PET. SIM. DE LA PLACE

Mitglied des Paris. Nat. Instituts d. K. u. W. und der Comiss. weg. d. Meereslänge.

Gebohren d. 23: Mrt. 1749 zu Beaumont en Auge, in der vormal. Normandie jezt Depart. de Calvados.

Allgemeine
Geographiſche
EPHEMERIDEN.

Verfaſſet

von

einer Geſellſchaft Gelehrten

und herausgegeben

von

F. von Zach,

H. S. G. Obriſtwachtmeiſter und Director der herzoglichen Sternwarte Seeberg bey Gotha.

Vierter Band.

Weimar,

im Verlage des Induſtrie-Comptoirs

1799.

I.
ABHANDLUNGEN.

I.
Beweis
des Satzes, daſs die anziehende Kraft bey einem Weltkörper ſo groſs ſeyn könne, daſs das Licht davon nicht ausſtrömen kann. *)

Von
Peter Simon La Place.

1) Wenn v die Geſchwindigkeit, t die Zeit und s der während dieſer Zeit gleichförmig durchlaufene Raum iſt, ſo iſt bekanntlich $v = \frac{s}{t}$

2) Iſt

*) Dieſen Satz, daſs ein leuchtender Körper des Weltalls von gleicher Dichtigkeit mit der Erde, deſſen Durchmeſſer 250 mahl gröſser wäre, als der der Sonne, vermöge ſeiner anziehenden Kraft keinen von ſeinen Lichtſtrahlen bis zu uns ſchicken könne, daſs folglich gerade die gröſsten Körper unſeres Weltgebäudes uns unſichtbar bleiben können, hat *La Place* in ſeiner *Expoſition du Syſtème du Monde* Part. II P. 305 ohne Beweis aufgeſtellt; hier iſt er. Vergl. A.G.E. May 1798 S. 603 *v. Z.*

2) Ist die Bewegung nicht gleichförmig, so muss man, um den Werth von v in jedem Augenblicke zu haben, den in diesem Zeittheilchen dt durchlaufenen Raum ds in einander dividiren, nämlich $v = \frac{ds}{dt}$; weil die Geschwindigkeit in einem unendlich kleinen Zeittheilchen unveränderlich und also die Bewegung gleichförmig angenommen werden kann.

3) Eine immerfort wirkende Kraft wird die Geschwindigkeit zu ändern streben. Diese Aenderung der Geschwindigkeit, nämlich dv, ist das natürlichste Mass der Kraft. Da aber jede Kraft in doppelter Zeit doppelte Wirkung hervorbringt, so muss man noch die Aenderung der Geschwindigkeit dv durch die Zeit dt, in welcher sie von der Kraft P hervorgebracht wurde, dividiren, und man wird dadurch einen allgemeinen Ausdruck für die Kraft P erhalten, nämlich $P = \frac{dv}{dt} = \frac{d.\frac{ds}{dt}}{dt}$ Nun ist, wenn dt beständig ist, $d.\frac{ds}{dt} = \frac{d.ds}{dt} = \frac{dds}{dt}$ folglich $P = \frac{dds}{dt^2}$

4) Es sey die Attractions-Kraft eines Körpers $= M$; ein zweyter Körper z. B. ein Lichttheilchen befindet sich in der Entfernung r; die Wirkung der Kraft M dieses Lichttheilchen wird $-\frac{M}{rr}$ seyn; das Zeichen $-$ deswegen, weil die Wirkung von M der Bewegung des Lichts entgegen gesetzt ist.

5) Nun ist nach (3) diese Kraft auch $= \frac{ddr}{dt^2}$ folg-

folglich $-\frac{M}{rr} = \frac{ddr}{dt^2} = - M r^{-2}$

man multiplicire mit d r; $\frac{dr\ ddr}{dt^2} = - M\ dr\ r^{-2}$

integrirt, $\frac{1}{2}\frac{dr^2}{dt^2} = c + M r^{-1}$ wo c die beständige Gröſse iſt, oder $\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 2c + 2 M r^{-1}$

Nun iſt nach (2) $\frac{dr}{dt}$ = der Geſchwindigkeit v folglich $v^2 = 2c + 2 M r^{-1}$ wo v die Geſchwindigkeit des Lichttheilchens in der Entfernung r iſt.

6) Um nun die Conſtante c zu beſtimmen, ſey R der Halbmeſſer des anziehenden Körpers, a die Geſchwindigkeit des Lichts in der Entfernung R, folglich an der Oberfläche des anziehenden Körpers, ſo erhält man aus (5) $a^2 = 2c + 2\frac{M}{R}$ folglich $2c = a^2 - \frac{2M}{R}$ dieſs, in die vorige Gleichung geſetzt, gibt $v^2 = a^2 - \frac{2M}{R} + \frac{2M}{r}$

7) Eines andern anziehenden Körpers Halbmeſſer ſey R′, ſeine Attractionskraft ſey i M, die Geſchwindigkeit des Lichts in der Entfernung r ſey v′ ſo iſt vermöge der Gleichung in (6)

$$v'^2 = a^2 - \frac{2iM}{R'} + \frac{2iM}{r}$$

8) Setzt man r unendlich groſs, ſo verſchwindet das letzte Glied der vorhergehenden Gleichung und man erhält

$$v'^2 = a^2 - \frac{2iM}{R'}.$$

Die Entfernung der Fixsterne ist so groſs, daſs man zu dieser Annahme berechtiget ist.

9) Die anziehende Kraft des zweyten Körpers sey so groſs, daſs das Licht nicht ausströmen kann; dieſs läſst sich analytisch am bequemsten so ausdrücken: die Geschwindigkeit des Lichts v′ ist gleich Null. Diesen Werth von v′ in der Gleichung für v′ (8) gesetzt, wird eine Gleichung geben, aus der sich die Masse iM wird herleiten lassen, bey welcher dieser Umstand Statt findet. Man hat also

$$o = a^2 - \frac{2\,iM}{R'} \quad \text{oder} \quad a^2 = \frac{2\,iM}{R'}$$

10) Um a zu bestimmen, sey der erste anziehende Körper die Sonne, so wird a die Geschwindigkeit des Sonnenlichts an der Oberfläche der Sonne seyn. Die anziehende Kraft der Sonne ist aber in Vergleichung mit der Geschwindigkeit des Lichts so klein, daſs man diese Geschwindigkeit als gleichförmig annehmen kann. Aus dem Phänomen der Aberration erhellet, daſs die Erde $20''\frac{1}{4}$ in ihrer Bahn durchläuft, während das Licht von der Sonne bis zur Erde kömmt, folglich: es sey V die mittlere Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, so wird man haben

$$a : V = \text{radius}^{*)} : 20''\tfrac{1}{4} = 1 : \text{tang } 20''\tfrac{1}{4}$$

11) Meiner Annahme in *Expos. du Syst. du Monde* Part. II P. 305 gemäſs, ist R′ = 250 R. Nun verhalten sich die Massen, wie die Volumina der anziehenden Körper mit den Dichtigkeiten multiplicirt; die Volumina, wie die Würfel der Halbmesser; folglich die Massen, wie die Würfel der Halbmesser mit den

*) In Secunden ausgedrückt.

den Dichtigkeiten multiplicirt. Es ſey die Dichte der Sonne $= 1$; die des zweyten Körpers $= \varrho$ ſo iſt

$$M : iM = 1 R^3 : \varrho R'^3 = 1 R^3 : \varrho\, 250^3 R^3$$

oder $1 : i = 1 : \varrho\, (250)^3$

oder $i = (250)^3\, \varrho$.

12) Man ſubſtituire die Werthe von i und R′ in die Gleichung $a^2 = 2 i \frac{M}{R'}$ ſo erhält man

$$a^2 = \frac{2\,(250)^3\, \varrho M}{250\, R} = 2\,(250)^2\, \varrho\, \frac{M}{R}$$

oder $\varrho = \dfrac{a^2\, R}{2\,(250)^2\, M}$

13) Um ϱ zu haben, darf man nur noch M beſtimmen. Die Kraft der Sonne M iſt in der Entfernung D gleich $\frac{M}{D^2}$. Es ſey D die mittlere Entfernung der Erde, V die mittlere Geſchwindigkeit der Erde; ſo iſt dieſe Kraft auch gleich $\frac{V^2}{D}$ (man ſehe La Lande's Aſtronomie III § 3539.) folglich $\frac{M}{D^2} = \frac{V^2}{D}$ oder $M = V^2 D$. Dieſs in die Gleichung für ϱ in (12) ſubſtituirt gibt

$$\varrho = \frac{a^2\, R}{2\,(250)^2\, V^2 D} = \frac{8}{(1000)^2} \left(\frac{a}{V}\right)^2 \cdot \left(\frac{R}{D}\right)$$

$$\frac{a}{V} = \frac{\text{Geſchw. d. Lichts}}{\text{Geſchw. d. Erde}} = \frac{1}{\text{tang } 20''\tfrac{1}{4}} \text{ nach (10)}$$

$\frac{R}{D} = \dfrac{\text{wahrem Halbmeſſer } \odot}{\text{mittlern Entfernung } \odot}$ = tang. mittlern ſcheinbaren Halbmeſſers der $\odot$.

folglich $\varrho = 8 \frac{\text{tang } 16' \; 2''}{(1000 \text{ tang. } 20'' \frac{1}{4})^2}$

hieraus ϱ beynahe 4, oder ſo groſs, als die Dichte der Erde.

II.

BÜCHER-RECENSIONEN.

I.

Travels through the States of North America and the provinces of Upper and Lower Canada, during the years 1795, 1796 and 1797. By *Iſaac Weld*, junior. Illuſtrated and embellished with sixteen plates. London, Stockdale 1799 4 464 S.

Der Verfaſſer dieſer Reiſebeſchreibung iſt ein junger Irländer von guter Familie, der in England erzogen wurde. Er fand ſein Vaterland bey der Rückkehr ſo ſehr von innerlichen Unruhen zerriſſen, daſs er auf einen Zufluchts-Ort zu denken anfing, im Fall die Lage der öffentlichen Angelegenheiten ſich nicht ändern ſollte. Der Ruf erhob Nordamerika. Er wollte ſich ſelbſt durch den Augenſchein überzeugen, und erzählt in dieſem Werke, wie er ſowol das *Vereinigte* als das *Brittiſche Amerika* fand.

In einer Weite von drey Meilen nimmt ſich *Philadelphia* gut aus, aber, wenn man näher kommt, zeigt ſich eine verworrene Maſſe von Waarenhäuſern, die aus Holz und hart an einander gebaut ſind. *Water-ſtreet*, in die man zuerſt eintritt, gibt dem Fremden keinen vortheilhaften Begriff von

dieſer