Erscheint zweimal monatlich
Bezugspreis 4 M. vierteljährl.

Anzeigenpreise nach Tarif
Preis des Einzelheftes 70 Pfg.

MASCHINEN-KONSTRUKTEUR

ZEITSCHRIFT FÜR BETRIEB u. KONSTRUKTION

BEGRÜNDET 1868 VON W. H. UHLAND • VERLAG J. J. ARND, LEIPZIG C1

62. JAHRG. 1929 1. Februar NUMMER 3

Inhalt:

Zur Thermodynamik des Raketenantriebes.

Beweis der Möglichkeit der Weltraumfahrt.

Von Oberbaurat Konrad Baetz.

1. Die bisher von den Theoretikern des Raketenantriebes gegebenen Ableitungen der Treibwirkung der Ladung, insbesondere die von Herrn v. Pirquet, sind noch äußerst unklar und übersehen eine Reihe ganz einfacher Tatsachen. Der Raketenantrieb muß nämlich, was noch wenig beachtet worden ist, je nach der Geschwindigkeit der Rakete und je nach dem Kraftfeld, in dem sich die Rakete bewegt, ganz verschieden behandelt werden. Solange die Geschwindigkeit einer durch den Auspuff von Verbrennungsgasen angetriebenen Rakete kleiner bleibt als die Schallgeschwindigkeit im umgebenden Medium, ist der Wirkungsgrad der Rakete bekanntlich sehr ungünstig. Wenn auch in der anfangs ruhenden Rakete in der Zeiteinheit große Mengen Treibstoff verpuffen, wodurch der Vortrieb der Rakete durch den entstehenden hohen Verpuffungsdruck sehr groß ist, so wird sich doch an der offenen Seite keine größere Auspuffgeschwindigkeit der verbrannten Gase einstellen können, als sie der Schallgeschwindigkeit in diesen Gasen entspricht. Die austretenden Gase verschleudern ihren Energieinhalt außerhalb der Rakete, weil der Druckausgleich dort mit Schallgeschwindigkeit nach allen Seiten erfolgt. Der Druckunterschied an der Mündung ist gleich dem kritischen Druckgefälle, welches für Gase 1,82 ist. Erst, wenn die Translationsgeschwindigkeit der Rakete die Schallgeschwindigkeit im umgebenden Medium erreicht, wird die Expansion ins Innere des Raketenrohres verlegt. Es tritt im Raketenrohr eine Druckschichtung vom Treibkopf bis zur Mündung auf, wobei die gesamte Verbrennungsenergie auf die Rakete übertragen wird. Wie bekannt ist, beträgt die Nutzleistung einer mit mäßiger Geschwindigkeit z. B. mit 100 m/sek. = 360 km/h fliegenden Rakete etwa 10%. Gerade aber der Aufstieg aus der dichten Luft ist sowohl für Fernraketen wie für Raumschiffe entscheidend für den Erfolg.

Schon bei einer Feuerwerksrakete kann man drei Hauptmomente des Gasaustriebes unterscheiden, die auch der Beobachter durch das Gehör bemerkt:

1. Bum, der Abschuß von der Ruhe aus.
2. Schffsch, die Bewegung mit stetig ausströmender Ladung. (Stationärer Vorgang.)
3. Liii, die Entleerung als Ausgleichsvorgang. (Ausblasen.)

Ganz besonders wichtig ist es also, darauf zu achten, ob der Ausflußvorgang stationär erfolgt (siehe Absatz 7), indem immer gleich große Treibmengen in der Zeiteinheit ausgestoßen werden, oder ob, wie bei der Ausblasung, auch der Druck im Innern mit den abziehenden Gasen verschwindet. In letzterem Fall hat man es mit einem sogenannten Ausgleichsvorgang zu tun. (Siehe Absatz 5.)

2. Bisher hat z. B. v. Pirquet bei dem Raketenantrieb zur Berechnung der Austrittsgeschwindigkeit der verbrannten Gase die Zeunersche Formel

$$w^2 = c_1^2 = 2 g_0 p_0 v_0 \cdot \frac{k}{k-1}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]$$

zur Berechnung der Ausflußgeschwindigkeit von Gasen aus einem Gefäß hohen Drucks gegen einen geringen äußeren Druck benützt, ohne auf die Möglichkeit des kritischen Druckgefälles an der Mündung zu achten. Er hat dabei wie Oberth und Valier angenommen, daß die Rakete eine Düse darstellt, in der das Gas in gewöhnlicher Weise ohne Wärmezufuhr, also nach einer Adiabate, expandiert. Diese Betrachtung kann aber nur zugelassen werden, solange die Rakete sich selbst mit sehr kleiner Geschwindigkeit bewegt, oder wenn sie, wie anfangs, in Ruhe ist. Eines ist sicher, sobald die Rakete die Schallgeschwindigkeit des umgebenden Mediums erreicht, ist an ihrer Öffnung ein absolutes Vakuum vorhanden, weil die Molekel des Außenmediums der Rakete nur mit Schallgeschwindigkeit zu folgen vermögen. Die gewöhnliche Methode zur Berechnung der Ausflußgeschwindigkeit muß also von diesem Augenblick ab vollkommen versagen. Da die Expansion dann bis zum absoluten Vakuum erfolgt, so muß die Wärmeumsetzung eine vollkommene sein, und man kann also die Austrittsgeschwindigkeit einfach aus dem Wärmeinhalt des Gases ermitteln, indem man annimmt, daß dieser vollständig in mechanische Arbeit umgesetzt wird. Da aber die geleistete Arbeit als Triebkraft gleichzeitig restlos auf die Rakete übertragen wird, so muß die Austrittsgeschwindigkeit, gegen den festen Raum genommen, wenn sich die Rakete selbst mit der Überschallgeschwindigkeit bewegt, gleich Null werden. Von diesem Augenblick ab kann also auch das oben angegebene Gesetz nicht mehr zu Recht bestehen, und es muß die Ausgleichgeschwindigkeit in der Gassäule von einem anderen Wert abhängen, der größer ist als $k = \frac{c_p}{c_0}$ beim Poissonschen Gesetz. Denkt man sich die Rakete als zylindrische gasgefüllte Röhre und während des Ausgleichs auf den nach links bewegten Rohrboden eine dem Innendruck p_{max} am Boden entsprechende Arbeit auf die Rakete übertragen, so ist der Vorgang von ganz anderer Art als bei einer Düse, sobald die Fahrgeschwindigkeit u gleich der Schallgeschwindigkeit des Innenmediums wird. Das Gas expandiert in der Röhre nach dem Gesetz $p \cdot v^{2k-1} = \text{const.}$, wie ich bereits in einem früheren Aufsatz gezeigt habe (Maschinenkonstrukteur Heft 1, August 1928). Man bedenke nur, daß ein Effekt $F \cdot p_{\max} \cdot u$ als Raketenantrieb geliefert wird, der mit der Reaktion des ausströmenden Mediums nur indirekt in Beziehung steht.

3. Um zunächst eine der durch die Betrachtungsweise von Pirquet sich ergebenden Unmöglichkeiten deutlich zu zeigen, nehme ich an, eine Rakete bewege sich im schwerelosen Raum bereits mit 7,55 km/sek. das ist die Zahl, die von Pirquet als ideale Ausflußgeschwindigkeit für verbranntes Knallgas angibt. Es ist dann der Energieinhalt von 1 kg Brennstoff dieser Rakete durch die Translationsgeschwindigkeit derselben $\frac{7550^2}{2g}$ mkg/kg. Die auf die Rakete übertragbare Energie ist natürlich $\frac{u^2}{2g} + \frac{c^2}{2g}$, wenn u die Geschwindigkeit der Rakete und c die absolute Ausflußgeschwindigkeit, in der der Bewegung entgegengesetzten Richtung gegenüber dem festen Raum bedeutet. Beide Beträge können nur durch den Energieinhalt des Treibmittels erbracht werden, so daß

$$\frac{u^2}{2g} + \frac{c^2}{2g} = \frac{J}{A}$$

sein muß, wenn J den Wärmeinhalt, wie oben, bedeutet. Ist nun $c = 0$, d. h. kommt das Treibmittel durch den Auspuff dem festen Raum gegenüber gerade zur Ruhe, so wäre der notwendige Energieinhalt in Cal/kg also

$$J = A \cdot \frac{u^2}{2g} = \frac{7550^2}{427 \cdot 2 \cdot 9{,}81} = 6\,800 \text{ Cal/kg},$$

d. h. die vorhandene Treibenergie kann das Treibmittel überhaupt nicht aus der Raketenröhre zum Ausstoß bringen, da die verfügbare Energie der flüssigen Knallgasladung nur etwa 3200 Cal/kg gesetzt werden darf.

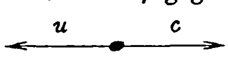

Abb. 1.

Die ideale Energieumsetzung wird erreicht, wenn wie angegeben, die absolute Ausflußgeschwindigkeit $c = -u$ ist (Abb. 1), d. h. wenn die Relativgeschwindigkeit im Raketenrohr $w = u + c$ ist (u ist vorwärts und c rückwärts gerichtet). Es gilt dann, wie es notwendig sein muß, daß der relative Energieverbrauch gleich dem absoluten ist. Es wird $w^2 = \frac{J}{A} \cdot 2g$ und da $u + c = 2u$ und somit $4u^2 = \frac{J}{A} \cdot 2g$, so wird

$$u = \sqrt{\frac{J}{A} \cdot \frac{g}{2}} = 0{,}707 \cdot \sqrt{3220 \cdot 9{,}81 \cdot 427}$$
$$= 0{,}707 \cdot 3680 = 2600 \text{ m/sek}.$$

Diese Geschwindigkeit ergibt sich also als die zweckmäßigste Geschwindigkeit einer Knallgasrakete im leeren Raum. Die Gegner der Raumschiffahrtsidee werden bei dieser Aussage gleichzeitig triumphieren, weil sie nun annehmen, daß diese Geschwindigkeit auch die höchstens mögliche beim Raketenantrieb im schwerelosen Feld sein wird. Im Feld der Erdschwere müßte sie natürlich noch kleiner werden, weil ja auch Hubarbeit zu leisten ist. Wesentlich ist bei dieser Art des Antriebs der Rakete, daß der Schwerpunkt des in jedem Augenblick ausgestoßenen Gasquantums dem festen Raum gegenüber gerade zur Ruhe kommt, weil die Dehnung der Gasschicht mit u vorwärts und mit $c = -u$ rückwärts erfolgt. Die Bewegungsgröße und damit der Antrieb ist

$$P = -\frac{dM}{dt} \cdot (u + c) = -G \cdot b \cdot 2u,$$

wobei $\frac{dM}{dt}$ die in der Sekunde austretende Masse gleich dem ausfließenden Gewicht G kg/sek mal der Beschleunigung b ist. Die Raketenmasse M muß durch diese Antriebskraft beschleunigt werden. Es muß also die Geschwindigkeit u weiter wachsen, was zur Folge hat, daß die Austrittsgeschwindigkeit c kleiner werden muß, da die verfügbare Treibenergie J für 1 kg ausfließenden Brennstoff nicht größer werden kann. Es folgt also hieraus, daß bei kleinerem c der Schwerpunkt der in jedem Augenblick ausströmenden Ladung in Richtung der Rakete mit kleinerer Geschwindigkeit als diese nachfolgt. Es muß dann eine Differentialgleichung angesetzt werden, in welche die restierende Bewegungsenergie in Richtung der Rakete einzusetzen ist. Wie der Vorgang bei außerordentlich großen Geschwindigkeiten der Rakete sich gestaltet, ist in Artikel 7 gezeigt.

4. Für den Aufstieg von der Erde geht man gewöhnlich von der Jules Verne'schen Vorstellung aus, daß zur Abfahrt von der Erdoberfläche, eine ganz bestimmte Geschwindigkeit notwendig sei, um aus dem Schwerefeld der Erde herauszukommen, die man auch die parabolische genannt hat. Diese Geschwindigkeit läßt sich sehr leicht aus der Formel

$$c = \sqrt{2g_0 \cdot r} = 11{,}2 \text{ km/sek}$$

ermitteln, worin r den Erdradius 6370000 m bedeutet. Die lebendige Kraft, die ein von der Erde abgeschleudertes Gewicht G in sich trägt, ist daher $\frac{G}{g_0} \cdot \frac{c^2}{2}$. Zur Erzeugung derselben sind $G \cdot x$ kg Treibstoff notwendig, dessen Energieinhalt in mkg sich aus dem zur Verfügung stehenden Wärmeinhalt J Cal/kg und aus dem mechanischen Wärmeäquivalent, $A = 1{:}427$ zu $G \cdot x \cdot \frac{J}{A}$ mkg ergibt. Hierbei ist vorausgesetzt, daß der Wirkungsgrad der Wärmeumsetzung gerade 1 ist. Setzt man in der Beziehung

$$\frac{G}{g_0} \cdot \frac{c^2}{2} = G \cdot x \cdot \frac{J}{A}$$

den obigen Wert für die Geschwindigkeit c ein, so wird die notwendige Treibmittelmasse für den bis heute bekannten höchstwertigen Treibstoff: $(2\,H_2 + O_2)$

$$x = \frac{r \cdot A}{J} = \frac{6370000}{427 \cdot 3200} = 4{,}54\,.$$

Diese Zahl x gibt also an, wieviel Treibstoff vom Heizwert 3200 Cal notwendig wird, um ein Gewicht G in den Weltraum hinauszuschleudern, wenn der Luftwiderstand beim Abschuß außer Betracht bleibt. Diese Zahl hat natürlich nur einen theoretischen Wert. Sie ist aber insofern von Bedeutung, als sie das Minimum angibt unter der Voraussetzung, daß ein bestimmtes Treibmittel wie Knallgas von 3200 Cal/kg Heizwert zum Antrieb verwendet wird, und daß der

Wirkungsgrad der Antriebsvorrichtung, welcher die Wärme in mechanische Energie umsetzt, gerade 1 ist.

Die Anwendung des Treibschusses ist, abgesehen von der unzulässigen Beschleunigung, welche der abzuschießende Körper erfahren würde, schon deswegen ungangbar, weil der Luftwiderstand auf diese Weise ganz ungeheuer ausfallen würde. Außerdem ist der Wirkungsgrad eines Geschützes oder einer ähnlichen Einrichtung, bei der von der Ruhe des Treibmittels ausgegangen wird, viel zu klein, um zu einem brauchbaren Antriebsmittel zu werden.

Man kann auch zeigen, welche größte Energie gebraucht werden wird, um einen Körper mit sehr kleiner Geschwindigkeit also förmlich schwebend in vertikaler Richtung aus dem Schwerefeld hinauszubringen. In diesem Fall braucht man dann natürlich das theoretische Maximum von Treibmittel. Die Konstruktion des hier zu verwendenden Raketenfahrzeuges müßte dann so sein, daß der Gasrückdruck gerade nur das Gewicht des Raketenfahrzeuges aufheben würde, während die Vergrößerung an lebendiger Kraft durch die Beschleunigung der Körpermassen außer Betracht bleibt. In diesem Fall könnte auch der Luftwiderstand vernachlässigt werden. Es sei einstweilen bemerkt, daß, wenn sich das Fahrzeug nur mit der Schallgeschwindigkeit der Luft bewegen würde, annähernd die nachfolgend zu berechnende Gewichtsmenge von Treibmittel gebraucht würde. Diese größte Treibenergie zur Hebung einer mit der Höhe abnehmenden Raketenmasse M bis zur theoretischen Höhe $h = \infty$ berechnet sich folgendermaßen: Ist wieder J der Energieinhalt des Treibmittels in Cal., A das mechanische Wärmeäquivalent und $g = g_0 \cdot \frac{r^2}{x^2}$ die Fallbeschleunigung im Abstand x vom Erdmittelpunkt, wobei g_0 im nachfolgenden immer die Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche bedeuten soll, so ist die zur Hebung des Gewichtes $G = M \cdot g$ notwendige Energie $G \frac{r^2}{x^2} \cdot \frac{dx}{dt}$, wenn $\frac{dx}{dt}$ die Geschwindigkeit in Richtung der Bewegung bedeutet. Andererseits ist die verbrauchte in mkg/sek umgerechnete verfügbare Wärmeleistung

$$-\frac{dM}{dt} \cdot g_0 \cdot \frac{J}{A}.$$

Unter der Annahme, daß der Wirkungsgrad der Umsetzung 1 ist, folgt durch Gleichsetzen der verbrauchten Wärmeenergie mit der gelieferten potentiellen unter Abstreichen der Zeit und Separation von M und x

$$\frac{dM}{M} \cdot g_0 \cdot \frac{J}{A} = g_0 \frac{r^2}{x^2} \cdot dx.$$

Hieraus ergibt sich das allgemeine Integral:

$$\frac{J}{A} \log \text{nat}\, M = -\frac{r^2}{x}.$$

Setzt man die rechte Seite als Exponent auf die Basis des natürlichen Logarithmus, so ergibt sich die Abhängigkeit der Endmasse von der Anfangsmasse durch die nachfolgende Beziehung, wenn sich die Rakete von r auf $r + h$ hebt.

$$\frac{M_2}{M_1} = e^{-\frac{A}{J} \cdot \frac{rh}{r+h}}.$$

Dividiert man den Quotient $\frac{r \cdot h}{r + h}$ in Zähler und Nenner durch h, so ergibt sich für $h = \infty$ schließlich das Massenverhältnis $M_1 : M_2$ aus dem Wert

$$\frac{M_1}{M_2} = e^{\frac{A \cdot r}{J}},$$

der in Zahlen aus dem Erdradius r, aus dem mechanischen Wärmeäquivalent und z. B. wieder mit dem Wert $J = 3200$ für den Heizwert von Wasserstoff-Sauerstoffladung zu berechnen ist.

Es ergibt sich unter Berücksichtigung der Basis des natürlichen Logarithmus

$$e = 2{,}71828 \text{ für } 2{,}7182^{\frac{6\,370\,000}{427 \cdot 3220}} = 2{,}718^{4,54}$$

und somit schließlich

$$M_1 = M_2 \cdot e^{4,54} = 93{,}4.$$

Die notwendige Ladung ergibt sich dann aus der Differenz

$$M_1 - M_2 = (93{,}4 - 1)\ M_2 = 92{,}4\, M_2,$$

so daß man also zur Hebung eines Gewichtes G aus dem Schwerefeld das 92,4fache an Sauerstoff-Wasserstoffladung notwendig hätte. Diese Größtmenge von Treibmitteln würde selbst dann verbraucht, wenn die Rakete mit vernachlässigbarer Geschwindigkeit in die Höhe steigt. Es ist also nicht einmal eine unbemannte Versuchsrakete auf diese Weise aus dem Schwerefeld hinauszubringen, weil ein Raketenbehälter mit einem Gewicht von $\frac{1}{100}$ Ladung nicht zu konstruieren ist.

$\boxed{5.}$ Bewegt sich dagegen eine Rakete im schwerelosen Raum mit der Geschwindigkeit u vorwärts und nimmt ihre Masse M durch Abschleudern von Treibladung nach rückwärts fortwährend um dM ab, so ist zunächst die Änderung der lebendigen Kraft der Raketenmasse (wobei die Treibladung eingeschlossen ist) $d\left(\frac{Mu^2}{2}\right)$. Soll die verbrannte Treibladung dM durch den Auspuff aus der Raketenöffnung zur Erreichung des höchsten Wirkungsgrades gerade soweit beschleunigt werden, daß sie dem festen Raum gegenüber eine Geschwindigkeit u nach rückwärts hat, so ist die aufzuzehrende und neu zu erzeugende, lebendige Kraft $dM \cdot \frac{u^2}{2}$. Verbrannt werden $dM \cdot g_0$ kg Ladung in jedem Augenblick, also ist das zur Verfügung stehende Arbeitsvermögen $dM \cdot \frac{J \cdot g_0}{A}$ m/kg, = wenn J Cal/kg den nützlichen Wärmeinhalt und A das mechanische Wärmeäquivalent 1/427 bedeutet. Die freiwerdende Energie beschleunigt die Hauptmasse M nach vorwärts und die Teilmasse dM nach rückwärts. Wird die Teilmasse, welche die Geschwindigkeit u vorwärts hat, durch das Abschleudern zuerst gerade zur Ruhe gebracht, so ist zur Aufhebung ihrer Trägheit die Energie $dM \cdot \frac{u^2}{2}$ notwendig. Bewegt sich also, wie gesagt, die Rakete im schwerelosen Feld, so resultiert die Differntialgleichung

$$d\left(\frac{Mu^2}{2}\right) + dM \frac{u^2}{2} = -dMg_0 \cdot \frac{J}{A}.$$

Beachtet man, daß das Differential $d\left(\frac{Mu^2}{2}\right)$ bei veränderlicher Masse in zwei Teile zerfällt $Mu\,du + \frac{u^2}{2}dM$, so schreibt sich die Differentialgleichung in der Form

$$Mu\,du + 2\frac{u^2}{2}dM = -\frac{dM g_0 \cdot J}{A}, \qquad (1)$$

oder

$$Mu\,du = -dM\left(\frac{g_0 \cdot J}{A} + u^2\right), \qquad (2)$$

und durch Separation ergibt sich

$$-\frac{dM}{M} = \frac{u\,du}{\frac{g_0 \cdot J}{A} + u^2}.$$

Diese Differentialgleichung ist leicht zu integrieren und liefert als allgemeines Integral

$$-\log\text{nat}\, M = \frac{1}{2}\log\text{nat}\left(\frac{g_0 \cdot J}{A} + u^2\right),$$

oder zwischen den Grenzen 2 und 1, wenn man gleichzeitig die Logarithmen beseitigt

$$\frac{M_2}{M_1} = \sqrt{\frac{\frac{g_0 \cdot J}{A} + u_1^2}{\frac{g_0 \cdot J}{A} + u_2^2}},$$

woraus man erkennt, daß die Geschwindigkeit u_2 größer wird bei abnehmender Masse. Man kann aus dem restierenden Massenverhältnis sehr einfach die Endgeschwindigkeit u_2 berechnen nach dem Ansatz

$$u_2^2 = \sqrt{\frac{g_0 \cdot J}{A}\left[\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^2 - 1\right] + \left(\frac{M_1}{M_2}\right) \cdot u_1^2}.$$

Beachtet man nun, daß in der Form 1 die Geschwindigkeit u ausgeschieden werden kann, so bleibt innerhalb der Klammer der Wert $Mdu + udM$ bestehen, der sich zu $d\frac{(Mu)}{dt}$ zusammenfassen läßt und die gesamte Antriebskraft P, welche auf die Rakete übertragen wird, darstellt. Die bisher gewöhnliche, zur Ermittelung des Antriebs einer Rakete benützte Formel $P = \frac{G^{\frac{kg}{sek}}}{g} \cdot u$ ist also unrichtig. Es gilt vielmehr der Satz vom Antrieb in der Form:

$$P = d\frac{(Mu)}{dt} = M\frac{du}{dt} + u \cdot \frac{dM}{dt}.$$

Schreibt man für $\frac{dM}{dt} \cdot g_0$ das sekundlich austretende Gewicht G, so gilt demnach für die Antriebsleistung die Beziehung

$$P \cdot u = G \cdot \frac{J}{A},$$

wobei zu beachten ist, daß das Vorzeichen verschwinden muß, weil die Kraft in Richtung der Bewegung als Reaktion geleistet wird. Es ist daher

$$P = \frac{G}{u} \cdot \frac{J}{A}.$$

Aus dem Ansatz für diese Antriebskraft, welche auf die Rakete übertragen wird, kann man erkennen, daß die übliche Methode zur Berechnung des Raketenantriebs nur aus der Geschwindigkeit des austretenden Gases falsch ist, wenn gleichzeitig die Masse, welche in der Rakete enthalten ist, mit der Zeit abnimmt. Dieser Punkt verdient eine ganz besondere Beachtung.

Werden beim Ausblasen einer Rakete Brenngase nicht mehr geliefert, so expandiert der Restinhalt, während gleichzeitig eine entsprechende Gasmasse nach außen geschleudert wird. Es handelt sich dann um einen Ausgleichvorgang, so daß Druck, spez. Volumen und Temperatur an jeder Stelle in der Raketenröhre von der Zeit abhängig werden. Die Druckschichtung in der Raketenröhre entspricht dann einem Gesetz $p = p_1 \cdot e^{-(ax + wt)}$ und die Leistung ergibt sich aus $L = F \cdot u \int_{t=0}^{t=x} p \cdot dt$.

Dieser Vorgang spielt bei dem von mir angegebenen Raketenmotor die Hauptrolle. Man kann nun die zur Lösung eines Ausgleichsvorgangs notwendigen partiellen Differentialgleichungen nur ableiten, wenn man von dem oben abgeleiteten Gesetz $P = d\frac{(Mu)}{dt}$ ausgeht.

Der Ausgleichsvorgang beim Entleeren der Raketenröhre geschieht eben dadurch, daß Gasmassen nach rückwärts geschleudert werden, während sich der Restinhalt gleichzeitig entsprechend dehnt. Sowohl der Dehnung, wie der Trägheitsäußerung entspricht aber ein bestimmter Druckverbrauch.

$\boxed{6.}$ Die vorstehende Aufgabe zur Ermittlung der auf die Rakete durch die austretenden Gase übertragenen Leistung im schwerelosen Raum läßt sich auch dann behandeln, wenn der Vorgang im Schwerefeld verläuft. Die Fallbeschleunigung g im Schwerefeld der Erde ist wieder

$$g = g_0 \frac{r^2}{x^2}.$$

Hieraus berechnet sich die zur Hebung der Masse M um den Abstand dx notwendige Arbeit

$$M \cdot g_0 \cdot \frac{r^2}{x^2} \cdot dx.$$

Die zuerst angegebene Differentialgleichung wird also durch das soeben angegebene Glied für die Arbeit im Schwerefeld ergänzt und schreibt sich demnach:

$$d\left(\frac{Mu^2}{2}\right) + dM\frac{u^2}{2} + Mg_0\frac{r^2}{x^2} \cdot dx = -dM \cdot g_0 \cdot \frac{J}{A} \qquad (3)$$

Diese Gleichung läßt sich zunächst einer Sonderlösung näher bringen, wenn man zwischen dem Weg x und der Geschwindigkeit u durch Einführung der Zeit eine Beziehung herstellt. Setzt man z. B. $u = \text{const.}$, so ergibt sich $x = ut$, oder $dx = udt$. Unter dieser Voraussetzung läßt sich die Differentialgleichung in die Form bringen.

$$2\frac{u^2}{2}dM + Mg_0\frac{r^2}{u^2 t^2} \cdot udt = -dM \cdot g_0 \cdot \frac{J}{A}.$$

Durch Separation folgt dann:

$$-\frac{r^2}{ut^2} \cdot dt = \frac{dM}{M}\left(\frac{J}{A} + \frac{u^2}{g_0}\right),$$

und die Integration liefert:

$$+\frac{r^2}{u x_1}-\frac{r^2}{u x_2}=\left(\frac{J}{A}+\frac{u^2}{g_0}\right)\cdot \log \operatorname{nat} \frac{M_2}{M_1}.$$

Beseitigt man den natürlichen Logarithmus und setzt $u \cdot x_1 = r$; $u \cdot x_2 = r + h$ als zurückgelegte Wege, so schreibt sich das Resultat in der Form

$$M_2 = M_1 \cdot e^{-\frac{r \cdot h}{(r+h)\left(\frac{J}{A}+\frac{u^2}{g_0}\right)}}.$$

Dividiert man Zähler und Nenner des Bruches durch h und setzt nun $h = \infty$, so resultiert auch

$$M_2 = M_1 \cdot e^{-\frac{r}{\frac{J}{A}+\frac{u^2}{g_0}}}. \tag{4}$$

Setzt man ferner $u = 0$, so folgt auch die bereits am Anfang abgeleitete Beziehung

$$M_2 = M_1 \cdot e^{-\frac{r \cdot A}{J}}.$$

Wie vorausgesetzt, gilt die vorstehende Betrachtung nur, wenn die Bewegungsgeschwindigkeit u der Rakete von vornherein konstant ist. Hat u in Formel 4 einen erheblichen Wert, so wird also die notwendige Betriebsstoffmenge $M_1 - M_2$ entsprechend kleiner. Die Translationsgeschwindigkeit muß der Voraussetzung der Rechnung nach von vornherein so groß sein, daß die Gasgeschwindigkeit relativ zur Rakete gerade $= z \cdot u$ ist. Für die Relativgeschwindigkeit, welche einen Augenblick mit w bezeichnet werden soll, ergibt sich jedenfalls unter der Voraussetzung, daß die Wärmeumsetzung vollkommen ist, nach der Annahme v. Pirquet

$$w = \sqrt{2 \cdot g \cdot \frac{J}{A}},$$

woraus sich die notwendige Geschwindigkeit w in Zahlen berechnet, wenn man z. B. für 1 kg Knallgasladung für den Wärmeinhalt nur den Heizwert 3220 Cal/kg einsetzt. w ist dann $\sim$ 5300 m/sek. Diese Relativgeschwindigkeit kann aber als absolute Austrittsgeschwindigkeit wegen der Arbeitsübertragung an die beschleunigte Rakete nicht auftreten. Es kann vielmehr, wie schon unter 3) gezeigt, 2600 m/sek nicht überschritten werden!

$\boxed{7.}$ Bewegt sich ein Raketenfahrzeug mit einer Geschwindigkeit, die größer ist als

$$u = \sqrt{g_0 \cdot \frac{J}{A}},$$

wobei J wieder wie oben den gesamten Energieinhalt des Treibmittels bedeutet, so ist die absolute Austrittsgeschwindigkeit im Gegensatz zu der bisher verbreiteten Ansicht für die Ermittelung der Antriebskraft belanglos. Es wird zwar auch eine Relativgeschwindigkeit des zur Verwendung gelangenden Treibmittels auftreten, welche der in der Zeiteinheit in die Entladungsröhre eingebrachten Treibmittelmenge entspricht. Das Treibmittel gibt aber, indem es in den flüssigen oder festen Zustand durch Expansion übergeht, seine gesamte Molekularenergie an die Treibwand der Rakete ab. Dabei entsteht in der Raketenröhre ein stationärer Zustand, wenn, wie gesagt, die in der Zeiteinheit zugeführte Treibmittelmenge konstant ist und die Raketengeschwindigkeit bzw. ihre Beschleunigung den Rechnungsunterlagen entspricht. Die Absolutgeschwindigkeit c des austretenden Stoffes dem festen Raum gegenüber ergibt sich aus der Absolutgeschwindigkeit u der Rakete und der Relativgeschwindigkeit w der Treibgase gegen die Rakete, wobei gilt $c = u - w$.

Die Absolutgeschwindigkeit c der fest oder flüssig gewordenen Treibladung beim Austritt aus der Raketenröhre ist bei großer Geschwindigkeit u der Rakete dann gewöhnlich gegen letztere vollständig vernachlässigbar.

Der von der Rakete in der Zeiteinheit beschriebene Raum ist $F \cdot u$ m³/sek. Wird gleichzeitig die Ladung G kg/sek vom Treibstoffbehälter derselben in die Raketenröhre eingeführt, und wird durch die Verbrennung der Ladung ein spezifisches Volumen v_1 hervorgebracht, so muß die für den stationären Zustand geltende Beziehung $Fu = Gv_1$ auch in diesem Fall gelten, weil in der Raketenröhre ein stationärer Zustand mit Druckschichtung des Gases bestehen muß. Bezeichnet man mit γ_0 das spezifische Gewicht der zugeführten flüssigen oder festen Ladung, und nimmt man an, daß die Verbrennungsprodukte im flüssigen oder festen Zustand ungefähr das gleiche spezifische Gewicht haben, während die Austrittsgeschwindigkeit c sein soll, so muß die Beziehung bestehen

$$\frac{Fc}{Fu} = \frac{\frac{G}{\gamma_0}}{\frac{G}{\gamma_1}},$$

woraus auch folgt

$$\frac{c}{u} = \frac{\gamma_1}{\gamma_0} = \frac{v_0}{v_1}\left(= \sim \frac{1}{1100}\right),$$

und da das Verhältnis von flüssigen und gasförmigen Stoffen dieser Art etwa 1 : 1000 ist, so ergibt sich auch, daß die Austrittsgeschwindigkeit c rund 1/1000 u wird. Man kann also einen Faktor $u^2 dM$ unbedingt vernachlässigen ($u^2 = 10^{-6}$!). In der Raketenröhre besteht nun dauernd eine Druckschichtung, welche vom Kopf der Röhre, wo ein aus der Brisanz der Ladung und aus der Translationsgeschwindigkeit der Rakete zu berechnender Höchstdruck p_1 herrscht, bis zur Mündung nach einer Exponentialfunktion abnimmt. Im Kopf der Rakete kommt der Hochdruck p_1 der eingeführten Ladung, die flüssig oder fest sein kann und somit räumlich gegenüber der zu Gas verbrannten Ladung sehr klein ist, dadurch zustande, daß die Ladung sich bei der Verbrennung außerordentlich ausdehnt, während die abziehenden Gase nur etwa mit Schallgeschwindigkeit entweichen können. Indem aber die Expansion in der Raketenröhre, wenn sich diese im leeren Raum bewegt, bis zum absoluten Vakuum ausgedehnt wird, geht auch das chemisch umgesetzte Medium wieder in den flüssigen oder festen Zustand über. Die als Pumparbeit anzusprechende Relativleistung zur Einführung des unverbrannten Treibmittels wird natürlich als Reaktion beim Auspuff wieder nutzbar. Sie kann aber, wie die oben gegebene Ableitung gezeigt hat, für die Untersuchung des Vorgangs zunächst vernachlässigt werden. Aus dem Gasdruck p_1 und aus dem Querschnitt F des Raketenrohres ergibt sich ein Antrieb $P = p_1 \cdot F$, der auf die Rakete übertragen wird. Bewegt sie sich im luftleeren Raum mit der Geschwindigkeit u, so ist die verfügbare Leistung Pu mkg/sek. Die augenblickliche Masse M des Raketenfahrzeuges mit Ladung und die entstehende Beschleunigung $\frac{du}{dt}$ ergibt dann die Beziehung

$$P \cdot u = M u \frac{du}{dt} . \tag{1}$$

Nun sollen $\frac{dM}{dt} \cdot g_0$ kg Treibmittel in der Zeiteinheit durch Verbrennung verbraucht werden, wobei g_0 wieder die Schwere an der Erdoberfläche bedeutet. Die erzeugte Energie in mkg/sek ist dann wie oben

$$\frac{dM}{dt} \cdot g_0 \cdot \frac{J}{A} .$$

Mit der Beziehung 1) folgt

$$M u\, du = - dM g_0 \cdot \frac{J}{A} , \tag{2}$$

oder

$$\frac{dM}{M} \cdot g_0 \cdot \frac{J}{A} = - u\, du .$$

Durch Integration folgt dann

$$\frac{J}{A} \cdot g_0 \log \text{nat} \frac{M_2}{M_1} = \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} ,$$

oder

$$u_2^2 = u_1^2 - \frac{J}{A} g_0 \log \text{nat} \frac{M_2}{M_1} .$$

Im schwerelosen Raum ist

$$\frac{du}{dt} = b = \frac{P}{M} .$$

Soll nun die Beschleunigung b konstant sein, womit $P = M \cdot b$ und $u = b \cdot t$, so folgt aus 2)

$$M b \cdot u = M \cdot b^2 \cdot t = - \frac{dM}{dt} \cdot g_0 \cdot \frac{J}{A} ,$$

woraus

$$- b^2 t\, dt = \frac{dM}{M} \cdot g_0 \cdot \frac{J}{A}$$

und durch Integration

$$\frac{b^2 t^2}{2} = g_0 \cdot \frac{J}{A} \log \text{nat} \frac{M_2}{M_1} . \tag{3}$$

Nun ist $\frac{b t^2}{2}$ der zurückgelegte Weg s und man kann demnach schreiben

$$s = \frac{g_0}{b} \cdot \frac{J}{A} \log \text{nat} \frac{M_1}{M_2} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2b} . \tag{4}$$

Die Rakete vom Querschnitt F wird beim Druck p_1 von der sekundlich verpuffenden Gewichtsmenge $\frac{dM}{dt} \cdot g$ fortwährend mit dem spezifischen Volumen v_1 gefüllt. Setzt man für $\frac{dM}{dt} \cdot g$ die schon oben eingeführte und durch die Expansion zur Ruhe gebrachte sekundliche Gewichtsmenge G kg/sek, so folgt aus der bereits oben angegebenen Beziehung des stationären Zustands

$$F p_1 \cdot u = G p_1 \cdot v_1 = G \cdot \frac{J}{A} . \tag{5}$$

Nun ist aber, wie gezeigt, u mit der Zeit veränderlich, so daß man schreiben kann

$$F \cdot p_1 \cdot \frac{du}{dt} = G \frac{d(p_1 v_1)}{dt} = \frac{G}{A} \cdot \frac{dJ}{dt} = \frac{G}{A} \cdot \Phi . \tag{6}$$

Dabei stellt nun $\frac{dJ}{dt}$ den freiwerdenden Wärmefluß Φ in Calorien je kg und Sekunde dar (die sogenannte Brisanz), während zwischen dem Heizwert H und dem Wärmefluß die Beziehung bestehen muß

$$H = \int_0^t \Phi \cdot dt .$$

Nun gilt aber, wie angeführt, für den stationären Vorgang der Ladungseinführung:

$$F p u = G p v . \tag{7}$$

Damit folgt aber mit der obigen Beziehung

$$p_1 v_1 \cdot b = \frac{\Phi}{A} \cdot u , \tag{8}$$

oder für die konstanten Werte F, p_1, G, womit aus

$$F \cdot p_1 \cdot \frac{du}{dt} = G \frac{d(p_1 v_1)}{dt} ,$$

so daß $\quad F \cdot p_1 \cdot b = G \cdot \frac{\Phi}{A} . \tag{9}$

Nun war $P = F \cdot p_1 = M \cdot b$, so daß schließlich

$$M b^2 = G \cdot \frac{\Phi}{A} \quad \text{und} \quad b = \sqrt{\frac{G}{M} \cdot \frac{\Phi}{A}} \tag{10}$$

wird. Schließlich kann man auch rückwärts den Gasdruck ermitteln, der sich abhängig von der sekundlich zugeführten Gewichtsmenge aus der Brisanz der Ladung und aus der getriebenen Masse, sowie umgekehrt proportional dem verwendeten Treibquerschnitt, wie folgt ergibt:

$$p_1 = \frac{M \cdot b}{F} = \frac{1}{F} \cdot \sqrt{G \cdot \frac{\Phi}{A} \cdot M} . \tag{11}$$

$\boxed{8.}$ Die Gleichung 1 in Art. 6 läßt sich auch allgemein lösen unter Verwendung eines integrierenden Faktors

$$\frac{dM}{M} = c \cdot du ,$$

so daß aus dem Ansatz

$$u\, du\, M + u^2 \cdot dM + M g_0 \frac{v^2}{x^2} \cdot dx - dM g_0 \cdot \frac{J}{A} = 0$$

sich der integrierbare Ausdruck

$$u\, du + \left(u^2 + g_0 \cdot \frac{J}{A}\right) \cdot c \cdot du + g_0 \frac{r^2}{x^2} \cdot dx = 0$$

ergibt. Das allgemeine Integral dieser Gleichung ist

$$\frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{3} \cdot c - g \cdot c \cdot \frac{J}{A} \cdot u - g_0 \cdot \frac{r^2}{x} = 0 ,$$

während der integrierende Faktor für sich gestattet, den Wert c zu ermitteln.

$$- c = \frac{\log \text{nat} \frac{M_2}{M_1}}{u_2 - u_1} \quad \text{oder} \quad c = \frac{\log \text{nat} \frac{M_1}{M_2}}{u_2 - u_1} .$$

Setzt man diesen Wert in die Hauptgleichung ein und geht zu den Grenzen über, so ergibt sich als Lösung der Differentialgleichung folgender Ansatz:

$$\frac{u_2 - u_1}{2} + \left[\frac{u_2^2 + u_1 u_2 + u_1^2}{3} + g_0 \cdot \frac{J}{A}\right] \cdot$$

$$\cdot \log \text{nat} \frac{M_2}{M_1} - g_0 \left[\frac{r^2}{R} - \frac{r^2}{R - r}\right] = 0. \tag{I}$$

Durch Einsetzen oder Absetzen von Einzelwerten der in den vorhergehenden Ableitungen gegebenen Berechnungen ergibt sich die Richtigkeit dieser Lösung, weil sie die sämtlichen vorausgegangenen Lösungen vollständig umfaßt.

Diese Gleichung beherrscht auch vor allem die Aufgabe, aus der lebendigen Kraft einer in irgendwelcher Höhe von der Erde gegen den Raum mit der Geschwindigkeit u_3 abgeschossenen konstanten Masse zu berechnen, bis zu welcher Höhe diese Masse durch die Abschußgeschwindigkeit hochsteigt, oder welche Geschwindigkeit u_4 noch vorhanden ist, wenn die Masse in einer bestimmten Höhe angelangt ist. Beides auch unter der Voraussetzung, daß die Masse konstant ist. Für den Fall z. B., daß ein Körper mit der Geschwindigkeit u_3 in einer Höhe R von der Erde aus ohne Wärmezufuhr in den Weltraum geschleudert werden soll, ergibt sich dann aus dem Ansatz

$$\frac{u_4^2 - u_3^2}{2} = g_0 r^2 \left[\frac{1}{R_\infty} - \frac{1}{R}\right] = - g_0 \frac{r^2}{R}$$

folgende einfache Beziehung

$$\text{für } u_4 = 0 \qquad u_3 = \sqrt{2 g_0 \cdot \frac{r^2}{R}}\,. \tag{2}$$

Setzt man nun R z. B. $= a \cdot r$, so folgt für

$$u_3 = \sqrt{\frac{2 g r}{a}}\,.$$

Ist z. B. $a = 3{,}5$, so berechnet sich die notwendige Geschwindigkeit zu

$$u_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 6370000}{3{,}5}} = 6000 \text{ m/sek.}$$

Man kann nun die Beziehung 2 in die Beziehung 1 einsetzen und folgende Aufgabe lösen: Ein Körper wird von der Erde ab mit der Geschwindigkeit u_1 in die Höhe getrieben und während des Hochsteigens auf eine Geschwindigkeit u_2 beschleunigt. Die Geschwindigkeit u_2 wird schließlich vollkommen aufgebraucht, um den Körper ganz aus dem Schwerefeld zu entfernen. Es sei z. B. $u_2 = 2 \cdot u_1$; so wird der Ansatz 1:

$$\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \left(\frac{7}{3} u_1^2 + g_0 \cdot \frac{J}{A}\right) \log \frac{M_2}{M_1} = g_0 r^2 \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{R-r}\right]. \tag{1}$$

während der Ansatz 2)

$$-\frac{u_2^2}{2} = - g_0 \cdot \frac{r^2}{R}$$

liefert. Setzt man dann 2) in 1) ein, so kann man aus der resultierten Beziehung ganz eindeutig das noch notwendige Massenverhältnis $M_1 : M_2$ berechnen. Die allgemeine Lösung dieser Gleichung ist, wenn man noch den natürlichen Logarithmus entfernt und für das Geschwindigkeitsverhältnis $\alpha = u_2 : u_1$ setzt:

$$\frac{M_1}{M_2} = e^{\frac{g_0 \cdot \frac{r^2}{r^1} - \frac{u_1^2}{2}}{g_0 \cdot \frac{J}{A} + u_1^2 (\alpha^2 + \alpha + 1)}}.$$

woraus man erkennt, daß die zum Abschleudern notwendige Masse um so kleiner wird, je größer die Geschwindigkeit u_1 ist, je höher der Körper schon gehoben war und je größer die Verhältniszahl $\alpha = \frac{u_2}{u_1}$ ist.

$\boxed{9.}$ Handelt es sich nun darum, einen Raketenkörper mit möglichst geringem Energieaufwand unter Berücksichtigung aller Widerstände aus dem Schwerefeld der Erde hinauszutreiben, so muß man, solange es geht, zur Beschleunigung seiner Masse erdgebundene Hilfskräfte verwenden, damit die eigentliche Raumtreibladung möglichst klein gehalten werden kann. Es ist also zuerst ein Treibmotor zu verwenden, der dem eigentlichen Raketenkörper nicht nur eine große Geschwindigkeit verleiht, sondern ihn auch auf erhebliche Höhen möglichst unter Verbrauch von Luftsauerstoff bringt. Man könnte an besonders leichtgebaute Gasturbinen denken, die als Zug- oder Schubmotoren den Raumkörper antreiben, während ihr Betriebsstoff z. B. Benzinluftgemisch wäre. Wie ich bereits in früheren Veröffentlichungen gezeigt habe, ist die stärkste Antriebsmaschine für große Schnelligkeiten ein Raketenmotor, der mit Hilfe der sog. Explosionswelle arbeitet. Der französische Chemiker Berthelot hat gezeigt, daß in einer Gassäule, die sich in einer einseitig geschlossenen Röhre befindet und aus brennbarem Gemisch besteht, eine verdichtend wirkende Verbrennung auftritt, wenn man die Gassäule am offenen Ende zündet. Durch die mit großer Geschwindigkeit ins Innere der Röhre wandernde Verbrennung wird gleichzeitig der Restinhalt gegen das geschlossene Ende der Röhre stark verdichtet. Zuletzt entsteht im Kopf der Röhre eine Verpuffung des Restinhaltes, wobei der Antriebsdruck 100 Atm. übersteigen kann, während am offenen Ende der geringe Außendruck herrscht. Bewegt sich also die Röhre während der Verbrennung mit großer Geschwindigkeit vorwärts, so wird schon während der Verbrennung mechanische Arbeit gewonnen. Man hat in dieser Erscheinung eine wunderbare Art der Verdichtung einer Gasladung, weil sie mit Arbeitsgewinn verbunden ist. Ist die Verbrennung des Gases zu Ende, so beginnt die verbrannte Ladung bei der bestehenden Druckschichtung vom Kopf der Röhre zur Mündung wieder auszuströmen, wobei das Bild der Druckschichtung seiner Art nach bestehen bleibt, wenn die Rakete sich selbst mit Überschallgeschwindigkeit der Ladung bewegt. Diese Ausströmung ist ein Ausgleichvorgang, weil der Zustand in der Röhre vom Ort und von der Zeit gleichzeitig abhängt. Ordnet man eine größere Zahl solcher Verbrennungsröhren in einen Kreis oder in Reihen an, so lassen sie sich mit Hilfe einer Steuerung der Reihe nach unter Einschalten von Einlaßventilen vom Kopf her mit brennbarem Gasgemisch füllen und nach der Füllung vom offenen Ende her entzünden, so daß auf diese Weise ein gesteuerter Raketenmotor entsteht. Derselbe liefert auch von der Ruhe aus außerordentliche Antriebskräfte mit höherem Wirkungsgrad als jede anders konstruierte Hilfsrakete. Man kann leicht berechnen, daß ein solcher Raketenmotor von der Ruhe aus viele tausend kg Antriebsdruck zu liefern in der Lage ist, während er große Mengen Luft verarbeitet, deren Energie selbst nutzbar wird, wenn sich das Fahrzeug mit Überschallgeschwindigkeit bewegt. Mit wachsender Fahrgeschwindigkeit nimmt der Treibdruck natürlich fortwährend ab. Außerdem ist zu beachten, daß ein solcher Hilfsmotor höchstens in Höhen bis 50 km von der Erdoberfläche vordringen kann, weil nur solange Luftsauerstoff in genügender Menge zur Verfügung steht. Es ist natürlich entgegen der Ansicht von Valier auch möglich, einen solchen Raketenmotor auch im luftleeren Raum zu verwenden, wenn man ihn z. B. mit Wasserstoff und Sauerstoffgas betreibt!

Soll das Raketenaggregat von der Erdoberfläche emporsteigen, so ist der Luftwiderstand bei größerer Geschwindigkeit von entscheidendem Einfluß. Es wird sicher möglich sein, wie es vielfach beschrieben worden ist, die Raumrakete auf einer Startbahn, die an Äquatornähe in Richtung der Erddrehung auf eine

Bergeshöhe hinaufgeführt wird, bis zu einer Geschwindigkeit von etwa 150 m/sek durch einen Luftbenzinmotor von sehr großer Leistung oder durch den von mir angegebenen Luftbenzinraketenmotor anzutreiben. Die Anfangsgeschwindigkeit beträgt dann mit der Erde schon 500 m/sek. Um sich nun aber der Schallgeschwindigkeit in der Umgebungsluft zu nähern, bedarf es weiter einer räderlosen bzw. reibungslosen Fahrbahn, d. h. also die Raumrakete muß von einem Flugzeug mit besonders konstruierten Tragflächen weiter beschleunigt werden. Auch dieses Flugzeug muß durch einen Luftbenzinmotor weiter beschleunigt werden. Die Tragflächen dieses Flugzeuges müssen der Bewegung in der Schallwellen ausstrahlenden Luft angepaßt werden. Diese Flugzeugtragflächen müssen also im Gegensatz zu den heutigen Flugzeugen mit spitzen vorderen Tragflächenkanten versehen sein und der mitgenommene Raumraketenkörper muß als Projektil mit Spitze ausgebildet sein. Solange sich das gekuppelte Raketenflugzeug in der dichten atmosphärischen Luft bewegt, z. B. bis zu einer Höhe von 30 km von der Erdoberfläche, kann seine Geschwindigkeit unmöglich die Schallgeschwindigkeit der umgebenden Luft übersteigen. Einmal, weil der Widerstand aus dem Luftdruck vor dem Fahrzeug bei Überschallgeschwindigkeit außerordentlich rasch wächst, während die seitlich abgestrahlten Mach'schen Wellen enorme Energie verbrauchen würden. Andererseits dürfen die von der Raketenmündung nach rückwärts abgeschleuderten Verbrennungsgase auch nicht die Schallgeschwindigkeit überschreiten, damit der Wirkungsgrad der Treibraketen sich möglichst dem Wert 1 nähert. Der Wirkungsgrad der Rakete in Luft hängt ab vom Verhältnis $\left(\frac{u}{c_s}\right)^2$, wobei u die Fahrgeschwindigkeit und c_s die Schallgeschwindigkeit in der Luft bedeutet. Erlangen nämlich die austretenden Gase gerade die Schallgeschwindigkeit, während der Gaszustand derselben in Bezug auf Druck, spez. Volumen und absoluter Temperatur durch die Expansion gerade auf den Außenzustand erfolgte, so wird eben der von der Rakete freigegebene Raum gerade durch das ausströmende Medium ersetzt. Die Rakete wird dann regelrecht auf der ausgestoßenen Gassäule stehen. In 50 km Höhe ist der Luftdruck aber nur etwa 1 mm Quecksilbersäule. In der stark verdünnten Luft können sich nun Schallwellen nicht mehr ausbilden, weil die zu weit auseinanderliegenden schwingenden Gasmolekel eine geordnete ebene Bewegung nicht mehr zu übertragen vermögen. Man denke an den bekannten Versuch, daß man eine elektrische Klingel von einem bestimmten geringen Luftdruck unter dem Rezipienten einer Luftpumpe nicht mehr hört. Man kann also mit wachsender Verdünnung der Luft, vielleicht schon von $^1/_{10}$ at. Luftdruck ab, die Geschwindigkeit der Flugzeugrakete weiter über die Schallgeschwindigkeit steigern. Es wird dann auch möglich sein, sie noch mit Luftsauerstoff außerordentlich zu beschleunigen, vielleicht bis auf eine Geschwindigkeit von 2600 m/sek gegenüber Äquatorgeschwindigkeit, bis die Grenze eines genügenden Sauerstoffgehaltes der Luft in 50—60 km Höhe erreicht ist. In diesem Augenblick muß das erdgebundene Treibflugzeug mit seinem Luftbenzinmotor abgekuppelt werden, und nun beginnt die Rakete mit eigner Treibkraft als Raumrakete zu arbeiten.

Setzt man in die auf S. 55 in Art. 8 abgeleitete Gleichung 1 die Zahlenwerte ein, so ergibt sich unter der Annahme, daß die Geschwindigkeit beim Austritt aus dem dichteren Luftmeer der Erde bereits $u_1 = 3000$ m/sek beträgt, und wenn diese bis zur Höhe von 3,5 Erdradien weiter auf $u_2 = 6000$ m/sek gesteigert würde. (während sie dann ausreicht nach der Formel

$$u_3 = u_2 = \sqrt{\frac{2gr}{3,5}} = 6000,$$

um das Fahrzeug vollkommen aus dem Schwerefeld der Erde hinauszubringen), und unter der Annahme, daß wie immer Wasserstoff-Sauerstoffladung benützt wird, ein Massenverhältnis $M_1 : M_2 = 5,4$. Also $M_1 - M_2 = 4,4\, M_2$. D. h. man braucht nur das 4,4fache an Treibmittel, um die Masse M_2 aus dem Schwerefeld der Erde zu bringen.

Hiermit ist bewiesen, daß es tatsächlich möglich ist, nicht nur ein Raumschiff aus dem Schwerefeld der Erde hinauszubewegen, sondern daß auch eine Raumfahrt angeschlossen werden kann. Schließlich kann auch auf der Erde ohne Gefahr wieder gelandet werden, da ein solches Raketenraumschiff wohl so zu bauen ist, daß es Treibladung bis zum 20fachen seines Gewichtes mit sich führen kann. (Entwurf von Oberth.)

Für eine größte zulässige Beschleunigung läßt sich mit den Regeln der Differentialrechnung aus obigen Gleichungen Art. 8 stets das Minimum für die verbrauchte Treibladung in jedem Schwerefeld berechnen. Es hat jedoch keinen Zweck, dieses Problem weiter zu verfolgen, weil die genaue Durchrechnung einer bestimmten Einzelaufgabe, wie z. B. die einer Mondfahrt, außerordentlich langwierige theoretische Untersuchungen erfordert. Für eine Mondfahrt ist vor allem zu beachten, daß das Raumschiff sowohl der Erd- wie der Mondanziehung unterliegt, so daß die Differentialgleichungen zur Ermittlung der notwendigen Treibenergie viel komplizierter ausfallen. Will man weiter die gegenseitigen Geschwindigkeiten, die Sonnenanziehung, wie die auftretenden Fliehkräfte berücksichtigen, so entstehen Ansätze, die mit gewöhnlichen Mitteln kaum durchzurechnen sind. Eine gewisse Unsicherheit wird allen diesen Rechnungen noch weiter deswegen anhaften, weil wir über den Geltungsbereich des einfachen Newtonschen Gravitationsgesetzes heute noch nicht unterrichtet sind. Es ist durchaus nicht sicher, ob das Gravitationsgesetz in der gewöhnlichen Form auf sehr schnell bewegte Körper noch angewendet werden kann, weil sicher Relativitätserscheinungen in Betracht kommen und weil es auch nicht ausgeschlossen ist, daß eine Gravitationsinduktion besteht, die sich erst bei größeren Geschwindigkeiten bemerkbar machen wird. Es bleibt daher nichts anderes übrig, als zur mathematischen Spekulation auch das Probieren hinzuzufügen und der Weg wird genau der sein, wie er schon von anderen Forschern vorgeschlagen worden ist, man wird zuerst die Fernraketen entwickeln, die sich von Kontinent zu Kontinent mit Überschallgeschwindigkeit bewegen und sich dann erst, wenn die Erdatmosphäre vollständig erforscht ist, vielleicht zur Mondfahrt aufschwingen können.