управление дальностью и боковые маневры, обеспечивающие приземление на подготовленную посадочную полосу. Маневренные возможности аппарата могут быть расширены путем использования двигательных систем на этапе захода на посадку.

Рассмотрим некоторые характеристики основных посадочных систем космических аппаратов.

Современные парашютные системы [113], [119] могут применяться со скоростями порядка $V=3M$ для начальной стабилизации и торможения аппарата. Основная посадочная парашютная

система используется на конечном этапе на дозвуковых скоростях. Характеристики парашютных систем представлены на рис. 3.38 и 3.39.

Очевидно, для аппарата с $(c_x S)_1$ в момент раскрытия парашюта (для вертикального парашютирования с установившейся скоростью) продольная перегрузка возрастает с $n_x = 1$ до

$$n_{x2} = \frac{(c_x S)_{1, \text{ап}} + (c_x S)_1}{(c_x S)_1}, \quad (3.264)$$

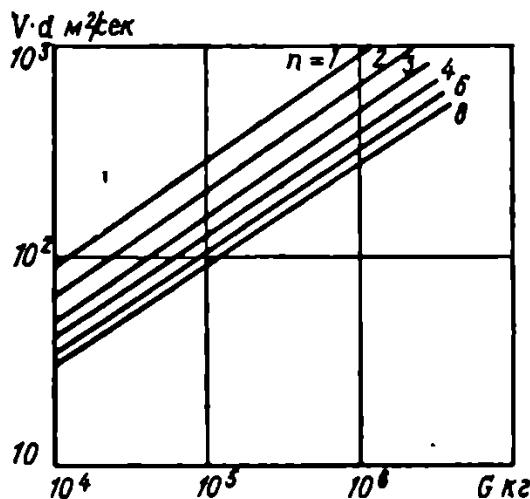


Рис. 3.38. Характеристики парашютной системы с ленточными парашютами:

V —скорость парашютирования; d —диаметр (характерный размер) парашютной системы; G —вес груза; n —число парашютов в связке

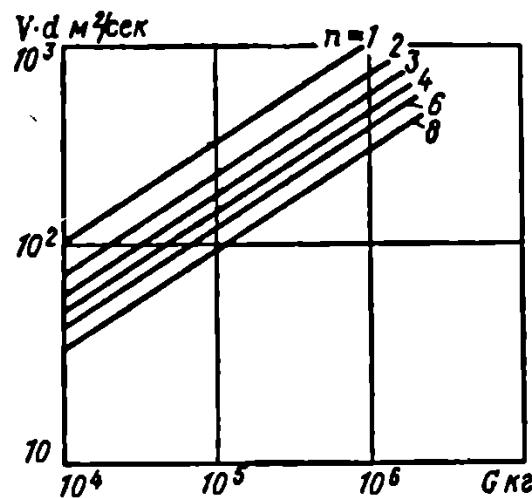


Рис. 3.39. Характеристики парашютной системы с купольными парашютами. Обозначения те же, что и на рис. 3.38

что ограничивает допустимые значения параметров парашютной системы $(c_x S)_{\text{пар}}$. С другой стороны, установившаяся скорость спуска аппарата с раскрытым парашютом составит

$$V_{\text{пар.кон}} = \left[\frac{2G}{(c_x S)_{\text{пар}}} - \frac{1}{Q_0} \right]^{1/2}, \quad (3.265)$$

что и определяет требуемые значения $(c_x S)_{\text{пар}}$. Выбор $V_{\text{пар.кон}}$ зависит от условий приземления и при использовании тормозной двигательной установки — запаса топлива на торможение.

Если требуемое для необходимого уровня $V_{\text{пар.кон}}$ значение $(c_x S)_{\text{пар}}$ превышает $(c_x S)_1$ значительно, то во избежание чрезмерных перегрузок раскрытие парашютной системы производится по ступеням.

В этом случае перегрузка в момент раскрытия основных парашютов

$$n_{x \text{ осн.}} \approx \frac{(c_x S)_{\text{осн. пар}} + (c_x S)_{\text{всп. пар}} + (c_x S)_1}{(c_x S)_{\text{всп. пар}} + (c_x S)_1}. \quad (3.266)$$

Двигательная система обеспечивает перед приземлением снижение скорости спуска до

$$V_{\text{пос}} = V_{\text{пир.кон}} - g I_{\text{дв}} \frac{G_{\text{т. пос}}}{G_{\text{пес}}} \quad (3.267)$$

при импульсном действии двигателей с высокой тягой ($\frac{P_{\text{пос}}}{G} > 1$) и удельным импульсом $I_{\text{дв}}$ непосредственно перед приземлением и на

$$V_{\text{пос}} = V_{\text{пир.кон}} - \left(\frac{2 \cdot \sigma}{\rho_0} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{P_{\text{пос}}}{G_{\text{пес}}} \right) \quad (3.268)$$

при длительном действии сравнительно небольшой тяги на конечном этапе спуска.

Выбор параметров парашютной и двигательной систем связан с весовыми характеристиками этих систем и представляет собой специальную проектировочную задачу.

В настоящее время [112], [113] разрабатываются управляемые парашютные системы или парапланеры, обеспечивающие создание на этапе спуска нормальной к потоку составляющей аэродинамической силы $Y_{\text{пар}}$. Для этих систем

$$K_{\text{пар}} = \frac{Y_{\text{пар}}}{Q_{\text{пар}}} = 2,5 \div 3.$$

Для таких парашютных систем управление нормальной силой может использоваться для выбора точки приземления в пределах до десятка километров.

Диапазон выбора точки приземления может быть расширен, если для маневра совместно с управляемой парашютной системой используется двигательная система. В этом случае угол снижения аппарата на конечном этапе (при $V_{\text{пл}} \approx \text{const}$)

$$-\tan \theta_{\text{пл}} = \frac{\frac{P}{G} \sin \varphi_{\text{дв}} + \frac{\rho V^2}{2} \frac{1}{G} [(c_y S)_1 + (c_y S)_{\text{пар}}]}{\frac{P}{G} \cos \varphi_{\text{дв}} + \frac{\rho V^2}{2} \frac{1}{G} [(c_x S)_1 + (c_x S)_{\text{пар}}]}, \quad (3.269)$$

а при

$$\frac{P}{G} \cos \varphi_{\text{дв}} \geq 1 - \frac{\rho V^2}{2} \frac{1}{G} [(c_y S)_1 + (c_y S)_{\text{пар}}] \quad (3.270)$$

возможен горизонтальный полет. Дальность планирования или горизонтального полета определяется располагаемым запасом топлива [119]. Эти же соотношения позволяют оценить дальность планирования или горизонтального полета крылатого аппарата как при использовании двигательных систем, так и без них, при $(c_y S)_{\text{пар}} \text{ и } (c_x S)_{\text{пар}} = 0$.

Непосредственно перед приземлением на посадочную полосу для крылатых аппаратов спуска должно производиться выравни-

вание, обеспечивающее изменение вертикальной составляющей скорости с $V_y = V_{\text{пл}} \sin \theta_{\text{пл}}$ до $V_y = 0$.

Выравнивание возможно как за счет аэродинамической подъемной силы на максимальных значениях c_y :

$$n_y \text{ вып. аэр} = c_{y \max} \frac{\rho_0 V_{\text{выр}}^2}{2} \frac{S}{G}, \quad (3.271)$$

$$\Delta H_{\text{выр. аэр}} = \frac{V^2}{2g} \frac{1}{n_y \text{ вып. аэр}} \frac{\theta_{\text{пл}}^2}{2}, \quad (3.272)$$

так и с использованием двигательных установок

$$n_y \text{ вып. дв} = n_y \text{ вып. аэр} + \frac{P \sin \varphi_{\text{дв}}}{G} \quad (3.273)$$

и

$$\Delta H_{\text{выр. дв}} = \frac{V^2}{2g} \frac{1}{n_y \text{ вып. дв}} \frac{\theta_{\text{пл}}^2}{2}. \quad (3.274)$$

Посадочная скорость аппарата с высокими несущими свойствами в этом случае

$$V_{\text{пос}}^2 = \frac{2G}{c_{y \max \text{ пос}}} \frac{1}{\rho_0} \left(1 - \frac{P}{G} \sin \varphi_{\text{дв}} \right). \quad (3.275)$$

Для подсчета посадочных характеристик могут использоваться обычные методы исследования посадки самолета.

$$100 \text{ м} - 14 \cdot \text{м}^2 = 4,22 \text{ м}$$

$$13,1 \text{ м} - 192 \cdot \text{м}^2 = 15,6 \text{ м}$$

Глава IV

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ СПУСКА КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В АТМОСФЕРЕ

§ 1. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ТРАЕКТОРИИ СПУСКА

1. Об оптимизации траекторий летательных аппаратов

Движение центра масс летательного аппарата в атмосфере может быть, как указано в гл. II, описано системой дифференциальных уравнений вида

$$\left. \begin{array}{l} \dot{y}_1 = F_1(y_1 \dots y_n; u_1 \dots u_l; t); \\ \dot{y}_2 = F_2(y_1 \dots y_n; u_1 \dots u_l; t); \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{y}_n = F_n(y_1 \dots y_n; u_1 \dots u_l; t); \end{array} \right\} \quad (4.1)$$

где y_i — траекторные переменные (например, V, θ, H, L, Q_s и т. п.) и u_j — управлении. Предполагая, что аппарат достаточно хорошо стабилизирован в угловом движении и частоты управления траекторией существенно ниже характерных частот в движении аппарата вокруг центра масс, можно считать управлением (на участке полета аппарата без тяги) переменные, характеризующие либо ориентацию аппарата относительно потока (углы атаки, крена), либо проекции управляющих аэродинамических сил или перегрузок ($Y \cos \gamma; Y \sin \gamma; n_y; n_z; K_{\text{эфф}}$), которые определяются при данных условиях полета ориентацией аппарата по отношению к потоку.

Задавая программу изменения управлений по времени $u_j(t)$ или в зависимости от изменения траекторных переменных $u_j(y_i)$, определяем при заданных граничных условиях $y_i(\text{нач})$ и $y_i(\text{кон})$ траекторию движения центра масс аппарата.

Очевидно, среди множества управлений $u_j(t)$ или $u_j(y_i)$ и соответствующего им множества допустимых траекторий $y_i(t)$ можно выбрать управлений и траектории, оптимальные по неко-

торому критерию. В зависимости от принятых критериев оптимальности управления и характера математической модели движения аппарата можно говорить об оптимизации опорной (расчетной) траектории и об оптимизации закона управления траекторией летательного аппарата.

В первом случае оптимальность траектории оценивается для получения обобщенных проектировочных характеристик аппарата, связанных с весом его систем, временем и дальностью полета и т. п. При математическом описании движения центра масс аппарата используются обобщенные соотношения, не учитываясь специфические особенности конкретных реализаций траекторий, разброс начальных условий и внешних воздействий от реализации к реализации. Исходные уравнения часто упрощаются (например, не учитывается вращение Земли, движение считается плоским и т. п.), оптимизация проводится для осредненных или предельных условий полета.

Траектория и характеристики, полученные в результате решения проблемы оптимизации в такой постановке, используются при проектировании аппарата в качестве эталонных, позволяя оценить рациональность принятых инженерно-проектировочных решений. Оптимальная программа и соответствующая ей оптимальная расчетная траектория могут также использоваться в качестве опорных при проектировании системы управления траекторией.

Во втором случае оптимизация управления траекторией проводится не с целью получения эталонных обобщенных характеристик траектории, а для определения закона управления, оптимального по некоторому критерию в конкретных условиях данной реализации траектории (или для ряда реализаций — статистически), например, по критериям точности, затрат на управление и т. п., т. е. для построения оптимального регулятора [21].

В результате оптимизации управления траекторией должен быть найден закон управления в виде зависимости

$$u_{\text{opt}} = u(y_{\text{измер}})$$

текущих управляющих воздействий для данной реализации от действительных (или измеренных) значений траекторных переменных либо в явном виде, либо в виде алгоритма, заложенного в систему управления траекторией.

Так как вопросы управления траекторией и его оптимизации имеют ряд специфических особенностей, они выделены в специальную главу (см. гл. V). В гл. IV рассматриваются только вопросы оптимизации опорных траекторий, т. е. оптимального программирования траекторий.

В последнее время вопросы оптимизации траекторий стали предметом пристального внимания исследователей в связи с бурным развитием ракетной техники. Наряду с классическими ме-

тодами вариационного исчисления [7], [31], [36], [25] разрабатываются новые методы оптимизации [6], [17], [21], [27].

Практически все методы отыскания оптимального решения строятся либо на получении решений, удовлетворяющих некоторым необходимым или достаточным косвенным признакам оптимальности (косвенные методы оптимизации) — классический метод, метод динамического программирования Р. Беллмана [6], [39], принцип максимума Л. А. Понтрягина [5], [27], [18], [21], метод достаточных условий [17], [32] и т. п., либо на применении итеративного процесса, при котором отыскивается последовательность решений, каждое из которых улучшает оптимизируемый критерий (прямые методы), — метод градиентов (наискорейшего спуска) и его модификации [44], [52], [54], [69], [70].

Классический метод вариационного исчисления основан, как известно, на отыскании решения, удовлетворяющего необходимому признаку оптимальности — уравнениям Эйлера — Лагранжа.

Применение классических методов вариационного исчисления к задачам динамики затруднено, во-первых, ограничениями на допустимые значения управлений и траекторных переменных, связанными с технической спецификой задач, и, во-вторых, сложностью при решении двухточечной краевой задачи для основной системы дифференциальных уравнений и системы уравнений Эйлера — Лагранжа.

В некоторых случаях удается учесть ограничения на управление в классической вариационной постановке, переводя замкнутое множество возможных траекторий в открытое путем замены переменных [21].

Широкие возможности решения оптимальных задач с учетом ограничений дает метод, основанный на принципе максимума Понтрягина.

Метод [17] основан на применении достаточных условий оптимальности и, по-видимому, может оказаться весьма эффективным. Однако при более или менее точной постановке задачи об оптимизации траектории для всех этих методов вычислительные трудности велики и наряду с косвенными широко применяются прямые методы оптимизации. Косвенные методы незаменимы при получении приближенных оптимальных решений [21], [25], [17].

В § 2—5 гл. IV рассмотрены примеры применения наиболее распространенных методов оптимизации траекторий к задачам динамики спуска космических аппаратов в атмосфере.

2. Математическая модель траектории и критерии оптимальности в задачах оптимизации траекторий спуска космических аппаратов в атмосфере

В гл. II были записаны основные уравнения движения центра масс космического аппарата на этапе спуска в атмосфере.

В задачах, связанных с оптимизацией опорной траектории спуска, как правило, используется соответствующая система уравнений для простейшего случая: без учета несферичности, вращения Земли и атмосферы, ветровых возмущений, разброса плотности атмосферы по сравнению со стандартными значениями и т. п.

В этом случае уравнения движения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= -c_x(c_y) \frac{\rho(H)V^2}{2} \frac{S}{m} - g \sin \theta; \\ \dot{\theta} &= \frac{g}{V} \left[\frac{1}{g} c_y \frac{\rho(H)V^2}{2} \frac{S}{m} - \left(1 - \frac{V^2}{gR}\right) \cos \theta \right]; \\ \dot{H} &= V \sin \theta; \\ \dot{L} &= V \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

без бокового маневра и

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= -c_x(c_y) \frac{\rho(H)V^2}{2} \frac{S}{m} - g \sin \theta; \\ \dot{\theta} &= \frac{g}{V} \left[\frac{1}{g} c_y \frac{\rho(H)V^2}{2} \frac{S}{m} \cos \gamma_c - \left(1 - \frac{V^2}{gR}\right)^2 \cos \theta \right]; \\ \dot{\chi} &= \frac{g}{V \cos \theta} \left[\frac{1}{g} c_y \frac{\rho(H)V^2}{2} \frac{S}{m} \sin \gamma_c - \right. \\ &\quad \left. - \frac{V^2}{gR} \cos^2 \theta \cos(\chi - \chi_0) \operatorname{tg} \chi_{\text{бок}} \right]; \\ \dot{\chi}_{\text{прод}} &= \frac{L_{\text{прод}}}{R} = \frac{V}{R} \cos \theta \cos(\chi - \chi_0); \\ \dot{\chi}_{\text{бок}} &= \frac{L_{\text{бок}}}{R} = \frac{V}{R} \cos \theta \sin(\chi - \chi_0); \\ \dot{H} &= V \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

с боковым маневром, осуществляется за счет крена аппарата.

В этих уравнениях V , θ , H , $\chi_{\text{прод}}$, $\chi_{\text{бок}}$, χ — траекторные переменные и a (или $c_y(a)$) — управляющее воздействие в системе (4.2), а a и γ_c — в системе (4.3).

Спускаемый аппарат характеризуется основными параметрами — удельной нагрузкой на несущие поверхности m/S , максимальным аэродинамическим качеством K_{\max} и полярой $c_y(c_x)$, заданной графически или аналитически.

Задаются начальные условия входа $V_{\text{вх}}(H_{\text{вх}})$ и $\theta_{\text{вх}}(H_{\text{вх}})$, угол $\chi - \chi_0$ отсчитывается от начальной плоскости движения до начала маневра — χ_0 (условно можно считать $\chi_0 = 0$).

В конце траектории на заданной конечной высоте $H_{\text{кон}}$, определяемой схемой маневра конечной посадки, конечная дальность $x_{\text{прод. кон}}$ (или $L_{\text{прод. кон}}$), боковое отклонение $\chi_{\text{бок. кон}}$, скорость $V_{\text{кон}}$ и угол наклона траектории $\theta_{\text{кон}}$ либо заданы, либо свободны в зависимости от постановки задачи и технических требований, следующих из схемы конечной посадки.

При оптимизации опорной траектории рассматриваются следующие возможные критерии оптимальности.

1. **Минимум тепловых потоков.** Интегральный тепловой поток за время спуска Q , подведенный к лобовой (1.38) и (1.40), (1.42) и нижней (1.46) поверхности аппарата, при активной схеме теплозащиты этих поверхностей может рассматриваться в качестве критерия оптимальности, и составляет

$$Q_s = \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} q_s(H, V) dt; \quad (4.4)$$

$$Q_{\text{n.p.}} = \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} q_{\text{n.p.}}(H, V, a) dt, \quad (4.5)$$

причем для подсчета тепловых потоков q используются упрощенные оценочные соотношения (см. п. 2.4 гл. I).

Для лобовой точки S

$$q_s = q_{\text{конв.} s} + q_{\text{рад.} s} = A_{\text{конв.} s} \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{V}{V_{1k}} \right)^3 + A_{\text{рад.} s} Q^l V^k. \quad (4.6)$$

Значения $A_{\text{конв.} s}$, $A_{\text{рад.} s}$, l , k см. в табл. 1.4, 1.5. При $V < V_{1k}$ $A_{\text{рад.} s} \approx 0$.

Для передних кромок крыла

$$q_{\text{п.к.конв.}} = \frac{A_{\text{конв.} s}}{\sqrt{2}} \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{V}{V_{1k}} \right)^3 \{1 - \cos^2 \alpha \sin^2 \chi_{\text{стР}}\}^{0,618}. \quad (4.7)$$

Для нижней поверхности аппарата

$$q_{\text{n.p.конв.}} = \frac{A_{\text{n.p.}}}{\sqrt{l}} \left(\frac{\varrho}{\varrho_0} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{V}{V_{1k}} \right)^3 \left\{ \left(\sin^2 \alpha + \frac{\cos^2 \alpha}{M^2} \right) \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.8)$$

(l — расстояние от лобовой точки).

При активной теплозащите (абляция, охлаждение испарением и т. п.) суммарный тепловой поток на единицу поверхности аппарата определяет вес расходуемой теплозащиты

$$G_{\text{т.з.расх}} \approx a l_{\text{в.Ф}} Q \quad (4.9)$$

и подлежит минимизации ($a > 1$ — эмпирический коэффициент, учитывающий степень использования теплозащитного слоя).

Если для поглощения теплового потока используется теплоемкость обшивки (пассивная теплозащита), то в качестве критерия оптимальности может служить температура обшивки, определяемая соотношением

$$T_w = \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} \dot{T}_w dt, \quad (4.10)$$

где

$$\dot{T}_w \Phi_T + \varepsilon \sigma T_w^4 - q(V, H, a) = 0 \quad (4.11)$$

и величина $\Phi_T = c_{\text{об}} \gamma_{\text{об}} \delta_{\text{об}}$ характеризует теплоемкость обшивки толщиной $\delta_{\text{об}}$ при условии ее равномерного прогрева, а q — тепловой поток к поверхности аппарата; $c_{\text{об}}$ и $\gamma_{\text{об}}$ — удельная теплоемкость и удельный вес материала обшивки [34], [74], [32].

Заметим, что при достаточно тонкой обшивке $\dot{T}_w \Phi_T \approx 0$ и

$$T_w \approx T_{w_p} = \left(\frac{q}{\varepsilon \sigma} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (4.12)$$

т. е. температура обшивки теплозащитного экрана близка к равновесной. В этом случае критерий (4.10) теряет смысл, так как температура обшивки определяется не видом полной траектории полета, а только текущими значениями H , V , a и может быть ограничена при выборе профиля траектории.

Кроме того, даже для существенно теплоемкой обшивки максимум T_w может достигаться при $V > V_{\text{кон}}$, после чего обшивка охлаждается за счет излучения, так что при применении этого критерия должны исследоваться траектории с конечными значениями скорости, заданными в нескольких вариантах.

2. Максимум продольной и боковой дальности. Этот критерий позволяет оценить предельные маневренные возможности аппарата при спуске.

Если рассматривается полет в заданной продольной плоскости, дальность определяется соотношением

$$xR = L = \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} V \cos \theta dt. \quad (4.13)$$

С учетом бокового маневра

$$x_{\text{бок}} = \frac{1}{R} \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} V \cos \theta \sin \chi dt; \quad (4.14)$$

$$x_{\text{прод}} = \frac{1}{R} \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} V \cos \theta \cos \chi dt \quad (4.15)$$

(при $\chi_0 = 0$),

причем при оптимизации продольной дальности $x_{\text{прод}}$ может быть задано требуемое конечное значение боковой $\dot{x}_{\text{бок.кон}}$ и наоборот.

3. Интегральный минимум перегрузок [52], [74] в какой-то степени характеризует уровень перегрузки вдоль всей траектории и может использоваться в качестве одного из критериев оптимальности

$$N = \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} (n_y^2 + n_x^2)^{1/2} dt. \quad (4.16)$$

Указанные критерии оптимальности могут использоваться совместно или порознь, как для всей траектории полета, так и для отдельных ее участков. На отдельных участках траектории, например при отражении, может, кроме того, иметь смысл оптимизация потерь скорости (энергии):

$$\Delta V = \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} \dot{V} dt, \quad (4.17)$$

где \dot{V} определяется уравнениями движения.

Вдоль всей траектории или на отдельных ее участках должны выполняться неравенства, соответствующие ограничениям возможных режимов полета:

а) по углу атаки

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max} \quad (4.18)$$

или

$$c_y_{\min} \leq c_y \leq c_y_{\max} \quad (4.19)$$

(α_{\min} может быть меньше нуля, если верхняя поверхность аппарата имеет теплозащиту);

б) по перегрузкам

$$|n_y(V, H, c_y)| \leq \bar{n}_{y\max} \quad (4.20)$$

или

$$|n(V, H, c_y)| \leq \bar{n}_{\max}, \quad (4.21)$$

где

$$n^2 = n_y^2 + n_x^2 \quad (4.22)$$

[в зависимости от характера траектории и типа аппарата применяются ограничения (4.20) или (4.21)];

в) по температуре обшивки или величине тепловых потоков

$$q(H, V, a) \leq \bar{q} \quad (4.23)$$

для активной теплозащиты или тонких отражающих экранов и

$$T_w \leq \bar{T}_w \quad (4.24)$$

при

$$\Phi_T T_w + \epsilon \sigma T_w^4 - q(H, V, a) = 0$$

для теплоемкой обшивки;

г) по высоте H . Иногда оказывается необходимым введение естественных ограничений вида $H > 0$ или условия невыхода из атмосферы

$$H < H_{\text{вх}}$$

при повторном рикошетировании.

§ 2. ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИИ СПУСКА В АТМОСФЕРЕ МЕТОДАМИ КЛАССИЧЕСКОГО ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

1. Общая постановка задачи

При решении задач оптимизации траекторий летательных аппаратов методами классического вариационного исчисления в качестве признака оптимальности используются необходимые условия экстремума функционала — уравнения Эйлера — Лагранжа.

Известно [5], [25], [18], что экстремаль, т. е. совокупность допустимых функций $y_i \text{ opt}(t)$ и $u_j \text{ opt}(t)$, сообщающих экстремум функционалу вида¹

$$J = G(y_{i \text{ нач}}; y_{i \text{ кон}}; t_{\text{ нач}}; t_{\text{ кон}}) + \int_{t_{\text{ нач}}}^{t_{\text{ кон}}} \varphi_0(y_i; u_j; t) dt, \quad (4.25)$$

удовлетворяющих системе уравнений

$$\varphi_i(\dot{y}_i; y_i; u_j; t) = 0 \quad (i=1, \dots, n; j=1, \dots, l) \quad (4.26)$$

и заданным ограничениям и граничным условиям, должна удовлетворять необходимым условиям экстремальности — уравнениям Эйлера — Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} \right) - \frac{\partial F}{\partial y_i} = 0 \quad (i=1, \dots, n), \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial F}{\partial u_j} = 0 \quad (j=1, \dots, l). \quad (4.28)$$

¹ Функционал такого вида соответствует постановке вариационной задачи в форме Больца. При $G \equiv 0$ задача записывается в форме Майера, при $F \equiv 0$ — в форме Лагранжа. Теоретически эти три формулировки могут быть сведены одна к другой путем преобразования координат.

Здесь F — вспомогательная функция:

$$F = \varphi_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i \varphi_i, \quad (4.29)$$

$\lambda_i = \lambda_i(t)$ — множители Лагранжа.

Экстремаль может быть найдена путем совместного решения уравнений (4.26) — (4.29) при заданных граничных условиях. Недостающие граничные условия могут быть получены из условий трансверсальности:

$$\delta G + \left[\left(F - \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} \dot{y}_i \right) \delta t + \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} \delta y_i \right]_{\text{нач}}^{\text{кон}} = 0. \quad (4.30)$$

Полученное решение удовлетворяет лишь необходимым условиям и для полной достоверности оптимизации должно быть проверено на достаточные условия [7], [18]. Кроме того, полученное решение исследуется на максимум или минимум.

В угловых точках на экстремали должны удовлетворяться условия Эрдмана — Вейерштрассе [18], [21].

При решении исследуемая система имеет порядок $2n+l$. Ее первый интеграл

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} \dot{y}_i - F = C_1 \quad (4.31)$$

для случая, когда F не зависит формально от t .

2. Полное решение

Применяя классические методы оптимизации к решению проблемы оптимального программирования подъемной силы крылатого космического аппарата, минимизируем тепловые нагрузки при спуске в атмосфере. Используем формулировку уравнений движения и основных критериев оптимальности и ограничений, данную в § 1 [74].

Уравнения движения центра масс (4.26):

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 = \dot{V} + c_x \frac{\rho V^2}{2} \frac{S}{m} + g \sin \theta = 0; \\ \varphi_2 = \dot{\theta} - \frac{g}{V} \left[\frac{1}{g} c_y \frac{\rho V^2}{2} \frac{S}{m} - \left(1 - \frac{V^2}{gR} \right) \cos \theta \right] = 0; \\ \varphi_3 = \dot{H} - V \sin \theta = 0; \\ \varphi_4 = \dot{L} - V \cos \theta = 0; \end{array} \right\} \quad (4.32)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_5 &= n - \frac{1}{g} (c_y^2 + c_x^2)^{1/2} \frac{\theta V^2}{2} \frac{S}{m} = 0; \\ \varphi_6 &= \Phi_T \dot{T}_w + \epsilon \sigma T_w^4 - q = 0; \\ \varphi_7 &= q - q(H, V, a) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.32)$$

(Рассматривается движение в неизменной вертикальной плоскости. Влияние маневра на тепловые нагрузки можно условно учесть уменьшением эффективных значений подъемной силы за счет крена:

$$c_{y\Phi} = c_y \cos \gamma_c$$

при среднем или предельном уровне углов крена $\gamma_c = \gamma_{ср}$ или $\gamma_c = \gamma_{max}$.

В качестве критерия оптимальности принят обобщенный тепловой критерий

$$J = \int_{t_{нач}}^{t_{кон}} (A_{11} \dot{T}_w + A_{12} q) dt, \quad (4.33)$$

который при $A_{11}=0$ сводится к условию минимального подвода тепла к заданной точке поверхности обшивки [соотношения для теплового потока q (4.6) — (4.8)], а при $A_{12}=0$ — к условию минимального прогрева теплоемкой обшивки аппарата (4.10), (4.11).

Весовые коэффициенты A_{11} и A_{12} (точнее — соотношение между ними A_{11}/A_{12}) должны определяться из инженерных сопротивлений и отражать свойства системы теплозащиты аппарата.

Система включает семь переменных: $V, \theta, H, L, n, T_w, q$, управление a или $c_y(a)$. Поляра аппарата соответствует рис. 1.34.

Решение системы должно удовлетворять ограничениям по углу атаки, перегрузкам и температуре обшивки или тепловым потокам (если температура в данной точке обшивки не является критерием оптимальности) вида

$$R(y_i; u) \geq 0.$$

Так как методы классического вариационного исчисления пригодны лишь для неограниченного множества допустимых функций y_i и u , рассмотренная задача может быть решена, только если удается перевести замкнутое множество $(y_i; u)$ в открытое путем преобразования координат. Такое преобразование [21] может быть выполнено, если ограничение $R(y_i; u)$ свести к ограничению на управление u вида

$$\bar{u}_{i\min}(y) \leq u_i \leq \bar{u}_{i\max}(y),$$

где $\bar{u}_{i\min}(y)$ и $\bar{u}_{i\max}(y)$ — непрерывные и дифференцируемые функции всех своих аргументов y_i .

Введем новые переменные η_l такие, что $u_l(\eta_l)$ — непрерывная функция, равная

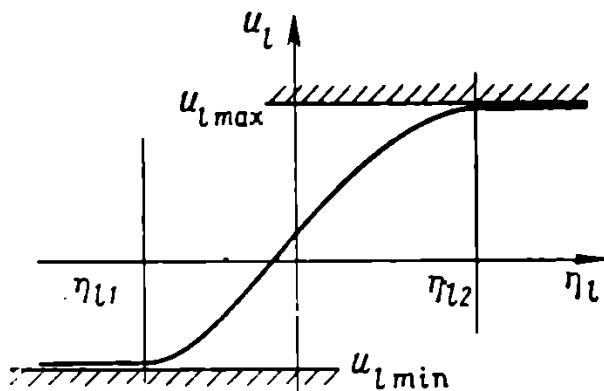
$$u_l = \bar{u}_{l \min} \text{ при } -\infty < \eta_l < \bar{\eta}_l; \\ u_l = \bar{u}_{l \max} \text{ при } \bar{\eta}_l < \eta_l < +\infty$$

и

$$u_l(\eta_l) \text{ монотонная при } \bar{\eta}_l \leq \eta_l \leq \bar{\eta}_l.$$

(см. рис. 4.1).

Тогда уравнение Эйлера — Лагранжа для управления u_l заменяется уравнением для η_l вида



$$\frac{\partial F}{\partial u_l} \frac{\partial u_l}{\partial \eta_l} = 0, \quad (4.34)$$

так что в общем случае на оптимальной траектории либо

$$\frac{\partial F}{\partial u_l} = 0, \quad (4.35)$$

что соответствует изменению $u_l(t)$ внутри заданной области ограничений (эйлеровы участки экстремали), либо

$$\frac{\partial u_l}{\partial \eta_l} = 0, \quad (4.36)$$

Рис. 4.1. К определению переменной $\eta_l(y_l)$

что соответствует предельным значениям $\bar{u}_{l \min}$ и $\bar{u}_{l \max}$ (движение по ограничению). В точке соединения этих участков по условиям Эрдмана—Вейерштрассе

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \dot{y}_l} \right)_{t=0} = \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{y}_l} \right)_{t=0}. \quad (4.37)$$

В этих угловых точках может иметь место разрыв непрерывности управления

$$u_{t+0} \neq u_{t-0},$$

так как производные \dot{y} не содержатся в функции F .

Аналогично могут быть учтены ограничения на координаты y_j , производные которых не входят явно в систему (4.26) [например, p и q в уравнениях (4.32)], хотя в этом случае вопрос о выходе на ограничение и сходе с него представляет некоторую сложность из-за возможной неоднозначности решения.

Метод учета ограничений на фазовые координаты y_i , производные которых содержатся в системе (4.26), изложен в [21] и связан со значительными вычислительными трудностями.

Запишем уравнения Эйлера — Лагранжа относительно переменных $V, \theta, H, L, n, T_w, q$ системы (4.32) и управления a . При введении ограничений в соответствии с изложенным выше методом переменные n, q и управление a могут быть выражены через неограниченные вспомогательные переменные η_n, η_q, η_a ,

В этом случае уравнение (4.27) принимает вид [74]

$$+\lambda_1 c_x \frac{\varrho V}{m} S - \lambda_2 \frac{g}{V} \left[c_y \frac{\varrho V}{2} \frac{S}{gm} + \left(1 + \frac{V^2}{gR}\right) \frac{\cos \theta}{V} \right] - \\ - \lambda_3 \sin \theta - \lambda_4 \cos \theta - \lambda_5 (c_x^2 + c_y^2)^{1/2} \frac{\varrho VS}{mg} - \\ - \lambda_7 q^{(V)} (H, V, a) = \dot{\lambda}_1; \quad (4.38)$$

$$\lambda_1 g \cos \theta - \lambda_2 \frac{g}{V} \left(1 - \frac{V^2}{gR}\right) \sin \theta - \lambda_3 V \cos \theta - \lambda_4 V \sin \theta = \dot{\lambda}_2; \quad (4.39)$$

$$-\lambda_1 c_x \frac{\varrho V^2}{2} \frac{S}{mg} \frac{1}{H_m} + \lambda_2 c_y \frac{\varrho V}{2} \frac{S}{m} \frac{1}{H_m} + \\ + \lambda_5 (c_y^2 + c_x^2)^{1/2} \frac{\varrho V^2}{2} \frac{S}{mg} \frac{1}{H_m} - \lambda_7 \frac{1}{H_m} q^{(q)} (H, V, a) = \dot{\lambda}_3; \quad (4.40)$$

$$\dot{\lambda}_4 = 0; \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \eta_n} \lambda_5 = 0; \quad (4.42)$$

$$4\lambda_6 \varepsilon \sigma T_w^3 = \Phi_T \dot{\lambda}_6; \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial q}{\partial \eta_q} \lambda_7 = 0; \quad (4.44)$$

$$\Delta \frac{\partial a}{\partial \eta_a} = 0; \quad (4.45)$$

$$\Delta = \left[\lambda_1 c_x^{(a)} \frac{\varrho V^2}{2} \frac{S}{mg} - \lambda_2 c_y^{(a)} \frac{\varrho V}{2} \frac{S}{m} - \lambda_7 q^{(a)} (H, V, a) \right]. \quad (4.46)$$

Условия трансверсальности и первый интеграл могут быть записаны как

$$[C_1 \delta t + \lambda_1 \delta V + \lambda_2 \delta \theta + \lambda_3 \delta H + \lambda_4 \delta L + (\lambda_6 - A_{11}) \delta T_w]_{\text{нач}}^{\text{кон}} = 0 \quad (4.47)$$

и

$$\lambda_1 \dot{V} + \lambda_2 \dot{\theta} + \lambda_3 \dot{H} + \lambda_4 \dot{L} + (\lambda_6 \Phi_T - A_{11}) \dot{T}_w - A_{12} q = C_1. \quad (4.48)$$

Уравнения Эйлера совместно с исходными уравнениями связи представляют собой замкнутую систему 15 уравнений с 15 неизвестными. Первый интеграл используется здесь для проверки правильности численного решения. Из условий Эрдмана — Вейерштрассе следует, что в угловых точках множители $\lambda_1 \dots \lambda_4$ и

λ_6 должны быть непрерывны. Относительно множителей λ_5 и λ_7 эти условия не дают никакой информации.

Как следует из уравнения (4.42), на участке переменной перегрузки $\frac{\partial n}{\partial \eta_n} \neq 0$ и, следовательно, $\lambda_5=0$.

На граничном по $n=\bar{n}_{\max}$ участке $\frac{\partial n}{\partial \eta_n}=0$ и λ_5 определяется из уравнения (4.45), так как угол α на этом участке определен.

Переход на участок переменной n обычно осуществляется, когда множитель λ_5 становится равным нулю. Если в некоторой точке участка постоянной $n=\bar{n}_{\max}$ нарушается ограничение $q \leq \bar{q}_{\max}$, то участок постоянной перегрузки сменяется участком постоянного $q=\bar{q}_{\max}$. В последнем случае λ_5 и λ_7 разрывны в угловых точках, в то время как в первом случае они непрерывны.

Можно показать [21], [74], [44], что ограничение $q \leq \bar{q}_{\max}$ не может накладываться в угловой точке, если при этом $q^{(\alpha)}=0$, поскольку требование разрывности α в угловой точке ведет к разрывности λ_1 и λ_2 , что противоречит условиям Эрдмана — Вейерштрассе.

Уравнение (4.45) является ключевым, поскольку оно решается относительно α алгебраически после нахождения других неизвестных. Функции $\alpha(t)$ могут быть кусочно-непрерывными (производные α не содержатся в уравнениях). Может иметь место неоднозначность решения. В этом случае в точках переключения значения α_c определяются условием $\Delta=\Delta^{(\alpha)}=0$. Эти точки также являются угловыми в решении. В угловой точке имеет место скачок от α_{t_c-0} до $\alpha_{t_c+0}^{(1)}$ или $\alpha_{t_c+0}^{(11)}$.

Выбор α_{t_c+0} производится на основе того, что экстремумы по обе стороны угловой точки должны быть одного смысла, т. е. неравенство $\Delta^{(\alpha)}>0$ при переходе через точку переключения сохраняется.

В точке переключения C_1 разрывно:

$$C_1 \left[\begin{array}{c} t_c+0 \\ t_c-0 \end{array} \right] = \int_{t_c-0}^{t_c+0} \frac{d\alpha}{dt} \Delta dt = \int_{\alpha_{t_c-0}}^{\alpha_{t_c+0}} \Delta d\alpha. \quad (4.49)$$

Переход с граничного участка на участок переменного α производится либо при $\Delta=0$, либо при достижении границы по другому параметру.

Число граничных условий не должно превышать порядка системы уравнений Эйлера, который в данном случае равен 10. В задачах рассматриваемого типа возможное число граничных условий также составляет 10 (по пять на каждом конце).

Решение такой краевой задачи требует большого количества вычислений. Поэтому при решении можно заменять условия, фиксирующие значения T_w кон, L кон, t кон, естественными гранич-

ными условиями, поскольку при этом λ_4 и λ_6 определяются и исходная краевая задача сводится к задаче двух измерений. Из естественных условий для $L_{\text{кон}}$ и $t_{\text{кон}}$ следует, что $\lambda_4=0$ и $C_1=0$. Если $A_{11}=0$, то из естественных граничных условий вытекает, что $\lambda_6|_{\text{кон}}=0$, $\lambda_6=0$. Если минимизируется конечная температура ($A_{11}=1$), значение $\lambda_6|_{\text{нач}}$ берется равным единице, поскольку уравнения Эйлера в этом случае однородны относительно неопределенных множителей. Начальные значения $\lambda_1|_{\text{нач}}$, $\lambda_2|_{\text{нач}}$, $\lambda_3|_{\text{нач}}$ могут быть определены совместным решением уравнений (4.45) и (4.48) и уравнения, получаемого дифференцированием по времени уравнения (4.45). Поскольку $C_1=0$, остаются лишь два начальных параметра $a|_{\text{нач}}$ и $\dot{a}|_{\text{нач}}$, определяющие оптимальное решение. Варьируя эти параметры, получаем серию траекторий с различными $\theta|_{\text{кон}}$ и $H|_{\text{кон}}$.

Интегрирование системы уравнений для решения задачи о минимуме суммарного теплового потока за время спуска ($A_{11}=0$, $q=q_{\text{п.к.}}$), проведенное на ЭЦВМ [44], [74] для типовых начальных условий

$$\begin{aligned} H_{\text{вх}} &= 82,5 \text{ км}; & T_{W_{\text{вх}}} &= T_{W_{\text{торм}}}; \\ \bar{V}_{\text{вх}} &= 0,95; & \bar{V}_{\text{кон}} &= 0,5; \\ \theta_{\text{вх}} &= -2^\circ; & C_1 &= \lambda_4 - \lambda_6 = 0 \end{aligned}$$

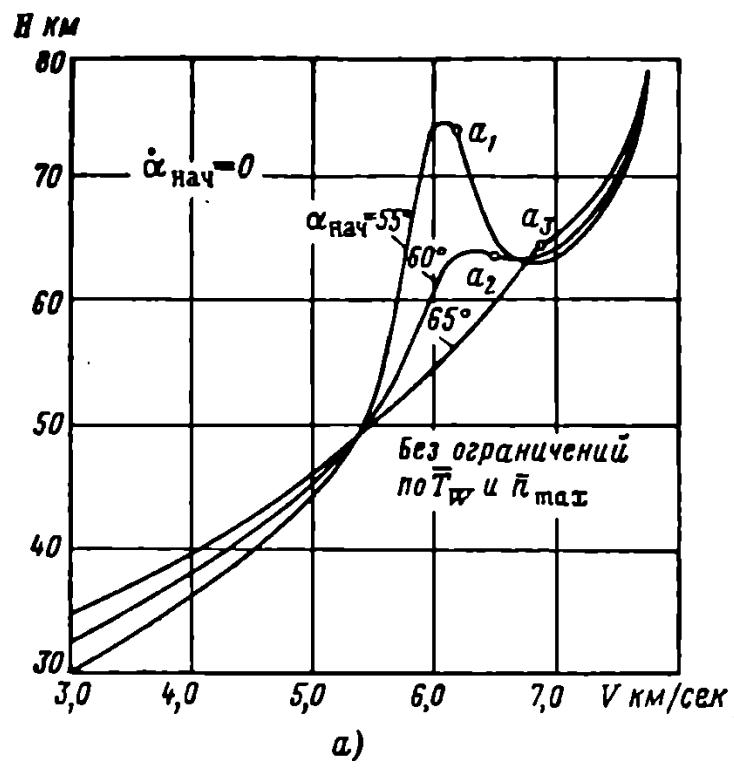
и для свободных конечных значений $H|_{\text{кон}}$ и $\theta|_{\text{кон}}$ (для упрощения вычислительной процедуры), позволяет исследовать оптимальную траекторию спуска для типового крылатого аппарата спуска (см. § 1 и [74]) с характеристиками

$$\frac{m}{S} = 15 \frac{\kappa G \cdot \text{сек}}{m^3} \quad \text{и} \quad K_{\max} = 1,2.$$

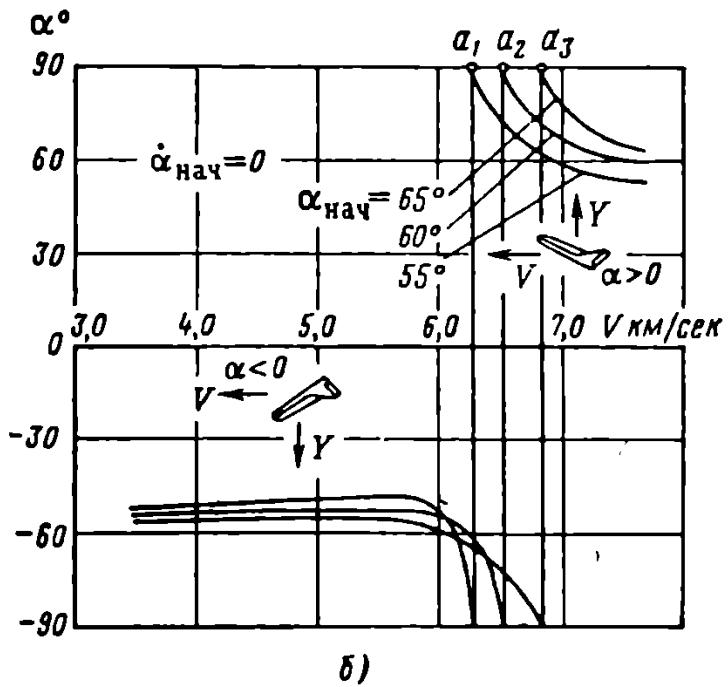
При отсутствии ограничений на перегрузки и тепловые потоки минимум функционала может быть достигнут за счет резкого уменьшения времени спуска. Полученное в этом случае решение (для различных $a|_{\text{нач}}$, задаваемых в качестве начального параметра) определяет траекторию спуска, на которой для увеличения крутизны и уменьшения времени снижения используется отрицательная подъемная сила ($\gamma = 180^\circ$ после точек a , рис. 4.2), однако реализация таких траекторий приводит к чрезмерным тепловым нагрузкам и превышению допустимого уровня перегрузок.

Введение ограничения по углу атаки ($\alpha \leq 75^\circ$, крен аппарата отсутствует) приводит к переходу на более пологие траектории с предельным положительным $a = a_{\max}$ на основной части траектории (рис. 4.3), так как на больших высотах, соответствующих полету с $c_{y\max}(a_{\max})$, уменьшается доля подводимой к поверхности аппарата тепловой энергии.

Дополнительные ограничения по перегрузкам или температу-



а)



б)

Рис. 4.2. Оптимальная траектория спуска при отсутствии ограничений:
а—вид траектории; б—программа спуска по углу атаки

ре обшивки приводят к появлению на траектории спуска участков с $n = \bar{n}_{\max}$ или $T_w = \bar{T}_{w\max}$, как это видно по рис. 4.4.

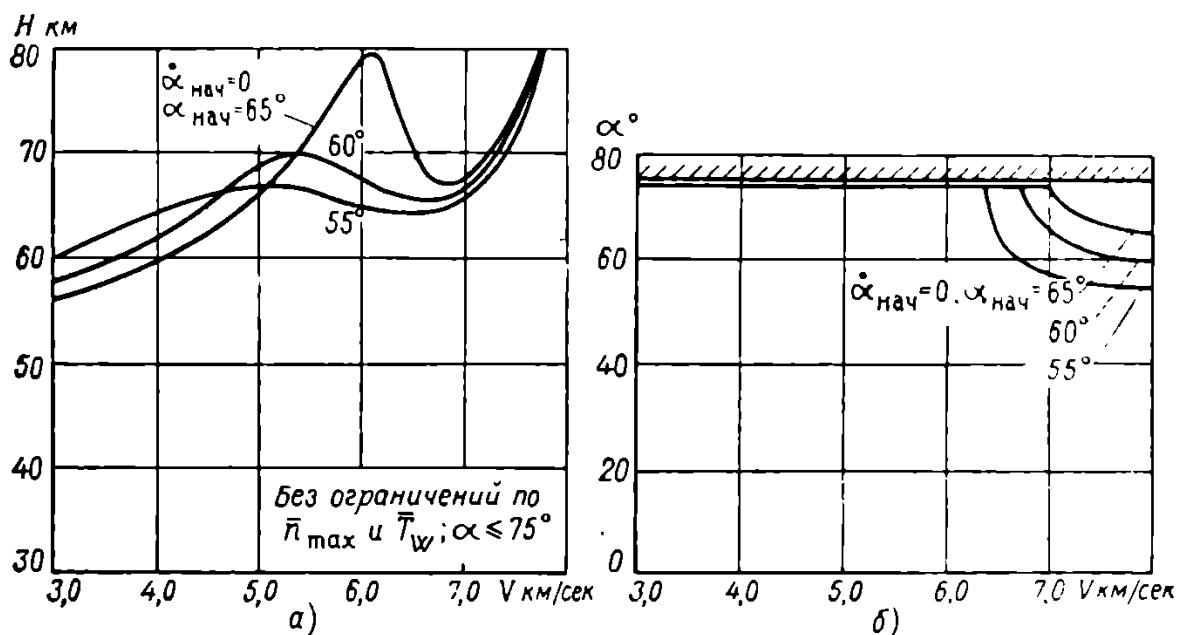


Рис. 4.3. Оптимальная траектория спуска при ограничениях по углу атаки $|\alpha| \leq 75^\circ$

а—вид траектории; б—программа спуска по углу атаки

Заметим, что сравнение траекторий с различными $\alpha_{\text{нач}}$ показывает целесообразность использования высоких значений α с самого начала движения в плотной атмосфере, если это не при-

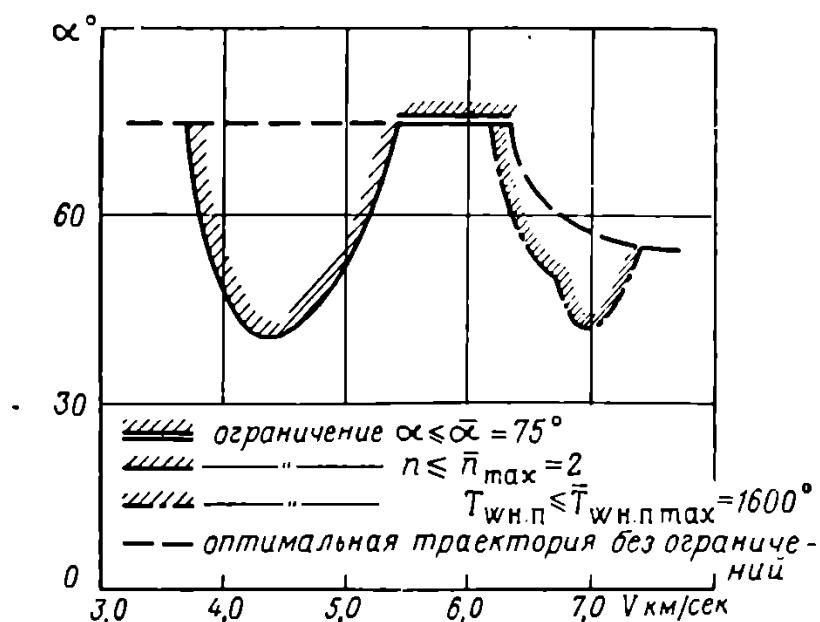


Рис. 4.4. Оптимальная программа изменения угла атаки при спуске с учетом ограничений по углу атаки, перегрузкам и тепловым потокам

водит к чрезмерно высоким удельным тепловым потокам к обшивке.

§ 3. ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИИ СПУСКА КРЫЛАТОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА

Введение ограничений на управление или фазовые координаты при применении классических методов вариационного исчисления связано с использованием искусственных приемов преобразования координат (см. [21], [74] и § 2). Однако, даже используя такие методы, не удается получить достаточно простого алгоритма, позволяющего определить моменты перехода с эйлеровых участков экстремали на предельные участки или моменты схода с них.

Принцип максимума, представляющий формулировку необходимого условия экстремальности для ограниченных множеств траекторий сравнения [5], [18], [21], [27], [80], позволяет более эффективно строить расчетную процедуру при определении экстремальной траектории, включающей предельные участки.

Для системы, управляемое движение которой определяется системой уравнений

$$\dot{y}_i = f_i(y_i; u_j) \quad (i=1, \dots, n, j=1, \dots, l), \quad (4.50)$$

допустимое управление ограничено областью U , т. е. $u \in U$, а критерием оптимальности движения при заданных граничных условиях является минимум функционала J :

$$J = \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} f_0(y_i; u_j) dt. \quad (4.51)$$

Принцип максимума позволяет сформулировать следующее необходимое условие оптимальности: траектория $y_{\text{opt}}(t)$ и $u_{\text{opt}}(t)$ является оптимальной, если для нее существует такая совокупность переменных $\lambda_i(t)$, удовлетворяющих уравнениям (4.52) со-пряженной (4.50) линейной системы,

$$\dot{\lambda}_i = - \sum_{j=0}^n \frac{\partial f_j}{\partial y_i} \lambda_j, \quad (4.52)$$

что

$$1) \quad F(\lambda_i; y_i; u_{\text{opt}}) = \max_{u \in U} F = M(\lambda_i; y_i); \quad (4.53)$$

2) для $\lambda_0(t) \leq 0$ (критерий (4.51) минимизируется)

$$M(\lambda_i; y_i) = 0 \quad (4.54)$$

при свободном $t_{\text{кон}}$ или

$$M(\lambda_i; y_i) = C_1 \quad (4.55)$$

при $t_{\text{кон}}$ фиксированном или оптимизируемом.

В выражении (4.53)

$$F = \sum_{i=0}^n \lambda_i f_i(y_i; u_i) \quad (i=0, \dots, n) \quad (4.56)$$

— гамильтониан системы (4.50)

и

$$\dot{y}_i = f_0(u_i; y_i).$$

Заметим, что из определения функции F

$$\dot{y}_i = \frac{\partial F}{\partial \lambda_i} \quad (i=0, 1, \dots, n) \quad (4.57)$$

и

$$\dot{\lambda}_i = -\frac{\partial F}{\partial y_i} \quad (i=0, 1, \dots, n). \quad (4.58)$$

Если граничные условия в системе не фиксированы, выполняется условие трансверсальности:

$$\lambda_i(t_{\text{нач}}) = 0; \quad (4.59)$$

$$\lambda_i(t_{\text{кон}}) = 0 \quad (4.60)$$

(или $\bar{\lambda}_{\text{кон}} \bar{T}_{\text{гр}} = 0$, если условия на границе связаны между собой. $\bar{T}_{\text{гр}}$ — вектор, лежащий в плоскости граничных условий).

Одна из величин λ может быть задана произвольно, и обычно задают $\lambda_0 = -1$. При минимизации времени $\lambda_0 = 0$, а $C_1 = 1$.

Рассмотрим приложение принципа максимума к задачам оптимизации траекторий спуска. Считая по-прежнему, что движение космического аппарата на участке спуска определяется системой уравнений (4.2), запишем функцию

$$\begin{aligned} F = & \lambda_1 \left(-\frac{c_x S}{m} \frac{\rho V^2}{2} - g \sin \theta \right) + \lambda_2 \frac{g}{V} \left[\frac{1}{g} \frac{c_y S}{m} \frac{\rho V^2}{2} - \right. \\ & \left. - \cos \theta \left(1 - \frac{V^2}{g R} \right) \right] + \lambda_3 V \sin \theta + \lambda_4 V \cos \theta + \\ & + \lambda_0 f_0(V, \theta, H, L, c_y, c_x, \dots) \end{aligned} \quad (4.61)$$

(при $c_x = c_x(c_y)$ в общем случае).

Здесь функция f_0 определяет критерий оптимальности траектории

$$J = \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} f_0(V, \theta, H, L, c_y, c_x) dt, \quad (4.62)$$

заданный в соответствии с § 1.

Заметим, что, как и при использовании классических методов вариационного исчисления, определение оптимальной траектории

по принципу максимума требует, вообще говоря, решения краевой задачи. В § 2 краевая задача была сведена к параметрической по $a_{\text{нач}}$ и $a_{\text{кон}}$ путем введения свободных граничных условий в конце траектории. При отыскании оптимальной траектории по принципу максимума иллюстрируются одновременно некоторые приемы решения полной краевой задачи.

В связи с тем, что решение системы уравнений, следующих из принципа максимума, при неизвестных граничных условиях для λ_i затруднено, используется эффективный прием [80] введения невязок по конечным условиям в функционал критерия оптимальности:

$$\begin{aligned} J = & \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} f_0(V, \theta, H, L, c_x, c_y) dt + \\ & + \frac{A_{01}}{2} [V(t_{\text{кон}}) - V^*_{\text{кон}}]^2 + \frac{A_{02}}{2} [\theta(t_{\text{кон}}) - \theta^*_{\text{кон}}]^2 + \\ & + \frac{A_{03}}{2} [H(t_{\text{кон}}) - H^*_{\text{кон}}]^2 + \frac{A_{04}}{2} [L(t_{\text{кон}}) - L^*_{\text{кон}}]^2 \end{aligned} \quad (4.63)$$

при граничных условиях для $t = t_{\text{кон}}$:

$$V^*(t_{\text{кон}}); \quad \theta^*(t_{\text{кон}}); \quad H^*(t_{\text{кон}}); \quad L^*(t_{\text{кон}}).$$

Время полета $t_{\text{кон}}$ определяется достижением заданных граничных условий.

Этот прием, не изменяя смысла функционала, позволяет при решении считать конечные значения соответствующих переменных свободными и использовать для них условия трансверсальности (4.60).

В выражении (4.63) коэффициенты A_{0i} — произвольные постоянные.

Рассмотрим пример использования принципа максимума в задаче, аналогичной рассмотренной в § 2.

В качестве критерия оптимальности используется объединенный критерий по тепловым нагрузкам и перегрузкам:

$$\begin{aligned} f_0(V, \theta, H, L, c_x, c_y) = & A_{11}(q)^{1/2} V^3 + \\ & + A_{12} (c_x^2 + c_y^2) \left(\frac{qV^2}{2} - \frac{S}{m} \right)^2, \end{aligned} \quad (4.64)$$

где A_{11} и A_{12} — весовые коэффициенты ($A_{11} \geq 0$; $A_{12} \geq 0$).

Выражения, определяющие $q_{\text{конв}}$, n_x и n_y через параметры траектории и управление, введены здесь под знак функционала, поэтому в систему уравнений движения (4.2) и гамильтониан (4.61) соответствующие соотношения не включаются. Теперь выражение для f_0 усл с учетом невязок может быть получено из (4.63)

$$\begin{aligned}
\dot{y}_0 = f_{0y\text{сл}} = & A_{11} Q^{1/2} V^3 + A_{12} \left(\frac{QV^2}{2} \frac{S}{m} \right)^2 (c_y^2 + c_x^2) + \\
& + A_{01} (V - V_{\text{кон}})^* \left(-\frac{c_x Q V^2}{2} \frac{S}{m} - g \sin \theta \right) + \\
& + A_{02} (\theta - \theta_{\text{кон}}^*) \left[\frac{1}{g} c_y \frac{QV^2}{2} \frac{S}{m} - \cos \theta \left(1 - \frac{V^2}{gR} \right) \right] \frac{g}{V} + \\
& + A_{03} (H - H_{\text{кон}}^*) V \sin \theta + A_{04} (L - L_{\text{кон}}^*) V \cos \theta. \quad (4.65)
\end{aligned}$$

Оптимизируя по указанному критерию траекторию спуска крылатого космического аппарата, аналогичного рассмотренному в § 2, целесообразно для получения новой информации о свойствах оптимальных траекторий рассмотреть применение принципа максимума к несколько видоизмененной по сравнению с § 2 схеме управления аппаратом.

Ниже предполагается [80], что за счет использования каких-либо аэродинамических тормозных устройств возможно независимое управление аэродинамической подъемной силой и силой сопротивления (т. е. c_y и c_x).

Таким образом, в рассматриваемой задаче два управления: $u_1 = c_y$ и $u_2 = c_x$.

С учетом введенных невязок по граничным условиям функция F принимает вид (при $\lambda_0 = -1$):

$$\begin{aligned}
F = & -A_{11} Q^{1/2} V^3 - A_{12} \left(\frac{QV^2}{2} \frac{S}{m} \right) (c_y^2 + c_x^2)^{1/2} + \\
& + A_{01} (V - V_{\text{кон}}^*) \left(\frac{c_x S}{m} \frac{QV^2}{2} + g \sin \theta \right) - \\
& - A_{02} (\theta - \theta_{\text{кон}}^*) \frac{g}{V} \left[\frac{1}{g} \frac{c_y S}{m} \frac{QV^2}{2} - \left(1 - \frac{V^2}{gR} \right) \cos \theta \right] - \\
& - A_{03} (H - H_{\text{кон}}^*) V \sin \theta - A_{04} (L - L_{\text{кон}}^*) V \cos \theta - \\
& - \lambda_1 \left(\frac{c_x S}{m} \frac{QV^2}{2} + g \sin \theta \right) + \\
& + \lambda_2 \frac{g}{V} \left[\frac{1}{g} \frac{c_y S}{m} \frac{QV^2}{2} - \left(1 - \frac{V^2}{gR} \right) \cos \theta \right] + \\
& + \lambda_3 V \sin \theta + \lambda_4 V \cos \theta. \quad (4.66)
\end{aligned}$$

В соответствии с принципом максимума на оптимальной траектории функция F имеет максимум по управлению в допустимой области управлений $u \in U$.

При неограниченных значениях c_x и c_y

$$\frac{\partial F}{\partial c_y} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial c_x} = 0 \quad (4.67)$$

и

$$c_{y \text{ opt}} = \frac{m}{S} \frac{1}{qV^3} \frac{1}{A_{12}} [A_{02}(\theta - \theta_{\text{кон}}^*) - \lambda_2]; \quad (4.68)$$

$$c_{x \text{ opt}} = \frac{m}{S} \frac{1}{qV^3} \frac{1}{A_{12}} [A_{01}(V - V_{\text{кон}}^*) - \lambda_1]. \quad (4.69)$$

При введении ограничений по c_x или c_y на траектории появляются участки с $c_y \text{ max/min}$ и $c_x \text{ max/min}$, причем переход на эти участки происходит, когда минимум по управлению достигается на предельных значениях c_x и c_y .

Переменные λ_i определяются из соотношений

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial F}{\partial V}; \quad \dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial F}{\partial \theta}; \\ \dot{\lambda}_3 = -\frac{\partial F}{\partial H}; \quad \dot{\lambda}_4 = -\frac{\partial F}{\partial L} \end{array} \right\} \quad (4.70)$$

и уравнений движения совместно.

При решении краевой задачи граничные условия заданы, как

$$V(t_{\text{нач}}) = V_{\text{вх}}; \quad \theta(t_{\text{нач}}) = \theta_{\text{вх}}; \quad H(t_{\text{нач}}) = H_{\text{вх}};$$

$$L(t_{\text{нач}}) = 0 \text{ и } \lambda_{1\text{кон}} = \lambda_{2\text{кон}} = \lambda_{3\text{кон}} = \lambda_{4\text{кон}} = 0, \text{ так как}$$

конечные условия включены в функционал. При этом траектория интегрируется в обратном направлении начиная с конечной точки путем изменения знаков производных траекторных (y) и сопряженных (λ) переменных. Интегрирование в обратном направлении имеет два преимущества по сравнению с прямым интегрированием.

Во-первых, ориентировочно известна область, в которой должны лежать конечные значения траекторных переменных, в то время как предугадываемые начальные значения сопряженных переменных могут отличаться от действительных на несколько порядков.

Во-вторых, прямое интегрирование дает оптимальную траекторию, соответствующую заданным начальным условиям для уравнений движения при свободном правом конце, в то время как обратное интегрирование при нулевых начальных условиях для сопряженных уравнений и каким-либо образом заданных конечных условиях для уравнений движения дает оптимальные траектории при тех начальных условиях для уравнений движения, которые достигаются при определении траектории обратным интегрированием. Тем самым в процессе расчета находятся оптимальные траектории для начальных условий уравнений движения, лежащих в окрестности номинальных, что позволяет получить информацию о влиянии возмущений.

Определение искомых конечных условий для уравнений движения производится путем последовательных приближений, при-

чем эффективным является применение метода функций влияния. При интегрировании в обратном направлении можно записать

$$y_i(t) = y_i[t; y_i(t_{\text{кон}})] \quad (i = 1, \dots, n). \quad (4.71)$$

Обозначив опорное решение при $y_i(t_{\text{кон}}) = y_{\text{кон}}^*$ индексом « k » и разлагая в ряд решение при конечных условиях $y_i(t_{\text{кон}})$, отличных от опорного, найдем в линейном приближении

$$y_i(t) = y_i(t)|_k + \sum_{j=1}^n \frac{\partial y_i}{\partial y_j|_{\text{кон}}} \delta y_j|_{\text{кон}}, \quad (4.72)$$

где

$$\delta y_j|_{\text{кон}} = y_j(t_{\text{кон}}) - y_j^*|_{\text{кон}}. \quad (4.73)$$

Тогда

$$\delta y_i|_{\text{нач}} = y_i(t_{\text{нач}}) - y_i(t_{\text{нач}})|_k = \sum f_{ij}^* \delta y_j|_{\text{кон}} \quad (4.74)$$

и

$$f_{ij}^* = \frac{\partial y_i(t_{\text{нач}})}{\partial y_j|_{\text{кон}}}.$$

f_{ij}^* — функция влияния отклонений граничных условий $\delta y_j|_{\text{кон}}$ на начальные значения $\delta y_i(t_{\text{нач}})$. В рассматриваемом случае $y_1 = V$; $y_2 = \theta$; $y_3 = H$; $y_4 = L$; $i = 0, \dots, 4$.

Необходимо получить дифференциальные уравнения для функций влияния f_{ij}^* . Пусть

$$\varphi_i = \dot{y}_i - f_i(y_i; \lambda_i),$$

где f_i — правые части уравнений движения. Величины f_i являются функциями y_i и λ_i , так как λ_i присутствуют явно в полученных соотношениях для оптимальных u , т. е. c_x и c_y . Поэтому можно записать

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_i}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} &= \frac{\partial \varphi_i}{\partial \dot{y}_i} \frac{\partial \dot{y}_i}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} + \sum_{m=1}^n \frac{\partial \varphi_i}{\partial y_m} \frac{\partial y_m}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} + \\ &+ \sum_{m=1}^n \frac{\partial \varphi_i}{\partial \lambda_m} \frac{\partial \lambda_m}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} \quad (i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n). \end{aligned} \quad (4.75)$$

Если учесть, что

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial \dot{y}_i} = 1 \quad \text{и} \quad \frac{\partial \dot{y}_i}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} = f_{ij}^*$$

(предполагается, что операции $\frac{d}{dt}$ и $\frac{\partial}{\partial y}$ могут выполняться в произвольной последовательности), и обозначать

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} = \omega_{ij}^* \text{ по аналогии с } \frac{\partial y_i}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} = f_{ij}^*,$$

то уравнение (4.75) можно записать как

$$\dot{f}_{ij}^* = - \sum_{j=1}^n \frac{\partial \varphi_i}{\partial y_j} f_{ij}^* - \sum_{j=1}^n \frac{\partial \varphi_i}{\partial \lambda_j} \omega_{ij}^* \quad (i=1, \dots, n, j=1, \dots, n). \quad (4.76)$$

Требуется также получить дифференциальные уравнения для ω_{ij}^* . Пусть

$$\psi_i = \lambda_i - \zeta_i(\lambda_j; y_j) \quad (i=1, \dots, n; j=1, \dots, n),$$

где $\zeta_i(\lambda_j; y_j)$ — правые части уравнений (4.58).

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_i}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} &= \frac{\partial \psi_i}{\partial \lambda_i} \frac{\partial \lambda_i}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} + \sum_{m=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial \lambda_m} \frac{\partial \lambda_m}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} + \\ &+ \sum_{m=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial y_m} \frac{\partial y_m}{\partial y_j(t_{\text{кон}})} \quad (i=1, \dots, n; j=1, \dots, n). \end{aligned} \quad (4.77)$$

Используя обозначения уравнений (4.76), уравнение (4.77) можно записать так:

$$\omega_{ij}^* := - \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial \lambda_j} \omega_{ji}^* - \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial y_j} f_{ij}^*. \quad (4.78)$$

Так как оптимальные значения управления u являются явными функциями y_i и λ_i , уравнения для функций влияния будут различными внутри области допустимых значений c_x и c_y и при их предельных значениях. Кроме того, правые части уравнений (4.50), (4.70) и выражений для $\delta y_i(t)$; $\delta y_i(t_{\text{кон}})$ и f_{ij}^* ; ω_{ji}^* должны быть умножены на -1 , поскольку интегрирование должно вестись в обратном направлении.

После этого уравнения (4.76) и (4.78) могут быть использованы для получения уравнений относительно функций влияния. Таким образом, используя начальное опорное решение $y^*(t)|_h$, можно определить $u(t_{\text{нач}})|_h$; $y(t_{\text{нач}})|_h$ и тем самым $\delta y(t_{\text{нач}})$. Зная $\delta y(t_{\text{нач}})$ и $u(t_{\text{нач}})_h$, можно при помощи уравнения (4.74) определить величину $\delta y_{\text{кон}}$, долю которой затем добавить к предыду-

щему опорному решению для определения нового с поправочным коэффициентом K_1 :

$$y_{k+1\text{кон}} = y_{k\text{ кон}} + K_1 \delta y_{k\text{ кон}},$$

причем, как правило, $K_1 < 1$. Эта процедура повторяется до того момента, пока $\delta y(t_{\text{нач}}) \approx 0$, т. е. пока начальные значения переменных уравнений динамики в конце обратного интегрирования не станут с достаточной точностью равными требуемым значениям.

В качестве примера рассматривалась задача входа с круговой скоростью при независимом управлении силой аэродинамического сопротивления и подъемной силой. Для простоты было принято, что

$$A_{01} = A_{02} = A_{03} = A_{04} = 0,$$

т. е. правый конец полагался свободным.

Типичная оптимальная траектория, соответствующая $H_{\text{вх}} = 75$ км, $V_{\text{вх}} = 7,78$ км/сек и $\theta_{\text{вх}} = -0,0384$ рад ($-2,2^\circ$), полученная в результате расчетов, представлена графически на рис. 4.5 [80].

Заметим, что сходимость итерационного процесса при рассматриваемом методе сильно зависит от области фазового пространства, в которой находится траектория. Например, на коротком конечном участке траектории спуска сходимость не слишком чувствительна к малым ошибкам интегрирования, а поправки близки к линейным, вследствие чего может быть использован поправочный коэффициент K_1 (определяющий долю поправок δy_k , которую следует использовать для получения новых оценок), равный 0,5, и сходимость оказывается достаточно быстрой.

Если рассматривается траектория спуска в диапазоне высот 75—25 км, сходимость очень чувствительна к малым ошибкам интегрирования, так что решение может быть получено ценой больших затрат машинного времени.

Наконец, на начальном участке траектории входа в диапазоне высот 80—75 км наблюдается определенная нечувствительность к ошибкам интегрирования, однако сильное влияние нелинейности требует уменьшения поправочного коэффициента до 0,01.

Как видно из рис. 4.5, 4.6, 4.7, траектория входа состоит из участка пикования, сравнительно пологого участка и участка крутого снижения в конце траектории. Оптимизация траектории

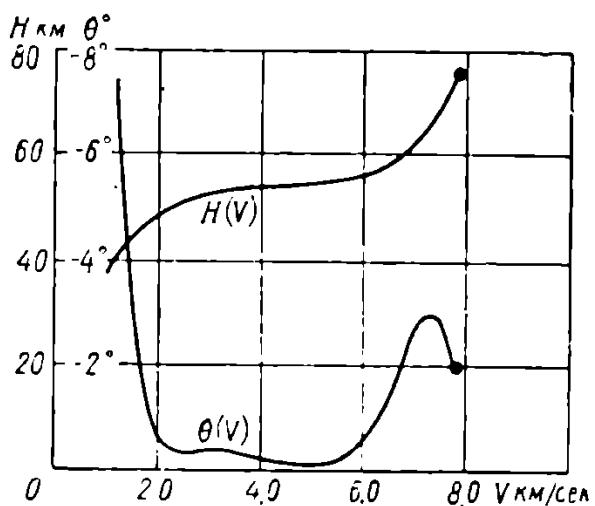


Рис. 4.5. Оптимальная траектория спуска при раздельном управлении c_x и c_y

входа при независимом управлении силой сопротивления и подъемной силой приводит к физически реализуемым требованиям к величинам c_y и c_x .

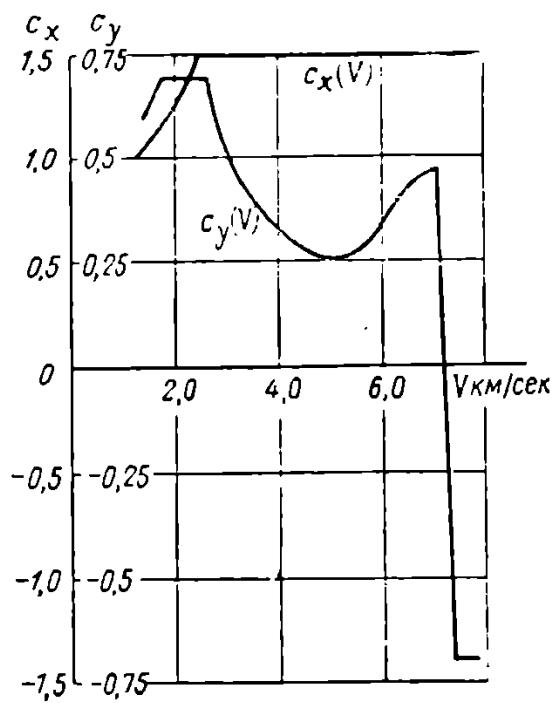


Рис. 4.6. Оптимальное изменение c_x и c_y на траектории спуска

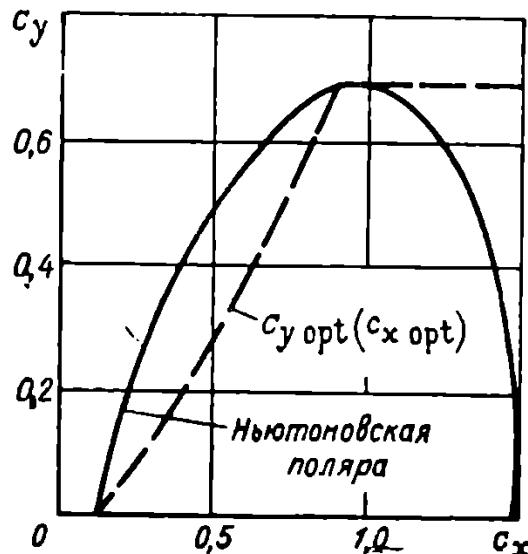


Рис. 4.7. Оптимальная зависимость $c_y(c_x)$ при раздельном управлении c_y и c_x

При заданном $c_x < c_{x \text{ max}}$ величина c_y оказывается меньше величины, соответствующей ньютоновской поляре (рис. 4.6). Хотя каждая из требуемых комбинаций c_x и c_y может быть получена при определенной конфигурации аппарата, реализация системы, обеспечивающей последовательно любую требуемую комбинацию c_x и c_y , затруднительна, вследствие чего может потребоваться приближенная аппроксимация оптимального результата.

§ 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТИПОВЫХ (МОДЕЛЬНЫХ) ТРАЕКТОРИЙ СПУСКА КРЫЛАТЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В АТМОСФЕРЕ

Как уже упоминалось (см. § 5 гл. III), для получения приближенных оценочных характеристик траекторий спуска в атмосфере космических аппаратов с высокими несущими свойствами возможно использование в качестве расчетной упрощенной модельной схемы построения траектории спуска.

При такой модельной схеме полная траектория спуска рассматривается как последовательность участков снижения со стандартной программой управления траекторией, причем на

каждом из таких участков используются упрощающие предположения, основанные на априорных допущениях о характере движения аппарата и позволяющие получить эффективное решение системы уравнений аналитическими или графоаналитическими методами. Аналогичный метод может быть использован и при оптимизации траекторий спуска крылатых космических аппаратов в атмосфере.

При этом класс траекторий сравнения (допустимых траекторий) искусственно сужается и искомая траектория является оптимальной лишь среди множества модельных траекторий, удовлетворяющих принятым упрощающим предположениям. Так, для аппаратов с высокими несущими свойствами можно ограничить множество траекторий сравнения типовыми траекториями спуска, состоящими последовательно из участка интенсивного выравнивания и участка квазистационарного планирования (см. рис.3.20). На этих участках справедливы допущения, введенные в § 5 гл. III для типовых режимов спуска крылатых аппаратов, однако сохраняется возможность управления траекторией, так как при принятых допущениях на обоих участках вид траектории определяется программой управления подъемной силой $Y_{\text{эф}}$ (или коэффициентом подъемной силы $c_{y \text{ эф}}$).

Оптимизируя программу управления подъемной силой на этих участках по одному и тому же критерию оптимальности и варьируя условия на стыке типовых участков, чтобы обеспечить оптимальные суммарные характеристики полной траектории, можно получить последовательно по участкам оптимальную программу спуска с несколько меньшими расчетными трудностями, чем при решении задачи оптимизации в полной постановке (см. § 2), находя решение в некоторых случаях аналитическими или графо-аналитическими методами без использования ЭЦВМ.

Рассмотрим некоторые особенности такого приближенного решения.

1. Оптимальные режимы квазистационарного инерционного планирования

Участок квазистационарного инерционного планирования, следующий по принятой схеме непосредственно за маневром начального выравнивания, начинается с высоты H_m и скорости V_m , которые определяются условиями выравнивания и должны варьироваться при построении полной оптимальной траектории.

Окончание участка квазистационарного инерционного планирования соответствует достижению конечной скорости, при которой выполняется конечный маневр захода на посадку. Конечная высота участка планирования предполагается свободной, возможный разброс траекторий по высотам компенсируется на участке конечного маневра.

При квазистационарном инерционном планировании

$$\frac{1}{g} c_y \frac{\rho V^2}{2} \frac{S}{m} = \frac{1}{g} \frac{K}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2} = \left(1 - \frac{V^2}{gR}\right); \quad (4.79)$$

$$\frac{dV}{dt} = -c_x \frac{\rho V^2}{2} \frac{S}{m} = -\frac{1}{\sigma} \frac{\rho V^2}{2}; \quad (4.80)$$

$$\frac{dL}{dt} = V. \quad (4.81)$$

Задав в качестве критерия оптимальности минимум суммарного конвективного теплового потока в критической точке аппарата за время планирования, находим (см. § 5 гл. III)

$$\frac{dQ_s}{dV} = -V^2 \frac{A_{\text{конв}} S}{\rho_0^{1/2} g^{1/2} V_{1k}^3} \left(\frac{m}{S}\right)^{1/2} \frac{V^2}{\left(1 - \frac{V^2}{gR}\right)^{1/2}} \frac{c_y^{1/2}}{c_x(c_y)} \quad (4.82)$$

и

$$\frac{dL}{dV} = -\frac{1}{g} K(c_y) \frac{V}{1 - \frac{V^2}{gR}}. \quad (4.83)$$

Таким образом, при необусловленной высоте полета при планировании удельный тепловой поток и дальность полета определяются как функция только скорости и управления c_y на траектории. При естественных граничных условиях по дальности минимум Q_s достигается с учетом ограничений по c_y либо при

$$\frac{\partial}{\partial c_y} \left[\frac{c_y^{1/2}}{c_x(c_y)} \right] = 0, \quad (4.84)$$

либо при $c_y = \bar{c}_{y \text{ max/min}}$. (4.85)

Нетрудно убедиться, что именно условие (4.85) в диапазоне возможных значений c_y соответствует минимуму функции $\frac{c_y^{1/2}}{c_x}$,

так что планирование должно производиться при предельных значениях $\bar{c}_{y \text{ max/min}}$. Исключая из рассмотрения траектории с нулевым или отрицательным c_y , как связанные с чрезмерными перегрузками и удельным нагревом¹, находим, что снижение должно производиться на $c_y = \bar{c}_{y \text{ max}}$, ограниченном либо предельными углами атаки $\alpha = \alpha_{\text{max}}$, либо допустимыми значениями тепловых потоков к поверхности аппарата $\bar{q}_{\text{н.п}}(\alpha)$, как это указано в § 1.

Для тонкой обшивки ограничение по $\bar{q}_{\text{н.п}}$ эквивалентно огра-

¹ При рассмотрении таких траекторий уравнения квазистационарного инерционного планирования неприменимы.

ничению по равновесной температуре теплозащитного экрана (см. § 1 гл. IV и [22], [34]). Перегрузки на участке планирования составляют

$$n = (n_x^2 + n_y^2)^{1/2} = (1 - \bar{V}^2) \sqrt{\frac{K^2 + 1}{K^2}}, \quad (4.86)$$

$$n_x = \frac{1 - \bar{V}^2}{K}; \quad (4.87)$$

$$n_y = 1 - \bar{V}^2; \quad (4.88)$$

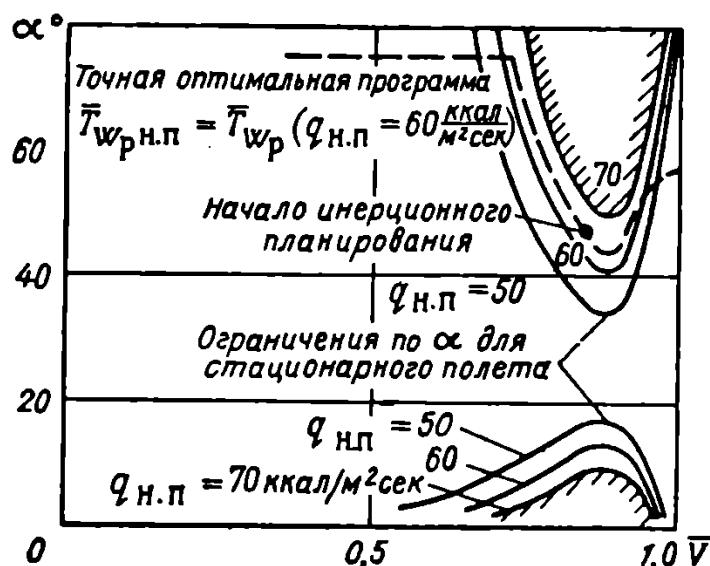


Рис. 4.8. Ограничения по углу атаки на квазистационарных режимах полета

где

$$\bar{V} = \frac{V}{\sqrt{gR}},$$

и при достаточно высоком аэродинамическом качестве не являются ограничивающим фактором.

Предельные значения допустимых углов атаки, обусловленные ограничением по величине удельного теплового потока (равновесной температуре) нижней поверхности, рассчитанные по соотношениям § 5 гл. III, представлены на рис. 4.8 и 3.24. Там же для сравнения показана оптимальная программа участка, следующего за выравниванием, полученная численными методами для полных уравнений движения (см. [74] и § 2).

Выражение (4.82) позволяет построить зависимость полного теплового потока от начальной скорости планирования (конечной скорости выравнивания), определенной по соотношениям § 5 гл. III для того же аппарата, что и в § 2 гл. IV [74].

Введение граничных условий по дальности $L(V_{\text{кон}}) = L^*_{\text{кон}}$ приводит к изопериметрической задаче, для которой условный функционал может быть составлен как

$$J = \int_{V_m}^{V_{\text{кон}}} \left[\frac{\sqrt{2} A_{\text{конв}} S}{Q_0^{1/2} \zeta^{1/2} V_{1K}^3} \left(\frac{m}{S} \right)^{1/2} \frac{V^2}{\left(1 - \frac{V^2}{g R} \right)^{1/2}} \frac{c_y^{1/2}}{c_x} - \lambda_L \frac{V \frac{c_y}{c_x}}{g \left(1 - \frac{V^2}{g R} \right)} \right] dV = \int_{V_m}^{V_{\text{кон}}} F(V, c_y, \lambda_L) dL. \quad (4.89)$$

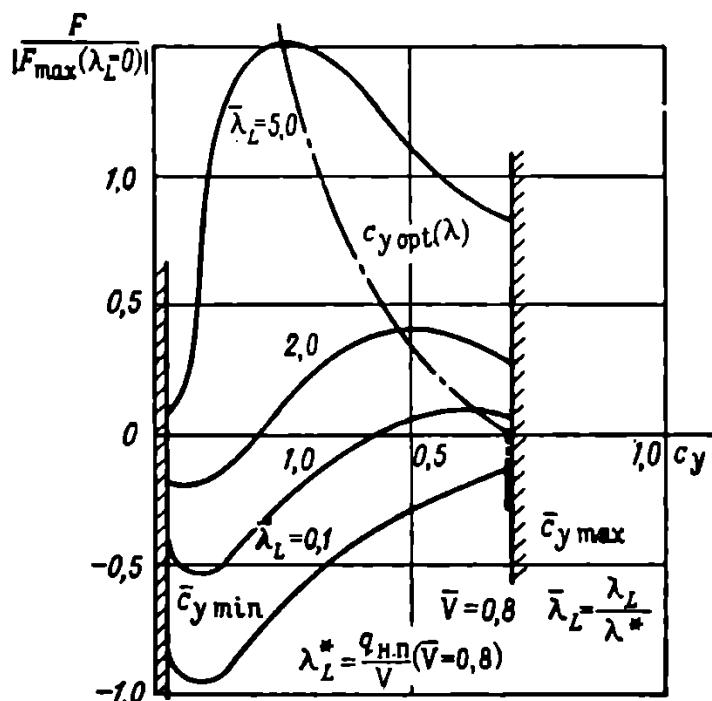


Рис. 4.9. Характер функции $F(c_y, \bar{V}, \lambda_L)$ при различных λ_L

Выбор постоянной λ_L должен обеспечить выполнение заданного граничного условия по дальности на оптимальной траектории. Очевидно, граничное значение дальности может задаваться в пределах от L_{\min} , соответствующей планированию на K_{\max} , до L_{\max} , соответствующей наименьшему из рассматриваемых значений K [см. (3.137)].

Рассматривая лишь пологие траектории спуска, находим, что режим минимального нагрева лобовых поверхностей $c_y = \bar{c}_{\max}$ примерно совпадает с режимом полета на L_{\min} , а задание $L^*_{\text{кон}} > L_{\min}$ приводит к сдвигу оптимальной программы в сторону $c_{yK \max}$ (рис. 4.9—4.11).

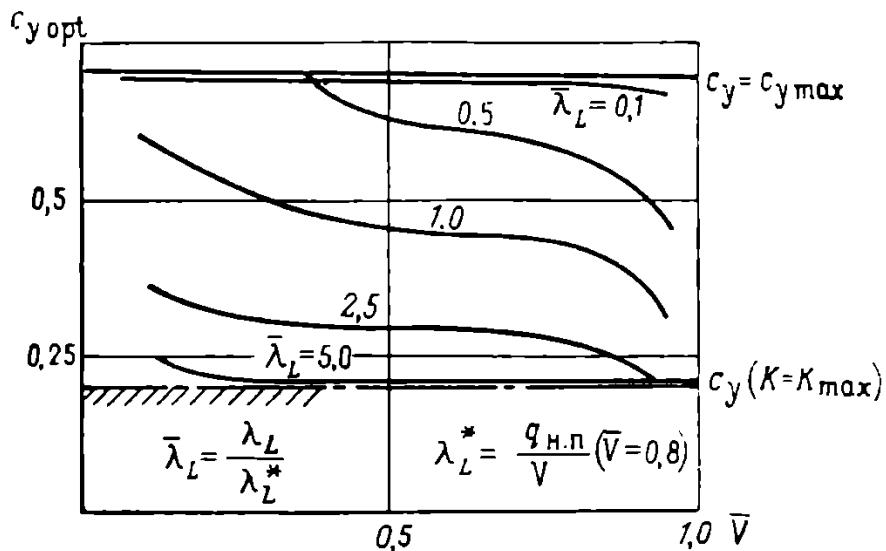


Рис. 4.10. Оптимальные программы $c_y \text{ opt}(\bar{V})$ для инерционного планирования (без учета ограничений) при различных $\bar{\lambda}_L$

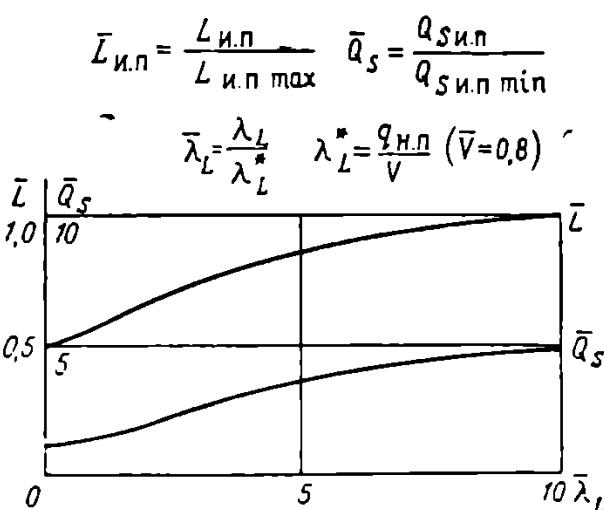


Рис. 4.11. Влияние выбора множителя $\bar{\lambda}_L$ на дальность $L_{\text{и.п}}$ и суммарные тепловые потоки при инерционном планировании $Q_{S\text{ и.п}}$

2. Оптимизация начального выравнивания

Считая, что при начальном выравнивании происходит интенсивный маневр аппарата спуска в продольной плоскости, можно записать (см. § 5 гл. III):

$$\frac{d\varrho}{d\theta} = -\frac{2}{H_m} \frac{m}{S} \frac{\theta}{c_y}, \quad (4.90)$$

$$\frac{dV}{d\theta} = -V_{cp} \frac{c_x}{c_y} \quad (4.91)$$

и

$$\frac{dQ_S}{d\theta} = \frac{2A_{конв}}{\varrho_0^{1/2} V_{1k}^3} \frac{V_{cp}^2}{\varrho^{1/2}} \frac{m}{c_y S}. \quad (4.92)$$

Уравнения справедливы во всех точках, кроме $\theta = 0$, поэтому, если за маневром выравнивания следует участок перехода на новую высоту (см. § 5 гл. III), уравнения (4.90)–(4.92) должны рассматриваться по участкам:

- 1) от $\theta_{вх}$ до $\theta = -0$;
- 2) от $0 = +0$ до $\theta_{max\ пер}$;
- 3) от $\theta_{max\ пер}$ до $\theta = +0$.

Хотя при определении полного теплового потока в уравнении (4.92) используется среднее значение скорости, что несколько упрощает расчетную процедуру, требование стыковки участка начального выравнивания с последующим участком инерционного планирования приводит к необходимости введения граничных условий по скорости и учета уравнения (4.91).

Вариационная задача сводится к отысканию минимума суммарного теплового потока Q_S на участке выравнивания при заданных условиях (4.90) и (4.91) и граничных значениях:

$$\varrho(\theta_{вх}) = \varrho_{вх} \approx 0; \quad \varrho(\theta_m = 0) = \bar{\varrho}_{mвх}; \quad V_{вх}(\theta_{вх}) - V_m(\theta_m = 0) = \Delta V_{вых}.$$

Значение $\Delta V_{вых}$ варьируется для получения полной оптимальной траектории. Аналогично для переходного участка, если он имеется,

$$\varrho(\theta_m = 0) = \bar{\varrho}_{max}; \quad \varrho(\theta_{max\ пер}) = \frac{\bar{\varrho}_{max} + \bar{\varrho}_{и.п.нач}}{2}$$

и

$$V(\theta_m = 0) - V_{и.п.нач} = \Delta V_{перех.}$$

Значение $\bar{\varrho}_{max}$ определяется из ограничений, связанных с температурой обшивки аппарата. Для рассматриваемой задачи на каждом из участков применимости уравнений (4.90)–(4.92) должен обеспечиваться максимум функции F (см. § 3 гл. IV):

$$F(c_y_{opt}; \varrho; \theta) = \max_{c_y_{min} < c_y < c_y_{max}} F(c_y; \varrho; \theta) = M(\varrho; \theta), \quad (4.93)$$

где

$$F(c_y \text{ opt}; Q; \theta) = -\frac{2 A_{\text{конв}} S}{Q_0^{1/2} V_{1k}^3} \frac{V_{\text{cp}}^2}{Q^{1/2}(\theta)} \frac{m}{S} \frac{1}{c_y} + \\ + \lambda_H \frac{2}{H_m} \frac{m}{c_y S} \theta + \lambda_V \frac{V_{\text{cp}} c_x(c_y)}{c_y} \quad (4.94)$$

при последовательных значениях Q и θ , определяемых из соотношений (4.90), и

$$\frac{d\lambda_H}{d\theta} = -\frac{A_{\text{конв}} S}{Q_0^{1/2} V_{1k}^3} \frac{V_{\text{cp}}^2}{Q^{3/2}} \frac{m}{S} \frac{1}{c_y}, \quad (4.95)$$

$$\frac{d\lambda_V}{d\theta} = 0; \quad \lambda_V = C_V. \quad (4.96)$$

Варьируя постоянную $\lambda_V = C_V$, получаем траектории выравнивания, отличающиеся степенью торможения на этом участке $\Delta V_{\text{выр}}$, причем при стыковке с участком инерционного планирования меньшие потери скорости при начальном выравнивании приводят к увеличению суммарных тепловых потоков при последующем планировании (см. рис. 4.9), что обусловливает тенденцию к увеличению последнего члена в выражении (4.94), при $\lambda_V < 0$.

Задаваясь различными значениями $\lambda_{H \text{ нач}}$, получаем серию траекторий с различной высотой выравнивания (нетрудно видеть, что задание различных $\lambda_{H \text{ нач}}$ и C_V эквивалентно варьированию параметра $a_{\text{ нач}}$ и $a_{\text{ нач}}$ в точной постановке задачи (см. § 2, а также [74]).

Рассматриваемую задачу не удается, решить аналитически до конца из-за сложного характера зависимости $c_x(c_y)$ в широком диапазоне углов атаки, однако расчетная процедура значительно проще, чем в § 2, и требует совместного решения системы из трех уравнений (4.90), (4.93), (4.95), из которых алгебраическое (4.93) является ключевым. Полученное решение на участке выравнивания близко к решению § 2.

Для нахождения полной траектории спуска строится серия оптимальных траекторий сравнения, различных по параметру λ_V (или $\Delta V_{\text{выр}}$), и определяются суммарные характеристики таких траекторий на участках выравнивания и инерционного планирования.

Найдя минимум

$$Q_{S \text{ сум}} = Q_{S \text{ выр}}(\Delta V_{\text{выр}}) + Q_{S \text{ и.п.}}(\Delta V_{\text{выр}}), \quad (4.97)$$

получаем оптимальную полную траекторию спуска. Аналогично при наличии участка выравнивания производится стыковка по высоте

$$Q_{\max}(\lambda_{H \text{ нач}}) = Q_{\text{и.п. нач}}(V_{\text{и.п.}}),$$

для чего может использоваться переходный участок (см. § 5 гл. III).

§ 5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ОПОРНОЙ ТРАЕКТОРИИ СПУСКА МЕТОДАМИ НАИСКОРЕЙШЕГО СПУСКА. ОПТИМАЛЬНЫЙ БОКОВОЙ МАНЕВР

Помимо методов определения оптимальных траекторий, основанных на применении косвенных признаков оптимальности, при численном решении может эффективно применяться прямой метод наискорейшего спуска [52], [54] или его модификации.

Метод основан на локальной линеаризации возможных траекторий в окрестности номинальной неоптимальной траектории [44] и определении малых изменений в программе управления, сообщающих максимальное приращение варьируемому функционалу при заданных среднеквадратичных значениях таких изменений, удовлетворяющих граничным условиям задачи.

Влияние малых изменений в программе управления на варьируемый функционал и граничные значения фазовых координат определяется через функции влияния, полученные численным интегрированием дифференциальных уравнений, сопряженных системе, линеаризованной относительно номинальной траектории.

Повторяя процесс уточнения программы управления (и соответствующей траектории) малыми шагами, можно при условии сходимости как угодно близко подойти к траектории, оптимальной по заданному критерию (функционалу) и удовлетворяющей граничным условиям.

Задача сводится, таким образом, к отысканию оптимального закона управления

$$u_j(t) = u_{j \text{ opt}}(t) \quad (4.98)$$

в интервале $t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}}$, обеспечивающего экстремум (минимум или максимум) функционалу

$$J = J(y_{\text{кон}}; t_{\text{кон}}) \quad (4.99)$$

на допустимой траектории $y_i = y_{i \text{ opt}}(t)$, удовлетворяющей уравнениям движения

$$\dot{y}_i = f_i(y_i; u_j; t) \quad (t=1, \dots, n; j=1, \dots, m), \quad (4.100)$$

граничным условиям

$$\psi_k(y_{k \text{ кон}}; t_{\text{кон}}) = 0 \quad (k=1, \dots, l), \quad (4.101)$$

условию остановки

$$\Omega(y_{l \text{ кон}}; t_{\text{кон}}) = 0 \text{ или } t = t_{\text{кон}}. \quad (4.102)$$

Метод наискорейшего спуска может быть использован при наличии ограничений на управление или фазовые координаты

[44], [70], [90], причем для удобства такое ограничение вида

$$q_r(y, u, t) \leq 0 \quad (r=1, \dots, p) \quad (4.103)$$

удобно представить в виде дополнительной связи

$$\dot{y}_{n+r} = G_r(y; u; t), \quad (4.104)$$

где G_r — функция ограничений

$$G_r(y, u, t) = \begin{cases} 0 & \text{при } q_r \leq 0, \\ q_r^2 & \text{при } q_r > 0. \end{cases} \quad (4.105)$$

Таким образом, текущие ограничения (4.103) приводятся к дополнительным граничным условиям

$$y_{n+r}(t_{\text{кон}}) = 0 \quad (4.106)$$

на дополнительные переменные y_{n+r} , определяемые уравнениями связи (4.104). Порядок системы при этом возрастает на p .

Сформулировав квадратичную функцию конечных отклонений («невязок») D , равную

$$D(y_{\text{кон}}; t_{\text{кон}}) = W_0 \{J(y_{\text{кон}}; t_{\text{кон}}) - J^*\}^2 + \\ + \sum_{k=1}^n W_k \psi_k^2(y_k|_{\text{кон}}; t_{\text{кон}}) + \sum_{r=1}^p W_{n+r} y_{n+r}^2(t_{\text{кон}}) \quad (4.107)$$

(где J^* — номинальное — неоптимальное — значение функционала J), находим, что минимизация этой функции равносильна минимизации функционала J при выполнении граничных условий (4.101) и ограничений (4.103), приведенных к граничным условиям (4.106); W_i — произвольно выбранные постоянные положительные величины (весовые коэффициенты невязок в конечной точке).

Конечное время задано ($t=t_{\text{кон}}$) или определяется по условию остановки

$$\Omega(y_l|_{\text{кон}}; t_{\text{кон}}) = 0.$$

Определение управления $u_{j, \text{opt}}(t)$, обеспечивающего минимум функционала D , производится последовательно, малыми шагами, в линейной окрестности траектории, полученной при предыдущем шаге. В качестве начальной выбирается некоторая номинальная траектория $y^*(t)$, удовлетворяющая заданным граничным условиям и дающая номинальное значение J^* функционалу J . Заметим, что, как показано в [2], операция оптимального уточнения программы управления может быть использована и для удовлетворения граничных условий, так что на номинальной траектории граничные условия, вообще говоря, могут и не выполняться. Однако в этом случае процесс решения несколько затягивается.

Для системы уравнений движения линеаризация в окрестности номинальной траектории дает

$$\dot{\delta y}_i = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f_i}{\partial y_j} \right)^* \delta y_j + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right)^* \delta u_j. \quad (4.108)$$

Здесь частные производные подсчитаны на опорной траектории $y = y^*(t)$ и представляют собой текущие значения функций влияния (см. § 3 гл. IV) и

$$\delta y_j = y_j(t) - y_j^*(t), \quad (4.109)$$

$$\delta u_j = u_j(t) - u_j^*(t) \quad (4.110)$$

— отклонения фазовых координат и управления на траектории от номинальных.

Сопряженная система (4.108) имеет вид

$$\dot{p}_i = - \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f_i}{\partial y_j} \right)^* p_j. \quad (4.111)$$

Можно показать (см. [54], [68] и § 3 гл. IV), что если сопряженные уравнения интегрируются в обратном порядке с начальными условиями

$$p_i(t_{\text{кон}}) = - \frac{\frac{dD}{dt}(t_{\text{кон}})}{\frac{d\Omega}{dt}(t_{\text{кон}})} \frac{\partial \Omega}{\partial y_i}, \quad (4.112)$$

то наибольшее уменьшение функции отклонения D будет получено, если к номинальному управлению добавлено приращение

$$\Delta u_{\text{opt}}(t) = K_1 \frac{\partial F}{\partial u_j} \quad (j=1, \dots, m), \quad (4.113)$$

где

$$F(t) = \sum_{i=1}^n p_i f_i + \sum_{r=n+1}^{n+p} p_r G_r, \quad (4.114)$$

и K_1 — отрицательная величина шага по градиенту.

Частные производные $\frac{\partial F}{\partial u_j}$ можно рассматривать как функции влияния по управлению, связывающие мгновенные элементарные возмущения в управлении с вариациями функции конечных отклонений D .

Результирующее отклонение имеет вид

$$\delta D = K_1 \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial F}{\partial u_j} \right)^2 dt. \quad (4.115)$$

На каждом шаге итераций по методу наискорейшего спуска требуется одно интегрирование сопряженной системы (4.111).

Шаг K_1 определяется из условия приращения функционала J на 5—10% при последовательных итерациях [91].

Рассмотрим некоторые соотношения, характерные для случая приложения метода наискорейшего спуска к задачам оптимизации траекторий снижения и торможения космических аппаратов в атмосфере. При этом, расширяя круг задач, рассмотренных в § 2—4, проведем оптимизацию пространственной траектории спуска при координированном управлении крылатым космическим аппаратом по углу атаки и крену с целью получения предельных маневренных характеристик.

Систему уравнений пространственного движения аппарата запишем в виде

$$\dot{V} = f_1(V, H, \theta, a) = -c_x(a) \frac{\rho V^2}{2} \frac{S}{m} - g \sin \theta, \quad (4.116)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta} = f_2(V, H, \theta, a, \gamma_c) = & \frac{g}{V} \left[\frac{1}{g} c_y(a) \frac{\rho V^2}{2} \frac{S}{m} \cos \gamma_c - \right. \\ & \left. - \left(1 - \frac{V^2}{g R} \right) \cos \theta \right], \end{aligned} \quad (4.117)$$

$$\begin{aligned} \dot{\chi} = f_3(V, H, \theta, a, \gamma_c, \chi_{бок}, \chi) = & \\ = & \frac{g}{V \cos \theta} \left[\frac{1}{g} c_y(a) \frac{\rho V^2}{2} \frac{S}{m} \sin \gamma_c - \frac{V^2}{g R} \cos^2 \theta \cos \chi \operatorname{tg} \chi_{бок} \right], \end{aligned} \quad (4.118)$$

$$\dot{H} = f_4(V, \theta) = V \sin \theta, \quad (4.119)$$

$$\frac{\dot{L}_{\text{прод}}}{R} = \dot{\chi}_{\text{прод}} = f_5(V, \theta, \chi) = V \cos \theta \cos \chi, \quad (4.120)$$

$$\frac{\dot{L}_{\text{св}}}{R} = \dot{\chi}_{\text{бок}} = f_6(V, \theta, \chi, \chi_{\text{бок}}) = V \cos \theta \sin \chi \quad (4.121)$$

(см. § 1 гл. IV).

Ограничение по перегрузке

$$n = \frac{1}{g} (c_y^2 + c_x^2)^{1/2} \frac{\rho V^2}{2} \frac{S}{m} \leq \bar{n}_{\max} \quad (4.122)$$

сводится, как было указано, к дополнительному уравнению связи

$$\xi = f_7(V, H, a) = \begin{cases} 0 & \text{при } n \leq \bar{n}_{\max}, \\ (n - \bar{n}_{\max})^2 & \text{при } n > \bar{n}_{\max} \end{cases} \quad (4.123)$$

и граничному условию

$$\xi(t_{\text{нач}}) = 0; \quad \xi(t_{\text{кон}}) = 0. \quad (4.124)$$

Задача приводится, таким образом, к системе семи дифференциальных уравнений связи (4.116) — (4.121) и (4.123) с переменными $V; \theta; \chi; H; x_{\text{пр}}; x_{\text{бок}}; \xi$ и управлениями a и γ .

Сопряженные уравнения системы имеют вид

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_j}{\partial y_i} \lambda_j, \quad (4.125)$$

Нумерация переменных соответствует порядку нумерации уравнений связи (4.116) — (4.121) и (4.123). Так как правые части уравнений связи не содержат ξ , то $\lambda_7 = 0$. Функция конечных отклонений D системы (при оптимизации конечного значения одной из переменных y_i) может быть записана так:

$$D = W_1(V_{\text{кон}} - V_{\text{кон}}^*)^2 + W_2(\theta_{\text{кон}} - \theta_{\text{кон}}^*)^2 + \\ + W_3(\chi_{\text{кон}} - \chi_{\text{кон}}^*)^2 + W_5(x_{\text{прол.кон}} - x_{\text{прол.кон}}^*)^2 + \\ + W_6(x_{\text{бок.кон}} - x_{\text{бок.кон}}^*)^2 + W_7(\xi_{\text{кон}})^2. \quad (4.126)$$

Условие остановки

$$H_{\text{кон}} - H_{\text{кон}}^* = 0 \quad (4.127)$$

и конечное время свободно.

Выбор весовых коэффициентов W_i системы, определяемый заданным критерием оптимальности и характером граничных условий, сильно влияет на сходимость. В начале процесса оптимизации целесообразно [90] брать весовые коэффициенты для граничных условий такими, чтобы соответствующие члены в функции D были на один-два порядка выше оптимизируемых переменных.

Система сопряженных уравнений интегрируется в обратном порядке с граничными условиями:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda_1(t_{\text{кон}}) = 2W_1(V_{\text{кон}} - V_{\text{кон}}^*); \\ \lambda_2(t_{\text{кон}}) = 2W_2(\theta_{\text{кон}} - \theta_{\text{кон}}^*); \\ \lambda_3(t_{\text{кон}}) = 2W_3(\chi_{\text{кон}} - \chi_{\text{кон}}^*); \\ \lambda_4(t_{\text{кон}}) = \frac{\dot{D}(t_{\text{кон}})}{H(t_{\text{кон}})}; \\ \lambda_5(t_{\text{кон}}) = 2W_5(x_{\text{прол.кон}} - x_{\text{прол.кон}}^*); \\ \lambda_6(t_{\text{кон}}) = 2W_6(x_{\text{бок.кон}} - x_{\text{бок.кон}}^*); \\ \lambda_7(t_{\text{кон}}) = 2W_7\xi_{\text{кон}}, \end{array} \right\} \quad (4.128)$$

причем значения y_i^* задаются равными заданным граничным значениям для всех переменных, кроме оптимизируемой, для ко-

торой выбирается значение $y_{\text{кон}}^*$, заведомо лучшее, чем на реализуемой траектории. Для всех переменных, кроме оптимизируемой, при выполнении граничных условий на начальной номинальной траектории $\lambda_{i \text{ кон}} = 0$ ($i \neq k$). Кроме того, для условия остановки

$$\begin{aligned} \dot{D}(t_{\text{кон}}) = & 2W_1(V_{\text{кон}} - V_{\text{кон}}^*) \dot{V}_{\text{кон}} + 2W_2(\theta_{\text{кон}} - \theta_{\text{кон}}^*) \dot{\theta}_{\text{кон}} + \\ & + 2W_3(\chi_{\text{кон}} - \chi_{\text{кон}}^*) \dot{\chi}_{\text{кон}} + 2W_5(x_{\text{пр.кон}} - x_{\text{пр.кон}}^*) \dot{x}_{\text{пр.кон}} + \\ & + 2W_6(x_{\text{бок.кон}} - x_{\text{бок.кон}}^*) \dot{x}_{\text{бок.кон}} + W_7 \xi_{\text{кон}} \dot{\xi}_{\text{кон}}. \end{aligned} \quad (4.129)$$

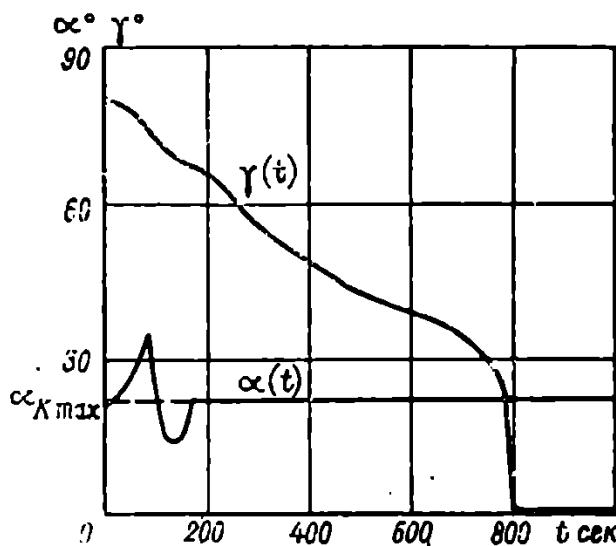


Рис. 4.12. Оптимальное изменение углов атаки и крена при боковом маневре

Поправки к управляющим функциям получаем в виде

$$\Delta a_{\text{opt}} = K_1 \frac{\partial F}{\partial a}; \quad \Delta \gamma_{\text{opt}} = K_1 \frac{\partial F}{\partial \gamma}, \quad (4.130)$$

где F определяется соотношением (4.114). Новая программа управления составляет

$$\left. \begin{array}{l} a_{\text{нов}} = a^* + \Delta a_{\text{opt}}; \\ \gamma_{\text{нов}} = \gamma^* + \Delta \gamma_{\text{opt}}. \end{array} \right\} \quad (4.131)$$

Полученная траектория используется в качестве номинальной для следующего шага. Приращение D при каждой итерации

$$\delta D = K_1 \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} \left[\left(\frac{\partial F}{\partial a} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial \gamma} \right)^2 \right] dt. \quad (4.132)$$

Соотношение (4.132) позволяет задать желаемый шаг итерации по выбранному значению δD .

Проведя при поставленных условиях расчет оптимального бокового маневра $L_{бок} = L_{бок, max}$ при $L_{прод} = L_{прод}^*$ для типового крылатого спускаемого аппарата [90], можно получить область возможных точек приземления аппарата относительно начальной точки входа (рис. 4.12 и 4.13) и соответствующую программу

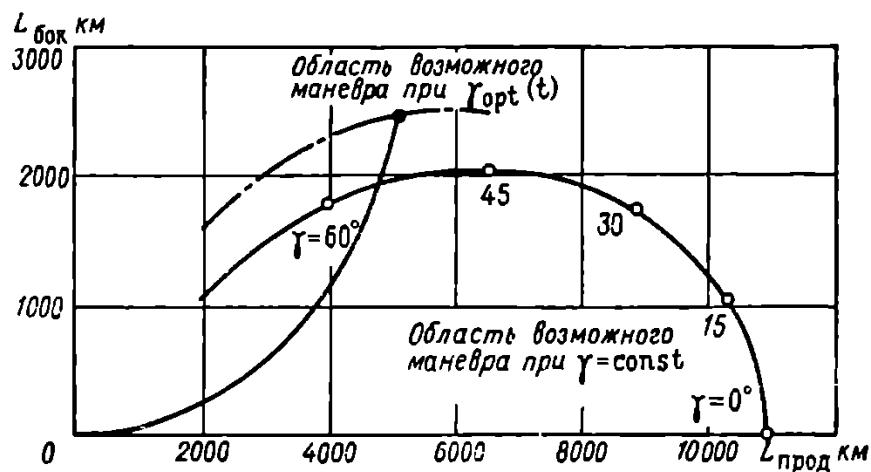


Рис. 4.13. Характеристики оптимального бокового маневра

полета. Заметим, что для получения максимальной боковой дальности при необусловленном критерии по тепловым потокам полет происходит на режиме, близком к режиму максимального качества, а разворот плоскости траектории достигается за счет крена.

Угол крена и перегрузка при максимальном маневре довольно высоки.

При решении прямыми методами задач динамики спуска космического аппарата в атмосфере возможно также применение различных модификаций метода наискорейшего спуска, например метода градиентов [69], [70].

Глава V

УПРАВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИЕЙ СПУСКА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Рассеивание условий входа в плотную атмосферу и разброс условий полета и характеристик аппарата при снижении и торможении в атмосфере приводят при неуправляемом спуске к отклонению точки приземления аппарата от расчетной. При баллистическом спуске в атмосфере орбитального космического аппарата, когда крутизна траектории спуска велика, эти отклонения могут удерживаться в допустимых пределах при располагаемом уровне точности выполнения маневра торможения на исходной околоземной орбите [1].

На пологих траекториях спуска при использовании подъемной аэродинамической силы для снижения перегрузок и нагрева, а также при спуске в атмосфере аппаратов со скоростями входа, превышающими первую космическую, точка приземления может значительно отклоняться от расчетной. Возникает необходимость управления траекторией спуска, обеспечивающего приземление в заданной точке земной поверхности при наличии отклонений текущих координат траектории от расчетных.

В отличие от программы управления на опорной траектории закон управления возмущенной траекторией определяет величину управляющих воздействий на основании измерения траекторных параметров для данной реализации траектории.

Существуют два основных метода формирования закона управления траекторией, обеспечивающих приземление спускаемого аппарата в заданной точке с заданным уровнем точности:

1) управление, направленное на устранение текущих измеренных отклонений координат траектории от расчетных для опорной траектории значений (*управление текущим отклонением относительно опорной траектории*);

2) управление, направленное на устранение отклонения точки приземления, прогнозируемой по текущим измерениям координат траектории, от расчетной (*управление конечным состоянием*).

В первом случае с требуемой точностью выдерживается заданная опорная траектория спуска, во втором — траектория

спуска отличается от расчетной, приближаясь к ней лишь в конечной точке (рис. 5.1). Вторая траектория может быть оптимальной по некоторому критерию при граничных условиях, определенных, с одной стороны, действительными (измеренными) значениями координат траектории, с другой, — заданными условиями в точке приземления. Соответствующий ей закон управления является оптимальным законом управления конечным состоянием [21], [78].

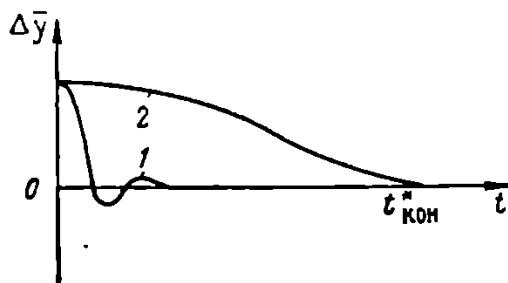


Рис. 5.1. Характер изменения переменных при управлении по текущему отклонению (1) или по конечному состоянию (2)

так что управляющими параметрами на траектории спуска являются проекции аэродинамической нормальной силы в продольной и боковой плоскостях или определяющая их угловая ориентация аппарата, заданная углами атаки α и крена γ .

Требуемые для обеспечения рассматриваемой угловой ориентации аппарата значения управляющего сигнала (отклонение управляющих аэродинамических поверхностей, тяга струйных рулей или верньерных двигателей) могут быть определены из условия баланса моментов на траектории.

§ 1. ВОЗМУЩЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ СПУСКА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ

Основными источниками возмущений, приводящих к отклонению траектории спуска в атмосфере от расчетной, являются: во-первых, начальные возмущения условий входа, связанные с ошибками при внеатмосферном маневре аппарата — $\delta V_{\text{вх}}$ (или $\delta H_{\text{в}}$); $\delta L_{\text{вх}}$; $\delta \chi_{\text{вх}}$ и т. п.; во-вторых, отклонения параметров атмосферы от расчетных — разброс значений плотности по высотам $\delta \rho$, нерасчетные ветровые воздействия δW ; в-третьих, отклонения характеристик самого спускаемого аппарата от расчетных $\delta c_x(a^*)$ $\delta c_y(a^*)$ или ошибки по его угловой ориентации при программном управлении на расчетной траектории $\delta \alpha$; $\delta \gamma$.

Следует учитывать также возможную неточность измерения текущих параметров траектории, хотя статистическая обработка информации позволяет свести ее к минимуму [91].

Уровень начальных возмущений условий входа в атмосферу определяется располагаемой точностью и характером маневра космического аппарата перед входом в атмосферу. Для орбн-

тальных аппаратов ошибки в величине, направлении и времени подачи тормозного импульса из исходной орбиты приводят непосредственно к разбросу условий входа [1], [104].

На рис. 5.2—5.5 приведены коэффициенты ошибок по условиям входа в зависимости от точности выполнения торможения на орбите.

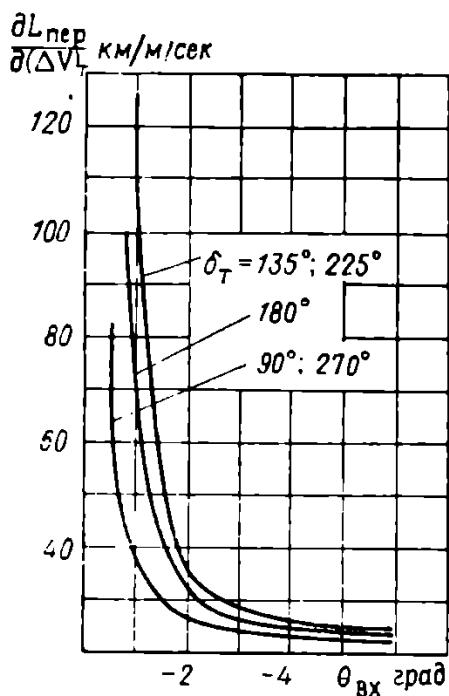


Рис. 5.2. Влияние условий входа и торможения на исходной орбите на коэффициент ошибок по дальности $\frac{\partial L_{\text{пер}}}{\partial \Delta V_t}$ на переходной орбите

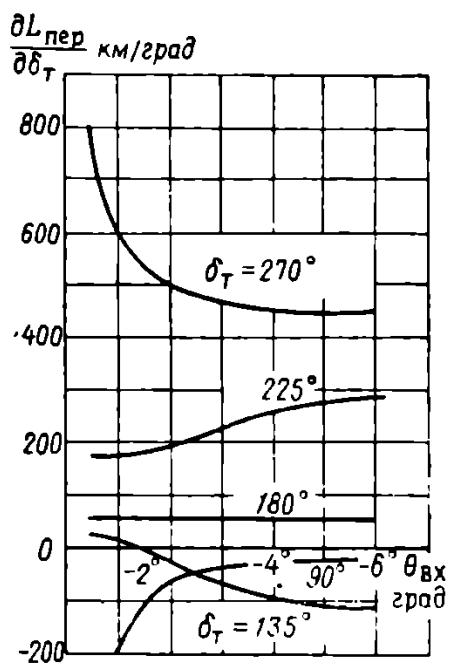


Рис. 5.3. Влияние условий входа и торможения на исходной орбите на коэффициент ошибок по дальности $\frac{\partial L_{\text{пер}}}{\partial \delta t}$ на переходной орбите

Отклонения плоскости орбиты переходного эллипса от расчетной, вызванные нерасчетной боковой составляющей тормозного импульса

$$\delta i = \frac{\Delta V_{T \text{ бок}}}{V_{\text{орб}}} \frac{\cos \sigma_{\text{орб}} \cos \chi_{\text{орб}}}{\sin i_{\text{орб}}}, \quad (5.1)$$

приводят к отклонению направления входа от расчетного:

$$\delta \chi_{\text{вх}} = - \frac{\delta V_{T \text{ бок}}}{\cos \chi_{\text{перез}}} \quad (5.2)$$

(здесь $\delta V_{T \text{ бок}} = \frac{\Delta V_{T \text{ бок}}}{V_{\text{орб}}}$).

Ошибка по времени подачи тормозного импульса приводит к

отклонению точки входа в продольном ($\delta\chi_{\text{перех. прод}}$) и боковом ($\delta\chi_{\text{перех. бок}}$) направлениях:

$$\delta\chi_{\text{перех. прод}} = \sqrt{\frac{g}{R}} \delta t_T + \omega_3 \cos \chi_T \delta t_T, \quad (5.3)$$

$$\delta\chi_{\text{перех. бок}} = \omega_3 \sin \chi_T \delta t_T. \quad (5.4)$$

При современной точности реализации тормозного импульса на орбите разброс условий входа в атмосферу составляет [1], [26], [37] $\pm 0,1^\circ$ по углу входа и около $\pm 10-100$ км по дальности.

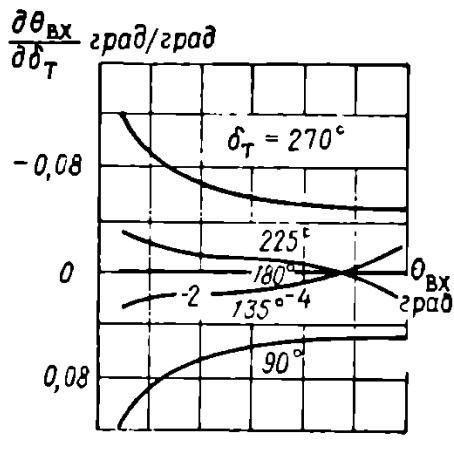


Рис. 5.4. Коэффициенты ошибок входа $\frac{\partial \theta_{\text{BX}}}{\partial \delta_T}$

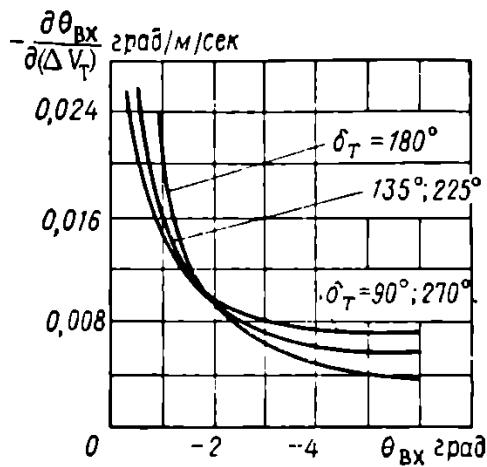


Рис. 5.5. Коэффициенты ошибок входа $\frac{\partial \theta_{\text{BX}}}{\partial \Delta V_T}$

При межпланетных перелетах разброс условий входа в атмосферу Земли существенно возрастает и определяется в конечном счете точностью конечной коррекции траектории сближения с Землей.

Влияние рассеивания параметров атмосферы на отклонение траектории спуска от расчетной существенно зависит от принятой при расчетах модели атмосферы. Естественно, что действительная траектория спуска может значительно отличаться от траектории, рассчитанной без учета вращения Земли и ее атмосферы, для упрощенного закона изменения плотности с высотой. Однако, по-видимому, такая расчетная модель должна использоваться только для предварительной оценки нагрузок, тепловых потоков и влияния параметров аппарата на характеристики траектории.

Предположим, что расчетная траектория спуска, по отношению к которой оценивается отклонение точки приземления под действием возмущений, определена для реальной модели атмосферы и средних статистических ветровых воздействий, соответствующих предполагаемому району спуска. Тогда для заданных условий входа возможные отклонения параметров атмосферы и

ветровые воздействия (см. рис. 1.18—1.21 гл. I § 2) могут приводить к отклонению дальности спуска до точек приземления (при неуправляемом снижении) до 20—30 км на полубаллистической траектории и до нескольких сот километров на пологой траектории спуска крылатого аппарата [1], [37].

Отклонение аэродинамических характеристик аппарата спуска от расчетных значений приводит при неуправляемом снижении к значительным отклонениям траектории от расчетной, так как, по некоторым предположениям [93], [94], возможная неточность предварительного определения аэродинамических коэффициентов на гиперзвуковых скоростях входа может достигать 10—15%.

Условия связи с космическим аппаратом при спуске в плотных слоях атмосферы, особенно на наиболее напряженном участке, весьма трудны [37] и, по-видимому, надежная передача telemetryической информации о параметрах траектории с наземных станций слежения на борт аппарата спуска при снижении затруднена (хотя принципиальная возможность создания такой системы связи существует). Для измерения параметров траектории должна использоваться прежде всего бортовая аппарата.

В работе [91] приведены несколько завышенные максимальные значения ошибок измерения параметров траектории спуска (без статистического сглаживания информации) — 80—100 м по дальности до наземных ориентиров, до 4°—5° по азимуту и углу места и до 3% по ускорению, что соответствует ошибкам до $(1 \div 3) 10^2$ м/сек по скорости при отсутствии данных с наземных станций сопровождения и до 3—10 м/сек по информации от станций сопровождения.

Статистическая обработка позволяет уменьшить уровень ошибки до 0,03—0,1 м/сек по скорости и до 10^{-3} — 10^{-4} градуса по углу курса.

§ 2. УРАВНЕНИЯ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ЭТАПЕ СПУСКА В АТМОСФЕРЕ

Оценка уровня возмущений на траектории спуска космического аппарата в атмосфере (см. § 1) показывает, что, как правило, уровень возмущений допускает линеаризацию уравнений движения центра масс аппарата на возмущенной траектории относительно опорной, так что

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V} + a_{11} \Delta V + a_{12} \Delta \theta - a_{14} \Delta H + a_{17} \delta a = \\ = -b_{11} \delta \varrho - b_{12} \delta a_w - b_{31} \delta V_w - b_{15} \delta c_x; \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\theta} - a_{21} \Delta V - a_{22} \Delta \theta + a_{24} \Delta H - a_{27} \delta a + a_{28} \delta y_c = \\ = b_{21} \delta \varrho + b_{22} \delta a_w + b_{23} \delta V_w + b_{24} \delta c_y; \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$\Delta\chi - a_{31}\Delta V - a_{32}\Delta\theta - a_{33}\Delta\gamma + a_{34}\Delta H - a_{35}\Delta x_{\text{бок}} - a_{37}\delta a - a_{38}\delta\gamma_c = b_{31}\delta\varrho + b_{32}\delta a_w + b_{33}\delta V_w + b_{34}\delta c_y; \quad (5.7)$$

$$\Delta\dot{H} - a_{41}\Delta V - a_{42}\Delta\theta = 0; \quad (5.8)$$

$$\Delta x_{\text{прод}} - a_{51}\Delta V - a_{52}\Delta\theta - a_{53}\Delta\chi = 0; \quad (5.9)$$

$$\Delta x_{\text{бок}} - a_{61}\Delta V - a_{62}\Delta\theta - a_{63}\Delta\chi = 0 \quad (5.10)$$

и частные производные для опорной траектории

$$a_{11} = c_x \frac{qV^2}{2} \frac{S}{m} \left(\frac{2}{V} - \frac{c_x^V}{c_x} \right);$$

$$a_{12} = g \cos \theta;$$

$$a_{14} = c_x \frac{qV^2}{2} \frac{S}{m} \left(\frac{1}{H_m} - \frac{c_x^H}{c_x} \right);$$

$$a_{17} = -c_x^a \frac{qV^2}{2} \frac{S}{m};$$

$$b_{11} = c_x \frac{V^2}{2} \frac{S}{m}; \quad b_{12} = a_{17}; \quad b_{13} = a_{11};$$

$$b_{14} = \frac{qV^2}{2} \frac{S}{m};$$

$$a_{21} = \frac{g}{V} \left[\frac{\cos \gamma_c}{g} c_y \frac{qV^2}{2} \frac{S}{m} \left(\frac{1}{V} + \frac{c_y^V}{c_y} \right) + \frac{\cos \theta}{V} \left(1 + \frac{V^2}{gR} \right) \right];$$

$$a_{22} = \frac{g}{V} \left(1 - \frac{V^2}{gR} \right) \sin \theta;$$

$$a_{24} = c_y \frac{qV}{2} \frac{S}{m} \left(\frac{1}{H_m} - \frac{c_y^H}{c_y} \right) \cos \gamma_c;$$

$$a_{27} = c_y^a \frac{qV}{2} \frac{S}{m} \cos \gamma_c;$$

$$a_{28} = c_y \frac{qV}{2} \frac{S}{m} \sin \gamma_c;$$

$$b_{21} = c_y \frac{V}{2} \frac{S}{m} \cos \gamma_c;$$

$$b_{22} = a_{27}; \quad b_{23} = a_{21}; \quad b_{25} = \frac{qV}{2} \frac{S}{m} \cos \gamma_c;$$

$$a_{31} = \frac{g}{V} \frac{1}{\cos \theta} \left[\frac{\sin \gamma_c}{g} c_y \frac{qV^2}{2} \frac{S}{m} \left(\frac{1}{V} + \frac{c_y^V}{c_y} \right) - \frac{V}{gR} \cos^2 \theta \operatorname{tg} x_{\text{бок}} \cos \chi \right];$$

$$\begin{aligned}
a_{32} &= \frac{g \sin \theta}{V} \left[\frac{\sin \gamma_c}{g \cos^2 \theta} c_y \frac{qV^2}{2} \frac{S}{m} + \frac{V^2}{gR} \cos \chi \operatorname{tg} x_{бок} \right]; \\
a_{33} &= \frac{V}{R} \cos \theta \operatorname{tg} x_{бок} \sin \chi; \\
a_{34} &= \frac{\sin \gamma_c}{\cos \theta} c_y \frac{qV}{2} \frac{S}{m} \left(\frac{1}{H_m} + \frac{c_y^H}{c_y} \right); \\
a_{37} &= \frac{\sin \gamma_c}{\cos \theta} c_y \frac{qV}{2} \frac{S}{m}; \quad a_{38} = \frac{\cos \gamma_c}{\cos \theta} c_y \frac{qV^2}{2} \frac{S}{m}; \\
a_{35} &= \frac{V}{R} \cos \theta \cos \chi \frac{1}{\cos^2 x_{бок}}; \quad b_{31} = \frac{\sin \gamma_c}{\cos \theta} c_y \frac{V}{2} \frac{S}{m}; \\
b_{32} &= a_{37}; \quad b_{33} = a_{31}; \quad b_{35} = \frac{\sin \gamma_c}{\cos \theta} \frac{qV}{2} \frac{S}{m}; \\
a_{41} &= \sin \theta; \quad a_{42} = V \cos \theta; \quad a_{51} = \cos \theta \cos \chi; \\
a_{52} &= V \sin \theta \cos \chi; \quad a_{53} = V \cos \theta \sin \chi; \\
a_{61} &= \cos \theta \sin \chi; \quad a_{62} = V \sin \theta \sin \chi; \quad a_{63} = V \cos \theta \cos \chi.
\end{aligned}$$

Возмущающие воздействия δq ; δa_w ; δV_w ; δc_x ; δc_y определяются соотношениями

$$\left. \begin{array}{l} \delta q(H) = q_{действ}(H) - q_{расч}(H); \\ \delta a_w = a_w - a_{w\text{ расч}}; \\ \delta V_w = V_i - V_{i\text{ расч}}; \\ \delta c_x = c_x - c_{x\text{ расч}}^*(\alpha^*); \\ \delta c_y = c_y - c_{y\text{ расч}}^*(\alpha^*) \end{array} \right\} \quad (5.11)$$

для данной реализации или по значениям среднеквадратичных отклонений плотности, скорости ветра и аэродинамических параметров от расчетных значений при статистических расчетах. Начальные условия $\Delta V_{\text{нач}}$; $\Delta \theta_{\text{нач}}$; $\Delta \chi_{\text{нач}}$; $\Delta H_{\text{нач}}$; $\Delta x_{\text{нач. пр}}$; $\Delta x_{\text{нач. бок}}$ и т. п. определяются через начальные ошибки входа.

Заметим, что при оценке выбора закона управления может рассматриваться несколько упрощенная модель траектории спуска, на которой не учитываются такие факторы, как вращение и несферичность Земли, принятая упрощенная модель атмосферы и т. п. При этом опорная траектория должна также рассчитываться для упрощенных условий полета, а уровень возмущений в силу их линейной аддитивности соответствует точной расчетной траектории.

§ 3. УПРАВЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ОПОРНОЙ ТРАЕКТОРИИ СПУСКА

Линейные отклонения параметров траектории от расчетных, вообще говоря, могут быть использованы непосредственно для

выработки закона управления относительно опорной траектории.

Управляющее воздействие должно обеспечить эффективное управление темпом изменения перечисленных параметров траектории.

При управлении космическим аппаратом по углу крена при неизменном балансировочном значении угла атаки $\alpha = \alpha_{бал}$ в качестве управляющего воздействия в продольной плоскости удобно рассматривать эффективное качество

$$K_{\text{эф.пр}} = K(\alpha_{бал}^*) \cos \gamma_c \quad (5.12)$$

и его отклонение от расчетного значения

$$\delta K_{\text{эф.пр}}(\delta \gamma) = K(\alpha_{бал}^*) (\cos \gamma_c - \cos \gamma_{c\text{расч}}). \quad (5.13)$$

При этом управление боковым маневром или разносится по времени относительно продольного управления и выполняется на определенных участках траектории, где $\gamma_{расч}=0$ или 180° , или проводится по релейной схеме путем изменения знака угла крена, абсолютная величина которого определяется требуемым маневром в продольной плоскости:

$$\gamma_c = \gamma_{c\text{расч}} + \delta \gamma_c^* \operatorname{sign} u_{бок} \quad (5.14)$$

и

$$K_{\text{эф.бок}} = K(\alpha_{бал}^*) \sin \gamma_c, \quad (5.15)$$

где $u_{бок}$ — требуемое значение бокового управления.

Схема влияния управляющих воздействий на характеристики траектории при управлении по крену представлена на рис. 5.6 [37], [93].

Если управление аппаратом в продольной плоскости осуществляется путем изменения угла атаки, который может изменяться через угол тангажа, по уровню перегрузки или непосредственно [1], [93], то управление в продольной плоскости может быть представлено как

$$\delta K_{\text{эф.пр}}(\delta \alpha) = \left[\frac{c_y(\alpha_{бал}^* + \delta \alpha)}{c_x(\alpha_{бал}^* + \delta \alpha)} - \frac{c_y(\alpha_{бал}^*)}{c_x(\alpha_{бал}^*)} \right] \cos \gamma_c^* \quad (5.16)$$

или

$$\delta c_y_{\text{эф.пр}}(\delta \alpha) = [c_y(\alpha_{бал}^* + \delta \alpha) - c_y(\alpha_{бал}^*)] \cos \gamma_c^*. \quad (5.17)$$

В боковой плоскости, где управление производится с помощью крена по релейному закону,

$$\gamma_c = \gamma_c^* \operatorname{sign} u_{бок} \quad \text{при } \gamma_{c\text{расч}} = 0 \quad (5.18)$$

и

$$K_{\text{эф.бок}} = K(\alpha_{бал}^* + \delta \alpha) \sin \gamma_c^*. \quad (5.19)$$

Управление боковым и продольным маневром может производиться также на различных участках траектории, и в этом случае изменение угла крена компенсируется изменением угла атаки для сохранения расчетного $c_{y\text{эф.пр.}}^*$ или $K_{\text{эф.пр.}}^*$ в продольной плоскости (рис. 5.7).

При управлении продольной дальностью наиболее характерным управляющим воздействием при расчетах, по-видимому, можно считать $K_{\text{эф.пр.}}$, так как эта величина характеризует темп рассеивания энергии на траектории на единицу дальности.

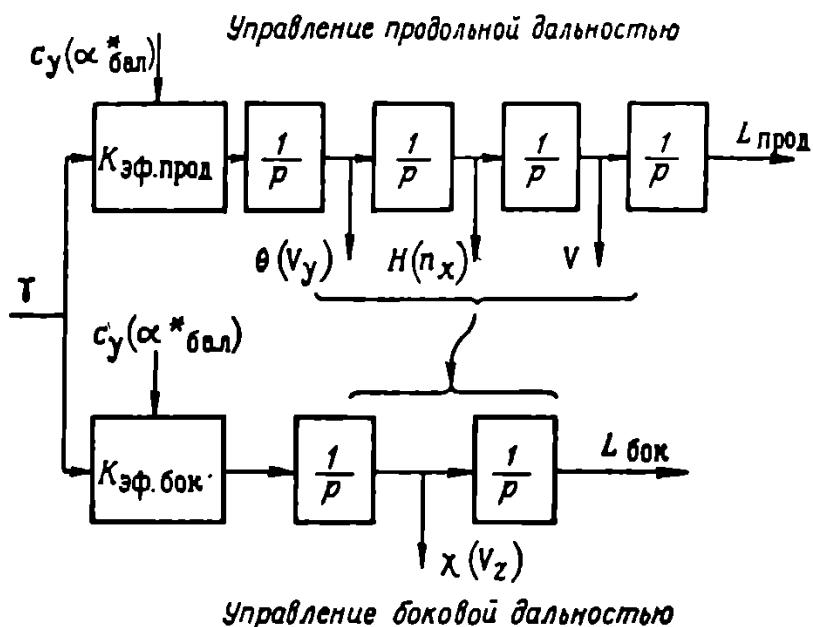


Рис. 5.6. Схема управления точкой приземления по крену

На участках траектории, где существенно выдерживание профиля полета по высоте, более эффективно использовать закон управления по $c_{y\text{эф.пр.}}$.

Учитывая, что движение в продольной плоскости определяется изменением по времени текущих значений высоты и дальности до расчетной точки приземления (или пройденной дальности, если точка входа определена с достаточной точностью) и темпом этого изменения, т. е. значениями составляющих скорости $V_{xg} = V \cos \theta$; $V_{yg} = V \sin \theta$ (в дальнейшем индекс g опускается), определенными с помощью наземных станций слежения или бортовой измерительной аппаратурой, можно в принципе построить систему управления траекторией по рассогласованию расчетных и измеренных (прямо или косвенно) значений этих величин в каждый текущий момент времени.

В боковой плоскости движение определяется значениями оставшейся боковой дальности и составляющей скорости по нормали к расчетной или начальной плоскости движения и исполь-

зуется информация о высоте и скорости полета из канала продольного управления.

Учитывая сказанное выше, можно записать закон управления относительно опорной траектории по отклонениям в текущий момент времени в линейном случае в виде

$$\delta K_{\text{эф.пр}} = C_1 \delta V_y + C_2 \delta H + C_3 \delta V + C_4 \delta L_{\text{пр}} \quad (5.20)$$

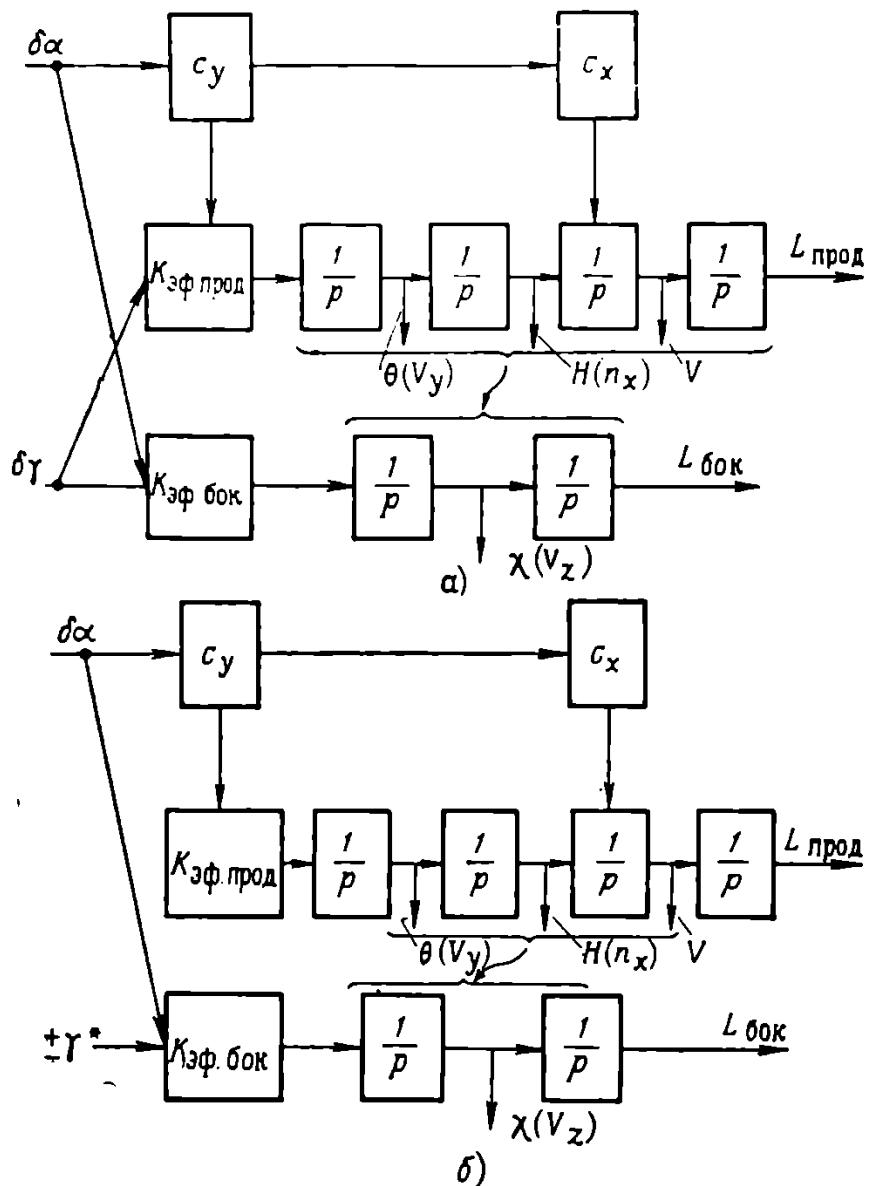


Рис. 5.7. Схема управления точкой приземления по крену и углу атаки совместно:

а—при непрерывном изменении крена; б—при релейном

или

$$\delta c_{y\text{ эф.пр}} = C_1 \delta V_y + C_2 \delta H + C_3 \delta V + C_4 \delta L_{\text{пр}} \quad (5.21)$$

для продольной и

$$\delta K_{\text{эф.бок}} = C_5 \delta V_z + C_6 \delta L_{\text{бок}} \quad (5.22)$$

для боковой плоскости.

Значения δV_y ; δH ; δV ; $\delta L_{\text{пр}}$; δV_z ; $\delta L_{\text{бок}}$ определяются путем прямых или косвенных измерений. Некоторые из них при упрощении закона управления могут быть получены расчетным путем, если известны характеристики аппарата.

В табл. 5.1 приведены методы получения необходимой информации о параметрах траектории по результатам измерений или расчетным путем.

Таблица 5.1

Определение параметров траектории спуска

по результатам измерений

Продольная плоскость

Средство измерения	Искомый параметр			
	V_y	$H(q)$	V	$L_{\text{пр}}(x_{\text{пр}})$
Инерциальная система навигации, акселерометры	Измеряется θ	Измеряется \dot{V} , n_x	Интегрируется \dot{V}	Дважды интегрируется \ddot{V}
Наблюдения с борта аппарата	Измеряется \dot{H}	Измеряется H или n_x	Дифференцируется $L_{\text{пр}}$	Измеряется $L_{\text{пр}}$
Станция слежения	Измеряется V_y	Измеряется H	Измеряется V_x	Измеряется $L_{\text{пр}}$

Боковая плоскость

Средство измерения	Искомый параметр	
	$\chi(V_z)$	$L_{\text{бок}}(\chi_{\text{бок}})$
Инерциальная система навигации	Измеряется $\chi(\dot{V}_z)$	Дважды интегрируется \ddot{V}_z
Наблюдения с борта аппарата	Дифференцируется $L_{\text{бок}}(\chi_{\text{бок}})$	Измеряется $L_{\text{бок}}(\chi_{\text{бок}})$
Станция слежения	V_z	Измеряется $L_{\text{бок}}(\chi_{\text{бок}})$

Выбор коэффициентов C_1 — C_6 должен обеспечивать достаточное быстродействие системы управления траекторией при сохранении ее устойчивости.

При C_1 или C_2 , равных нулю, на типовых траекториях спуска орбитального аппарата может быть обеспечен выход в за-

данную точку посадки, однако сами траектории имеют существенно колебательный характер.

При спуске межпланетных космических аппаратов с $V_{\text{вх}} > V_{1k}$ на участке полета со сверхкруговой скоростью при C_1 или C_2 , равных нулю, траектория неустойчива.

Введение обратной связи по высоте ($C_2 < 0$) или углу наклона траектории или вертикальной составляющей скорости V_y ($C_1 < 0$) обеспечивает демпфирование колебаний в плоскости $H(L)$ и устойчивость траектории при сверхкруговых скоростях.

Коэффициент $C_4 < 0$ обеспечивает эффективное управление точкой приземления, однако при

$$|C_4| > \left| \frac{\left[(1 - \bar{V}^2) - C_2 \frac{1}{H_m} (n_x^3) \right] \left[\frac{1}{\bar{V}} - C_1 V_{1k} \right]}{R \bar{V}} \right| \quad (5.23)$$

траектория спуска неустойчива [93].

Заметим, что на траектории спуска космического аппарата рассеивание энергии необратимо (тяга отсутствует). При возмущениях, приводящих к дополнительному рассеиванию энергии на траектории, восстановление расчетной траектории с помощью замкнутой системы управления без подвода энергии может оказаться невозможным при любых C_3 . Это приводит к некоторым трудностям реализации закона управления траекторией по отклонениям для текущего момента времени. Поэтому в большинстве рассматриваемых систем управления траекторией спуска в атмосфере [37], [92], [93], [117] текущие параметры траектории сравниваются с расчетными не для данного момента времени, а для данного значения одного из параметров траектории, так или иначе связанного с существующим запасом энергии на траектории (высота, скорость) или требуемым для получения опорной траектории уровнем энергии (дальность до расчетной точки посадки т. п.). Например,

$$\delta K_{\text{вФ.пр}} = C_1^{(V)} \delta V_y + C_2^{(V)} \delta H + C_4^{(V)} \delta L_{\text{пр}} \quad (5.24)$$

или

$$\delta K_{\text{вФ.пр}} = C_1^{(L)} \delta V_y + C_2^{(L)} \delta H + C_3^{(L)} \delta V \quad (5.25)$$

Рассмотрим несколько возможных формулировок закона управления относительно опорной траектории¹, представляющих частные случаи записанных выше.

В [1], [115] анализируется закон управления вида

$$\delta K_{\text{вФ.пр}} = C_3^{(L)} [V(L_{\text{ост}}) - V_{\text{расч}}^*(L_{\text{ост}})], \quad (5.26)$$

¹ Предполагается, что контур стабилизации углового движения аппарата не включен в систему управления траекторией и рассматривается независимо от нее.

по которому скорость полета регулируется по измерениям дальности, оставшейся до точки приземления.

В качестве примера рассматривается управление капсулой полубаллистического типа ($K^* = 0,42$) с регулируемым сопротивлением (см. рис. 1.32). Управление производится путем отклонения тормозных щитков на угол $\delta_{y \text{ пр}} = \delta_{\text{щ}}$.

На опорной траектории $\delta_{\text{щ}}^* = 30^\circ$, что позволяет регулировать аэродинамическое качество в пределах $K_{\text{аф. пр}} = 0,25 \div 0,49$ при $0 \leq \delta_{\text{щ}} \leq 60^\circ$.

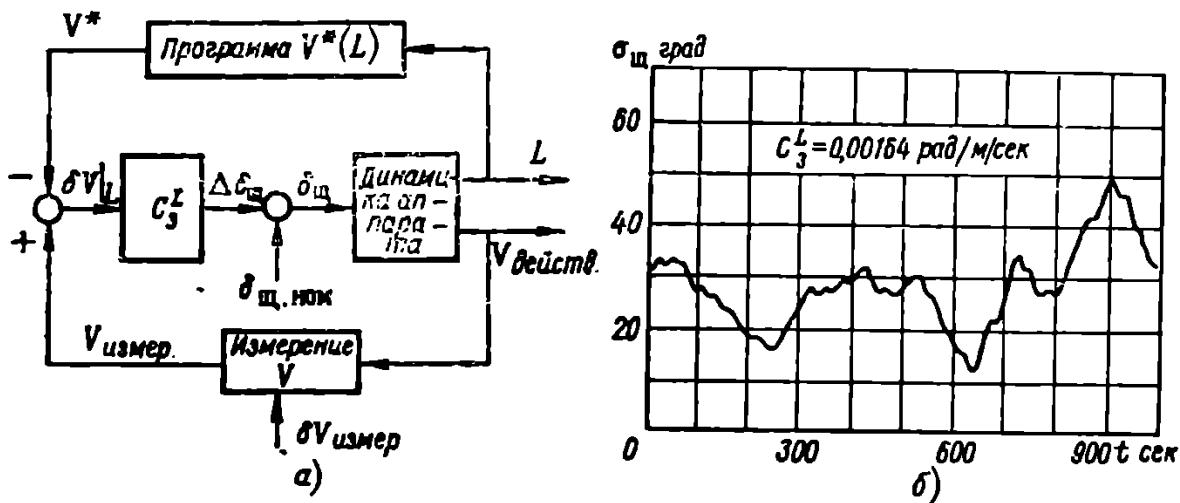


Рис. 5.8. Управление траекторией спуска полубаллистического аппарата:
а—схема управления, б—примерный характер управления на траектории спуска

Управление капсулой в соответствии с (5.26) (рис. 5.8) позволяет при надлежащем выборе параметров системы управления (коэффициент C_3^L) снизить рассеивание точки приземления от начальных ошибок и ветровых воздействий со 150—300 км до 0,5—1 км при номинальной дальности 740 км.

В работе [93] рассматривается система управления относительно опорной траектории, реализующая для космического аппарата, возвращающегося в атмосферу Земли с орбиты или после полета к Луне, закон управления вида

$$\delta K_{\text{аф. пр}} = C_1^{(V)} \delta \dot{H} + C_2^{(V)} \delta n_x + C_4^{(V)} \delta L_{\text{ост. пр}}, \quad (5.27)$$

что обеспечивает эффективное управление дальностью полета при выдерживании заданного темпа снижения и торможения.

Регулирование по $\delta \dot{H} (\delta V_y)$ позволяет эффективно компенсировать разброс по начальному углу входа, управление по δn_x — отклонение параметров атмосферы, разброс аэродинамических характеристик аппарата и ветровые воздействия.

На рис. 5.9 приведены характеристики траектории входа космического аппарата с $K_{\text{max}} = 0,5$ и $\frac{m}{c_x s} = 2$.

Управление боковой дальностью аппарата строится относительно опорной траектории, проходящей через заданную точку приземления. При этом

$$\delta v = C_5^{(V)} \delta \chi |_V. \quad (5.28)$$

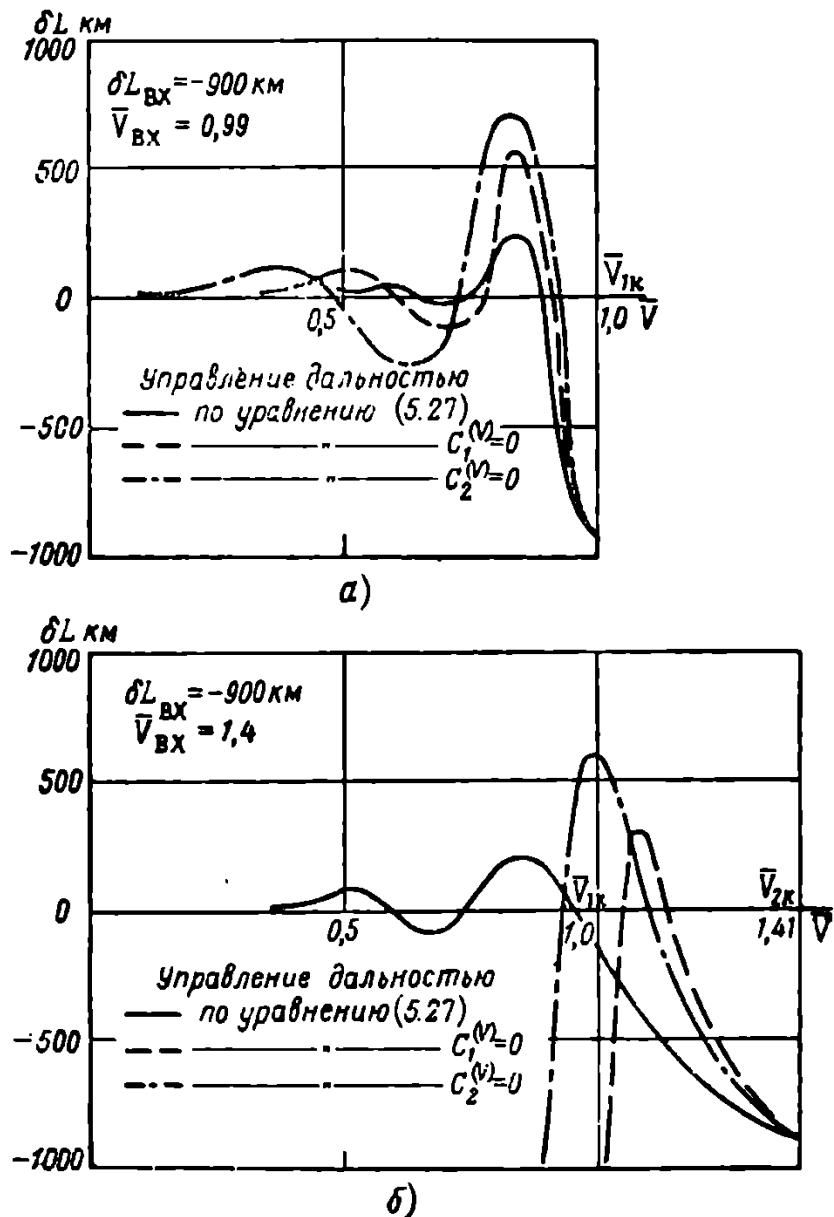


Рис. 5.9. Отработка ошибки по дальности при управлении траекторией спуска по закону (5.27):

$$a - \bar{V}_{Bx} = 0,99; b - \bar{V}_{Bx} = 1,4$$

§ 4. УПРАВЛЕНИЕ НА ОСНОВАНИИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТОЧКИ ПРИЗЕМЛЕНИЯ

Определив на основании тех или иных измерений текущие параметры движения космического аппарата при спуске в атмосфере и задаваясь программой полета при последующем движении, можно, интегрируя уравнения движения вплоть до конеч-

ного участка спуска, определить положение предполагаемой точки приземления относительно расчетной.

Наличие такой информации позволяет, варьируя по определенной схеме управление на оставшемся участке, обеспечить при данных текущих параметрах движения приземление в заданной области.

При этом прогнозирование может производиться как на основании численных расчетов по точным уравнениям движения (с использованием бортовой ЭЦВМ), так и по приближенным соотношениям (см. § 5 гл. III), определяющим движение аппарата при спуске для упрощенной схемы траектории [1], [37], [78], [92], [93].

При «точном» прогнозировании траектории с помощью бортовой ЭЦВМ дальнейший выбор программы полета может производиться с учетом возможных ограничений, связанных с нагревом, перегрузками и т. п. В уравнения движения может входить информация о характере возмущений, ожидаемых на последующих участках спуска, и т. п.

«Точное» прогнозирование не ограничено априорно заданным характером траектории спуска и отличается поэтому большой гибкостью.

При использовании «точного» прогнозирования в качестве основы при ручном пилотировании аппарата спуска требуемая периодичность представления решений для ожидаемой траектории составляет 2—5 сек на нестационарных и 5—10 сек на близких к стационарным режимах снижения.

При использовании для прогнозирования траектории приближенных соотношений отпадает необходимость в использовании бортовой ЭЦВМ. При ручном пилотировании могут широко применяться графические и графоаналитические методы прогнозирования с использованием сеток и номограмм, однако метод не обладает достаточной гибкостью при существенном отклонении режима полета от принятого для получения приближенных соотношений (равновесное планирование, спуск с постоянным θ и т. п.).

При выработке закона управления конечным состоянием, особенно в автоматических системах спуска, можно использовать линеаризацию уравнений движения относительно некоторой опорной траектории, что позволяет упростить расчетную процедуру на борту аппарата и формирование закона управления, связывая текущие отклонения параметров траектории с отклонениями конечного состояния.

Дифференциальные уравнения движения центра масс аппарата при спуске в атмосфере

$$\dot{y}_i = f_i(y_1 \dots y_n; u_1 \dots u_m; t) \quad (m < n), \quad (5.29)$$

после линеаризации принимают вид¹

$$\dot{\delta y}_i = \sum_{j=1}^n f_{ij}^* \delta y_j + \sum_{j=1}^m f_{y_{\text{упр}} ij}^* \delta u_j, \quad (5.30)$$

где

$$f_{ij}^* = \left(\frac{\partial f_i}{\partial y_j} \right)^*$$

и

$$f_{y_{\text{упр}} ij}^* = \left(\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right)_{\text{упр}}^* \quad \left(\text{или} \quad f_{\text{возм}}_{ij}^* = \left(\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right)_{\text{возм}}^* \right).$$

Частные производные f_{ij}^* и $f_{y_{\text{упр}} ij}^*$ определяются для опорной траектории (см. § 2 гл. V).

Записав линейную систему, сопряженную системе (5.30),

$$\dot{p}_i = - \sum_{j=1}^n f_{ij}^* p_j \quad (5.31)$$

и перемножая почленно (5.31) и (5.30), после интегрирования от текущего момента t до конечного $t_{\text{кон}}$ получаем

$$\begin{aligned} & \int_t^{t_{\text{кон}}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m f_{y_{\text{упр}} ij}^* p_i \delta u_j dt = \\ & = \sum_{i=1}^n p_i \delta y_i \Big|_{t_{\text{кон}}} - \sum_{i=1}^n p_i \delta y_i \Big|_t. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Предполагая, что нас интересует конечное состояние переменной y_q (в рассматриваемых задачах — дальность), при $1 \leq q \leq n$ принимаем, что

$$\sum_{i=1}^n p_i \delta y_i \Big|_{t_{\text{кон}}} = \delta y_q \Big|_{t_{\text{кон}}} \quad (5.33)$$

и

$$p_{i \text{ кон}} = \frac{\partial y_q}{\partial y_i} \Big|_{t_{\text{кон}}} = 0 \quad \text{при } i \neq q \quad (5.34)$$

или

$$p_{i \text{ кон}} = \frac{\partial y_q}{\partial y_i} \Big|_{t_{\text{кон}}} = 1 \quad \text{при } i = q. \quad (5.35)$$

¹ Заметим, что под u могут пониматься как управляющие воздействия δa ; δy , так и внешние возмущающие δQ ; δc_x ; δW и т. п.

Интегрируя сопряженную систему (5.31) в обратном порядке от $t=t_{\text{кон}}$ до текущего момента t при граничных условиях (5.34) и (5.35), найдем решение системы, которое обозначим

$$p_i(t) \text{ при } p_{q \text{ кон}} = p_i|_q. \quad (5.36)$$

Такое решение сопряженной системы при достаточно простых граничных условиях может быть найдено заранее при предварительных расчетах и заложено в систему управления траекторией, так что $p_i(t)|_q$ известно для каждого момента времени.

Зная $p_i(t)|_q$, получаем из (5.32) основное соотношение для линейного управления коиечным состоянием [53], [62], [78]

$$\begin{aligned} \delta y_{q \text{ кон}}(t_{\text{кон}}) &= \sum_{i=1}^n p_i(t) \Big|_q \delta y_i(t) + \\ &+ \int_t^{t_{\text{кон}}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l f_{y_{\text{упр}} i j}^* p_i(\tau) \Big|_q \delta u_j \text{ упр } d\tau + \\ &+ \int_t^{t_{\text{кон}}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=l+1}^m f_{\text{возм } i j}^* p_i(\tau) \Big|_q \delta u_j \text{ возм } d\tau, \quad (5.37) \\ &\quad (l \leq m) \end{aligned}$$

связывающее параметр конечного состояния $\delta y_{q \text{ кон}}(t_{\text{кон}})$ с текущими (замеренными) значениями координат траектории ($\delta y_i(t)$) и управляющими ($\delta u_j \text{ упр}$) и возмущающими ($\delta u_j \text{ возм}$) воздействиями на оставшемся участке траектории $t \geq \tau \geq t_{\text{кон}}$.

Задав для данной траектории

$$\delta y_{q \text{ кон}}(t_{\text{кон}}) = \delta y_{q \text{ кон}}^* = C_q \quad (5.38)$$

(если опорная траектория проходит через расчетную конечную точку $\delta y_{q \text{ кон}}^* = C_q = 0$), можно из соотношения (5.37), зная $\delta y_i(t)$ и $\delta u_j \text{ возм }(\tau)$, определить $u_j \text{ упр }(\tau)$.

Заметим, что существует множество законов управления $u_j \text{ упр }(\tau)$, обеспечивающих заданное коиечное состояние, так что выбор схемы формирования закона управления $u_{\text{упр}}(\tau)$ требует дальнейших уточнений.

В простейшем случае, выбрав

$$u_j \text{ упр }(\tau) = u_{j \text{ упр}}^{(I)} = \text{const}, \quad (5.39)$$

найдем для каждого текущего состояния объекта регулирования величину управляющего воздействия $u_{j \text{ упр}}^{(I)}$, обеспечивающую при непрерывном действии вплоть до $\tau = t_{\text{кон}}$ ликвидацию текущих возмущений $\delta y_i(t)$ и компенсацию учтенных в уравнении (5.37) возмущений $\delta u_j \text{ возм }(\tau)$.

Нетрудно видеть, что из (5.37) для $\delta u_{\text{упр}}^{(1)} = \text{const}$ (при $u_{\text{возм}} = 0$):

$$\delta u_{\text{упр}}^{(1)} = \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right)^* \delta y_i = \sum_{i=1}^n F_i^* \delta y_i, \quad (5.40)$$

где $F_i^* = \sum_{j=1}^l \left(\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right)^*$ — функции влияния для управляющих воздействий.

Система, построенная по закону управления конечным состоянием (5.40)¹, не обладает «запасом» эффективности и при наличии длительных возмущений, не учтенных в соотношении (5.37), не обеспечивает вывода в $y_{q \text{ кон}} = y_{q \text{ кон}}^*$ [93].

В ряде случаев эффективность системы может быть повышена введением дополнительных коэффициентов усиления вида [78]

$$\delta u_{\text{упр}} = k_{\text{упр}} \delta u_{\text{упр}}^{(1)} \quad (5.41)$$

или

$$\delta u_{\text{упр}} = \sum_{i=1}^n k_i u_{\text{упр}}(t) F_i^* \delta y_i. \quad (5.42)$$

Введение постоянных коэффициентов повышает быстродействие системы (рис. 5.10), однако не может полностью компенсировать возмущений на конечном этапе движения.

Переменные коэффициенты могут, по-видимому, обеспечить эффективное управление траекторией на всех этапах спуска, однако их эмпирический выбор может производиться лишь на основе большого объема предварительных расчетов. На рис. 5.11—5.13 представлены некоторые характеристики траектории спуска при управлении по закону (5.42) в продольной плоскости для космического аппарата с параметрами $K_{\text{шах}} = 0,2$; $\theta_{\text{вх}} = -5,5^\circ$; $V_{\text{вх}} = 11,0 \text{ км/сек}$ и характер изменения функций влияния и эмпирически подобранных коэффициентов $k_i u_{\text{упр}}(t)$ на траектории спуска.

Соотношение (5.27) позволяет также сформулировать релейный закон управления траекторией, при котором

$$\delta u_{\text{упр}} = \delta u_{\text{max}}^* \operatorname{sign} u_{\text{упр}}^{(1)} \text{ при } u_{\text{упр}}^{(1)} \neq 0 \quad (5.43)$$

или $\delta u_{\text{упр}}^{(1)} = 0$ при $u_{\text{упр}}^{(1)} = 0$, а условием выключения является достижение

$$\delta \dot{u}_{\text{упр}}^{(1)} = 0. \quad (5.44)$$

¹ Заметим, что из-за появления на траектории новых возмущений действительное значение $\delta u_{\text{упр}}^{(1)}$ не является постоянным.

Очевидно, применение релейного закона связано с большими энергетическими затратами на управление, но обеспечивает лучшее быстродействие системы.

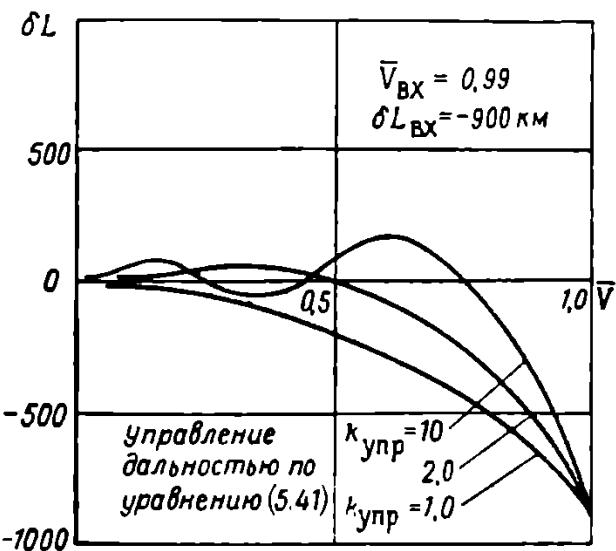


Рис. 5.10. Влияние коэффициента $k_{\text{упр}}$ на отработку ошибки по дальности на траектории спуска

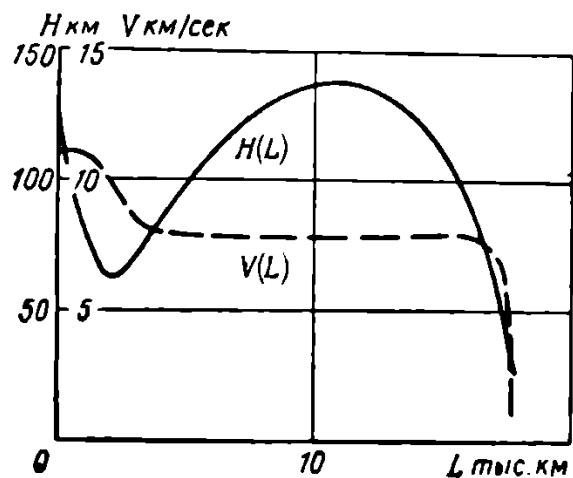


Рис. 5.11. Характер траектории спуска, использованной при подсчете функций влияния

Существование множества возможных управлений $u_{\text{упр}}(\tau)$ позволяет рассматривать вопрос о выборе оптимального закона управления $u_{\text{упр, opt}}(\tau)$, обеспечивающего экстремум определенного критерия качества управления при выдерживании заданных граничных условий в конце траектории [21].

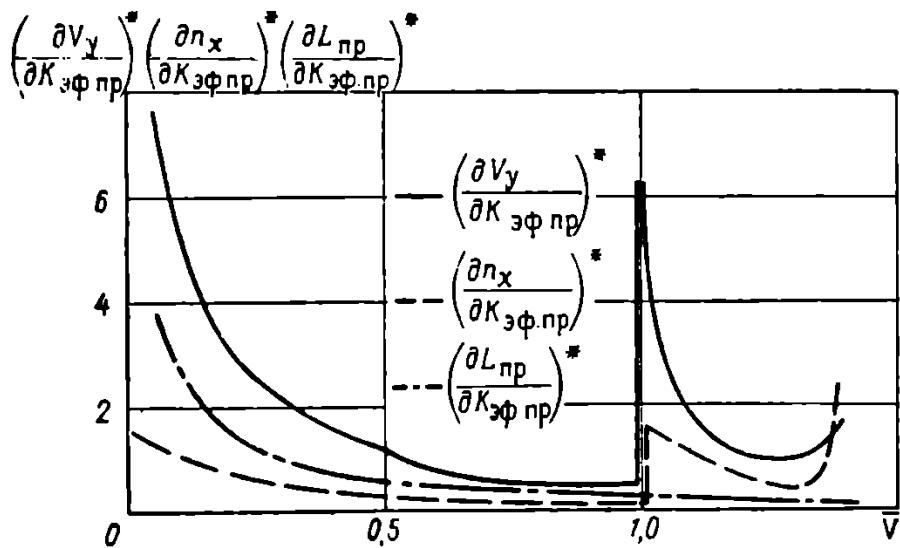


Рис. 5.12. Функции влияния по управлению F_i^* на траектории спуска

В качестве критерия оптимальности управления может рассматриваться минимум среднеквадратичных отклонений управления от расчетного значения

$$J_1 = \int_t^{t_{\text{кон}}} \sum_{j=1}^l W_j u_j^2(\tau) d\tau. \quad (5.45)$$

Технически введение такого критерия оптимальности оправдано, если на расчетном режиме управление не требует энергетических затрат (например, расчетным является полет на балансиро-вочном угле атаки $\alpha = \alpha_{\text{бал}}^*$, любое отклонение от $\alpha_{\text{бал}}^*$ на да требует включения струйных рулей, тяга которых пропорциональна α из условия балансировки аппарата по моментам).

Если к энергетическим затратам приводит не выдерживание управляющего воздействия на некотором уровне, а лишь изменение его величины (например, при управлении по крену требуемые значения управляющего момента определяются угловой скоростью крена), возможно введение критерия вида

$$J_2 = \int_t^{t_{\text{кон}}} \sum_{j=1}^l W_j \dot{u}_j(\tau) d\tau, \quad (5.46)$$

который может быть сведен к предыдущему, если в качестве нового управления рассматривать производную \dot{u}_j .

В критерий оптимальности могут быть введены и значения текущих отклонений координат траектории от расчетных или предельных (например минимум дополнительного теплоподвода, минимум перегрузок, обусловленных управлением, и т. п.).

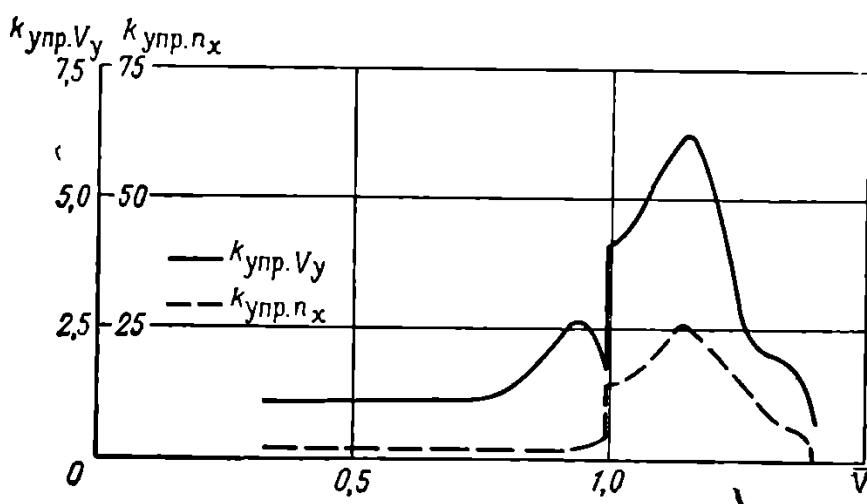


Рис. 5.13. Выбор эмпирических коэффициентов усиления при управлении траекторией спуска

По аналогии с преобразованиями в § 5 гл. IV в задачу оптимизации могут быть введены ограничения по координатам и управлению, «невязки» по граничным условиям и т. п. Может быть сформулирована задача и о минимуме конечной ошибки при заданном уровне и характере возмущений и ограниченном запасе энергии или эффективности управления [78].

Если критерий оптимальности сформулирован как

$$J = \int_t^{t_{\text{кон}}} f_0(\delta u_{J_{\text{упр}}}) d\tau, \quad (5.47)$$

то условием минимума J , рассмотренным совместно с изопараметрическим условием выполнения граничных условий

$$\int_t^{t_{\text{кон}}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l f_{ij}^* p_i \Big| \delta u_{y_{\text{упр}}}(\tau) d\tau = C, \quad (5.48)$$

где

$$C = \delta y_{q \text{ кон}}^*(t_{\text{кон}}) - \sum_{i=1}^n p_i(t) \Big| \delta y_i(t) \Big|_{t=t_{\text{изм}}} - \\ - \int_t^{t_{\text{кон}}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m f_{ij} p_i(\tau) \Big| \delta u_{J_{\text{возм}}}(\tau) d\tau, \quad (5.49)$$

является минимум функции F по управлению

$$F(\delta u_{y_{\text{упр. опт}}}; \lambda_i; p_i) = \min_{\delta u_{\text{упр}}} F(\lambda_i p_i) \quad (5.50)$$

для

$$F = \lambda_0 f_0(\delta u_{J_{\text{упр}}}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_i p_i \Big| \delta u_{J_{\text{упр}}}(\tau) \quad (5.51)$$

в каждый момент времени $t_{\text{изм}}$ для измеренных значений

$$\delta y_i(t_{\text{изм}}), \text{ т. е. } \delta u_{\text{опт}} = \delta u_{\text{опт}}(\delta y_{\text{изм}}).$$

Оптимизация закона управления может производиться как классическим, так и новыми методами вариационного исчисления [21], [78].

Методы реализации оптимального закона управления $u_{\text{опт}}(\delta y_i)$ зависят от принятой схемы навигации аппарата и, как правило, требуют наличия ЭЦВМ на борту аппарата спуска.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Освоение космоса выдвигает все новые задачи, связанные с динамикой снижения и торможения космических аппаратов в атмосфере.

Полеты к ближайшим планетам — Венере и Марсу сделают актуальной проблему спуска аппарата в атмосфере, характеристики которой сильно отличаются от характеристик атмосферы Земли, недостаточно изучены и должны уточняться непосредственно в процессе спуска.

Успешное осуществление посадки на поверхность Венеры спускаемого отсека советских автоматических станций типа «Венера» доказывает, что использование атмосферы этой планеты для рассеивания энергии при торможении космического аппарата может быть весьма эффективным. Сравнительно менее плотная, по имеющимся данным [9], атмосфера Марса также может, по-видимому, обеспечить торможение спускаемого аппарата [22], [38], однако развитие двигательных установок новых схем потребует в ближайшее время анализа проблем, возникающих при комбинированном аэродинамическом и активном (с помощью двигательных систем) торможении аппаратов спуска.

Дальнейшее расширение освоенной области космического пространства связано с неизбежным ростом скоростей сближения с планетой назначения. Однако и в этом случае наряду с активным торможением, необходимым для того, чтобы обеспечить выдерживание коридора входа при очень высоких скоростях входа в атмосферу, вопросы аэродинамического торможения и управления траекторией спуска по-прежнему останутся актуальными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев К. Б., Бебенин Г. Г. Управление космическим летательным аппаратом, изд-во «Машиностроение», 1964.
2. Андреевский В. В. Об оптимальном уточнении программы управления, Сб. «Исследования по динамике полета», изд-во «Машиностроение», 1965.
3. Аржаников Н. С., Садекова Г. С. Аэродинамика больших скоростей, изд-во «Высшая школа», 1965.
4. Боднер В. А. Теория автоматического управления полетом, изд-во «Наука», 1965.
5. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления, изд-во «Наука», 1966.
6. Беллман Р. Динамическое программирование, ИЛ, 1960.
7. Блисс Г. А. Лекции по вариационному исчислению, ИЛ, 1950.
8. Бут Д. Численные методы, Физматгиз, 1959.
9. Беляков М. В. Атмосферы Земли и других планет, Гидрометеониздат, 1965.
10. Горбатенко С. А., Макашов Э. М., Полушкин Ю. Ф., Шефтель Л. В. Механика полета, изд-во «Машиностроение», 1969.
11. Гансвинд И. Н. Добавление к русскому изданию книги У. Лоха «Динамика и термодинамика спуска в атмосфере планет», изд-во «Мир», 1966.
12. Дмитревский А. А., Казаковцев В. П., Устинов В. Ф., Лысенко Л. Н., Жилейкин В. А., Кольцов Ю. Ф. Движение ракет, Воениздат, 1968.
13. Инженерный справочник по космической технике. Под общей редакцией А. В. Соловова, Воениздат, 1969.
14. Зонды исследуют лунную трассу, изд-во «Машиностроение», 1969.
15. Космонавтика. Маленькая энциклопедия, изд-во «Советская энциклопедия», 1968.
16. Космодемьянский А. А. Курс теоретической механики. Учпедгиз, 1955.
17. Кротов В. Ф., Гурман В. И., Букреев В. З. Новые методы вариационного исчисления в динамике полета, изд-во «Машиностроение», 1969.
18. Лейтман Дж. Введение в теорию оптимального управления, изд-во «Наука», 1969.
19. Лебедев А. А., Чернобровкин Л. С. Динамика полета, Оборонгиз, 1962.
20. Лахтин Л. М. Свободное движение в поле земного сpheroida, Физматгиз, 1963.
21. Летов А. М. Динамика полета и управление, изд-во «Наука», 1969.
22. Лох У. Динамика и термодинамика спуска в атмосфере планет, изд-во «Мир», 1966.
23. Миеле А. Механика полета, т. I, изд-во «Наука», 1965.
24. Научные проблемы искусственных спутников, Сборник статей, ИЛ, 1959.
25. Остославский И. В., Стражева И. В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов, изд-во «Машиностроение», 1969.
26. Основы теории полета и элементы проектирования искусственных спутников. Под ред. М. К. Тихонравова, изд-во «Машиностроение», 1968.
27. Понtryгин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенико Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов, Физматгиз, 1961.
28. Пономарев А. Н. Пилотируемые космические корабли, Воениздат, 1968.

29. Проблемы движения головной части ракет дальнего действия, Сб. ИЛ, 1959.
30. Погорелов Д. А. Теория кеплеровских движений летательных аппаратов, Физматгиз, 1961.
31. Рабинович Б. И. Вариационные режимы полета крылатых летательных аппаратов, Машиностроение, 1966.
32. Рощина А. А. Оптимизация траектории пассивного спуска аппарата в атмосфере Земли, Сб. «Исследования по динамике полета», вып. 2, изд-во «Машиностроение», 1969.
33. Субботин М. Ф. Курс небесной механики, т. I, II, ОНТИ, 1937, т. III, Гостехиздат, 1940.
34. Сахаров Г. И., Андреевский В. В., Букреев В. З. Нагрев тел при движении с большими сверхзвуковыми скоростями, Оборонгиз, 1961.
35. Справочник по космонавтике под ред. Н. Я. Кондратьева и В. А. Одиссова, Воениздат, 1966.
36. Тарасов Е. В. Оптимальные режимы полета летательных аппаратов, Оборонгиз, 1963.
37. Управление космическими летательными аппаратами, Сб. под ред. А. А. Лебедева, изд-во «Машиностроение», 1967.
38. Чепмей Д. Р. Приближенный аналитический метод исследования входа тел в атмосферу планет, ИЛ, 1962.
39. Шарокова И. М. Применение метода динамического программирования к решению вариационных задач динамики летательных аппаратов, Сб. «Исследования по динамике полета», изд-во «Машиностроение», 1965.
40. Цандер Ф. А. Проблема полета при помощи реактивных аппаратов, Оборонгиз, 1947.
41. Электронные методы контроля траекторий космических аппаратов. Сборник статей, ИЛ, 1963.
42. Эльясберг П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли, изд-во «Наука», 1965.
43. Эрике К. Космический полет, Физматгиз, 1963.
44. Шунейко И. И. Крылатые космические корабли, Итоги науки и техники, ВИНИТИ АН СССР, серия «Ракетостроение», М., 1966.
45. Ярошевский В. А. Приближенный расчет траекторий входа в атмосферу, ч. I, II, Космические исследования, т. II, вып. 4, 5. Изд. АН СССР, 1964.
46. Allen H. J., Eggers A. J. A study of the motion and aerodynamic heating of missiles entering the atmosphere, NACA IN 4047, Oct. 1957.
47. Baker J. M., Bakster B. E., Arthur P. D. Optimum deboost altitude for specified atmospheric entry angle, AIAA Journ, 1963, vol. 1, No. 7.
48. Battle C. T., Gottlieb K. G. Optimisation of the thrust direction, J. Spacecraft and Rockets, 1966, vol. 3, No. 5.
49. Becker J. V. Re-entry from space, Scientific American, Jan. 1961.
50. Bobbitt P. S. Effect of shape at entry speeds, New-York, 1963 (9-th AAS Meet, 1963).
51. Bryant J. P., Frank H. P. An automatic longrange guidance system for entering, IAS Paper, 1962, No. 87.
52. Bryson A. E., Denham V. F., Carroll F. J., Mikami K. Determination of lift or drag programmes to minimize re-entry heating, J. Aerospace Sci, 1962, vol. 29, No. 4.
53. Bock C. D. A high precision stellar navigation for interplanet guidance, Planet and space Sci, v. 7, 1961.
54. Campbell T. K., Gold T. T. Three-dimensional trajectory optimisation, Hawthorne, Calif., Northrop corp., Norair Div., 1965.
55. Carlson R. W., Svenson B. L. Maneuvering flight within Earth-entry corridors, J. Spacecraft and Rockets, vol. 3, No. 3, 1966.
56. Chapman D. R. An analysis of the corridor and guidance requirements for supercircular entry, NASA TR-55, 1960.
57. Chen-Shih-Juan. Range of hypersonic glide vehicles. J. Astronaut. Sci, 1966, vol. 13, No. 6.

58. Cole E. G. Entry guidance and control. Lunar missions and explorations, New-York—London—Sydney. John Wiley and Sons, Inc., 1964.
59. Connor M. A., Otto D. R. A closed-form solution for a gliding lateral turn, J. Aircraft, 1967, vol. 4, No. 2.
60. Dow P. C., Fields D. P., Scammel F. N. Automatic re-entry guidance, Progr. Astronaut. and Rock., vol. 8, New-York—London, Acad. Press, 1962.
61. Egggers A. J. The possibility of a safe landing, Space Techn., John Wiley and Sons, Inc., New-York, 1959.
62. Friedlander A. L. Inversion property of the fundamental matrix in trajectory problems. AIAA Journ., 1963, vol. 1, No. 4.
63. Galman B. A. Retrorocket alignment for maximum entry angle. ARS J., 1968, p. 977—78.
64. Gazeley C. Atmospheric entry. The Rand Corp. Rep., P-2052, July 1960.
65. Heppener H., Barbeiri L. G. A novel approach to dimensionless flight mechanics in a central gravity field. Paper 15-th, Internat. Astr. Congr, Warsaw, 7—12 Sept., 1964.
66. Hanin M. Oscillatory trajectories in atmospheric entry. Israel Journ. of Technology, vol. 4, No. 1, 1966.
67. Hove J. T., Viegas J. R. Solution of the ionized radiant shock layer. NASA TR-1—21, 1963.
68. Jurovics S. A., Mc-Intyre J. E. The adjoint method and its application to trajectory optimisation. ARS J., 1962, vol. 32, No. 9.
69. Kelly H. J., Gradient theory of optimal flight path, ARS Semiannual Meet, May 12 1960, ARS J., 1960, vol. 30, No. 10.
70. Kelly H. J., Kopp R. E., Moyen H. G. A trajectory optimisaion technique. Technical Lunar exploration, New-York—London, Acad. Press, 1963.
71. Kemp N., Riddell F. Heat transfer to satellite vehicles reentering the atmosphere. Jet propulsion, vol. 27, No. 2, 1957.
72. King—Hele D. G., Quimby E. Estimating the lifetimes of satellites in low orbits, Planet and Space Sci, 1966, vol. 14, No. 1.
73. Lesko J. S. Horizontal landing of piloted re-entry vehicles, Sympos. Dynamic Manned Lift. Planet entry. Philadelphia, 1962.
74. Levinsky E. S. Application of inequality constraint to variational problems of lifting re-entry, J. Aerospace Sci, 1962, vol. 29, No. 4.
75. Lees L. Jet Prop., vol. 27, No. 11, 1957.
76. Low G. H. Nearly circular Transfer. Trajectories, NASA TR R-3 (1959).
77. Love J. A., Neustadt L. W. A simple re-entry guidance system, AIAA Paper, 1963, No. 319.
78. Lessing H. C. Tunnell P. J., Coate R. E. Lunar landing and long-range earth re-entry guidance by application of perturb. theory, J. Spacecraft and Rockets, 1964, vol. 1, No. 2.
79. Love E. S. Factors influencing configuration and performance of entry vehicles. J. Spacecraft and Rockets, 1964, No. 1.
80. Leondes C. T., Neumann R. A. Optimisation of re-entry trajectories through independent control of lift and drag, J. Spacecraft and Rockets, 1966, vol. 3, No. 5.
81. Martin J. J. Atmospheric Re-entry. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs N. J. (см. Мартин Дж. Вход в атмосферу, изд-во «Мир», 1969).
82. Petersen N. V. Jet propul., vol. 20, No. 6, 1956.
83. Rosenbaum R. Longitudinal range control for lifting re-entry. Progr. Astronaut. and Rockets, vol. 8, New-York—London, Acad. Press, 1962.
84. Negem R. M., Stickford G. H. Shock layer radiation during re-entry, AIAA Entry Techn. Conf., New-York, 1964.
85. Shen J. C. Sistematic expansion procedure and general theory for direct and indirect problems in re-entry mechanics (XIV Congress Intern. Astr., No. 74), Paris, 1963.
86. Shen J. C. Series solution of equations for re-entry. AIAA Journ., vol. I, No. 11, 1963.

87. Smith R. H., Menard J. A. Supercircular entry and recovery. ARS Preprint, 1961, No. 114, 46.
88. Stalony-Dobrzanski J. Effekt of re-entry technique on the design of a space vehicles, J. Techn. Session Prepr., Amer. Astr. Soc., 1959, No. 59-17.
89. Ting L., Wang K. An approximate analytic solution of re-entry trajectory. ARS Journ., June 1960.
90. Wagner W. E., Jaworski A. N. Three-dimentional re-entry optimisation with inequality constraints. AIAA Preprint, 1963, No. 419.
91. Wagner W. E. Re-entry filtering production and smoothing. AIAA Paper, 1965, No. 319.
92. Wingrove R. C., Coate R. E. Piloted simulation studies of re-entry guidance. AKS Preprint, 1961, No. 195.
93. Wingrove R. C. Survey of atmospheric re-entry guidance and control methods. AIAA Journ., 1963, vol. 1, No. 9.
94. Volgenau E. Guidance and control of the re-entry vehicles. McGraw-Hill Book Company, Inc. 1965.
95. ARS Journal, 1961, No. 8.
96. ARS Journal, 1961, No. 7.
97. ARS Journal, 1960, No. 7.
98. ARS Journal, 1961, No. 10.
99. ARS Journal, 1960, No. 1.
100. ARS Journal, 1962, No. 1.
101. ARS Journal, 1962, No. 4.
102. ARS Journal, 1962, No. 3.
103. ARS Journal, 1961, No. 3.
104. ARS Journal, 1960, No. 9.
105. ARS Journal, 1962, No. 6.
106. Aviation Week, 1963, No. 23.
107. Aviation Week, 1963, No. 8.
108. Aviation Week, 1963, No. 18.
109. Astronautica Acta, 1961, No. 5, 6, v. 7.
110. Missiles and Rockets, 1959, 26.VI.
111. J. Spacecraft and Rockets, 1964, vol. 1, No. 6.
112. J. Spacecraft and Rockets, 1964, vol. 1, No. 6.
113. J. Spacecraft and Rockets, 1965, vol. 2, No. 5.
114. J. Spacecraft and Rockets, 1966, vol. 3, No. 5.
115. IRE Transaction Space Electron. and Telemetry, vol. 6, No. 3—4, 1960.
116. Journal Space Aeronautics, 1963, vol. 40, No. 2.
117. Journ. Navigation, 1963, vol. 10, No. 3.
118. Journ. Americ. Sci, 1962, vol. 29, No 3.
119. Raumfahrtforschung, 1965, vol. 9, No. 2.
120. Space World, Sept. 1965, vol. 9, No. 9.
121. NASA TR 59-267, 1959.
122. Flight International, 1963, No. 2858.
123. IAS Paper, 1962, No. 103.
124. IAS Paper, 1960, No. 56.
125. Journal of Geophysical Research, 1961, VII, vol. 66, No. 7.
126. Journal of Atmospheric and Terrestrial Phys., 1960, vol. 18, No. 2/3.
127. Proc. of National Symposium of Winds for Aerospace Vehicle Design., vol. 1, 1962, Bedford, Massachusetts. AFCRL-62-273.
128. Symposium of Dynamics of Manned Lifting Planetary Entry. New-York—London, 1963.
129. Handbook of Geophysics, New-Jork, 1960, Atmospheric Density, Wind, ch. 6.
130. Preprint Lunar flight Symposium, AAS, 1961, No. 7.
131. Space Aeronaut. Research and Develop. Handbook, 1960—1961, B/11—B/16.

О ГЛАВЛЕНИЕ

	<i>Стр.</i>
Предисловие	3
Основные условные обозначения	5
Глава I. Условия полета при спуске космических аппаратов в атмосфере Земли	8
§ 1. Техника спуска космических аппаратов в атмосфере Земли	19
§ 2. Физические условия полета при спуске космических аппаратов в атмосфере Земли	19
1. Гравитационное поле и фигура Земли	23
2. Атмосфера Земли	33
3. Аэродинамические характеристики летательных аппаратов при гиперзвуковых скоростях полета	40
4. Аэродинамический нагрев космического аппарата при спуске в атмосфере	49
Глава II. Общие вопросы динамики движения центра масс аппарата при спуске в атмосфере Земли	49
§ 1. Общие уравнения движения для тела переменной массы	49
§ 2. Системы отсчета и системы координат	54
1. Системы отсчета	55
2. Основные системы осей координат, связанные с траекторией аппарата	62
§ 3. Определение проекций сил, действующих на космический аппарат при спуске в атмосфере	71
1. Системы осей, связанные с ориентацией аппарата. Проекции тяги и аэродинамических сил	71
2. Аэродинамические силы при наличии ветровых воздействий	77
3. Проекции массовых сил на основные оси координат	80
§ 4. Уравнения движения аппарата в земной и сферической скоростной системах осей координат. Интегрирование уравнений движения	81
Глава III. Анализ траекторий спуска космических аппаратов в атмосфере Земли	88
§ 1. Условия входа космического аппарата в атмосферу Земли	88
§ 2. О получении приближенных аналитических соотношений при качественном анализе траекторий спуска с орбиты искусственного спутника	95
§ 3. Основное дифференциальное уравнение для траекторий спуска с орбиты искусственного спутника. Интегрирование основного уравнения	99
1. Переход к независимой переменной $\bar{V}_s = \frac{V_s}{V_{1k,cr}}$ в геоцентрической орбитальной системе координат	99
2. Переход к независимой переменной $x = \ln\left(\frac{\bar{V}}{V_{1k}}\right)$ в скоростной системе координат	102
3. Переход к независимой переменной $y = \frac{Q}{Q_0}$ в скоростной системе координат	105
§ 4. Баллистические траектории спуска космического аппарата с орбиты ИСЗ	106
1. Приближенный анализ траекторий баллистического спуска	106
2. Основные характеристики траектории баллистического спуска с орбиты ИСЗ	113
§ 5. Траектории спуска в атмосфере космических аппаратов с высокими иесущими свойствами	115
1. Квазистационарные режимы полета при спуске крылатых космических аппаратов	118

2. Маневр в вертикальной плоскости при спуске крылатого космического аппарата	125
3. Модель траектории спуска космического аппарата с высоким аэродинамическим качеством	131
4. Боковой маневр при спуске аппарата с высоким аэродинамическим качеством	138
§ 6. Нестационарное движение крылатого аппарата в окрестности траектории инерционного планирования	140
§ 7. Спуск в атмосфере космических аппаратов с малым аэродинамическим качеством (полубаллистический спуск)	145
§ 8. Приближенный расчет траекторий спуска в атмосфере межпланетных космических аппаратов при $V_{вх} > V_{1к}$	148
1. Приближенные методы решения основного уравнения спуска при $\bar{V}_{вх} > 1$	149
2. Типовые траектории спуска крылатых аппаратов в атмосфере при $\bar{V}_{вх} > 1$	157
§ 9. Приземление космических аппаратов на конечном этапе спуска в атмосфере	161
Глава IV. Оптимизация траекторий спуска космических аппаратов в атмосфере	166
§ 1. Общая постановка задачи об оптимизации траектории спуска	166
1. Об оптимизации траекторий летательных аппаратов	166
2. Математическая модель траектории и критерии оптимальности в задачах оптимизации траекторий спуска космических аппаратов в атмосфере	168
§ 2. Оптимизация траекторий спуска в атмосфере методами классического вариационного исчисления	173
1. Общая постановка задачи	173
2. Полное решение	174
§ 3. Оптимизация траектории спуска крылатого космического аппарата в атмосфере на основе принципа максимума	182
§ 4. Определение оптимальных характеристик типовых (модельных) траекторий спуска крылатых космических аппаратов в атмосфере	190
1. Оптимальные режимы квазистационарного инерционного планирования	191
2. Оптимизация начального выравнивания	195
§ 5. Решение задач оптимального программирования опорной траектории спуска методами наискорейшего спуска. Оптимальный боковой маневр	198
Глава V. Управление траекторией спуска космического аппарата	205
§ 1. Возмущения траектории спуска космического аппарата в атмосфере	206
§ 2. Уравнения возмущенного движения центра масс космического аппарата на этапе спуска в атмосфере	209
§ 3. Управление относительно опорной траектории спуска	211
§ 4. Управление на основании прогнозирования точки приземления	218
Заключение	227
Литература	228